STUDIO DI LINGUAGGI

ALFABETO, STRINGA, LINGUAGGIO

DEFINIZIONE: Un insieme finito non vuoto Σ di simboli (o caratteri) $a \in \Sigma$ prende il nome di alfabeto

ALFABETO BINARIO $\Sigma = \{0, 1\}$

$\Sigma = \{A, \dots, Z, a, \dots, z, +, -, *, \dots, =, 0, \dots, 9\}$ "tastiera"

DEFINIZIONE: Dato un alfabeto Σ, denotiamo con $\langle \Sigma^*, \circ, \varepsilon \rangle$ il MONOIDE LIBERO definito su Σ.

Questo MONOIDE LIBERO viene chiamato anche MONOIDE SINTATTICO

DEF. Σ^* l'insieme delle stringhe o parole dove

x stringa su $\Sigma \Rightarrow x \in \Sigma^*$

Σ alfabeto

ε è una stringa su Σ e $\boxed{\varepsilon \in \Sigma^*}$

$a \in \Sigma \Rightarrow \begin{matrix} a \in \Sigma \\ x \in \Sigma^* \end{matrix} \Rightarrow xa \in \Sigma^*$

CARATTERE

MONOIDE SINTATTICO $(V,+,\cdot)$

$\langle \Sigma^*, \circ, \varepsilon \rangle$

$x \in \Sigma^*$ x è una stringa

$\circ : \Sigma^* \times \Sigma^* \to \Sigma^*$ OPERAZIONI DI CONCATENAZIONE

ε è la parola vuota := elemento neutro

$\forall x \in \Sigma^* \Rightarrow x \circ \varepsilon = \varepsilon \circ x = x$

DEFINIAMO E INDICHIAMO $|\ |$ LA LUNGHEZZA DI UNA PAROLA

$|\varepsilon| = 0$ se $x \in \Sigma^* \Rightarrow |x|$ LA lunghezza di x

x^h : una CONCATENAZIONE DI x, h VOLTE $\underbrace{x \cdot x \cdot \ldots \cdot x}_{x \text{ VOLTE}}$

L'OPERAZIONE DI CONCATENAZIONE NON GODE DELLA PROPRIETÀ COMMUTATIVA

$\forall x \in \Sigma^* \; \forall y \in \Sigma^* \Rightarrow x \circ y \neq y \circ x$

x^0 altro modo per indicare la parola vuota

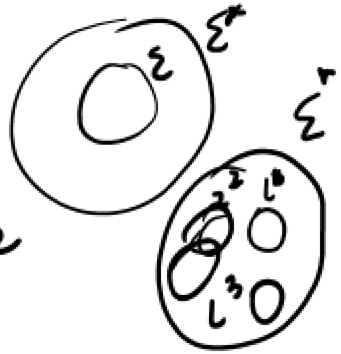
NOTAZIONE :

CARATTERI Σ $\qquad$ PAROLE Σ^* $\qquad$ ε elemento neutro

$\updownarrow$ $\qquad$ $\updownarrow$

$a, b, c, d \ldots$ $\qquad$ x, y, z

le prime lettere dell'alfabeto $\qquad$ le ultime lettere dell'alfabeto



Σ^* $\quad a \in \Sigma \Rightarrow a \in \Sigma^*$

$a \in \Sigma^* \not\Rightarrow a \in \Sigma$

$\Lambda = \emptyset \qquad \{\varepsilon\} \neq \emptyset$

DEFINIZIONE Dato un alfabeto Σ, si definisce linguaggio un qualsivoglia sottoinsieme di Σ^* e lo indichiamo con $L \subseteq \Sigma^*$

IN GENERALE poiché $\Sigma \subseteq \Sigma^*$, possiamo dire che un alfabeto è a sua volta un linguaggio

Λ È LINGUAGGIO VUOTO $\qquad \Lambda \subseteq \Sigma^* \Rightarrow$ RAPPRESENTA IL LINGUAGGIO VUOTO "INSIEME"

$\Lambda = \emptyset \qquad \varepsilon \in \Sigma^* \not\Rightarrow \Lambda$

$\boxed{\Lambda \neq \{\varepsilon\}}$

$\emptyset \neq \{\varepsilon\}$ SINGOLETTO

OSSERVAZIONE:

$\Lambda \neq \{\varepsilon\}$

!

ESEMPIO

se $\Sigma = \{a, b\}$ $\stackrel{?}{\Rightarrow}$ $aab \in \Sigma^*$ $\qquad$ $baa \in \Sigma^*$

$\varepsilon \in \Sigma^*$ PER DEFINIZIONE

$a \in \Sigma$ PER DEFINIZIONE

QUINDI $a \circ \varepsilon \in \Sigma^*$ PER DEFINIZIONE DI Σ^* $\Rightarrow$ $a \cdot \varepsilon \in \Sigma^*$ $\qquad$ $\underbrace{a \cdot \varepsilon}_{\in \Sigma^*} = a^{\in \Sigma^*}$

el neutro

$a \in \Sigma^*$

ANALOGAMENTE

$a \cdot a \in \Sigma^*$ perché $a \in \Sigma^*$, $a \in \Sigma$ $\Rightarrow$ $a \cdot a \in \Sigma^*$

INFINE

se $b \in \Sigma$ PER DEFINIZIONE $\qquad$ $\underbrace{a \cdot a}_{aa} \in \Sigma^*$ $\longrightarrow$ $a \cdot a \cdot b \in \Sigma^*$

$\Sigma = \{a, b\} \Rightarrow aab$

OPERAZIONI SU LINGUAGGI P.27

DATI DUE LINGUAGGI L_1 L_2 su di essi posso definire delle operazioni "insiemistiche"

OPERAZIONI BINARIE

- INTERSEZIONE
- UNIONE
- CONCATENAZIONE

OPERAZIONI UNARIE

- COMPLEMENTO
- ITERAZIONE

$$L_1 \cap \Lambda = \Lambda$$

$$L_1 \cup \Lambda = L_1$$

DEFINIZIONE

L'INTERSEZIONE TRA DUE LINGUAGGI L_1 e L_2 è un LINGUAGGIO $L_1 \cap L_2$ costituito da parole di L_1 e di L_2 cioè:

e

$$L_1 \cap L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$$

DEFINIZIONE L'UNIONE DI DUE LINGUAGGI L_1 e L_2 è un linguaggio $L_1 \cup L_2$ costituito da parole che stanno in L_1 o in L_2 cioè:

$$L_1 \cup L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \vee x \in L_2\}$$

o

DEFINIZIONE DI COMPLEMENTO

Il complemento di un linguaggio è un linguaggio $\overline{L_1} = \Sigma^* / L_1$ ed è costituito dalle parole appartenenti a Σ^* ma non a L_1 cioè $L_1 \subseteq \Sigma^*$

$$\overline{L_1} = \{ x \in \Sigma^* \mid x \notin L_1 \}$$

DEFINIZIONE DI CONCATENAZIONE

LA CONCATENAZIONE DI DUE LINGUAGGI L_1 e L_2 è il linguaggio $L_1 \circ L_2$ delle parole costituite dalla contenazione di una stringa di L_1 e di una stringa di L_2

$$L_1 \circ L_2 = \{ x \in \Sigma^* \mid \exists y_1 \in L_1 \,,\, \exists y_2 \in L_2 \; (x = y_1 \circ y_2) \}$$

DEFINIZIONE GENERICA DI CONCATENAZIONE

L_1 e L_2 sottoinsiemi di Σ^* e denotiamo concatenazione $L_1 \cdot L_2$

$$L_1 \cdot L_2 = \{ x_1 \cdot x_2 \mid x_1 \in L_1 \,,\, x_2 \in L_2 \}$$

NON GODE PROP. COMMUTATIVA

$L_1 = \{ASTRO, FISIO\}$ $\quad$ $L_2 = \{LOGIA, NOMIA\}$

$L_1 L_2 = \{ASTROLOGIA, ASTRONOMIA, FISIOLOGICA, FISIONOMIA\}$

$L \circ \{\varepsilon\} = \{\varepsilon\} \circ L = L$

$L \circ \Lambda = \Lambda \circ L = \Lambda$

$\{\varepsilon\} \subseteq \Sigma^*$

LINGUAGGI