$p \lor q \lor (r \land s)$

p	q	r	s	$S_1 = r$ and s	S_1 or q or p
0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1
0	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1

trasformare in CNF e DNF le seguenti formule

$$p \land (q \lor (\neg p \lor \neg q))$$

$$\downarrow$$

$$(p \land q) \lor (p \land s \land (\neg p \lor \neg q))$$

$$\downarrow$$

$$(p \land q) \lor \cancel{(p \land s \land \neg p)} \lor (p \land s \land \neg q)$$

$$(p \land q) \lor (p \land s \land \neg q) \rightarrow \text{DNF}$$

$$(p \lor p) \land (p \lor s) \land (p \lor \neg q) \land (q \lor p) \land (q \lor s) \land \cancel{(q \lor \neg q)}$$

$$p \land (p \lor s) \land (p \lor \neg q) \land (q \lor p) \land (q \lor s)$$

$(A \setminus B) \cup (C \setminus B) = (A \cup C) \setminus B$

$\qquad \text{"} \qquad \supseteq \qquad \text{"}$

$\qquad \text{"} \qquad \subseteq \qquad \text{"}$

dimostrando queste cose dimostriamo che i membri sono uguali

$(\subseteq)$ $x \in (A \setminus B) \cup (C \setminus B) \Rightarrow x \in A$ e $x \notin B$ oppure $x \in C$ e $x \notin B$ $\Rightarrow x \in A \cup C$ e $x \notin B \Rightarrow x \in (A \cup C) \setminus B \Rightarrow (A \setminus B) \cup (C \setminus B) \subseteq (A \cup C) / B$

$(\supseteq)$ $x \in (A \cup C) \setminus B \Rightarrow x \in A \cup C$ e $x \notin B \Rightarrow x \in A$ e $x \notin B$ oppure $x \in C$ e $x \notin B \Rightarrow x \in A \setminus B$ oppure $x \in C \setminus B \Rightarrow$ $x \in (A \setminus B) \cup (C \setminus B) \Rightarrow (A \cup C) \setminus B \subseteq (A \setminus B) \cup (C \setminus B)$

esprimono lo stesso concetto quindi la formula iniziale è vera

---

$(A \setminus C) \cap (B \setminus C) \cap (A \setminus B) = \emptyset$

Supponiamo $\exists x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C) \cap (A \setminus B)$

se $x \in A \setminus C \Rightarrow x \in A$

se $x \in B \setminus C \Rightarrow x \in B$

però $x \notin (A \setminus B)$ quindi

$\nexists \Rightarrow \exists x \in (A \setminus C) \cap (B \setminus C) \cap (A \setminus B)$

per assurdo

Questi tipo di esercizi si possono risolvere con le tavole di verità

$A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$

$A \Delta B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

OR

A	B	C	$B \setminus C$	$C \setminus B$	$B \Delta C = (B \setminus C) \cup (C \setminus B)$	S_1: $A \setminus (B \Delta C)$	S_2: $(B \Delta C) \setminus A$	$S_1 \cup S_2$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	1

A	B	C	$A \setminus B$	$B \setminus A$	$A \Delta B$	S_1: $C \setminus (A \Delta B)$	S_2: $(A \Delta B) \setminus C$	$S_1 \cup S_2$: $(A \Delta B) \Delta C$
0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	1	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0	1	0	1

Le colonne evidenziate sono uguali quindi l'equivalenza $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$ è stata dimostrata