

Algebra Relazionale

(Atzeni-Ceri Capitolo 3)

Algebra relazionale

- Un set di operatori che
 - Sono definiti sulle relazioni
 - Producono come risultato una relazione
- Gli operatori possono essere combinati per formare espressioni complesse

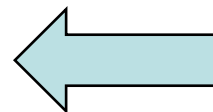
Esempio di Query

| Nome | Matricola | Indirizzo | Telefono |
|-------------|-----------|-------------|----------|
| Mario Rossi | 123456 | Via Etnea 1 | 222222 |
| Ugo Bianchi | 234567 | Via Roma 2 | 333333 |
| Teo Verdi | 345678 | Via Enna 3 | 444444 |

| Corso | Professore |
|---------------------|------------|
| Programmazione | Ferro |
| Architettura | Pappalardo |
| Matematica Discreta | Lizzio |

| Corso | Matricola | Voto |
|----------------|-----------|------|
| Programmazione | 345678 | 27 |
| Architettura | 123456 | 30 |
| Programmazione | 234567 | 18 |
| Matematica | 345678 | 22 |
| Discreta | | |
| Architettura | 345678 | 30 |

| Corso | Professore |
|----------------|------------|
| Programmazione | Ferro |
| Architettura | Pappalardo |



Quali prof. Hanno dato Più di 24 a Teo Verdi?

Operatori dell'algebra relazionale

- **Gli operatori primitivi dell'Algebra Relazionale sono:**
 - Ridenominazione;
 - Unione;
 - Differenza;
 - Proiezione;
 - Restrizione (o Selezione);
 - Prodotto.
- I simboli:
 - R, S, \dots denotano relazioni,
 - A, B, \dots attributi
 - X, Y, \dots insiemi di attributi

Esempio Ridenominazione

STUDENTE

| Corso | Matricola | Voto |
|----------------|-----------|------|
| Programmazione | 123456 | 27 |
| EINN | 23456 | 28 |

$\delta_{Matricola \rightarrow Codice\ Studente}(STUDENTE)$

Unione, Differenza e Intersezione

- Le relazioni sono degli insiemi, quindi possiamo applicare gli operatori sugli insiemi
- Il risultato deve essere un set *omogeneo* di n-uple
 - Quindi, applichiamo gli operatori sui set solo fra relazioni con gli stessi attributi
- Siano R ed S relazioni dello stesso tipo allora

$$R \cup S = \{t | t \in R \vee t \in S\}$$

$$R - S = \{t | t \in R \wedge t \notin S\}$$

$$R \cap S = \{t | t \in R \wedge t \in S\}$$

Esempio Unione

Graduates

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 7274 | Robinson | 37 |
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |

Managers

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 9297 | O'Malley | 56 |
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |

Graduates \cup Managers

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 7274 | Robinson | 37 |
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |
| 9297 | O'Malley | 56 |

Esempio Intersezione

Graduates

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 7274 | Robinson | 37 |
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |

Managers

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 9297 | O'Malley | 56 |
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |

Graduates \cap Managers

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |

Esempio Differenza

Graduates

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 7274 | Robinson | 37 |
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |

Managers

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 9297 | O'Malley | 56 |
| 7432 | O'Malley | 39 |
| 9824 | Darkes | 38 |

Graduates - Managers

| Number | Surname | Age |
|--------|----------|-----|
| 7274 | Robinson | 37 |

Un esempio utile ma non fattibile

Paternity

| Father | Child |
|---------|---------|
| Adam | Cain |
| Adam | Abel |
| Abraham | Isaac |
| Abraham | Ishmael |

Maternity

| Mother | Child |
|--------|---------|
| Eve | Cain |
| Eve | Seth |
| Sarah | Isaac |
| Hagar | Ishmael |

Paternity \cup Maternity ???

- “Father” e “Mother” sono attributi con nomi diversi ma entrambi sono “Genitori”
- Soluzione: ridenominare gli attributi

Ridenominazione e Unione

Paternity

| Father | Child |
|---------|---------|
| Adam | Cain |
| Adam | Abel |
| Abraham | Isaac |
| Abraham | Ishmael |

Maternity

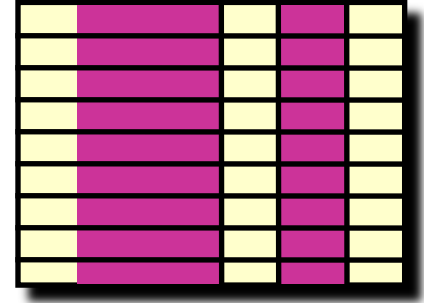
| Mother | Child |
|--------|---------|
| Eve | Cain |
| Eve | Seth |
| Sarah | Isaac |
| Hagar | Ishmael |

$$\delta_{Father \rightarrow Parent}(Paternity) \cup \delta_{Mother \rightarrow Parent}(Maternity)$$

| Parent | Child |
|---------|---------|
| Adam | Cain |
| Adam | Abel |
| Abraham | Isaac |
| Abraham | Ishmael |
| Eve | Cain |
| Eve | Seth |
| Sarah | Isaac |
| Hagar | Ishmael |

Proiezione

- Produce risultati:
 - Su un sottoinsieme degli attributi dell'operando
 - Con valori da tutte le n -uple della relazione



- Definizione
 - Sia R una relazione e siano A_1, A_2, \dots, A_n alcuni suoi attributi allora:

$$\pi_{A_1, A_2, \dots, A_n}(R) = \{t[A_1, A_2, \dots, A_n] | t \in R\}$$

- La cardinalità di $\pi_{A_1, A_2, \dots, A_n}(R)$ può essere minore di R nel caso di duplicati

Esempio Proiezione

Employees

| Surname | FirstName | Department | Head |
|---------|-----------|------------|----------|
| Smith | Mary | Sales | De Rossi |
| Black | Lucy | Sales | De Rossi |
| Verdi | Mary | Personnel | Fox |
| Smith | Mark | Personnel | Fox |

$\pi_{\text{Surname, FirstName}}(\text{Employees})$

| Surname | FirstName |
|---------|-----------|
| Smith | Mary |
| Black | Lucy |
| Verdi | Mary |
| Smith | Mark |

Un'altro esempio di proiezione

Employees

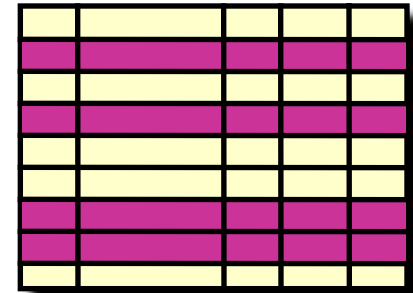
| Surname | FirstName | Department | Head |
|---------|-----------|------------|----------|
| Smith | Mary | Sales | De Rossi |
| Black | Lucy | Sales | De Rossi |
| Verdi | Mary | Personnel | Fox |
| Smith | Mark | Personnel | Fox |

$\pi_{\text{Department, Head}}(\text{Employees})$

| Department | Head |
|------------|----------|
| Sales | De Rossi |
| Personnel | Fox |

- Si riduce la cardinalità del risultato rispetto all'operando

Selezione (Restrizione)



| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

- Produce risultati:
 - Con lo stesso schema dell'operando
 - Con un sottoinsieme delle n-uple dell'operando
 - Quelle che soddisfano la condizione
- Definizione
 - Sia R una relazione allora

$$\sigma_{\lambda}(R) = \{t | t \in R \wedge \lambda(t) = TRUE\}$$

- dove λ è una formula proposizionale costruita a partire dagli atomi $A \theta B$ e utilizzando i connettivi proposizionali \wedge, \vee, \sim
 - A e B sono attributi di R o costanti e $\theta = \{=, <, >, \neq, \leq, \geq\}$

Esempio Selezione

Employees

| Surname | FirstName | Age | Salary |
|---------|-----------|-----|--------|
| Smith | Mary | 25 | 2000 |
| Black | Lucy | 40 | 3000 |
| Verdi | Nico | 36 | 4500 |
| Smith | Mark | 40 | 3900 |

$$\sigma_{Age < 30 \vee Salary > 4000} (Employees)$$

| Surname | FirstName | Age | Salary |
|---------|-----------|-----|--------|
| Smith | Mary | 25 | 2000 |
| Verdi | Nico | 36 | 4500 |

Selezione

[illegible]

Un altro esempio di Selezione

Citizens

| Surname | FirstName | PlaceOfBirth | Residence |
|---------|-----------|--------------|-----------|
| Smith | Mary | Rome | Milan |
| Black | Lucy | Rome | Rome |
| Verdi | Nico | Florence | Florence |
| Smith | Mark | Naples | Florence |

$\sigma_{\text{PlaceOfBirth}=\text{Residence}}$ (Citizens)

| Surname | FirstName | PlaceOfBirth | Residence |
|---------|-----------|--------------|-----------|
| Black | Lucy | Rome | Rome |
| Verdi | Nico | Florence | Florence |

Prodotto (Cartesiano)

- Siano $R(A_1: T_1, \dots, A_n: T_n)$ e $S(A_{n+1}: T_{n+1}, \dots, A_{n+m}: T_{n+m})$ due relazioni con $\{A_1, \dots, A_n\} \cap \{A_{n+1}, \dots, A_{n+m}\} = \emptyset$.

Allora si pone

$$R \times S = \{tu \mid t \in R \wedge u \in S\}$$

Esempio prodotto cartesiano

Employees

| Employee | Project |
|----------|---------|
| Smith | A |
| Black | A |
| Black | B |

Projects

| Code | Name |
|------|-------|
| A | Venus |
| B | Mars |

Employees X Projects

| Employee | Project | Code | Name |
|----------|---------|------|-------|
| Smith | A | A | Venus |
| Black | A | A | Venus |
| Black | B | A | Venus |
| Smith | A | B | Mars |
| Black | A | B | Mars |
| Black | B | B | Mars |

Operatori Derivati

- Sono operatori utili che si possono esprimere in funzioni di quelli primitivi.
- **Intersezione:**
 - Siano R ed S dello stesso tipo

$$R \cap S = \{t | t \in R \wedge t \in S\}$$

- Essa si può esprimere in funzione degli operatori primitivi:

$$R \cap S = R - (R - S)$$

JOIN (Giunzione)

- L'operatore più importante dell'algebra relazionale;
- Permette di combinare tuple da relazioni diverse basandosi sui valori degli attributi;
- Fondamentalmente due tipi (più qualche variante):
 - Natural JOIN
 - Theta JOIN

Natural JOIN

r_1

| Employee | Department |
|----------|------------|
| Smith | sales |
| Black | production |
| White | production |

r_2

| Department | Head |
|------------|-------|
| production | Mori |
| sales | Brown |

$r_1 \bowtie r_2$

| Employee | Department | Head |
|----------|------------|------|
|----------|------------|------|

Definizione del Natural JOIN

- Sia R con attributi XY ed S con attributi YZ
- $R \bowtie S$ e' una relazione di attributi XYZ costituita da tutte le n -uple t tali che $t[XY] \in R$ e $t[YZ] \in S$
- Quindi:

$$R \bowtie S = \{t | t[XY] \in R \text{ e } t[YZ] \in S\}$$

- Cioè: le n -uple del risultato sono ottenute combinando le n -uple di R e S che hanno gli stessi valori negli attributi con lo stesso nome

Un altro esempio di Natural JOIN

Offences

| <u>Code</u> | Date | Officer | Dept | Registration |
|-------------|------------|---------|------|--------------|
| 143256 | 25/10/1992 | 567 | 75 | 5694 FR |
| 987554 | 26/10/1992 | 456 | 75 | 5694 FR |
| 987557 | 26/10/1992 | 456 | 75 | 6544 XY |
| 630876 | 15/10/1992 | 456 | 47 | 6544 XY |
| 539856 | 12/10/1992 | 567 | 47 | 6544 XY |

Cars

| <u>Registration</u> | <u>Dept</u> | Owner | ... |
|---------------------|-------------|-----------------|-----|
| 6544 XY | 75 | Cordon Edouard | ... |
| 7122 HT | 75 | Cordon Edouard | ... |
| 5694 FR | 75 | Latour Hortense | ... |
| 6544 XY | 47 | Mimault Bernard | ... |

Offences ⋈ Cars

| <u>Code</u> | Date | Officer | Dept | Registration | Owner | ... |
|-------------|------------|---------|------|--------------|------------------------|-----|
| 143256 | 25/10/1992 | 567 | 75 | 5694 FR | Latour Hortense | ... |
| 987554 | 26/10/1992 | 456 | 75 | 5694 FR | Latour Hortense | ... |
| 987557 | 26/10/1992 | 456 | 75 | 6544 XY | Cordon Edouard | ... |
| 630876 | 15/10/1992 | 456 | 47 | 6544 XY | Mimault Bernard | ... |
| 539856 | 12/10/1992 | 567 | 47 | 6544 XY | Mimault Bernard | ... |

Ancora un altro esempio di Natural Join

Paternity

| Father | Child |
|---------|---------|
| Adam | Cain |
| Adam | Abel |
| Abraham | Isaac |
| Abraham | Ishmael |

Maternity

| Mother | Child |
|--------|---------|
| Eve | Cain |
| Eve | Seth |
| Sarah | Isaac |
| Hagar | Ishmael |

Paternity ⋈ Maternity

| Father | Child | Mother |
|---------|---------|--------|
| Adam | Cain | Eve |
| Abraham | Isaac | Sarah |
| Abraham | Ishmael | Hagar |

Theta-JOIN e Equi-JOIN

- Estensione del NATURAL JOIN
- Viene specificato un predicato per la selezione delle n-uple
- E' un operatore derivato:

$$R \bowtie_F S = \sigma_F (R \times S)$$

- Quando F è una congiunzione di uguaglianze si parla di **equi-JOIN**

Esempio di equi-JOIN

Employees

| Employee | Project |
|----------|---------|
| Smith | A |
| Black | A |
| Black | B |

Projects

| Code | Name |
|------|-------|
| A | Venus |
| B | Mars |

Employees ⋈_{Project=Code} Projects

| Employee | Project | Code | Name |
|----------|---------|------|-------|
| Smith | A | A | Venus |
| Black | A | A | Venus |
| Black | B | B | Mars |

Giunzione(Equijoin)

- Siano $R(A_1: T_1, \dots, A_n: T_n)$ ed $S(A_{n+1}: T_{n+1}, \dots, A_{n+m}: T_{n+m})$ con $\{A_1, \dots, A_n\} \cap \{A_{n+1}, \dots, A_{n+m}\} = \emptyset$.
- Allora si pone
 - $R \bowtie_{A_i=A_k} S = \{tu \mid t \in R, u \in S, t.A_i = u.A_k\}$
 - Con $1 \leq i \leq n$ e $n+1 \leq k \leq n+m$.
- La giunzione è derivata perché

$$R \bowtie_{A_i=A_k} S = \sigma_{A_i=A_k}(R \times S)$$

Giunzione Naturale(Natural join)

- Siano R con attributi XY ed S con attributi YZ
- $R \bowtie S$ è una relazione di attributi XYZ costituita da tutte le n -uple t tali che: $t[XY] \in R$, $t[YZ] \in S$.

$$R \bowtie S = \{t | t[XY] \in R \text{ e } t[YZ] \in S\}$$

- La giunzione è derivata perché
 - Si rinominano gli attributi Y in S come Y' e si ottiene S' . Si opera la giunzione (equijoin) rispetto ad Y ed Y' . Si proietta rispetto a XYZ

$$R \bowtie S = \pi_{XYZ}(R \bowtie_{Y=Y'} S')$$

Query (interrogazioni)

- L'algebra relazionale può quindi essere usata per interrogare una base di dati
- Una query è una funzione da una istanza di un database (insieme di relazioni) ad una relazione

Database di esercitazione

Employees

| Number | Name | Age | Salary |
|--------|--------------|-----|--------|
| 101 | Mary Smith | 34 | 40 |
| 103 | Mary Bianchi | 23 | 35 |
| 104 | Luigi Neri | 38 | 61 |
| 105 | Nico Bini | 44 | 38 |
| 210 | Marco Celli | 49 | 60 |
| 231 | Siro Bisi | 50 | 60 |
| 252 | Nico Bini | 44 | 70 |
| 301 | Steve Smith | 34 | 70 |
| 375 | Mary Smith | 50 | 65 |

Supervision

| Head | Employee |
|------|----------|
| 210 | 101 |
| 210 | 103 |
| 210 | 104 |
| 231 | 105 |
| 301 | 210 |
| 301 | 231 |
| 375 | 252 |

Esercizio 1

- Trovare numero, nome ed eta' di tutti gli impiegati che guadagnano piu' di 40 mila euro

$\pi_{\text{Number, Name, Age}}(\sigma_{\text{Salary} > 40}(\text{EMPLOYEES}))$

| Number | Name | Age |
|--------|-------------|-----|
| 104 | Luigi Neri | 38 |
| 210 | Marco Celli | 49 |
| 231 | Siro Bisi | 50 |
| 252 | Nico Bini | 44 |
| 301 | Steve Smith | 34 |
| 375 | Mary Smith | 50 |

Esercizio 2

- Trovare il numero dei responsabili degli impiegati che guadagnano piu' di 40 mila euro

$\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \bowtie_{\text{Employee=Number}}(\sigma_{\text{Salary}>40}(\text{EMPLOYEES})))$

| Head |
|------|
| 210 |
| 301 |
| 375 |

Esercizio 3

- Trovare nome e salario dei responsabili degli impiegati che guadagnano piu' di 40 mila euro.

$$\pi_{\text{NameH, SalaryH}} (\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}} (\text{EMPLOYEES}) \\ \bowtie_{\text{NumberH=Head}} \\ (\text{SUPERVISION} \bowtie_{\text{Employee=Number}} (\sigma_{\text{Salary} > 40} (\text{EMPLOYEES})))) \quad (3.3)$$

| NameH | SalaryH |
|-------------|---------|
| Marco Celli | 60 |
| Steve Smith | 70 |
| Mary Smith | 65 |

Esercizio 4

- Trovare gli impiegati che guadagnano piu' dei loro responsabili e visualizzare numero, nome e salario sia dell'impiegato che del responsabile

$$\pi_{\text{Number, Name, Salary, NumberH, NameH, SalaryH}} (\sigma_{\text{Salary} > \text{SalaryH}} (\rho_{\text{NumberH, NameH, SalaryH, AgeH} \leftarrow \text{Number, Name, Salary, Age}} (\text{EMPLOYEES}) \bowtie_{\text{NumberH=Head}} (\text{SUPERVISION} \bowtie_{\text{Employee=Number}} (\text{EMPLOYEES})))) \quad (3.4)$$

| Number | Name | Salary | NumberH | NameH | SalaryH |
|--------|------------|--------|---------|-------------|---------|
| 104 | Luigi Neri | 61 | 210 | Marco Celli | 60 |
| 252 | Nico Bini | 70 | 375 | Mary Smith | 65 |

Esercizio 5

- Trovare numero e nome dei responsabili i cui impiegati guadagnano TUTTI piu' di 40 mila euro

$$\pi_{\text{Number, Name}}(\text{EMPLOYEES} \bowtie_{\text{Number=Head}} (\pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION}) - \pi_{\text{Head}}(\text{SUPERVISION} \bowtie_{\text{Employee=Number}} (\sigma_{\text{Salary} \leq 40}(\text{EMPLOYEES}))))))$$

| Number | Name |
|--------|-------------|
| 301 | Steve Smith |
| 375 | Mary Smith |

Una convenzione e notazione alternativa per i join

- Per "riconoscere" attributi con lo stesso nome gli premettiamo il nome della relazione
- Usiamo "assegnazioni" (viste) per ridenominare le relazioni (e gli attributi solo quando serve per l'unione)

- Trovare gli impiegati che guadagnano più del proprio capo, mostrando matricola, nome e stipendio dell'impiegato e del capo

$$\begin{aligned}
 & \pi_{\text{Matr, Nome, Stip, MatrC, NomeC, StipC}} (\\
 & \quad \sigma_{\text{Stipendio} > \text{StipC}} (\\
 & \quad \quad \delta_{\text{MatrC, NomeC, StipC, EtàC} \leftarrow \text{Matr, Nome, Stip, Età}} (\text{Impiegati}) \\
 & \quad \quad \bowtie_{\text{MatrC} = \text{Capo}} \\
 & \quad (\text{Supervisione} \quad \bowtie_{\text{Impiegato} = \text{Matricola}} \text{Impiegati}) \\
 &) \\
 &)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \pi_{\text{Matr, Nome, Stip, MatrC, NomeC, StipC}} (\\
 & \quad \sigma_{\text{Stipendio} > \text{StipC}} (\\
 & \quad \quad \delta_{\text{MatrC, NomeC, StipC, Et\`aC} \leftarrow \text{Matr, Nome, Stip, Et\`a}} (\text{Impiegati}) \\
 & \quad \quad \quad \bowtie_{\text{MatrC} = \text{Capo}} \\
 & \quad \quad (\text{Supervisione} \quad \bowtie_{\text{Impiegato} = \text{Matricola}} \text{Impiegati}) \\
 & \quad) \\
 &)
 \end{aligned}$$

Capi := Imp

$$\begin{aligned}
 & \pi_{\text{Imp.Matr, Imp.Nome, Imp.Stip, Capi.Matr, Capi.Nome, Capi.Stip}} (\\
 & \quad \sigma_{\text{Imp.Stip} > \text{Capi.Stip}} (\\
 & \quad \quad \text{Capi} \quad \bowtie_{\text{Capi.Matr} = \text{Capo}} (\text{Sup} \quad \bowtie_{\text{Imp} = \text{Imp.Matr}} \text{Imp}) \\
 & \quad) \\
 &)
 \end{aligned}$$