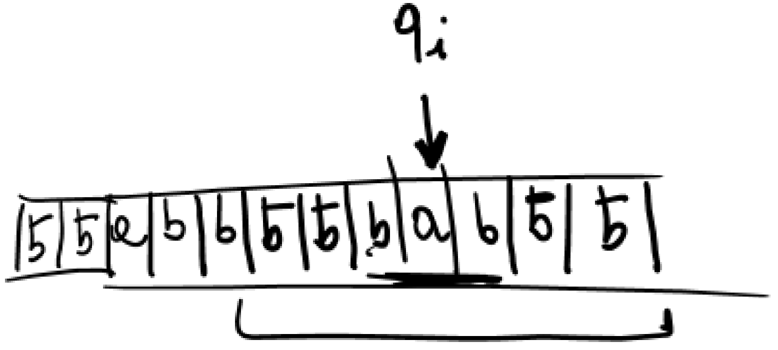
CONFIGURAZIONE E TRANSIZIONE DELLE MACCHINE DI TURING

configurazione istantanea, configurazione della macchina di Turing è l'insieme delle informazioni costituito dal contenuto del nastro, della posizione della testina e dello stato corrente

$\bar{b}$ blank

Possiamo rappresentare nella configurazione la più piccola porzione (finita) di nastro contenente tutti i simboli non blank, e gli altri blank

includere in questi la posizione della testina



configurazione istantanea

$\underbrace{\bar{b}\bar{b}b}_{x}\, q_i\, \underbrace{ab\bar{b}\bar{b}}_{y}$

DEF.

Definiamo configurazione istantanea o configurazione di macchina di Turing con alfabeto di nastro Γ ed un insieme di stati Q, una stringa $c = xqy$ con

1. $x \in \Gamma\bar{\Gamma}^* \cup \{\varepsilon\}$
2. $q \in Q$
3. $y \in \bar{\Gamma}^*\Gamma \cup \{b\}$

$c = xqy$

xy : rappresenta il contenuto della sezione non vuota del nastro

q : stato attuale della testina e la testina si trova sul primo carattere di y (ricordiamo che y è una stringa)

$\Gamma\bar{\Gamma}^* \cup \{\varepsilon\} = \mathcal{L}_\Gamma$

$\mathcal{L}_\Gamma$ è il linguaggio delle stringhe che possono comparire a sinistra del simbolo di stato della configurazione (dove si trova la testina)

Indichiamo con R_Γ il linguaggio $\bar{\Gamma}^* \Gamma \cup \{\bar{b}\}$ delle stringhe che possono comparire alla sua destra.

$\bar{b} q a$

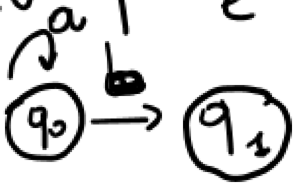
In particolare esiste una configurazione iniziale e indichiamo con tale termine una configurazione che, data una qualunque stringa $x \in \Gamma^*$, rappresenti stato e posizione della testina all'inizio di una computazione di input x. Lo stato della conf. iniziale è rappresentato da q_0 e la lunghezza di una configurazione la indichiamo con $|x|$

$\rightarrow \Gamma \cup \{\bar{b}\}$

ESERCIZIO

DATI $\Gamma = \{a, b\}$ $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ costruire un automa a stati finiti che riconosca tutte le stringhe che rappresentano una configurazione di una MT con alfabeto Γ e stati Q.

$\delta(q_0, x) = q_1$



$x q y$

$a a q b b$

DEFINIZIONE

N.B. lo stato finale per MT significa che non possiamo effettuare altri passi della computazione.

Una configurazione $c = xqy$ si dice iniziale se $x = \varepsilon$, $q = q_0$, $y \in \Gamma^{+} \cup \{b\}$

DEFINIZIONE

Una configurazione $c = xqy$ con $x \in \mathcal{L}_{\Gamma}$, $y \in \mathcal{R}_{\Gamma}$ si dice finale se $q \in F$

Anche in questo caso abbiamo una funzione di transizione che può essere rappresentata mediante una matrice di transizione o grafi di transizione

Le colonne della matrice corrispondono ai caratteri osservabili sotto la testina (elementi di Γ) e le righe ai possibili stati interni della macchina (elementi di Q). All'interno della matrice troviamo una tripla formata da un nuovo stato, dal carattere che viene scritto e lo spostamento della testina.

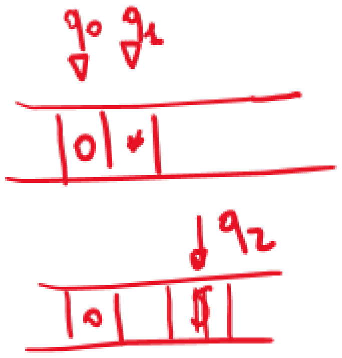
MT deterministica (P. 174)

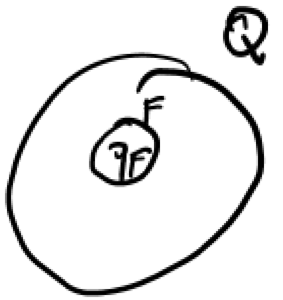
$\Gamma = \{0, 1, *, \$\}$ $\quad Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_F\}$ dove q_F è lo stato FINALE

$\delta(q_0, 0) = (q_1, *, d)$ $\quad q_0 \rightarrow q_1$

$F = \{q_F\}$ $\quad q_F \in F \subseteq Q$

δ_{MT}	0	1	*	\$	$\not{b}$
q_0	$(q_1, *, d)$	$(q_2, \$, d)$	–	–	$(q_F, \not{b}, i)$
q_1	$(q_1, 0, d)$	$(q_1, 1, d)$	–	–	$(q_3, \not{b}, d)$
q_2	$(q_2, 0, d)$	$(q_2, 1, d)$	–	–	$(q_4, \not{b}, d)$
q_3	$(q_3, 0, d)$	$(q_3, 1, d)$	–	–	$(q_5, 0, s)$
q_4	$(q_4, 0, d)$	$(q_4, 1, d)$	–	–	$(q_6, 1, s)$
q_5	$(q_5, 0, s)$	$(q_5, 1, s)$	$(q_0, 0, d)$	–	$(q_5, \not{b}, s)$
q_6	$(q_6, 0, s)$	$(q_6, 1, s)$	–	$(q_0, 1, d)$	$(q_6, \not{b}, s)$
q_F	–	–	–	–	–





$Q - F = \{q_0 \dots q_6\}$

NON PER FORZA $i \neq j$

$\exists$ un arco dal nodo q_i al nodo q_j e tale arco è etichettato come tupla $a, b \in \Gamma$, $m \in \{s, d, i\}$ $\iff \delta(q_i, a) = (q_j, b, m)$

DATA UNA CONFIGURAZIONE c, una applicazione della funzione di transizione δ della M deterministica su c, ci permette di ottenere una config. successiva chiamata c' nelle seguenti modalità:

1) Se $c = xqay$ $\quad x \in \mathcal{S}_\Gamma \quad y \in \bar{\Gamma}^*\Gamma \quad a \in \bar{\Gamma}$ e se $\delta(q,a) = (q', a', d)$
allora $c' = xa'q'y$

2) Se $c = xqa \quad x \in \mathcal{S}_\Gamma \quad a \in \bar{\Gamma}$ e se $\delta(q,a) = (q', a', d)$ allora $c' = xa'q'\bar{b}$

3) Se $c = xaqby \quad xa \in \Gamma\bar{\Gamma}^* \quad y \in \bar{\Gamma}\Gamma \cup \{\varepsilon\} \quad b \in \bar{\Gamma}$ e se $\delta(q,b) = (q', b', s)$
allora $c' = xq'ab'y$

4) Se $c = qby$ con $y \in \bar{\Gamma}^*\Gamma \cup \{\varepsilon\} \quad a \in \bar{\Gamma}$ e se $\delta(q,b) = (q', b', s)$ allora
$c' = q'\bar{b}b'y$

5) Se $c = xqay \quad x \in \mathcal{S}_\Gamma \quad a \in \bar{\Gamma} \quad y \in \bar{\Gamma}^*\Gamma \cup \{\varepsilon\}$ e se $\delta(q,a) = (q', a', i)$
allora $c' = xq'a'y$

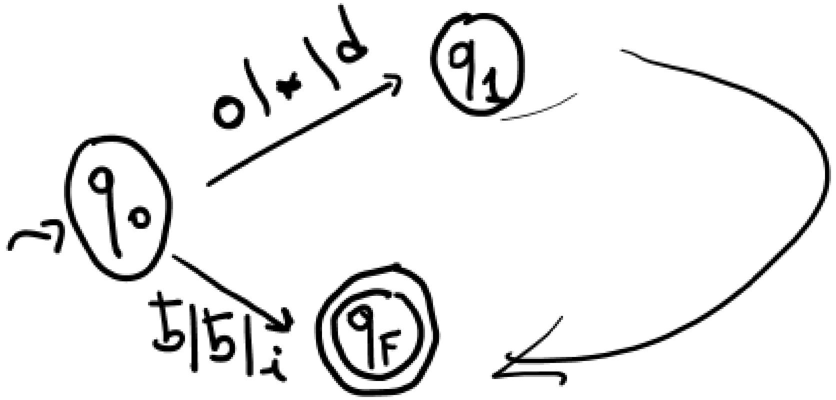
c e c' sono in relazione se $c \vdash_{\mathcal{M}} c'$ (relazione di transizione)

$\Downarrow$

REGOLE DI RISCRITTURA

$$\delta(q_1, a) = (q_2, b, s)$$

q_1 si sposta a sinistra ottenendo lo stato q_2 e la rispettiva nuova configurazione



P.175 FIG 5.4

$$\delta(q_0, 0) = (q_1, *, d)$$

ESERCIZIO 5.2

Computazioni di Macchine di Turing

La MT può essere definita come un dispositivo riconoscitore

Dato un alfabeto di input $\Sigma \subseteq \Gamma$ una MT può essere vista come un dispositivo che classifica le stringhe in Σ^* in funzione del tipo di computazione indotto.

DEFINIZIONE

Data una macchina di Turing deterministica $\mathcal{M}$ con alfabeto Γ e stato iniziale q_0 e dato un alfabeto di input $\Sigma \subseteq \Gamma$, una stringa $x \in \Sigma^*$ è accettata (rifiutata) da $\mathcal{M}$ se esiste una computazione di accettazione (di rifiuto) di $\mathcal{M}$ con $c_0 = q_0 x$

DEFINIZIONE 5.6

Sia $M = \langle \Gamma, \flat, Q, q_0, F, \delta \rangle$ una MT deterministica

Diciamo che M riconosce un linguaggio $L \in \Sigma^*$ (dove $\Sigma \subseteq \Gamma$) se e solo se

per ogni $x \in \Sigma^*$ esiste una computazione massimale $q_0 x \overset{*}{\underset{M}{\vdash}} wqz$ con

$w \in \Gamma \bar{\Gamma}^* \cup \{\varepsilon\}$ $z \in \bar{\Gamma}^* \Gamma \cup \{\flat\}$ dove $q \in F$ se e solo se $x \in L$

DEFINIZIONE 5.7

Sia $M = \langle \Gamma, \flat, Q, q_0, F, \delta \rangle$ una MT deterministica. Diciamo che M accetta un linguaggio $L \in \Sigma^*$ (dove $\Sigma \subseteq \Gamma$) se e solo se

$$L = \{ x \in \Sigma^* \mid q_0 x \overset{*}{\underset{M}{\vdash}} wqz \}$$ dove $w \in \Gamma \bar{\Gamma}^* \cup \{\varepsilon\}$ e $q \in F$

$z \in \bar{\Gamma}^* \Gamma \cup \{\flat\}$

5.6 ALTERNATIVA

$\left(L \subseteq \Sigma^* \atop {\Updownarrow \atop L \in \Sigma^*} \right)$

UNA MTD RICONOSCE $L \in \Sigma^*$ se e solo se

1) $\forall x \in \Sigma^*$ la computazione che parte dalla configurazione iniziale, termina
2) $\forall x \in L$ la computazione termina in una conf. finale
3) $\forall x \notin L$ la computazione termina in una conf. NON FINALE

5.7 ALTERNATIVA

UNA MTD ACCETTA $L \in \Sigma^*$ se e solo se

1) $\forall x \in L$ la computazione che parte dalla configurazione iniziale $q_0 x$ termina in una configurazione finale
2) $\forall x \notin L$ la computazione o non termina o termina in una configurazione NON FINALE.