ESEMPIO

DATO ALFABETO $\Sigma = \{a, b\}$, l'insieme $L_3 = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$ è un linguaggio è composto da tutte le stringhe costruite dalla concatenazione di un certo numero di a, seguito dalla concatenazione dello stesso numero di b

$a^0 b^0 = \varepsilon \notin L_3$ $\quad$ $a^2 b^2 = ab\cancel{ab}$ $\quad$ $a^2 b^2 = aabb$

$a^3 b^3 = aaabbb$

INTERSEZIONE: $L_1 \cap L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \wedge x \in L_2\}$

UNIONE: $L_1 \cup L_2 = \{x \in \Sigma^* \mid x \in L_1 \vee x \in L_2\}$

COMPLEMENTO: $\bar{L_1} = \{x \in \Sigma^* \mid x \notin L_1\}$

concatenazione (generale)

$L_1 \cdot L_2 = \{x_1 x_2 \mid x \in L_1, x \in L_2\}$

DEFINIZIONE

La potenza L^h di un linguaggio è definita come $L^h = L^1 \circ L^{h-1}$ $h \geq 1$

con la convenzione che $L^0 = \{\varepsilon\}$

$L \subseteq \Sigma^*$ con $h \geq 0$

OSSERVAZIONE

L'INSIEME DELLE STRINGHE DI LUNGHEZZA h SULL'ALFABETO Σ

e lo indichiamo con Σ^h

Σ^*

DEFINIZIONE

stella di Kleene

LINGUAGGIO INFINITO

Il linguaggio L^* viene definito come $L^* = \bigcup_{h=0}^{\infty} L^h$ $L^* = L^0 \cup L^1 \cup L^2 \cup \ldots \infty$

L^* PRENDE IL NOME DI CHIUSURA RIFLESSIVA del linguaggio L rispetto all'operazione di concatenazione

NOTIAMO

$L, \varepsilon \in L^*$

$\Lambda' \neq \{\varepsilon\}$

$\updownarrow$

$L^0 = \{\varepsilon\}$

$\Lambda^0 = \{\varepsilon\} = \Lambda^*$

ESEMPIO

$L = \{\underline{a}a\} \Rightarrow L^* = \{a^{2n} \mid n \geq 0\}$

$$L = \bigcup_{h=0}^{\infty} L^h = \bigcup_{h=0}^{\infty} \{aa\}^h = \bigcup_{h=0}^{\infty} \{a^2\}^h$$

$$= \bigcup_{h=0}^{\infty} \{a^{2h}\}$$

ESEMPIO

$L_1 = \{BIS\}$ $\quad L_2 = \{NONNO\}$

OTTENERE $\quad L_1^* L_2 = \{\underset{h=0}{NONNO}, \underset{h=1}{BISNONNO}, \underset{h=2}{BISBISNONNO} \dots\}$

$$\underbrace{L_1^* = \bigcup_{h=0}^{\infty} L_1^h} \cdot L_2$$

DEFINIZIONE

Si indica con L^+ la chiusura (non riflessiva) POSITIVA definita da

$\varepsilon \in \Sigma^*$

$$L^+ = \bigcup_{h=1}^{\infty} L^h$$

$$\boxed{L^* = L^+ \cup \{\varepsilon\}}$$

$$\Sigma^* = \Sigma \cup \{\varepsilon\}$$

OSSERVAZIONI

- $\varepsilon \in L^*$ PER DEFINIZIONE
- $\varepsilon \in L^+ \Rightarrow \varepsilon \in L$, $\varepsilon \in L \Rightarrow \varepsilon \in L^+$ $\Leftrightarrow$
- $\Lambda^+ = \Lambda$
- $L^* = L^+ \cup \{\varepsilon\}$ ma $L^+ \neq L^* \setminus \{\varepsilon\}$

se $\varepsilon \in L^+$ se ci fosse l'uguaglianza allora anche $L^* \setminus \{\varepsilon\}$ dovrebbe contenere ε

← ma per costruzione $\varepsilon \notin L^* \setminus \{\varepsilon\}$

Se $L = \{ab, bb\}$

$L = \{a, b\}$

$L^2 = L^1 \circ L^{2-1} = L^1 \circ L^1 = \{abab, bbbb, bbab, abbb\}$

$L^1 = L^{1-1} \circ L^1 = \{\varepsilon\} L^1 = L^1 = \{ab, bb\}$

$L^3 = L^{3-1} \circ L^1 = \dots$

$L \circ L^{\cancel{h}^{3}-1} = L \circ L^{3-1}$

$L_1^* = \{\varepsilon\}^* = \{\varepsilon\}^0 \cup \{\varepsilon\}^1 \cup \{\varepsilon\}^2 = \{\varepsilon\}$

CASO FINITO DI L^*

$L_1 = \{\varepsilon\}$

LINGUAGGI REGOLARI (CAPITOLO 3)

I metodi per rappresentare in modo FINITO i linguaggi:

- RICONOSCITIVI: metodi che prendono in input una stringa e ci dicono se essa appartiene al linguaggio oppure no. La stringa viene definita con un numero finito di elementi detti RICONOSCITORI
- GENERATIVI: metodi che partono da un simbolo iniziale e un'insieme finito di regole e da lì si generano tutte le stringhe del linguaggio detti GRAMMATICHE

RICONOSCITORE

Strumento che riconosce insiemi di stringhe.
Deve avere un nastro su cui prende in input una stringa e
ci può scrivere sopra. Esso è diviso in celle con un simbolo ciascuna
dell'alfabeto Σ di partenza. Il simbolo di BLANK indica la
mancanza di un elemento nella cella ϕ. Il nastro è infinito,
in entrambe le direzioni, c'è la testina di lettura e/o scrittura che
lavora su una cella del NASTRO alla volta e si muove avanti e indietro
una cella alla volta.
Il riconoscitore può essere definito tramite gli stati che cambiano
nel tempo.
Un riconoscitore ha una serie di regole che lo guidano nei movimenti
e negli stati, tramite la FUNZIONE DI TRANSIZIONE DEL RICONOSCITORE.

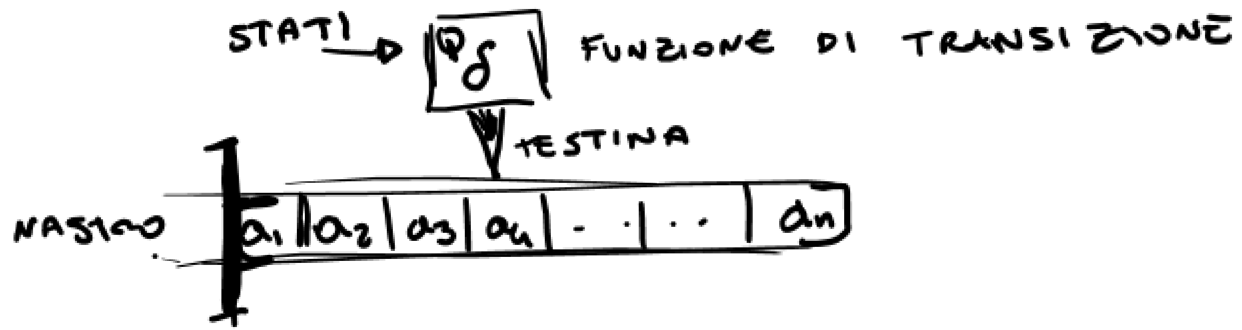
Ad ogni momento della computazione soltanto un numero finito di celle conterrà simboli diversi dal simbolo BLANK.

In questo caso parleremo di NASTRO INFINITO PERCHÉ LA CELLA VUOTA ci potrebbe servire durante la computazione e non posso occupare le celle del nastro perché esso deve poter contenere stringhe di qualsiasi lunghezza.

Un passo è uno spostamento della testina, un eventuale cambio di stato, una lettura opp. un'eventuale scrittura.

Una configurazione è una "fotografia" del riconoscitore e determina un'istante della computazione. Questa configurazione dipende da una successione di configurazioni che parte da una configurazione "particolare" ed eventualmente termini in un'altra.

Se la configurazione termina
- DI ACCETTAZIONE se LA STRINGA $\in$ al ling.
- DI RIFIUTO se LA STRINGA $\notin$ al linguaggio.



$\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$

ASFD

TIPOLOGIA DI DISPOSITIVO PER IL RICONOSCIMENTO DI LINGUAGGI

AUTOMI A STATI FINITI

ASF

DEFINIZIONE

UN AUTOMA A STATI FINITI DETERMINISTICO (ASFD) è UNA QUINTUPLA $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ dove $\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}$ è l'alfabeto di input, $Q = \{q_0, \dots, q_m\}$ è un insieme finito di stati, $F \subseteq Q$ è un insieme di stati finali non vuoto $(F \neq \emptyset)$, $q_0 \in Q$ è lo stato iniziale e $\delta : Q \times \Sigma \to Q$ è una funzione di transizione che ad ogni coppia di (stato, carattere in input) associa lo stato successivo.

$\delta: Q \times \Sigma \to Q$

TABELLA O MATRICE DI TRANSIZIONE

alle cui righe associo gli stati, alle colonne i caratteri in input e gli elementi rappresentano il risultato dell'applicazione della δ allo stato identificato dalla riga e dal carattere associato alla colonna della tabella

δ	a	b
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_2
q_2	q_2	q_2

$\delta: Q \times \Sigma \to Q$

$(q_0, a) \mapsto q_0$

$(q_1, a) \mapsto q_2$

$(q_2, a) \mapsto q_2$

$(q_0, b) \mapsto q_1$

$(q_1, b) \mapsto q_2$

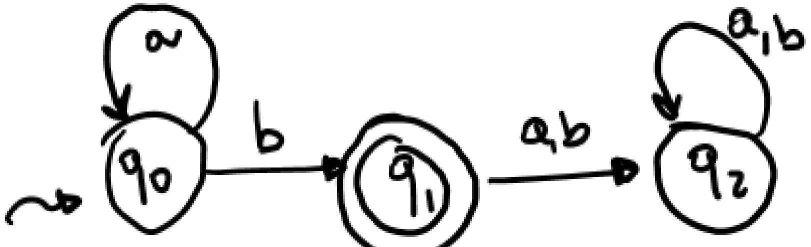
$(q_2, b) \mapsto q_2$

ALTRA RAPPRESENTAZIONE

DIAGRAMMA DEGLI STATI O GRAFO DI TRANSIZIONE:

in cui l'automa è rappresentato mediante un grafo orientato in cui i nodi rappresentano gli stati, mentre gli archi rappresentano le transizioni e sono etichettati con il carattere la cui lettera determina la transizione.

GLI STATI FINALI SONO RAPPRESENTATI DA NODI CON DOPPIO CERCHIO MENTRE QUELLO INIZIALE È INDIVIDUATO TRAMITE UNA FRECCIA



lo stato iniziale q_0, stato attuale

L'AUTOMA AD OGNI PASSO LEGGE IL CARATTERE SUCCESSIVO DELLA STRINGA ED APPLICA LA FUNZ. DI TRANSIZIONE

PRESI GLI INPUT DI δ => SI determina lo stato successivo

TERMINATA LA LETTURA DELLA STRINGA, ESSA VIENE ACCETTATA SE LO STATO ATTUALE È UNO STATO FINALE (CHE APPARTIENE ALL'INSIEME F) altrimenti viene rifiutata

N.B.
SI NOTA CHE UN <u>ASFD</u> TERMINA SEMPRE LE SUE COMPUTAZIONI

DEFINIZIONE: DATO UN AUTOMA A STATI FINITI $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ una <u>configurazione</u> di $\mathcal{A}$ è una coppia $\langle q, x \rangle$ con $q \in Q$, $x \in \Sigma^*$

<u>DEF.</u> Una configurazione $\langle q, x \rangle$ con $q \in Q$ e $x \in \Sigma^*$ di $\mathcal{A}$ è detta:

- INIZIALE se $q = q_0$
- finale se $x = \varepsilon$
- accettante se $x = \varepsilon$ e $q \in F$

LA FUNZIONE DI TRANSIZIONE PERMETTE DI DEFINIRE LA RELAZIONE DI TRANSIZIONE CHE INDICHIAMO CON $\vdash$

$\Downarrow$

tra configurazioni

QUESTA RELAZIONE ASSOCIA AD UNA CONFIGURAZIONE, LA CONFIGURAZIONE SUCCESSIVA, nel seguente modo:

<u>DEF</u>: DATO UN ASFD $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ e due configurazioni (q, x) e (q', y) di $\mathcal{A}$, avremo che $(q, x) \vdash_{\mathcal{A}} (q', y) \Longleftrightarrow$ valgono le due condizioni:

1) $\exists a \in \Sigma$ tale che $x = ay$

2) $\delta(q, a) = q'$

$\vdash_{\mathcal{A}}$ è associata tramite una funzione di transizione dell'ASFD $\mathcal{A}$

ASFD $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ $\quad$ $x \in \Sigma^*$ è accettata da $\mathcal{A} \iff$

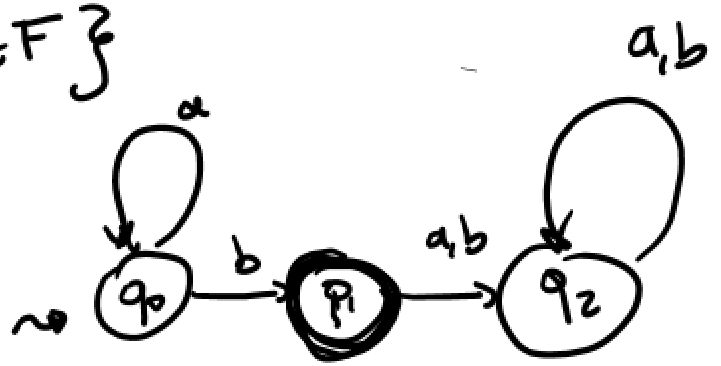
$\langle \Sigma, \{q_0, q_1, q_2\}, \delta, q_0, q_1 \rangle$ $\quad$ $(q_0, x) \vdash^*_{\mathcal{A}} (q, \varepsilon)$ con $q \in F$ e

POSSIAMO DEFINIRE IL <u>LINGUAGGIO RICONOSCIUTO</u>

$$\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \{ x \in \Sigma^* \mid (q_0, x) \vdash^*_{\mathcal{A}} (q, \varepsilon),\ q \in F \}$$

<u>ESEMPIO</u>

STRINGA aab è accettato dall'ASFD $\Longrightarrow$



CONFIGURAZIONE INIZIALE (q_0, aab)

l'automa raggiunge la configurazione di accettazione (q_1, ε)

$$(q_0, aab) \vdash (q_0, ab) \vdash (q_0, b) \vdash (q_1, \varepsilon)$$

leggiamo il a si rimane in q_0,