

**ESAME DI ALGORITMI**  
Università degli Studi di Catania  
Corso di Laurea Triennale in Informatica  
**27 gennaio 2025**

Si risolvano i seguenti esercizi in un tempo non superiore a 3 ore. Si abbia cura di consegnare la risoluzione dei primi 4 esercizi in un foglio (FOGLIO A) separato da quello utilizzato per la consegna degli ultimi due esercizi (FOGLIO B).

Gli studenti delle vecchie coorti che devono sostenere solo il modulo di Algoritmi dovranno risolvere gli esercizi 1, 2, 4, 5 e 6 (tempo 2 ore). Gli studenti che devono sostenere solo il modulo di Laboratorio dovranno risolvere l'esercizio 3 (tempo un'ora).

——— FOGLIO A ———

1. Si dia la definizione del *problema del resto* e si fornisca la funzione che permette di risolvere *ricorsivamente* tale problema.
2. Si descriva l'operazione di inserimento di una chiave all'interno di un albero rosso-nero. Nello specifico si forniscano i diversi casi previsti dalla procedura RB-INSERT-FIXUP, descrivendoli anche attraverso l'uso di rappresentazioni grafiche. Indicare infine la complessità dell'operazione di inserimento descritta.
3. Si fornisca lo pseudo-codice (o il codice in linguaggio C/C++) dell'algoritmo HEAPSORT e di tutte le sue procedure ausiliarie (BUILD-HEAP, HEAPIFY, EXTRACT). Indicare anche la complessità computazionale delle procedure fornite, motivandone la risposta.

——— FOGLIO B ———

4. Si consideri l'equazione di ricorrenza

$$T(n) = 4T\left(\frac{n}{b}\right) + 2\sqrt{n} \log n. \quad (1)$$

Si risolva l'equazione (1) al variare del parametro reale  $b > 1$ , utilizzando il metodo Master. Si stabilisca inoltre per quali valori di  $b$  la soluzione  $T(n)$  all'equazione (1) soddisfa le seguenti condizioni

$$(i.) T(n) = \Theta(\sqrt{n}) \quad (ii.) T(n) = \mathcal{O}(n) \quad (iii.) T(n) = \omega(\sqrt{n} \log(n)).$$

5. Si dimostri che MATRIX CHAIN MULTIPLICATION PROBLEM ha la proprietà di sottostruttura ottima.
6. Si mostri il funzionamento dell'algoritmo di Dijkstra sul grafo orientato pesato in figura utilizzando come vertice sorgente  $s$ . Si mostri come cambiano i valori degli attributi  $d$  e  $\pi$  per ogni vertice e la lista  $S$  dopo ogni iterazione del ciclo while. Infine, si disegni l'albero dei cammini minimi ottenuto.

