

ESAME DI ALGORITMI
Università degli Studi di Catania
Corso di Laurea Triennale in Informatica
15 settembre 2025

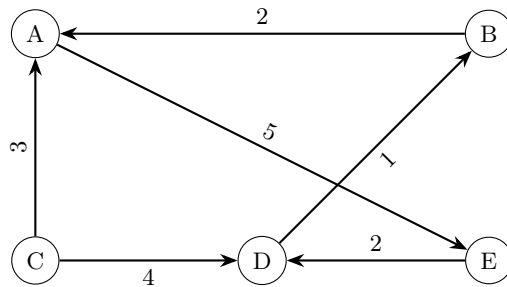
Si risolvano i seguenti esercizi in un tempo non superiore a 3 ore. Si abbia cura di consegnare la risoluzione dei primi 3 esercizi in un foglio (FOGLIO A) separato da quello utilizzato per la consegna degli ultimi 3 esercizi (FOGLIO B). Gli studenti delle vecchie coorti che devono sostenere solo il modulo di Algoritmi dovranno risolvere gli esercizi 1, 2, 3, 5 e 6 (tempo 2 ore). Gli studenti che devono sostenere solo il modulo di Laboratorio dovranno risolvere l'esercizio 3 (tempo un'ora).

—— FOGLIO A ——

1. Fornire lo pseudo-codice di una procedura ricorsiva che, preso in input il nodo radice di un albero rosso-nero, sia in grado di stampare le chiavi di tutti i nodi dell'albero, in ordine crescente, indicando anche il colore. NOTA: per ogni nodo dovrà essere stampata una coppia (k, c) valore-colore.
2. Si fornisca un funzione ricorsiva, $\text{HeapInsert}(A, k)$, che preso in input un Max-Heap A (rappresentato come un array) e un valore k , inserisca k all'interno del Max-Heap mantenendo la proprietà dell'ordinamento parziale. La procedura dovrà avere una complessità logaritmica.
3. Scrivere lo pseudo-codice di una funzione che, prese in input m liste ordinate, restituisca in output la lista ordinata contenente tutti e soli gli n elementi delle liste ricevute in input (n è il numero totale di elementi contenuti nelle m liste).
NOTA: La soluzione diretta prevede l'inserimento di tutti gli elementi in un unico array e il suo successivo ordinamento. Tale soluzione ha una complessità pari a $O(n \log(n))$. La procedura fornita dovrà invece avere una complessità pari a $O(n \log(m))$.

—— FOGLIO B ——

4. Si risolva l'equazione di ricorrenza $T(n) = aT\left(\frac{n}{7}\right) + \log n$, al variare del parametro reale $a \geq 1$ utilizzando il metodo Master. Si stabilisca inoltre per quali valori del parametro a le seguenti condizione sono soddisfatte dalla soluzione $T(n)$:
(i) $T(n) = \omega(1)$; (ii) $T(n) = \Theta(n \log n)$; (iii) $T(n) = O(n)$.
5. Si scriva la formula ricorsiva utilizzata dall'algoritmo (FASTER) ALL PAIRS SHORTEST PATHS basato sulla moltiplicazione di matrici e si simuli tale algoritmo per trovare la tabella (matrice) dei cammini minimi tra tutte le coppie di vertici del grafo in figura di cui si richiede la matrice di adiacenza.



6. Si definisca la proprietà di sottostruttura ottima, si scriva la formula ricorsiva utilizzata per risolvere il problema LONGEST COMMON SUBSEQUENCE (LCS) impiegando la programmazione dinamica e si enunci il teorema che afferma che questo problema gode della proprietà di sottostruttura ottima (non si richiede la dimostrazione del teorema).