

Esercizi sul cap. 3 - parte seconda

- ① Stabilire se le seguenti funzioni sono continue in $]-\infty, +\infty[$, precisando la natura degli eventuali punti di discontinuità

$$f(x) = \begin{cases} 4x + 1 & x < 1 \\ x^2 - 3x + 4 & x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 2 & x < 1 \\ 0 & x = 1 \\ \log(x + e - 1) & x > 1 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\pi + x}{3x + 2} & x \leq 0 \\ \operatorname{arctg} \frac{2}{x} & x > 0 \end{cases}$$

- ② Determinare l'insieme X di definizione della funzione

$$g(x) = \arcsin(2x - 3).$$

posto per in $]-\infty, +\infty[$

$$f(x) = \begin{cases} g(x) & x \in X \\ \text{anch} \frac{1}{2-x} & x \in \mathbb{R} - X \end{cases}$$

stabilire se la funzione f è continua in $]-\infty, +\infty[$ precisando la natura degli eventuali punti di discontinuità.

- ③ Per ciascuna delle seguenti funzioni determinare il valore di $k \in \mathbb{R}$ tale che la funzione sia continua in $]-\infty, +\infty[$

$$f(x) = \begin{cases} 3^{\frac{2x-1}{x^2-4}} & x < 2 \\ k & x = 2 \\ 5x - 10 & x > 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{x}{(x-3)^2}} & x > 3 \\ 2x + k & x \leq 3 \end{cases}$$

④

Sia $f(x)$ un polinomio di grado dispari. Dimostrare che esiste $c \in \mathbb{R}$ tale che $f(c) = 0$

⑤

Sia f una funzione continua in $]-\infty, +\infty[$ convergente per $x \rightarrow -\infty$ e per $x \rightarrow +\infty$. Dimostrare che f è limitata.