### **HW3 All-Pair Shortest Path**

109062101 許佳綺

### **Implementation**

#### hw3-1 (CPU)

使用基本的Floyd Warshall去實作,由於第k+1輪是 depends on 第k輪,所以只有每次的i, j這部分可以平行,我使用 OpenMP 並用 Schedule(Static) 讓每個thread去平分所有第i點到其他vertex的運算。

```
for(int k = 0; k < v; k++){
    #pragma omp parallel for schedule(static) num_threads(numOfThread)
    for(int i = 0; i < v; i++){
        for(int j = 0; j < v; j++){
            dis[i][j] = min(dis[i][j], dis[i][k]+dis[k][j]);
        }
    }
}</pre>
```

### hw3-2 (Single GPU)

以下內容會以最終實作版本來闡述(包含Optimize的部分)

使用Block Floyd Warshall。我讓GPU中的每個gblock都負責一個Floyd Warshall的fblock,每個thread負責一個fblock 中的4個位置 (i,j),(i+B/2,j),(i,j+B/2),(i+B/2,j+B/2),這是為了要最大化 shared memory的使用。(後面解釋)

在phase1先做完該round的pivot block所含點之間的兩兩距離,因此單個gblock需要 1\*B\*B的shared memoryf去儲存一個pivot fblock所會用到的value,而phase2是處理與phase1做完的pivot fblock同row和同col的fblock,所以單個gblock需要 3\*B\*B的shared memory,而phase3是根據phase2做完的一個row fblock跟一個col fblock去算出位在該(row, col)的fblock,因此在這個階段單個gblock也需要3\*B\*B的 shared memory。

而透過 cudaGetDeviceProperties 可以知道 maxThreasPerBlock = 1024, sharedMemPerBlock = 49152, 而 49152=3\*4\*64\*64, 一個integer是4 byte, 在phase2跟phase3都需要4 \* 3 \* B \* B所以我Block Factor(B) 選用64, number of Thread則使用32\*32。

首先在Phase1的部分,我使用B\*B的shared memory,先把每個thread所負責的4個位置的value都load到 shared memory,並用syncthread()保證資料載入完畢,接著iterate過整個block pivot,去同時更新這四個位置。並且因為第k+1輪是depends on第k輪的結果,因此需要syncthreads()同步第k輪的所有結果。最後再將算好的位置存回 dist 中。

```
__global__ void block_FW_p1(int* dist, int round, int n){
    __shared__ int shr[Blocksize][Blocksize];
    int x = threadIdx.x; // col
    int y = threadIdx.y; // row

int c = round * Blocksize + threadIdx.x;
    int r = round * Blocksize + threadIdx.y;
```

```
shr[y][x] = dist[r * n + c];
    shr[y + Half][x] = dist[(r + Half) * n + c];
   shr[y][x + Half] = dist[r * n + (c + Half)];
    shr[y + Half][x + Half] = dist[(r + Half) * n + (c + Half)];
    __syncthreads();
   #pragma unroll 32
   for(int i = 0; i < Blocksize; i++){
        shr[y][x] = min(shr[y][x], shr[y][i] + shr[i][x]);
        shr[y + Half][x] = ...
        shr[y][x + Half] = ...
        shr[y + Half][x + Half] = ...
        __syncthreads();
   }
   dist[r * n + c] = shr[y][x];
   dist[(r + Half) * n + c] = shr[y + Half][x];
   dist[r * n + (c + Half)] = shr[y][x + Half];
   dist[(r + Half) * n + (c + Half)] = shr[y + Half][x + Half];
    return;
}
```

接著是Phase2的部分,我使用N/B個gblock去計算(會跳過Phase1負責的該block),每一個thread負責一個與pivot 同row的fblock和一個與pivot 同col的fblock。和phase1類似,先把負責的position value載入,用 syncthread()保證資料載入完畢,接著iterate過整個block,去同時更新這八個位置。並且因為第k+1輪是 depends on第k輪的結果,因此需要syncthreads()同步第k輪的所有結果。最後再將算好的位置存回 dist 中。

接著是Phase3的部分,我使用N/B\*N/B個gblock去計算(會跳過Phase1跟Phase2負責的blocks),每一個 thread負責一個fblock,並且需要用到跟該fblock同row跟同col的兩個fblock資料。先把需要的position value 載入,用syncthread()保證資料載入完畢,接著iterate過整個block,去同時更新這四個位置。而因為phase3 只depends on phase2運算的結果跟同一個點的運算結果,所以不需要syncthread去同步。最後再將算好的 位置存回 dist 中。

而在這些流程中,我也做了像是memory padding將輸入的v補成是B的倍數,讓接下來存取的時候不用再有另外的if-else去判斷界線。以及使用 #pragma omp unroll 讓編譯時能將For-loop攤開優化效率。

#### hw3-3 (Multiple GPU)

hw3-3中我只在block\_FW\_p3做優化,因為phase1只需要算1個block,phase2需要做2\*N/B - 1個block,phase3需要做(N/B)\*(N/B) - 2\*N/B)個block,因此最主要的運算都卡在這邊。

一開始會由CPU將整張圖複製給兩張GPU,接者再每輪中,我使用 cudaMemcpyPeer() 去讓兩個GPU互相溝通,基本上我把Phase3的運算部分切割成上下兩part,在第i輪時將負責第i個row的block的資料複製到另一個GPU上。並使用#pragma omp barrier等待所有同步,再進行接下來的運算。

```
// sudo code
#pragma omp parallel num_threads(2)
{
```

```
int id = omp_get_thread_num();
   cudaSetDevice(id);
   cudaDeviceEnablePeerAccess(!id, 0);
   cudaMalloc(&(ddist[id]), n * n * sizeof(int));
   cudaMemcpy(ddist[id], Dist, n * n * sizeof(int), cudaMemcpyHostToDevice);
   dim3 num_blocks_p3(B, B / 2);
   int row_offset = 0;
   if(id){
        row_offset = B / 2;
        if(B & 1) num_blocks_p3.y++;
   }
   for(int i = 0; i < B; i++){
        if(!id \&\& i < B / 2){
            cudaMemcpyPeer(0 -> 1);
        else if(id && i >= B / 2){
            cudaMemcpyPeer(1 -> 0);
        }
        #pragma omp barrier
        block_FW_p1<<<num_blocks_p1, num_threads>>>(ddist[id], i, n);
        block_FW_p2<<<num_blocks_p2, num_threads>>>(ddist[id], i, n);
        block_FW_p3<<<num_blocks_p3, num_threads>>>(ddist[id], i, n, row_offs
   cudaMemcpy(Device(GPU[id]) -> Host(CPU));
}
```

### **Profiling Results**

這邊取最大計算量的 block\_FW\_p3 來profile

block_FW_p3	Min	Max	Avg
Achieved_Occupancy	0.917496	0.920175	0.918862
sm_efficiency	99.07%	99.74%	99.65%
shared_load_throughput	2771.2GB/s	2854.1GB/s	2826.0GB/s
shared_store_throughput	261.87GB/s	268.30GB/s	265.86GB/s
gst_throughput	58.412GB/s	59.786GB/s	59.341GB/s
gld_throughput	19.003GB/s	19.214GB/s	19.047GB/s

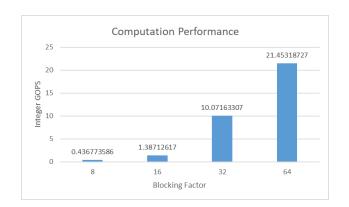
## **Experiment & Analysis**

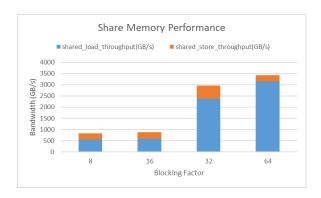
#### **System Spec**

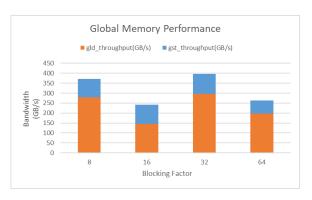
課程所提供的Hades環境

計算IO時間使用 clock\_gettime(),計算kernel function時間則使用 nvprof 的 -metrixs,-print-gpu-summary。

#### **Blocking Factor**

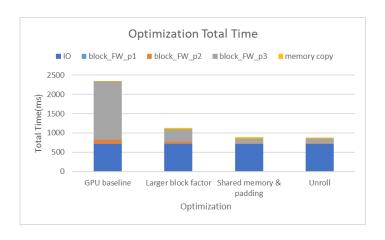






可以看到隨著block factor的遞增,GOPS也會跟得增加。而shared memory performance也跟Blocking Factor成正相關,代表blocking factor的增加能更善用share memory。而global memory performance 目前不太確定再block factor=16跟64時 global bload throughput會下降,推測可能跟硬體架構有關(?)。

#### Optimization

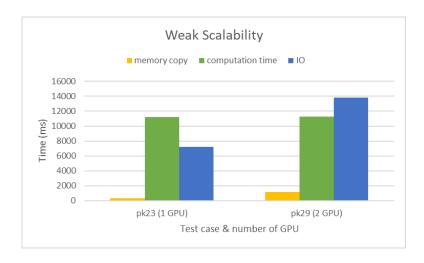


可以看到灰色部分(block\_FW\_p3) 會是bottle neck,因此一開始我將Block Factor從32改成64去優化後可以看到灰色部分可以減少非常多,更好的運用所有資源。接著做share memory跟padding的優化,就是將每個thread負責的計算從1個position變成4個position,又可以看到灰色部分能夠再減少1/2左右,而橘色部分(block\_FW\_p2)也會下降蠻多的。後續就是unroll的優化,可以再降低一點點執行時間。總體而言,IO時間比較固定,因此對computation部分做優化而能達到不錯的效果。

#### Weak Scalability

用 single GPU 跑 pk23  $\rightarrow$  v = 22973,用 2 GPU 跑 pk29  $\rightarrow$  u = 28911。

因為Weak Scalability是想驗證 在每個processor拿到的工作量相等下增加processor數量 的 執行時間,因此 當computational resource 上升兩倍,problem size也需要從  $v^3=1.2124201e+13$  變成  $u^3=2.4165141e+13$  (大概兩倍) (Floyd Warshell的time complexity是 $O(n^3)$ )。



可以從上圖看到,從1GPU變成2GPU,隨著計算量也上升兩倍,computation time還是能維持得差不多,總 共的時間如果不包含IO時間還是能看出scalability還是很不錯的。

#### **Time Distribution**



我使用不同vertex size的test case去測試,可以看到不論是computation time 還是IO time都是隨著input增加而遞增,total time會跟input成正相關。

# **Experience & Conclusion**

這次作業我卡最久的就是算位置,因為block floyd warshall每個phase的切法不太一樣,並且還有算每個thread負責的位置,我想這次的GPU作業讓我不僅僅是對這個演算法有更多的了解,同時也花了不少時間再理解硬體架構,讓成是能最大化硬體提供的資源。cuda的平行跟切割的邏輯需要非常清晰,平時也需要一些profiler的輔助來知道現在的優化是否有成效,透過這次作業讓我學到更多分析的方式,也對撰寫cuda程式有了更多了解。感謝助教與教授的用心出題及處理server問題。