Inverso di 49 mod 23

$49 \bmod 23 = 3$

$\varphi(23) = 22$

$3^{21} \bmod 23 \longrightarrow (3^3)^7 \bmod 23 \longrightarrow 27^7 \bmod 23$

$4^7 \bmod 23 \longrightarrow 4^3 \cdot 4^3 \cdot 4 \bmod 23 \longrightarrow 64 \cdot 64 \cdot 4 \bmod 23$

$\longrightarrow 18 \cdot 18 \cdot 4 \bmod 23 \longrightarrow 18 \cdot 72 \bmod 23 \longrightarrow 18 \cdot 3 \bmod 23$

$54 \bmod 23 = 8$

$49 \cdot 8 = 392 \bmod 23$

$392 \equiv 1 \bmod 23$

$51 \mod 16$

$$\boxed{(n \mod m)^{\varphi(m)-1} \mod m}$$

$\varphi(16) = 2^4 - 2^3 = 8$

PHI

$51 \mod 16 = 3 \longrightarrow 3^{8-1} \mod 16 \longrightarrow 3^7 \mod 16$

$3^3 \cdot 3^3 \cdot 3 \mod 16 \longrightarrow 27 \cdot 27 \cdot 3 \mod 16 \longrightarrow$

$\longrightarrow 11 \cdot 11 \cdot 3 \mod 16 \longrightarrow 11 \cdot 33 \mod 16 \longrightarrow 11 \cdot 1 \mod 16$

$11 \mod 16 = 11 \longrightarrow$ risultato

VERIFICA

$51 \cdot 11 = 561 \mod 16$

$\uparrow$

$3 \cdot 11 = 33 \equiv 1 \mod 16$

resto di $51 \mod 16$

$63 \bmod 10$

$\varphi(10) = 4$

$63 \bmod 10 = 3$

$3^{4-1} \bmod 10$

$27 \bmod 10 = 7 \bmod 10$

$3 \cdot 7 = 21 \equiv 1 \bmod 10$

resto di $63 \bmod 10$

$72 \bmod 5$

$2^3 \bmod 5$

$8 \bmod 5$

3

$2 \cdot 3 = 6 \equiv 1 \bmod 5$

$83 \bmod 10$

$3^3 \bmod 10 = 7$

$3 \cdot 7 = 21 \equiv 1 \bmod 10$

$97 \bmod 11$

$9^{9} \bmod 11$

$9^2 \cdot 9^2 \cdot 9^2 \cdot 9^2 \cdot 9 \bmod 11$

$16 \cdot 16 \cdot 9 \bmod 11 \to 5 \cdot 5 \cdot 9 \to 225 \to 5$

$9 \cdot 5 = 45 \equiv 1 \bmod 11$

$100 \bmod 23$

8

$8^{21} \bmod 23 = (8^3)^7 \bmod 23 \to (8 \cdot 8^2)^7 \bmod 23 \to$

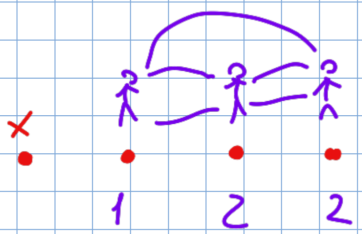
$\to (8 \cdot 18)^7 \bmod 23 = (144)^7 \bmod 23 \quad 6^7 \bmod 23 \to$

$\to 6^2 \cdot 6^2 \cdot 6^2 \cdot 6 \bmod 23 \to 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 6 = 169 \cdot 78 \bmod 23$

$8 \cdot 9 \bmod 23 \to 72 \bmod 23$

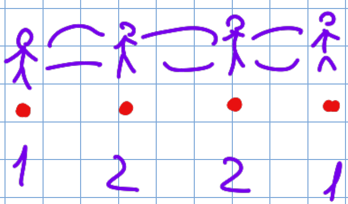
$3 \cdot 8 = 24 \equiv 1 \bmod 23$

CALCOLO COMBINATORIO



NUMERO DI AMICI

1) Per il pigeonhole principle abbiamo $n-2$ (2) scelte totali per un numero di $n-1$ (3) persone



2) Per il pigeonhole principle abbiamo $n-1$ (3) scelte totali per un numero di n (4) persone

INSIEME DI INTERI

$S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$ $\qquad n = 5$

✓ $6 - 1 = 5$

✗ $3 - 2 = 1$

✗ $4 - 2 = 2$

Vogliamo trovare a, b numeri che se facciamo $a - b$ abbiamo un multiplo di n

Come fare?

Consideriamo $M = \{ a \bmod n \}$

$1 \bmod 5 = 1$

$2 \bmod 5 = 2$

" $\quad 3$

" $\quad 4$

" $\quad 0$

$6 \bmod 5 \quad 1$

Dato che è un insieme l'1 non si può ripetere più volte quindi i resti sono 5 $|M| = 5 = n$

quindi ci sono 2 interi a, b tali che:

$a \bmod n = b \bmod n \rightarrow a - b \equiv 0 \bmod n$

$6 \bmod 5 = 1 \bmod 5 \rightarrow 6 - 1 \equiv 0 \bmod 5$

PAG 39 n° 1

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

Prendo il numero totale di numeri (15) e ho tolto i numeri primi (15 - 6 = 9) poi:

$$\binom{9}{2} = \frac{9!}{2! \cdot (9-2)!} \longrightarrow 36$$

il numero di terne per ogni numero primo
(se prendo il 3 posso creare 36 terne

poi $36 \cdot 6 = 216$

numero di numeri primi

RISPOSTA

n° 2

Per il piegonhole 1), 2) sono verificati perché ci sono 12 mesi e 30 giorni e 50 persone

Per il 3) dovrebbero essere almeno 366 per essere sicuri

n° 3

C'è ordine per le funzioni iniettive quindi è una:

disposizione semplice: $\dfrac{n!}{(n-k)!}$

$$\frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} = 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$$

n° 4

$$\frac{90}{13} = 6,92 \simeq 7$$

n° 6

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \cdot 3 \cdot \cancel{2!}}{2! \cdot \cancel{2!}} = \frac{12}{2} = 6$$

$$\binom{6}{3} = \frac{6!}{3! \cdot 3!} = \frac{\overset{2}{\cancel{6}} \cdot 5 \cdot \overset{2}{\cancel{4}} \cdot \cancel{3!}}{\cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{3!}} = 20 \qquad 6 \cdot 20 = 120$$

n° 7

$\underline{9}\quad \underline{9}\quad \underline{8}\quad \underline{7} \;\rightarrow\; 9\cdot 9\cdot 8\cdot 7 = 4536$

n° 8

40

CT	SR	ME	RG
9	11	10	10

n° 9

$\{1, \dot{2}, 3, \dot{4}, 5, \dot{6}, 7, \dot{8}, 9, \dot{10}\}$

INSIEME NUMERI DISPARI $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

CASI TOT. $\binom{10}{5} = 252$

$252 - 1 = 251$

insiemi con numeri pari

n° 10

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$A \rightarrow \binom{9}{5} = \frac{9!}{5! \cdot 4!} = \frac{\cancel{9}^{3} \cdot \cancel{8}^{2} \cdot 7 \cdot \cancel{6}^{3} \cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot 2 \cdot 1} = 126$

$B \rightarrow \binom{10}{7} = \frac{10!}{7! \cdot 3!} = \frac{10 \cdot \cancel{9}^{3} \cdot \cancel{8}^{4} \cdot \cancel{7!}}{\cancel{7!} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot 1} = 120$

RISPOSTA: NO