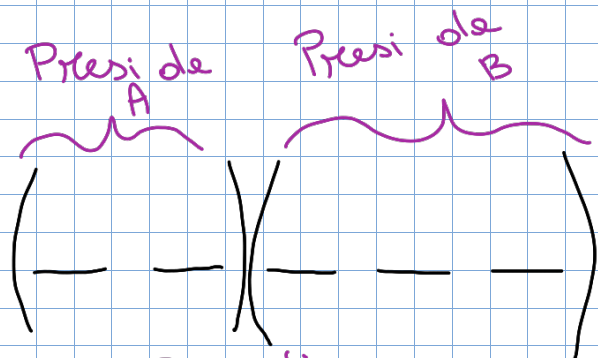


LUCIDO 40 esercizio n° 1

Se A è un insieme di 4 elementi e B è un insieme di 6 elementi, quanti sono gli insiemi composti da 5 elementi, 2 presi da A e 3 presi da B



$$\binom{m}{k} = \frac{m!}{k! \cdot (m-k)!} = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2! \cdot 2!} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1} = 6$$

posti da scegliere

tutti i posti

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot (6-3)!} = \frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot (3 \cdot 2 \cdot 1)} = 20$$

Risposta: $6 \cdot 20 = 120$

Quanti sono i PIN di 4 cifre che non cominciano con 0 e senza ripetizioni? una cifra del PIN può essere così: $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$\textcircled{9} \cdot \textcircled{9} \cdot \textcircled{8} \cdot \textcircled{7} \rightarrow$ ci possono stare tutti i numeri - 3

\rightarrow ci possono stare tutti i numeri - 2

\rightarrow ci possono stare tutti i numeri - 1

\rightarrow ci possono stare tutti i numeri tranne lo 0

totale casi possibili: $9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7$

All' appello di strutture discrete si presentano 40 studenti tutti provenienti dalle province di CT, ME, RG e SR

Dimostrare che se il numero degli studenti delle province di CT è < 10 , allora ci sono almeno 11 studenti

tutti provenienti da una delle altre 3 province

Se il numero degli studenti provenienti è inferiore a 10 ci sono almeno 31 studenti ($40 - 9$) rimanenti provenienti dalle altre 3 province

Per il principio generale almeno 11 studenti che provengono tutti da una delle 3 province \neq "CT"

tal principio afferma che se abbiamo $m = k \cdot n + 1$

oggetti da sistemare in n contenitori, allora almeno un contenitore dovrà contenere $k+1$ oggetti

$$k+1 \text{ oggetti} \quad m = 31 \quad n = 3$$

$$31 = k \cdot 3 + 1$$

$$30 = 3k$$

$$k = 10$$

↓
10+1 studenti in una provincia

4) Dato l'insieme $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ quanti sono i sottosistemi di 5 elementi che contengono un numero pari

Esiste un unico sottosistema di 5 elementi formato solo da dispari $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

9 casi totali possibili sono:

$$\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!(10-5)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}}{(5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) \cdot (\cancel{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1})} = 252$$

Quindi i casi favorevoli sono: $252 - 1 = 251$

Dati $\{x, y, z\}$ 3 variabili i monomi di grado 2 sono:

$$\begin{array}{ccc} xy & yz & y^2 \\ xz & x^2 & z^2 \end{array}$$

oltre che scrivibili tutti momentaneamente possiamo usare queste formule:

$$C_{m,k}^x = \binom{m+k-1}{k} \quad \text{con } m > k \text{ sempre}$$

$$C_{3,2}^x = \binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{(2 \cdot 1)(2 \cdot 1)} = 6$$

Quanti sono i monomi di grado $\underbrace{4}_m$ di un insieme di $\underbrace{5}_k$ variabili:

$$C_{5,4}^{\pi} = \binom{5+4+1}{4} = \binom{8}{4} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot \cancel{4!}}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot \cancel{4!}} = 70$$

Quanti sono gli anagrammi delle parole matematiche?

π A T E π A T I e A \rightarrow 10 caratteri con:

\rightarrow numero ripetizione delle variabili

$$P_{m_1, m_2, m_k}^m = \frac{m!}{m_1! m_2! m_k!}$$

- A che si ripete 3 volte
- T che si ripete 2 volte
- π che si ripete 2 volte

$$P_{2,3,2}^{10} = \frac{10!}{2! 3! 2!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{2 \cdot 1 (3 \cdot 2 \cdot 1) (2 \cdot 1)}$$

Quanti sono i PIN di 5 cifre?

$$m = 10 \quad k = 5$$

$$D_{10,5}^{\pi} = 10^5$$

Disposizioni semplici (senza ripetizioni)

$$D_{m,k} = m \cdot (m-1) \cdot \dots \cdot m(m-k+1) = \frac{m!}{(m-k)!}$$

Quante squadre di colori diverse si possono formare da un gruppo di 50 studenti (supponendo che l'ordine d'interno da origine a una squadra diversa)

$$D_{50,11} = 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot \dots \cdot 40$$

||

$$\frac{50!}{39!} = \frac{50 \cdot 49 \cdot \dots \cdot 1}{39 \cdot 38 \cdot \dots \cdot 1} = 50 \cdot 49 \cdot 48 \cdot \dots \cdot 40$$

↗ ugu ↘

Conte l'ordine solo nelle disposizioni e nelle permutazioni