

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in **Ingegneria Meccanica**

Prova di **Geometria**

06/07/2023

Durata: 60 minuti. Scrivere in maniera chiara e ordinata e giustificare ogni affermazione. E' vietato l'uso di libri e appunti e del cellulare. E' vietato uscire dall'aula prima di avere consegnato la prova. **Risolvere in maniera completa e corretta il punto (a) dell'Esercizio 1 è condizione necessaria (ma non sufficiente) per superare la prova.**

NOME E COGNOME:

FIRMA:

1. Sia \mathcal{B} la seguente base di \mathbb{R}^4 :

$$\mathcal{B} = [v_1 = (2, 1, 1, 1), v_2 = (1, 2, 1, 1), v_3 = (1, 1, 2, 1), v_4 = (1, 1, 1, 2)]$$

Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo determinato da:

$$\begin{cases} f(v_1) = (2, 2, 2, 4) \\ f(v_2) = (2, 2, 4, 2) \\ f(v_3) = (2, 4, 2, 2) \\ f(v_4) = (2, 2, 2, 4) \end{cases}$$

- (a) (Obbligatorio) Scrivere la matrice associata a f rispetto alla base \mathcal{B} nel dominio e nel codominio e determinare $f(v_1 + 3v_2 + 5v_3 + 7v_4)$.
- (b) Trovare una base per ciascuno degli autospazi di f e stabilire se f è un endomorfismo semplice.
- (c) Determinare la controimmagine rispetto a f del vettore $v = 2v_2 + 4v_3 + 6v_4$

E' fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ nello spazio.

2. Sia r la retta d'equazione:

$$r : \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x + z - 4 = 0 \end{cases}$$

- (a) Determinare un'equazione del piano π che contiene l'asse \vec{z} ed è parallelo a r .¹
- (b) Determinare un'equazione della retta s che passa per l'origine ed è incidente e ortogonale a r e calcolare la distanza di r dall'origine.²

¹*Suggerimento:* l'asse \vec{z} ha equazione $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$

²*Suggerimento:* per determinare una retta è sufficiente individuarne due punti distinti. Uno lo conosciamo già, è l'origine. Per ottenerne un altro, vi consiglio di determinare il punto d'incidenza di s e r .