

Studio di Linguaggi pag 25

alfabeto, stringhe, linguaggio

Definizione: un insieme finito non vuoto Σ di simboli (o caratteri) prende il nome di **alfabeto**

ALFABETO BINARIO $\Sigma = \{0, 1\}$

Definizione: Dato un alfabeto Σ , denotiamo con $\langle \Sigma^*, 0, \varepsilon \rangle$ il monoid libero definito su Σ . Questo monoid libero viene chiamato anche monoid sintattico

Definizione:

- Σ^* è l'insieme delle stringhe formabili usando le lettere di Σ
- ε è una stringa vuota $\in \Sigma$ e Σ^*

Se la stringa x è formata da caratteri $\in \Sigma$ allora $x \in \Sigma^*$
 x stringa su $\Sigma \Rightarrow x \in \Sigma^*$

Dato $a \in \Sigma$ e $x \in \Sigma^*$ allora $ax \in \Sigma^*$

Monoid sintattico

$\langle \Sigma^*, 0, \varepsilon \rangle$

$x \in \Sigma^*$ x è una stringa

$0: \Sigma^* \cdot \Sigma^* \Rightarrow \Sigma^*$ operazione di concatenazione

ε è la parola vuota = elemento neutro

$\forall x \in \Sigma^* \Rightarrow x \cdot \varepsilon = \varepsilon \cdot x = x$

Definiamo e indichiamo $| \quad |$ la lunghezza di una parola

$|\varepsilon| = 0 \rightarrow$ lunghezza di ε

se $x \in \Sigma^* \Rightarrow |x|$ la lunghezza di x

x^h = \bar{x} è una concatenazione di x , h volte $\rightarrow x \dots x$
 x^0 = altro modo per indicare le parole vuote

L'operazione di concatenazione non gode delle proprietà commutative infatti

$$\forall x, y \in \Sigma^* \Rightarrow x \circ y \neq y \circ x$$

Notazione

Per convenzione i caratteri di Σ si rappresentano con le prime lettere minuscole, le stringhe di Σ^* si rappresentano con le ultime lettere dell'alfabeto

Definizione: Dato un alfabeto Σ , si definisce linguaggio un qualunque sottoinsieme di Σ^* e lo indichiamo con $L \subseteq \Sigma^*$

In generale poiché $\Sigma \subseteq \Sigma^*$, possiamo dire che un alfabeto è e sue volte un linguaggio

Λ è un linguaggio vuoto ovvero $\Lambda = \emptyset$ con $\Lambda \subseteq \Sigma^*$

Osservazione

$$\Lambda \neq \{\epsilon\}$$

↑ parola vuota / elemento neutro

Esempio:

se $\Sigma = \{a, b\}$? $\Rightarrow a, b \in \Sigma^* \rightarrow$ dato questo alfabeto dove contiene le stringhe "aa"? $\rightarrow a \circ a \in \Sigma^*$

$\epsilon \in \Sigma^*$ per definizione
 $a \in \Sigma$ per definizione } quindi $a \circ \epsilon \in \Sigma^* \Rightarrow a \in \Sigma^*$

Per definizione di Σ^*

Analogamente

$a \cdot a \in \Sigma^*$ perché $\Rightarrow a \in \Sigma^* \Rightarrow a \cdot a \in \Sigma^*$

Infine

se $b \in \Sigma$

Per definizione

$a \cdot a \in \Sigma^* \Rightarrow a \cdot a \cdot b \in \Sigma^*$

Operazioni sui linguaggi Pg 27

Noti 2 linguaggi L_1 e L_2 sono definite delle operazioni "insiemistiche"

Operazioni binarie

- intersezione
- unione
- concatenazioni

Operazioni unarie

- Complemento
- Iterazione

Definizione: l'intersezione tra due linguaggi L_1 e L_2 è un linguaggio $L_1 \cap L_2$ costituito da parole di L_1 e di L_2 cioè:

$$L_1 \cap L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$$

Definizione: l'unione di due linguaggi L_1 e L_2 è un linguaggio $L_1 \cup L_2$ costituito da parole che stanno in L_1 e in L_2 cioè: $L_1 \cup L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \vee x \in L_2\}$

Definizione: il complemento di un linguaggio è un linguaggio $\bar{L}_1 = \Sigma^* / L_1$ è costituito dalle parole appartenenti a Σ^* ma non a L_1 cioè: $\bar{L}_1 = \{x \in \Sigma^* \mid x \notin L_1\}$

Definizione: la concatenazione di due linguaggi L_1 e L_2 è il linguaggio $L_1 \circ L_2$ delle parole costituite dalla concatenazione di una stringa di L_1 e di una stringa di L_2

$$L_1 \circ L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid \exists y_1 \in L_1, \exists y_2 \in L_2 (x = y_1 \circ y_2)\}$$

Definizione peresice

L_1 e L_2 sottoinsiemi di Σ^* e denotiamo concatenazione

$$L_1 \cdot L_2 \rightarrow L_1 \cdot L_2 = \{x_1 \cdot x_2 \mid x_1 \in L_1, x_2 \in L_2\}$$

non gode delle proprietà commutative

$$L_1 \cap \Lambda = \Lambda$$

$$L \circ \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} \circ L = L$$

$$L_1 \cup \Lambda = L_1$$

$$L \circ \Lambda = \Lambda \circ L = \Lambda$$

Esempio

$$L_1 = \{ \text{Astro}, \text{Fisio} \}$$

$$L_2 = \{ \text{logie}, \text{nomie} \}$$

$$L_1 L_2 = \{ \text{Astrologie}, \text{Astroonomie}, \text{Fisiologia}, \text{Fisiologia} \}$$