

ESAME DI ALGORITMI
Università degli Studi di Catania
Corso di Laurea Triennale in Informatica
16 giugno 2025

Si risolvano i seguenti esercizi in un tempo non superiore a 3 ore. Si abbia cura di consegnare la risoluzione dei primi 3 esercizi in un foglio (FOGLIO A) separato da quello utilizzato per la consegna degli ultimi 3 esercizi (FOGLIO B).

——— FOGLIO A ———

1. Definire i concetti di *altezza* e di *altezza nera* (b-altezza) di un albero rosso-nero. Indicare qual è la b-altezza minima (**bh-min**) e la b-altezza massima (**bh-max**) per un albero rosso-nero contenente esattamente 21 chiavi. Disegnare due alberi rosso-neri con 21 chiavi la cui b-altezza risulti pari a **bh-min** e **bh-max**, rispettivamente.
2. Scrivere lo pseudocodice di una procedura **HeapMerge**(H_1 , H_2 , n) che prenda in input due heap binari massimi, H_1 e H_2 , contenenti entrambi esattamente n chiavi, e restituisca in output un nuovo heap binario massimo ottenuto dall'unione di H_1 e H_2 , contenente esattamente $2n$ chiavi. La procedura fornita deve avere una complessità asintotica temporale pari a $O(n)$.
3. Si consideri una tabella hash ad indirizzamento aperto e si supponga che essa contenga m celle inizialmente vuote e che faccia uso della strategia di *scansione lineare* per l'indirizzamento delle chiavi al suo interno. La funzione hash ausiliaria su cui si basa la strategia di scansione lineare è basata sul metodo della divisione. Fornire le formule matematiche che definiscono la funzione hash h e la funzione ausiliaria h' . Fornire inoltre una sequenza di n chiavi che induca una sequenza di inserimenti con una complessità quadratica, ovvero pari a $O(n^2)$.

——— FOGLIO B ———

4. Si risolva l'equazione di ricorrenza $T(n) = aT\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n} \log n$, al variare del parametro reale $a \geq 1$ utilizzando il metodo Master. Si stabilisca inoltre quale delle seguenti condizione sono soddisfatte dalla soluzione $T(n)$:
 - (i) $T(n) = o(n \log n)$;
 - (ii) $T(n) = \Theta(n^2)$;
 - (iii) $T(n) = \Omega(n)$.
5. Si mostri che il problema del cammino minimo in un grafo pesato e orientato tra due nodi fissati gode della proprietà di sottostruttura ottima.
6. Si scriva la formula ricorsiva utilizzata dall'algoritmo FLOYD-WARSHALL e si simuli tale algoritmo per trovare la tabella (matrice) dei cammini minimi tra tutte le coppie di vertici del grafo in figura di cui si richiede la matrice di adiacenza.

