ASFD

$$L(A) = \{ x \in \Sigma^* \mid (q_0, x) \vdash_{A}^{*} (q, \varepsilon),\ q \in F \}$$

FUNZ. DI TRANSIZIONE ESTESA

DEF. LA FUNZIONE DI TRANSIZIONE ESTESA DI UN AUTOMA A STATI FINITI DETERMINISTICO $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ è la funzione $\bar{\delta} : Q \times \Sigma^* \to Q$ definita:

dove $a \in \Sigma$

$x \in \Sigma^*$

1. $\bar{\delta}(q, \varepsilon) = q$

2. $\bar{\delta}(q, xa) = \delta(\bar{\delta}(q, x), a)$

DATO UNO STATO q ed una stringa di input $x \in \Sigma^*$

lo stato q' è tale che $q' = \bar{\delta}(q, x) \iff$

la computazione eseguita dall'automa a partire da q

conduce l'automa stesso allo stato q'

POSSIAMO SCRIVERE $q' = \bar{\delta}(q, x) \iff \exists y \in \Sigma^*$ tale che

$$(q, xy) \vdash^* (q', y)$$

DI CONSEGUENZA AVREMO UNA STRINGA $x \in \Sigma^*$ è ACCETTATA DA UN ASFD $\iff \underbrace{\bar{\delta}(q_0, x)}_{q'} \in F$

DEF

Il LINGUAGGIO RICONOSCIUTO DA UN AUTOMA A STATI FINITI DETERMINISTICO $\mathcal{A}$ è l'insieme

$$\mathcal{L}(\mathcal{A}) = \{ x \in \Sigma^* \mid \bar{\delta}(q_0, x) \in F \}$$

Se $(q_0, x) \vdash^*_{\mathcal{A}} (q, \varepsilon)$ con $q \in F \Rightarrow \bar{\delta}(q_0, x) \in F$

Se $q' = \bar{\delta}(q, x) \Leftrightarrow \exists y \in \Sigma^* : (q, xy) \vdash^*_{\mathcal{A}} (q', y)$

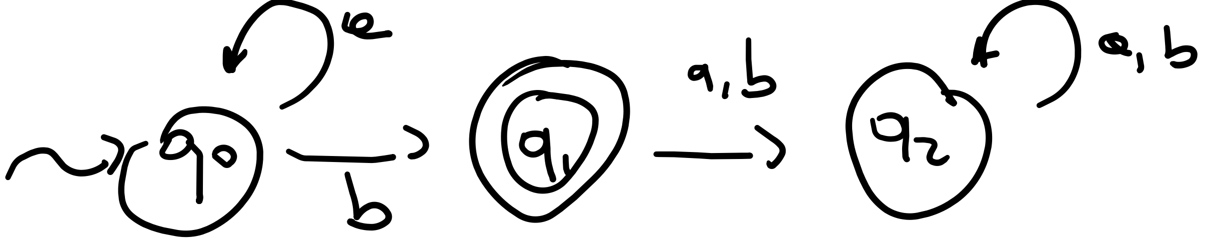
DEF $\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ una configurazione di $\mathcal{A}$ è una coppie (q, x) con $q \in Q$ $x \in \Sigma^*$

Una configurazione $\langle q, x \rangle$ $q \in Q$ ed $x \in \Sigma^*$

- iniziale $q = q_0$
- finale $x = \varepsilon$
- accettante se $x = \varepsilon$ e $q \in F$

P.75

aab è accettata dall'ASFD



$$\bar{\delta}(q_0, aab) \overset{②}{=} \delta(\bar{\delta}(q_0, aa), b) \overset{②}{=}$$

$$= \delta(\delta(\bar{\delta}(q_0, a), a), b) \overset{②}{=} \delta(\delta(\delta(\underbrace{\bar{\delta}(q_0, \varepsilon)}, a), a), b) \overset{①}{=}$$

$$= \delta(\delta(\underbrace{\delta(q_0, a)}_{q_0}, a), b) = \delta(q_0, b) = q_1$$

$\leftarrow$ ②

$q_1 \in F$

① $\bar{\delta}(q, \varepsilon) = q$

② $\bar{\delta}(q, xa) = \delta(\bar{\delta}(q, x), a)$

ASFND

DEF.

UN AUTOMA A STATI FINITI NON DETERMINISTICO (ASFND) è una quintupla

$\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta_N, q_0, F \rangle$ in cui $\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}$ è l'alfabeto

$Q = \{q_0, \dots, q_m\}$ l'insieme finito di stati $Q \neq \emptyset$

$q_0 \in Q$

$F \subseteq Q$ insieme stati finali , $\delta_N : Q \times \Sigma \to \mathcal{P}(Q)$ UNA FUNZIONE PARZIALE

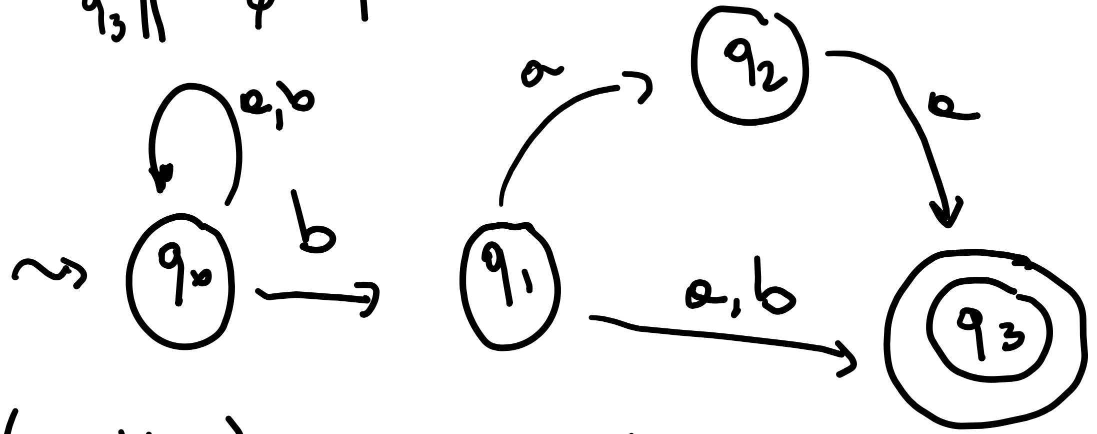
INSIEME DELLE PARTI DI Q

associa ad ogni coppia di $\langle$ stato , carattere $\rangle$

un sottoinsieme di Q

δ_N	a	b
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$

$$\delta_N(q_0, b) = \{q_0, q_1\}$$



GRAFO

ASFND

$(q_0, bb) \vdash (q_1, b) \vdash (q_3, \varepsilon)$

$(\{q_0\}, bba) \vdash (\{q_0, q_1\}, ba) \vdash$

$\vdash (\{q_0, q_1, q_3\}, a) \vdash$

$(\{q_0, q_2, q_3\}, \varepsilon)$

$(q_0, bba) \vdash (q_0, ba) \vdash (q_0, a) \vdash (q_0, \varepsilon)$

$(q_0, bba) \vdash (q_0, ba) \vdash (q_1, a) \vdash (q_2, \varepsilon)$

$(q_0, bba) \vdash (q_0, ba) \vdash (q_1, a) \vdash (q_3, \varepsilon)$

UNA STRINGA x È ACCETTATA SE $(\{q_0\}, x) \vdash^* (I, \varepsilon)$ dove $I \subseteq Q$, $I \cap F \neq \emptyset$

INSIEME DI LINGUAGGIO ACCETTATO

$$\mathcal{L}(A) = \{ x \in \Sigma^* \mid (\{q_0\}, x) \vdash^*_{A_N} (I, \varepsilon), \ I \cap F \neq \emptyset \}$$

$\neq \emptyset$ => implica che almeno uno stato che appartiene ad F deve appartenere ad I = INSIEME DI CONFIGURAZIONI ALLA FINE DELLA COMPUTAZIONE

$$\boxed{(q_1, \varepsilon) \in F}$$

ALBERO DI COMPUTAZIONE

$$\begin{tikzcd}
& & & (q_3, \varepsilon) \\
& & (q_1, a) \arrow[ur] \arrow[r] & (q_2, \varepsilon) \\
& (q_0, ba) \arrow[ur] \arrow[r] & (q_0, a) \arrow[r] & (q_0, \varepsilon) \\
(q_0, bba) \arrow[ur] \arrow[dr] & & & \\
& (q_1, ba) \arrow[r] & (q_3, a) &
\end{tikzcd}$$

DEF.

DATO UN ASFND, LA FUNZ. DI TRANSIZIONE ESTESA È LA FUNZIONE $\bar{\delta}_N : Q \times \Sigma^* \rightarrow \mathcal{P}(Q)$ definita:

1. $\bar{\delta}_N(q, \varepsilon) = \{q\}$
2. $\bar{\delta}_N(q, xa) = \bigcup_{p \in \underbrace{\bar{\delta}_N(q,x)}} \delta_N(p, a)$ → INSIEME DEGLI STATI

$a \in \Sigma$
$x \in \Sigma^*$
$p \in Q$

DATO UNO STATO q ED UNA STRINGA DI INPUT x, lo stato q' appartiene all'insieme $\bar{\delta}_N(q,x) \Leftrightarrow$ esiste una computazione dell'automa la quale, a partire da q e da x conduce a q'

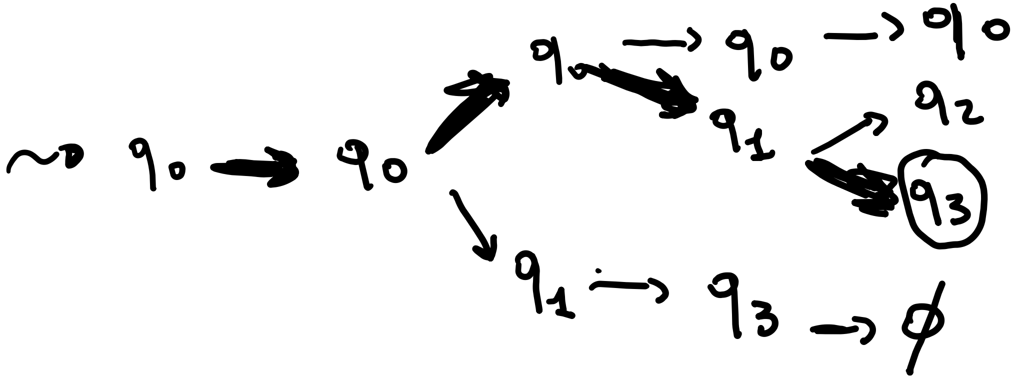
LINGUAGGIO ACCETTATO DA ASFND A_N $L(A_N) = \{x \in \Sigma^* \mid \bar{\delta}_N(q_0, x) \cap F \neq \emptyset\}$

$\Sigma = \{a, b\}$ definito parole terminanti con bb o ba opp baa

AN $\quad Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\} \quad F = \{q_3\} \quad \delta_N$

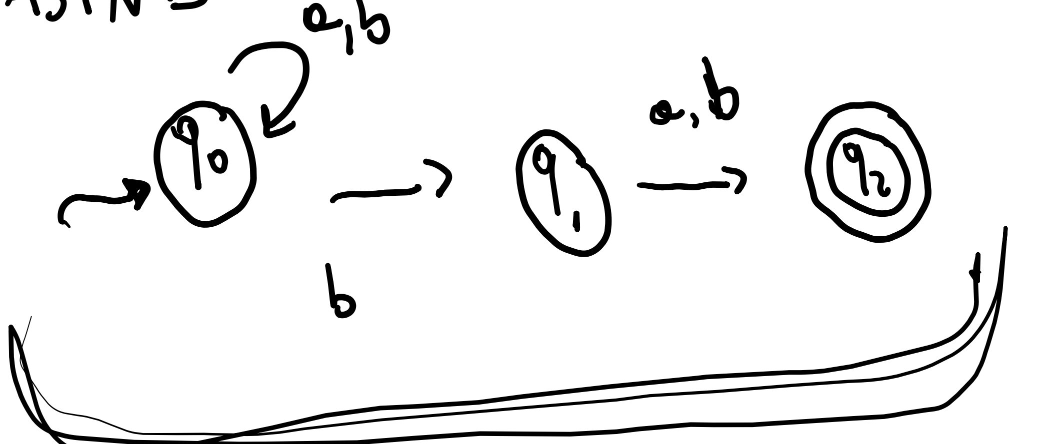
P. 81

Consideriamo abba cosa possiamo dire?



3.9

ASFND



$\Longleftrightarrow \quad \{q_0\} \xrightarrow{b} \{q_0, q_1\}$

RELAZIONI TRA ASFD E ASFND

TEOREMA: DATO UN ASFD CHE RICONOSCE UN LINGUAGGIO L, ESISTE IL CORRISPONDENTE ASFND CHE RICONOSCE LO STESSO LINGUAGGIO L; VICEVERSA DA UN ASFND CHE RICONOSCE UN LINGUAGGIO L' ESISTE UN ASFD CHE RICONOSCE LO STESSO LINGUAGGIO L'. (NO DIM)

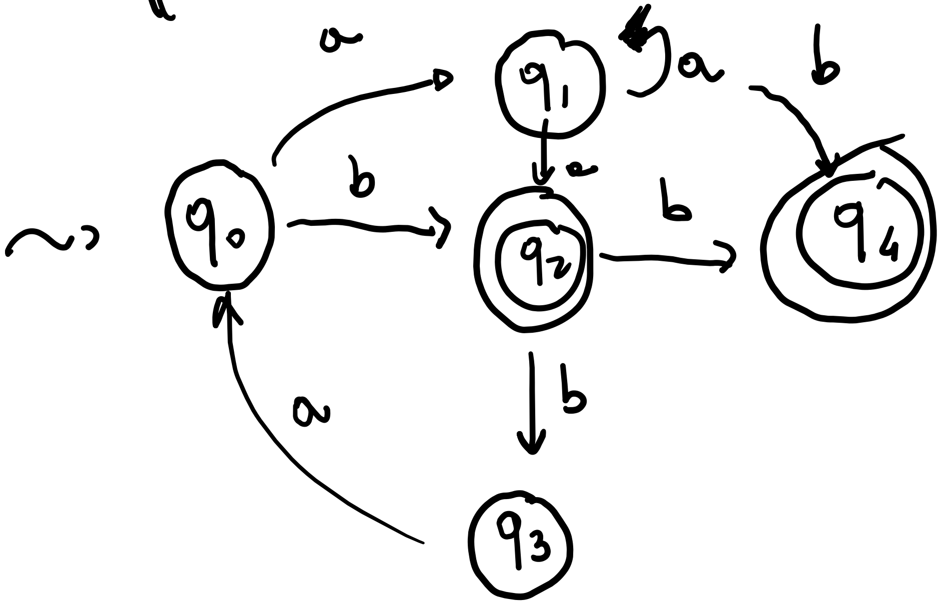
DIMOSTRAZIONE PER COSTRUZIONE DI SOTTOINSIEMI.

TEOREMA: DATA UNA GRAMMATICA REGOLARE $G = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$ ESISTE UN ASFND $A_N = \langle \Sigma, Q, \delta_N, q_0, F \rangle$ che riconosce il linguaggio che essa genera. Viceversa dato un ASFND esiste una grammatica regolare che genera il linguaggio che esso riconosce.

LINGUAGGIO DEFINITO DALL'ESPRESSIONE REGOLARE

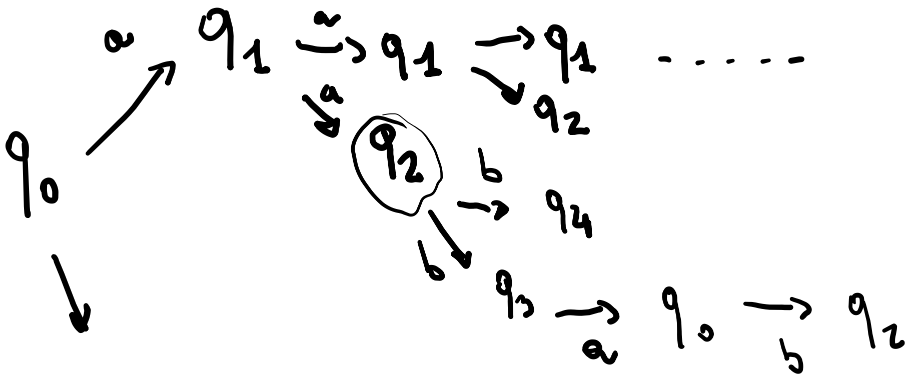
An

$$((a^+a + b)ba)^* (b + bb + a^+(b + a + ab))$$



$F = \{q_2, q_4\}$

ASFND



$\underbrace{aaa\dots a}ab$

COSTRUIRE ASFND CHE RICONOSCE IL LINGUAGGIO DELLE STRINGHE SU $\{a, b\}$ IN CUI IL PENULTIMO CARATTERE È UNA b.