

Grammatiche di tipo 0 \rightarrow Grammatiche norme generali

In generale le produzioni di esse si definiscono

$$d \rightarrow \beta \quad d \in V^* \cup V_N \cup V^* \quad \beta \in V^*$$

Esempio P:

$$S \rightarrow eSe \mid eAb \mid eAe \mid E$$

$$eAe \rightarrow e \mid E$$

$$eAb \rightarrow b \mid E$$

Produzioni che appartengono a grammatiche di tipo zero

Esempio:

$$G = \{e, b\}, \{S, A\}, P, S\}$$

$$P \Rightarrow S \rightarrow eAb$$

$$eA \rightarrow eeAb$$

$$A \rightarrow E$$

$$L = \{e^m b^m \mid m \geq 1\}$$

$$S \rightarrow eAb \rightarrow eeAb$$

I linguaggi generabili di tipo 0, generano il linguaggio $L = \{e^m b^m \mid m \geq 1\}$

Grammatiche di tipo 1 (contestuali o context sensitive)

$$d \rightarrow \gamma \quad d \in V^* \cup V_N \cup V^* \quad \gamma \in V^+ \quad |d| \leq |\gamma|$$

queste grammatiche ammettono qualunque regola di produzione che non riduce le complessità delle stringhe

Esempio:

$$G = \{e, b\}, \{S, A\}, P, S\}$$

$$- S \rightarrow eSe \mid eAb \mid eAe$$

$$- eA \rightarrow ee$$

$$- Ab \rightarrow ee$$

$$- S \rightarrow eAb \rightarrow ee$$

$$- S \rightarrow eSe \rightarrow eee \rightarrow eeee$$

i linguaggi generati da grammatiche di tipo 1 si chiamano linguaggi di tipo 1

Esempio:

$$G_1 \quad V_T = \{a, b, c\} \quad V_N = \{S, B, C, F, G\}$$

$$S \rightarrow a S B C$$

$$C B \rightarrow B C$$

$$S B \rightarrow B F$$

$$F C \rightarrow C G$$

$$G C \rightarrow G$$

$$G \rightarrow \epsilon$$

$$\Rightarrow L(G_1) = \{a^m b^m c^m \mid m \geq 1\}$$

Pariormo generatore $L(G_2) = L(G_1)$

G_2 tipo 1 \Rightarrow

$$S \rightarrow a B S c \mid a b c$$

$$B e \rightarrow a B$$

$$B b \rightarrow a b$$

Entendo i linguaggi equivalenti all'interno di $L(G_1)$ è un linguaggio di tipo 0, mentre il linguaggio $L(G_2)$ è un linguaggio context sensitive = tipo 1

Il termine di linguaggio contestuale definito come le classi dei linguaggi generabili da grammatiche orientate le produzioni contestuali del tipo

$$\beta_1 A \beta_2 \rightarrow \beta_1 \gamma \beta_2 \quad A \in V_N \quad \beta_1, \beta_2 \in V^* \quad \gamma \in V^+$$

Le produzioni $A \rightarrow \gamma$ può essere applicate solo se A si trova nel contesto $\langle \beta_1, \beta_2 \rangle$

$$L(\mathcal{G}_2) = \{ \}$$

Se prendiamo le grammatiche le produzioni $Bb \rightarrow bb$ il carattere B può essere scimpiato dal carattere b solo se alle sue destra è presente il carattere b

Grammatiche di tipo 2 automi e pile

Le grammatiche di tipo 2 sono dette non contestuali e ovviamente le produzioni del tipo:

$$A \rightarrow B \quad A \in V_N \quad B \in V^T$$

o nei produttori in cui ogni non terminale A può essere scambiato in una stringa B indipendentemente dal contesto

Esempio

Le grammatiche definite come $\mathcal{G} = \langle \{a, b\}, \{S, A\}, P, S \rangle$

$$P: S \rightarrow aAb$$

$$aA \rightarrow aaAb$$

$$A \rightarrow E$$

$L(\mathcal{G}_3)$ è tipo zero

$$\mathcal{G}_4 \Rightarrow P: S \rightarrow aSa \mid ab$$

$L(\mathcal{G}_4)$ è un linguaggio di tipo 2

$$\text{e } L(\mathcal{G}_3) = L(\mathcal{G}_4)$$

Esempio

Azione di E

$$E \rightarrow E + T \mid T$$

$$T \rightarrow T \cdot F \mid F$$

$$F \rightarrow i \mid (E)$$

portando di E generano tutte le espressioni aritmetiche di somme e prodotto in una variabile

Le grammatiche di tipo 2 generano linguaggi di tipo 2

$$g = \langle \{(),\}, \{S\}, P, S \rangle$$

$$S \rightarrow ()$$

Linguaggio di presentarsi

$$S \rightarrow SS$$

Isilomese

$$S \rightarrow (S)$$

Grammatiche di tipo 3 ovvero gli ASF \Rightarrow grammatiche lineari destre o regolari

Ammettiamo produzioni

$$A \rightarrow S \quad A \in V_N \quad S \in (V_T \circ V_N) \cup V_T = V \cup V_T$$

Tali linguaggi sono rappresentabili per mezzo di espressioni regolari e quindi descrive il nome di regolari

$$g = \langle \{e, b\}, \{S\}, P, S \rangle \quad P: S \rightarrow eS \quad S \rightarrow b$$

Grammatica di tipo 3 $L = \{e^m b \mid m \geq 0\}$

$$S \rightarrow eS \rightarrow eeS \rightarrow eeeS \rightarrow eeeb = e^3b$$

Il termine linea destre deriva dal fatto che al lato destro di ogni produzione compare al più un carattere non terminale

In modo analogo siamo in grado di definire le linee sinistre, linguaggi regolari caratterizzati dalle seguenti regole

$$A \rightarrow S \quad A \in V_N \quad S \in (V_N \circ V_T) \cup V_T = V \cup V_T$$

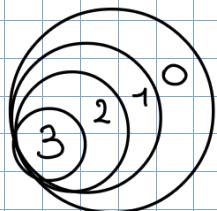
Per ogni grammatica lineare destre ne esiste una lineare sinistra equivalente e viceversa

Esempio:

$$A \rightarrow A\&|e$$

$$A \rightarrow A\&|e$$

Geosetche di Chomsky



Si può verificare che per ogni grammatica $0 \leq m \leq 2$ ogni grammatica di tipo $m+1$ è anche di tipo m e pertanto l'insieme dei linguaggi di tipo m contiene tutti i linguaggi di tipo $m+1$.

Definizione

Un linguaggio L viene detto strettamente di tipo m se esiste una grammatica S di tipo m che genera L e non esiste alcuna grammatica S' di tipo $m > m$ che possa generarlo.

$$L = \{ a^m b^m \mid m \geq 0 \}$$

S_1 tipo 0

$L(S_1)$ tipo 0

Si può dimostrare che non esiste nemmeno una grammatica di tipo 3 che lo può generare.

$$L = \{ a^h b^h \mid h \geq 0 \} \text{ è strettamente di tipo 2}$$

Le grammatiche di tipo 3 sono pesantemente le più potenti.

Tabelle riassuntive grammatiche

TIPO	PRODUZIONI	DA DOVE PRENDIAMO LE NOSTRE VARIABILI	DEFINIZIONE
0	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \in V^* \circ V_N \circ V^* \quad \beta \in V^*$	Punto esteso: qualsiasi regola
1	$\alpha \rightarrow \beta$	$\alpha \in V^* \circ V_N \circ V^* \quad \beta \in V^+ \quad \alpha \leq \beta $	Punto esteso regole che non riducono le lunghezze delle stringhe
2	$A \rightarrow B$	$A \in V_N \quad \beta \in V^+$	Ogni carattere non terminale può essere risubito come terminale molti diversamente dal contesto
3	$A \rightarrow S$	$A \in V_N \quad S \subseteq (V_T \cup (V_T \circ V_N))$	al lato destro di ogni produzione compaiono un carattere non terminale

Esempio

$$L = \{ (x\#)^+ \mid x = \text{permutazioni di } \langle a, b, c \rangle \}$$

Permette di generare stringhe costituite dalle concatenazione di un numero qualunque maggiore di 0, di permutazioni dei terminali a, b, c terminante del carattere #.

Definiamo una grammatica di tipo 1

$$S = \langle \{ e, b, c, \# \}, \{ S, A, B, C \}, P, S \rangle$$

$$S \rightarrow ABC\#S \mid ABC\#$$

$$AB \rightarrow BA$$

$$AC \rightarrow CA$$

$$Be \rightarrow CB$$

$$A \rightarrow e$$

$$B \rightarrow b$$

$$C \rightarrow c$$

$$S \rightarrow ABC\#S \rightarrow ABC\#ABC\# \rightarrow \text{obiettivo} \#$$

Grammatica di tipo 1

S' definisce allo stesso modo

$$S \rightarrow E\#S \mid E\#$$

$$E \rightarrow \text{obe} \mid \text{eeb} \mid \text{cbe} \mid \text{boc} \mid \text{bce} \mid \text{ccb}$$

Grammatica di tipo 2

$S'' = \{e, \&, e, \#\}, \{S, R, X, Y, 2, x', y', z', x'', y'', 2''\}, P, S\}$

$S \rightarrow a x | b y | c z$

$x \rightarrow b x' | c x''$

$x' \rightarrow c R$

$x'' \rightarrow b R$

•
•
•
•

Grammatica di tipo 3

Osservazione

Ripetere è il numero delle grammatiche maggiorate è il numero di produzioni per poter costruire lo stesso linguaggio usando grammatiche diverse