

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA

Corso di Laurea in **Ingegneria delle Tecnologie per il Mare**

Prova scritta di **Geometria**

A.A. 2021-2022

14/09/2022

Durata: 90 minuti. Giustificare ogni affermazione. E' vietato l'uso di libri e appunti. Per superare la prova è necessario svolgere, in maniera corretta e completa, almeno tre punti, uno dei quali dev'essere un punto dell'Esercizio 3.

1. Siano U e V i seguenti sottospazi di \mathbb{R}^4 :

$$U = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : x + hy + z + t = 0 = x - y + z\}$$

$$V = \mathcal{L}((1, 1, 0, 1), (1, 0, 2, 1))$$

- (a) Determinare le equazioni cartesiane del sottospazio V .
 - (b) Determinare una base e la dimensione dei sottospazi $U \cap V$ e $U + V$ al variare di $h \in \mathbb{R}$.
2. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'endomorfismo definito dalle seguenti condizioni:

$$\begin{cases} f(1, 0, 0) = (1, 0, 0) \\ f(0, 1, 0) = (2, h, 0) \\ f(0, 0, 1) = (1, 0, 3) \end{cases}$$

dove h è un parametro reale.

- (a) Determinare una base per il nucleo e l'immagine di f al variare di $h \in \mathbb{R}$.
 - (b) Studiare la semplicità di f al variare di $h \in \mathbb{R}$.
 - (c) **Posto** $h = 2$, sia A la matrice associata a f rispetto alla base canonica. Stabilire se A è diagonalizzabile e, in caso positivo, determinare una matrice diagonale D e una matrice invertibile P tali che $P^{-1} \cdot A \cdot P = D$.
- E' fissato un sistema di riferimento cartesiano ortogonale $O.\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$ nello spazio*
3. (a) Siano P, Q e R i punti di coordinate $P = (1, 0, 0)$, $Q = (1, 2, 0)$, $R = (2, 1, 1)$. Trovare le equazioni cartesiane del piano π che passa per P, Q e R .
- (b) Sia α il piano di equazione $x + 2y + 3z - 2 = 0$. Trovare le equazioni cartesiane della retta r che è perpendicolare ad α e passa per il punto di coordinate $(4, 4, 4)$.