GRAMMATICHE DI TIPO 0 → GRAMMATICHE SENZA RESTRIZIONI
non limitate

IN GENERALE LE PRODUZIONI DI ESSE SI DEFINISCONO

$$\boxed{\alpha \to \beta \qquad \alpha \in V^* \circ V_N \circ V^* \qquad \beta \in V^*}$$

ESEMPIO P:

$S \to aSa \mid aAb \mid aAa \mid \varepsilon$

$aAa \to a \mid \varepsilon$

$aaAb \to b \mid \varepsilon$

PRODUZIONI CHE APPARTENGONO A GRAMMATICHE DI TIPO ZERO

ESEMPIO

$G = \langle \{a, b\}, \{S, A\}, P, S \rangle$

$P \Rightarrow$ $S \to aAb$, $aA \to aaAb$, $A \to \varepsilon$

GRAMMATICA DI TIPO 0

$L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$

$S \to aAb \to \underbrace{aa}A\underbrace{bb} \ldots aabb$

I LINGUAGGI GENERABILI DI TIPO 0, generano il linguaggio $L = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$
linguaggi di tipo 0.

GRAMMATICHE DI TIPO 1 CONTESTUALI O CONTEXT SENSITIVE

AUTOMI LIMITATI LINEARMENTE

$\alpha \to \gamma \qquad \alpha \in V^* \circ V_N \circ V^* \qquad \gamma \in V^+ \qquad |\alpha| \leq |\gamma|$

QUESTE AMMETTONO QUALUNQUE REGOLA DI PRODUZIONE CHE NON RIDUCA LA LUNGHEZZA DELLE STRINGHE

ESEMPIO $\quad G = \langle \{a,b\}, \{S,A\}, P, S \rangle$

GRAMMATICA DI TIPO 1

$S \to aSa \mid aAb \mid aAa$

$aA \to aa$ $\quad$ II

$Ab \to aab$

$S \to \underbrace{aA}b \to aab$

$S \to aSa \to a\underbrace{aA}aa \to aaaaa$

I linguaggi generabili da grammatiche di tipo si dicono linguaggi di tipo 1

ESEMPIO

$\mathcal{G}_1 \quad V_T = \{a, b, c\} \quad V_N = \{S, B, C, F, G\}$

$\mathcal{G}_1$ GRAMMATICA DI TIPO 0

$S \to aSBC$

$CB \to BC$

$SB \to bF$

$FB \to bF$

$FC \to cG$

$GC \to cG$

$G \to \varepsilon$

$\Rightarrow L(\mathcal{G}_1) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$

POSSIAMO GENERARE $L(\mathcal{G}_2) = L(\mathcal{G}_1)$

$\mathcal{G}_2$ TIPO 1 $\Rightarrow$

$S \to aBSc \mid abc$

$Ba \to aB$

$Bb \to bb$

PUR ESSENDO I LINGUAGGI EQUIVALENTI, OSSERVIAMO CHE $L(\mathcal{G}_1)$ è un linguaggio di tipo 0, mentre il linguaggio $L(\mathcal{G}_2)$ è un linguaggio context sensitive = tipo 1

IL TERMINE DI LINGUAGGIO CONTESTUALE, STORICAMENTE DEFINITO DA Chomsky come la classe dei linguaggi generabili da grammatiche aventi le produzioni contestuali del tipo

$$\beta_1 A \beta_2 \to \beta_1 \gamma \beta_2 \quad A \in V_N \quad \beta_1, \beta_2 \in V^* \quad , \gamma \in V^+$$

LA PRODUZIONE $A \to \gamma$ può essere applicata solo se A si trova nel contesto di $\langle \beta_1, \beta_2 \rangle$

SE PRENDIAMO LA GRAMMATICA la produzione $\boxed{Bb \to bb}$ $\to$ $\mathcal{L}(G_2) = \{a^n b^n c^n \mid n \geq 1\}$

il carattere B può essere rimpiazzato dal carattere b solo se alla sua destra è presente il contesto b

GRAMMATICHE DI TIPO 2   AUTOMI A PILA

LE GRAMMATICHE DI TIPO 2 SONO DETTE NON CONTESTUALI O CONTEXT FREE e AMMETTONO LE PRODUZIONI DEL TIPO:

$A \to \beta \quad A \in V_N \quad \beta \in V^+$

cioè produzioni in cui ogni non terminale A può essere riscritto in una stringa β indipendentemente dal contesto.

ESEMPIO
LA GRAMMATICA $G_3 = \langle \{a, b\}, \{S, A\}, P, S \rangle$ $L(G_3)$ è tipo zero

$$P: \quad S \to aAb$$
$$aA \to aaAb$$
$$A \to \varepsilon$$

$G_4 \Rightarrow P: \quad S \to aSb \mid ab$

$L(G_4)$ è un linguaggio di tipo 2

e $L(G_3) = L(G_4)$

ASSIOMA E

$\mathcal{G} = \{(, a, b,)\}$

$$E \to E + T \mid T$$
$$T \to T * F \mid F$$
$$F \to i \mid (E)$$

PARTENDO DA E GENERIAMO TUTTE LE ESPRESSIONI ARITMETICA DI SOMMA E PRODOTTO IN UNA VARIABILE i

LE GRAMMATICHE DI TIPO 2 GENERANO LINGUAGGI DI TIPO 2

$$\mathcal{G} = \langle \{(,)\}, \{S\}, P, S \rangle$$

$$S \to (\ )$$
$$S \to SS$$
$$S \to (S)$$

((()))

LINGUAGGIO DI PARENTESI BILANCIATE ED È DI TIPO 2

(a+b)

GRAMMATICA DI TIPO 3 ASF $\Rightarrow$ GRAMMATICHE LINEARI DESTRE
O
REGOLARI

AMMETTONO PRODUZIONI

$$A \to \delta \qquad A \in V_N \qquad \delta \in (V_T \cdot V_N) \cup V_T = V \cup V_T$$

TALI LINGUAGGI SONO RAPPRESENTABILI PER MEZZO DI ESPRESSIONI REGOLARI E QUINDI DERIVA IL NOME DI REGOLARI

GRAMMATICA DI TIPO 3

$$G = \langle \{a,b\}, \{S\}, P, S \rangle \qquad P: \quad S \to aS \quad S \to b$$

$$L = \{ a^n b \mid n \geq 0 \}$$

$$S \to aS \to aaS \to aaaS \to aaab = a^3 b$$

$n=3$

IL TERMINARE LINEARE DESTRE DERIVA DAL FATTO CHE AL LATO DESTRO DI OGNI PRODUZIONE COMPARE AL PIÙ UN CARATTERE NON TERMINALE

IN MODO ANALOGO POSSIAMO DEFINIRE LE LINEARI SINISTRE, LINGUAGGI REGOLARI CARATTERIZZATE DALLE SEGUENTI REGOLE:

$$A \to \delta \qquad A \in V_N \qquad \delta \in (V_N \circ V_T) \cup V_T = V \cup V_T$$

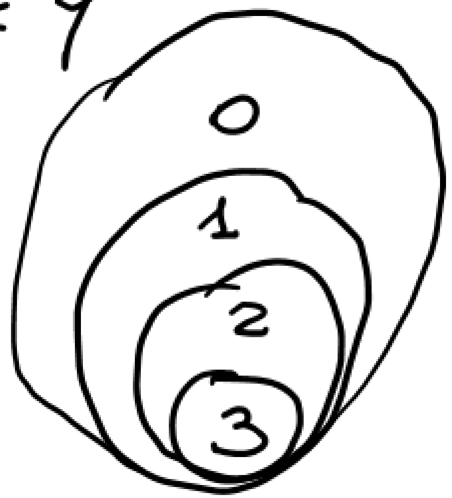
PER OGNI GRAMMATICA LINEARE DESTRA NE ESISTE UNA LINEARE SINISTRA EQUIVALENTE E VICEVERSA

ESEMPIO

$$S \to Ab \mid b$$

$$A \to Aa \mid a$$

GERARCHIA DI CHOMSKY



SI PUÒ VERIFICARE CHE PER OGNI $0 \leq n \leq 2$ OGNI GRAMMATICA DI TIPO $n+1$ è anche di tipo n e pertanto l'insieme dei linguaggi di tipo n contiene tutti linguaggi di tipo $n+1$

DEFINIZIONE

UN LINGUAGGIO L VIENE DETTO STRETTAMENTE DI TIPO n SE ESISTE UNA GRAMMATICA G DI TIPO n CHE GENERA L e NON ESISTE ALCUNA GRAMMATICA G' DI TIPO $m > n$ CHE POSSA GENERARLO

$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$

G_1 TIPO 0

G_2 TIPO 1

G_3 TIPO 2

$L(G_1)$ TIPO 0

SI PUÒ DIMOSTRARE CHE NON ESISTE NESSUNA GRAMMATICA DI TIPO 3 CHE LO PUÒ GENERARE

$L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\}$ è strettamente di tipo 2

LE GRAMMATICHE DI TIPO 3 SONO GERARCHICAMENTE LE PIÙ POVERE

TIPO	PRODUZIONI	DOVE PRENDIAMO LE VARIABILI
0	$\alpha \to \beta$	$\alpha \in V^* \circ V_N \circ V^*$ $\beta \in V^*$
1	$\alpha \to \beta$	$\alpha \in V^* \circ V_N \circ V^*$ $\beta \in V^+$ $\|\alpha\| \leq \|\beta\|$
2	$A \to \beta$	$A \in V_N$ $\beta \in V^+$
3	$A \to \delta$	$A \in V_N$ $\delta \in (V_T \cup V_N) \circ V_T$

$L = \{ (x\#)^+ \mid x = \text{permutazioni di } \langle a, b, c \rangle \}$

PERMETTE DI GENERARE STRINGHE COSTITUITE DALLA CONCATENAZIONE DI UN NUMERO QUALUNQUE MAGGIORE DI 0, DI PERMUTAZIONI DEI TERMINALI a, b, c, terminate dal carattere #

DEFINIAMO UNA GRAMMATICA DI TIPO 1

$G = \langle \underbrace{\{a, b, c, \#\}}_{V_T}, \underbrace{\{S, A, B, C\}}_{V_N}, P, S \rangle$

$S \to ABC\#S \mid ABC\#$

$\left.\begin{array}{l} AB \to BA \\ AC \to CA \\ BC \to CB \end{array}\right\}$

$A \to a$

$B \to b$

$C \to c$

$S \to \underbrace{ABC\#}S \to ABC\#ABC\#$

abc#abc#

$G' = \langle \{a, b, c, \#\}, \{S, E\}, P', S \rangle$

GRAMMATICA DI TIPO 2

$S \to E\#S \mid E\#$

$E \to abc \mid acb \mid cba \mid bac \mid bca \mid cab$

$G'' = \langle \{a, b, c, \#\}, \{S, R, X, Y, Z, X', Y', Z', X'', Y'', Z''\}, P'', S \rangle$

P.48 CAP2.

$S \to aX \mid bY \mid cZ$

$X \to bX' \mid cX'''$

$X' \to cR$

$X'' \to bR$

. . . .

OSSERVAZIONE

MAGGIORE È IL NUMERO DELLA GRAMMATICA MAGGIORE È IL NUMERO DI PRODUZIONI PER POTER COSTRUIRE UN LINGUAGGIO EQUIVALENTE USANDO GRAMMATICHE DIVERSE