ESAME DI ALGORITMI
Università degli Studi di Catania
Corso di Laurea Triennale in Informatica
27 gennaio 2025

Si risolvano i seguenti esercizi in un tempo non superiore a 3 ore. Si abbia cura di consegnare la risoluzione dei primi 4 esercizi in un foglio (FOGLIO A) separato da quello utilizzato per la consegna degli ultimi due esercizi (FOGLIO B).
Gli studenti delle vecchie coorti che devono sostenere solo il modulo di Algoritmi dovranno risolvere gli esercizi 1, 2, 3, 5 e 6 (tempo 2 ore). Gli studenti che devono sostenere solo il modulo di Laboratorio dovranno risolvere l'esercizio 4 (tempo un'ora).

——— FOGLIO A ———

1. Si supponga di operare su di un Min-Heap inizialmente vuoto, inserendo le seguenti 13 chiavi, nell'ordine dato: $\langle 10, 18, 16, 18, 14, 13, 21, 12, 7, 5, 3, 1, 2\rangle$. Si fornisca la configurazione (fornisca l'albero) del Min-Heap dopo ciascuna delle 13 operazioni di inserimento. Indicare infine quale sarebbe la configurazione della struttura dati dopo un'operazione di estrazione del minimo.

2. Si supponga di operare su di un albero Rosso-Nero inizialmente vuoto. Nello specifico, si supponga di inserire le seguenti 15 chiavi, nell'ordine dato: $\langle 3, 16, 5, 24, 28, 2, 4, 8, 13, 26, 10, 14, 11, 9, 15\rangle$. Si fornisca la configurazione dell'albero rosso-nero dopo ciascuna delle 15 operazioni.

3. Si fornisca lo pseudo-codice (o il codice in linguaggio `C/C++`) dell'algoritmo DIJKSTRA e di tutte le sue procedure ausiliarie (BUILD-HEAP, HEAPIFY, EXTRACT). Indicare anche la complessità computazionale delle procedura fornita, motivandone la risposta.

——— FOGLIO B ———

4. Si consideri l'equazione di ricorrenza
$$T(n) = aT\left(\frac{n}{4}\right) + 2n^2 \log n. \tag{1}$$
Si risolva l'equazione (1) al variare del parametro reale $a \geq 1$, utilizzando il metodo Master. Si stabilisca inoltre per quali valori di a la soluzione $T(n)$ all'equazione (1) soddisfa le seguenti condizioni
$$\text{(i.) } T(n) = \Theta\left(n^2\right) \qquad \text{(ii.) } T(n) = \mathcal{O}\left(n^3\right) \qquad \text{(iii.) } T(n) = o\left(n^2 \log(n)\right).$$

5. Si dimostri che ACTIVITY SELECTION PROBLEM gode della proprietà della scelta greedy.

6. Si mostri l'esecuzione dell'algoritmo di Bellman-Ford sul grafo orientato pesato in figura e usando il vertice sorgente s. Ad ogni iterazione, si rilassino gli archi nell'ordine $(u,t), (u,v), (t,v), (s,t), (s,u)$ e si mostri come cambiano i valori degli attributi d e π per ogni vertice. Si dica se l'algoritmo restituisce TRUE o FALSE, e nel primo caso si disegni l'albero dei cammini minimi ottenuto.