Esercizio

Si supponga di voler generare il linguaggio

$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 1 \}$

$G = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$ $\quad V_T = \{a, b, c\}$ $\quad V_N = \{S, B, C, F, G\}$

Le regole di P

1) $S \to aSBC$
2) $CB \to BC$
3) $SB \to bF$
4) $FB \to bF$
5) $Fc \to cG$
6) $Gc \to cG$
7) $G \to \varepsilon$

Vogliamo generare la stringa aabbcc $\quad \boxed{n = 2}$

$S \xrightarrow[1]{} aSBC \xrightarrow[1]{} aaSBCBC \xrightarrow[3]{} aabFCBC \xrightarrow[2]{} aabFBCC \xrightarrow[4]{}$

$aabbFCC \xrightarrow[5]{} aabbcGC \xrightarrow[6]{} aabbccG\varepsilon \xrightarrow[7]{} aabbcc \Rightarrow aabbcc$

$S \overset{i}{\Rightarrow} aabbcc$ in particolare $\forall i \geq 8$

Considerando la grammatica G $V_T = \{a, b, c\}$ $V_N = \{S, B, C, F, G\}$

1) $S \to aSBC$

2) $CB \to BC$

3) $SB \to bF$

4) $FB \to bF$

5) $Fc \to cG$

6) $Gc \to cG$

7) $G \to \varepsilon$

Trovare una sequenza di produzioni in cui sono presenti dei non terminali ed alle quali non possono essere applicate ulteriori produzioni

$$S \xrightarrow{1} aSBC \xrightarrow{1} aaSBCBC \xrightarrow{3} aabFCBC \xrightarrow{5} aabcGBC$$
$$G = \varepsilon$$

$\to$ aabcBC

Trovare se esistono altre configurazioni

Possono esistere grammatiche che generano il linguaggio vuoto e cioè non generano alcuna stringa di V_T^*

Esempio 3:

$G = < \{a, b\}, \{S, A\}, P, S \}$ P: $S \to Ab$, $A \to Sa$

Questa è una grammatica che genera il linguaggio vuoto

$\triangle$ Questo lo capiamo perché:

$\to$ Ci potrebbero essere casi in cui abbiamo assenza di connessioni tramite le regole P, tra le produzioni o tra i simboli che portano a terminali

$\to$ Le regole non riducono i simboli non terminali

$\Downarrow$ porta a cicli

$\Downarrow$ le configurazioni non eliminano le maiuscole

Esempio:

$G = \langle \{a, b, c\}, \{S, A\}, P, S \rangle$ $\quad S \to aSc \mid A$

$A \to bAc \mid \varepsilon$

G genera il linguaggio $L = \{a^n b^m c^{n+m} \mid n, m \geq 0\}$

Provare che $L(G) \subseteq L$

Come sono fatte le forme di frase costruite da G?

- $a^k S c^k$ $\quad$ oppure $a^k b^j A c^{k+j}$ con $k \geq 0$ $j \geq 0$

$k = 2 = n \quad m = 0$

$aaScc$

$n + m = 2 + 0 \geq 0$

$$S \to aSc \to aaScc = a^2 \underbrace{S}_{A} c^2 \to a^2 A c^2 \to a^2 bAcc^2 \to \underbrace{a^2 bAc^3}_{K=2 \quad J=1}$$

$K + J = 2 + 1$

Ne segue che ogni parola z generata da G è ottenuta tramite la derivazione del tipo:

$$S \overset{k}{\Rightarrow} a^k S c^k \overset{1}{\Rightarrow} a^k A c^k \overset{j}{\Rightarrow} a^k b^j A c^{k+j} \Rightarrow a^k b^j c^{k+j} = z$$

Esiste in G una derivazione che costruisca z e possiamo concludere che ogni stringa appartiene al linguaggio e tutte le stringhe del linguaggio possono essere generate

Esempio:

Data la grammatica $G = \langle \{a\}, \{S, I, F, M\}, P, S \rangle$ con prod P:

$S \to a' \mid aa'' \mid IaF'''$ 1

$aF \to Maa' \mid MaaF''$ 2

$aM \to Maa'$ 3

$IM \to Ia' \mid aa''$ 4

Provare a generare $L = \{ a^{2^n} \mid n \geq 0 \}$

$S \to aa$ No

$S \xrightarrow[1''']{} IaF \xrightarrow[2']{} IMaa \xrightarrow[4'']{} aaaa$ $n = 2$

$S \xrightarrow[1''']{} IaF \xrightarrow[2'']{} IMaaF \xrightarrow[4'']{} aaaaF \xrightarrow[2']{} aaaMaa$ non porta a niente

$\xrightarrow[2']{} IMaaaMaa \to$ non porta a niente

$\xrightarrow[4']{} IaaaF \xrightarrow[3']{} IaaMaa \xrightarrow[3']{} IaMaaaa \xrightarrow[4'']{}$

$\to IMaaaaaa \to a^{2 \cdot 4} \Rightarrow$ $n = 4$

ESEMPIO:

Definire una grammatica che genera il linguaggio
$\{a^n b^m c^p \mid n = m \lor m = p\}$

$G = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$ $\quad V_T = \{a, b, c\}$ $\quad V_N = \{S, A, B\}$

$S \to aS \mid SbC$

$C \to b \mid c$

Definizione

Due grammatiche G_1 e G_2 si dicono equivalenti se
$L(G_1) = L(G_2)$

Esercizio

Dimostrare che le grammatiche con produzione

G_1 : $S \to aS \mid b$ $\quad$ e $\quad$ G_2 $\quad S \to b \mid Ab$

$A \to Aa \mid a$

sono equivalenti?

Cercare cosa genera G_1

Cercare cosa genera G_2

e capire se esiste un'intersezione tra le 2 grammatiche

$S \to aS \to aaS \to aaaS \to a^3 b$ $\quad L = \{a^n b \mid n \geq 1\}$

$S \to Ab \to Aab \to Aaab \to a^3 b$ $\quad L = \{a^n b \mid n \geq 1\}$

sono equivalenti visto che $L(G_1) = L(G_2)$

Grammatica di tipo 0 (senza restrizioni)
Grammatica di tipo 1 (grammatiche contestuali)
Grammatica di tipo 2 (automi e pile)
Grammatica di tipo 3 (ASF)

Esercizi

$S \to Ac$
$A \to AB \mid B$
$B \to aBb \mid ab$

$S \to Ac \to ABc \to ABBc \to BBBc \to ababab c$

$S \to a \mid bB$
$A \to bA \mid aB \mid a$
$B \to bB \mid b \mid a$

$S \to bB \to bbB \to$

$L = \{ a \}$ $\quad L = \{ b^n \mid n \geq 1 \}$ $\quad L = \{ b^n a \mid n \geq 1 \}$