ASFD

$L(A) = \{ x \in \Sigma^* \mid (q_0, x) \vdash_A^* (q, \varepsilon), q \in F \}$

Funzione di transizione estesa

La funzione di transizione estesa di un automa a stati finiti deterministico $A = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ è la funzione $\bar{\delta} : Q \times \Sigma^* \to Q$ definita da:

① $\bar{\delta}(q, \varepsilon) = q$ dove $a \in \Sigma$ e $x \in \Sigma^*$

② $\bar{\delta}(q, xa) = \delta(\bar{\delta}(q, x), a)$

Dato uno stato q e una stringa di input $x \in \Sigma^*$ lo stato q' è tale che $q' = \bar{\delta}(q, x) \Leftrightarrow$ la computazione eseguita dall'automa e partire da q conduce l'automa stesso allo stato q'

possiamo scrivere $q' = \bar{\delta}(q, x) \Leftrightarrow \exists y \in \Sigma^*$ tale che $(q, xy) \vdash^* (q', y)$

di conseguenza avremo una stringa $x \in \Sigma^*$ accettata da un ASFD $\Leftrightarrow \underbrace{\bar{\delta}(q_0, x)}_{= q'} \in F$

Il linguaggio riconosciuto da un automa a stati finiti A è l'insieme $\mathcal{L}(A) = \{ x \in \Sigma^* \mid \bar{\delta}(q_0, x) \in F \}$

Se $(q_0, x) \vdash_A^* (q, \varepsilon)$ con $q \in F \Rightarrow \bar{\delta}(q_0, x) \in F$

Se $q' = \bar{\delta}(q, x) \Leftrightarrow \exists y \in \Sigma^* : (q, xy) \vdash_A^* (q', y)$

Definizione

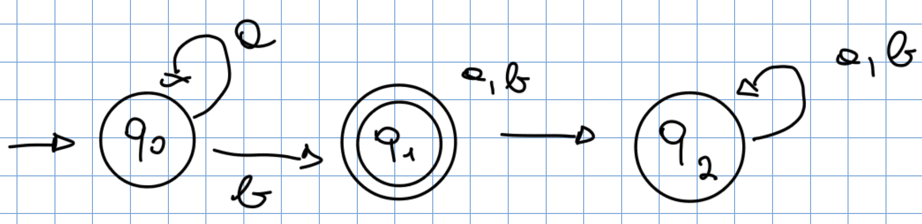
$\mathcal{A} = \langle \Sigma, Q, \delta, q_0, F \rangle$ una configurazione di A è una coppia (q, x) con $q \in Q$ $x \in \Sigma^*$

Una configurazione $\langle q, x \rangle$ $q \in Q$ ed $x \in \Sigma^*$

- iniziale $q = q_0$
- accettata $x = \varepsilon$ e $q \in F$
- rifiutata $x = \varepsilon$ $q \notin F$

Esempio Pag 75

aab è accettata dall'ASFD



$\bar{\delta}(q_0, aab)$

1. $\bar{\delta}(q, \varepsilon) = q$
2. $\bar{\delta}(q, xa) = \delta(\bar{\delta}(q, x), a)$

$\bar{\delta}(q_0, aab) \xrightarrow{2} \delta(\bar{\delta}(q_0, aa), b) \xrightarrow{2} \delta(\delta(\bar{\delta}(q_0, a), a), b)$

$\xrightarrow{2} \delta(\delta(\bar{\delta}(q_0, a), a), b) \xrightarrow{2} \delta(\delta(\delta(\bar{\delta}(q_0, \varepsilon), a), a), b)$

$\xrightarrow{1} \delta(\delta(\underbrace{\delta(q_0, a), }a), b)$

Dal grafo sappiamo che

$\delta(q_0, a), b)$

$\delta(q_0, b) = q_1$

ASFND

Definizione

Un automa a stati finiti non deterministici è una quintupla formata da: $A = \langle \Sigma, Q, \delta_N, q_0, F \rangle$ in cui $\Sigma = \{a_1, \dots, a_n\}$ è l'alfabeto $q_0 \in Q = \{q_0, \dots q_m\}$ l'insieme finito di stati $Q \neq 0$

$F \subseteq Q$ insieme stati finali,

$\delta_N : Q \times \Sigma \rightarrow P(Q)$ ← funzione δ_N che mappa una configurazione ad un insieme di stati

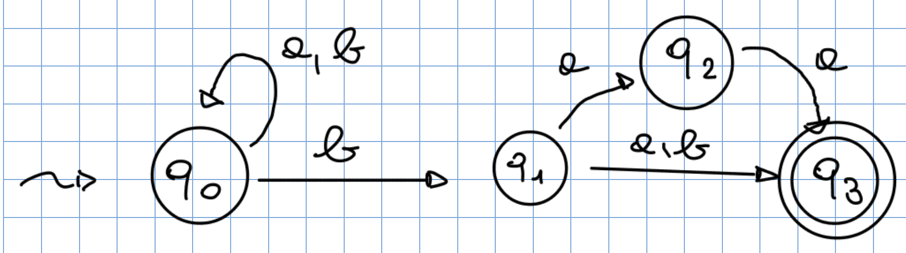
insieme delle parti di Q

ossia ad ogni coppia di <stato, carattere> un sottoinsieme di Q

δ_N	a	b
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$

insieme di stati

$$\delta(q_0, b) = \{q_0, q_1\}$$



Grafo dell'automa

$(q_0, bba) \vdash (q_0, ba) \vdash (q_0, a) \vdash (q_0, \varepsilon)$ finisce

$(q_0, bba) \vdash (q_0, ba) \vdash (q_1, a) \vdash (q_2, \varepsilon)$ finisce

$(q_0, bba) \vdash (q_0, ba) \vdash (q_1, a) \vdash (q_3, \varepsilon)$ finisce

$(q_0, bba) \vdash (q_1, ba) \vdash (q_3, a)$ non finisce

Se almeno una possibile computazione finisce alla la stringa è accettata

$(\{q_0\}, bba) \vdash (\{q_0, q_1\}, ba) \vdash (\{q_0, q_1, q_3\}, a) \vdash$
$(\{q_0, q_2, q_3\}, \varepsilon)$

Una stringa x è accetta se $(q_0, x) \vdash^{*} (I, \varepsilon)$ dove
$I \subseteq Q$ $\quad I \cap F \neq \emptyset$

insiemi degli stati finali

Insieme di linguaggi accettato
$$\mathcal{L}(A) = \{ x \in \Sigma^* \mid (\{q_0\}, x) \vdash^{*}_{A_N} (I, \varepsilon),\ I \cap F \neq \emptyset \}$$

non deterr

$\neq 0 \Rightarrow$ implica che almeno uno stato che appartiene al F deve appartenere ad I = insiemi di configurazione alla fine della computazione
$(q, \varepsilon) \in F$

Albero di computazione

$$\begin{tikzcd}
 & & & (q_3, \varepsilon) \\
 & & (q_1, a) \arrow[ur] \arrow[r] & (q_2, \varepsilon) \\
(q_0, bba) \arrow[r] \arrow[dr] & (q_0, ba) \arrow[r] & (q_0, a) \arrow[u] \arrow[r] & (q_0, \varepsilon) \\
 & (q_1, ba) \arrow[r] & (q_3, a) &
\end{tikzcd}$$

Definizione

Dato un ASFND la funzione di transizione estesa è la funzione: $\bar{\delta}_N : Q \times \Sigma^* \to P(Q)$ definita:

1. $\bar{\delta}_N(q, \varepsilon) = \{q\}$
2. $\bar{\delta}_N(q, xa) = \bigcup_{p \in \bar{\delta}_N(q,x)} \delta_N(p, a)$

insiemi degli stati

Dato uno stato q ed una stringa di input x, lo stato q' appartiene all'insieme $\bar{\delta}_N(q, x) \Longleftrightarrow$ esiste una computazione dell'automa la quale, a partire da q e da x conduce a q'

Linguaggio è accettato da ASFND A_N

$$L(A_N) = \{x \in \Sigma^* \mid \delta_N(q_0, x) \cap F \neq \emptyset\}$$

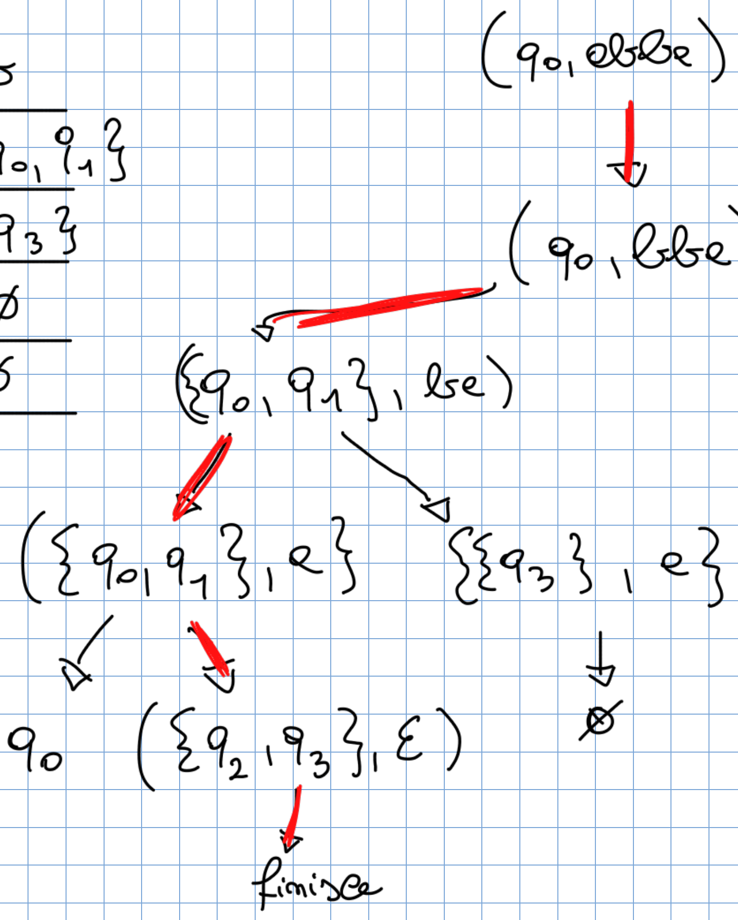
Esercizio

$\Sigma = \{a, b\}$ definito parole terminanti con bb o ba o baa

A_N $\quad Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ $\quad F = \{q_3\}$

Consideriamo "abba" cosa possiamo dire?

δ_N	a	b
q_0	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
q_1	$\{q_2, q_3\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_3\}$	$\emptyset$
q_3	$\emptyset$	$\emptyset$

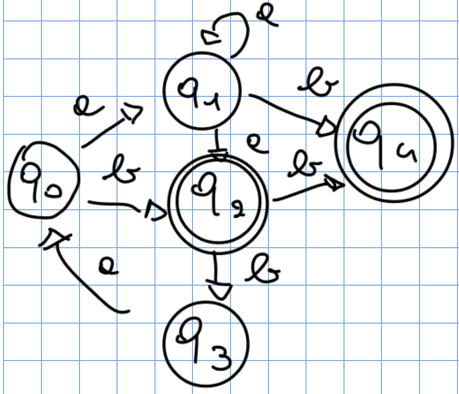


Relazioni tra ASFD e ASFND

teorema: Dato un ASFD che riconosce un linguaggio L, esiste il corrispondente ASFND che riconosce lo stesso linguaggio L e viceversa da un ASFND che riconosce un linguaggio L' esiste un ASFD che riconosce lo stesso linguaggio L'.

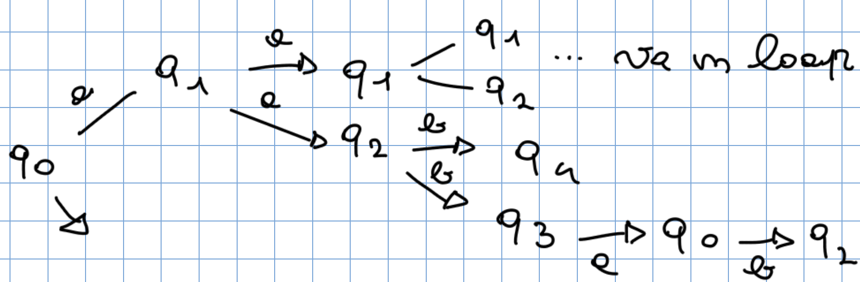
teorema: Data una grammatica regolare $G = \langle V_T, V_N, P, S \rangle$ esiste un ASFND $A_N = \langle \Sigma, Q, \delta_N, q_0, F \rangle$ che riconosce il linguaggio che essa genera. Viceversa dato un ASFND esiste una grammatica regolare che genera il linguaggio che esso riconosce.

Linguaggio definito dall'espressione regolare
$$((a^+ a + b) ba)^* (b + bb + a^+(b + a + ab))$$



$F = \{q_2, q_4\}$

$\{a\}^* ab$



Costruire un ASFND che riconosca il linguaggio delle stringhe su $\{a,b\}$ in cui il penultimo carattere è una b

$\{a,b\}^* \circ b \circ \{a,b\}$