$\lambda x.M$ FUNZ. ANONIMA O ASTRAZIONE

TERMINE

AMBIENTE DELL'ABLAZIONE

VARIABILE LIMITATA $BV(M)$

VARIABILE LIBERA $FV(M)$

$M[L \backslash x]$

x viene rimpiazzata da L

$M = y$

$M = PQ$

M LAMBDA ABLAZIONE

NOZIONE DI ALPHA - CONVERTIBILITÀ

Termini che differenziano solo per il nome della variabile limitata sono da considerare identici

NOZIONE DI IDENTITÀ = α - convertibilità

$$\lambda z.z =_\alpha \lambda x.x$$

Possiamo dire "formalmente" che due termini sono α - convertibili quando uno può essere ottenuto da un altro semplicemente rinominando la variabile limitata

ESEMPIO

$$\lambda z.((\lambda t.tz)z)\,z$$

Tutte le variabili eccetto z son limitate, ossia possiamo rinominarle con α - convertibilità

z è libera, non è possibile rinominarla senza modificare il senso di tutto il termine.

TEORIA DELLA β-riduzione

Formalizziamo la nozione di "step base di computazione"

Se consideriamo una funzione applicata ad un argomento, questa applicazione è sostituita dal corpo della funzione nella quale il parametro formale è sostituito da un argomento attuale.

Se chiamiamo **redex** ogni termine della forma $(\lambda x.M)N$

↳ reducible expression = espressione riducibile

e chiamiamo $M[N/X]$ **contratto** per performare la computazione (step base)

La computazione step base su un termine P significa che P contiene un sottotermine il quale è un redex e che tale redex è sostituito dal contratto.

Se avviene questo diciamo che è stata applicata una β-riduzione sul redex

redex = ESPRESSIONE RIDUCIBILE

↳ è una parte di un'espressione su cui si può applicare una regola di riscrittura.

LA RELAZIONE CHE INTERCORRE TRA LA REDEX e IL LORO CONTRATTO È CHIAMATA β - RIDUZIONE

$\lambda z.z =_\alpha \lambda x.x$

DEFINIZIONE DI β - RIDUZIONE

$$(\lambda x.M)N \xrightarrow[\beta]{} M[N/x]$$

In generale diciamo che un generico termine P si riduce in uno step ad un termine Q, se Q può essere ottenuto da P rimpiazzando un sottotermine di P della forma $(\lambda x.M)N$ con $M[N/x]$

$N=2$

$\downarrow$

x^*x

ESEMPIO: $(\lambda x.\, x^*x)2 \xrightarrow[\beta\text{-riduzione}]{} 2^*2 \rightarrow 4$ → computazione di step base

$M \to N$: M si riduce ad N esattamente in uno step di riduzione

$M \twoheadrightarrow N$: $M \to M_1 \to M_2 \to \dots \to M_K \equiv N \quad (K \geq 0)$

ESEMPIO

$((\lambda z.(zy))(\lambda x.x) \twoheadrightarrow y$

ESEMPIO

$(\lambda x.x)y$ NON È UNA FORMA NORMALE

MA HA UNA FORMA NORMALE

NORMALIZZAZIONE E POSSIBILITÀ DI NON TERMINAZIONE

DEF.

Se un termine non contiene β-redex è detto FORMA NORMALE

↳ un'espressione riducibile tramite β

ESEMPIO

$\lambda xy.y$ $\quad$ xyz FORMA NORMALE

UN TERMINE È DETTO AVERE UNA FORMA NORMALE SE SI PUÒ RIDURRE AD UN TERMINE IN FORMA NORMALE