

Esame di Laboratorio di Fisica Computazionale

18 aprile 2012, ore 13.30

shell scripting

Si scriva uno script che permette di identificare la PID (il numero identificativo) del processo `cron`. Questo processo viene lanciato da `root` all'avvio del computer.

Mathematica

1. Si risolva il sistema di equazioni seguente:

$$\begin{cases} x + y + z &= 4 \\ x^2 - y^2 - z &= 2 \\ -x + 6y - z &= -2 \end{cases}$$

2. Si disegnino, nello stesso grafico, le tre superfici (con z espresso in funzione di x e y) definite dalle tre equazioni del punto precedente, scegliendo come intervallo $x \in [-5, 5]$ e $y \in [-5, 5]$.
3. Si consideri un sistema di spin 1 e si scelga una base cartesiana in cui L_z è diagonale:

$$L_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Gli operatori $L_{\pm} = L_x \pm iL_y$ agiscono sugli autostati di L_z secondo l'equazione $L_{\pm}|m\rangle = \sqrt{2}|m \pm 1\rangle$. Si calcoli la rappresentazione matriciale degli operatori L_x e L_y .

A questo scopo si definisca una funzione $\text{Lp}[\mathbf{i}_{-}, \mathbf{j}_{-}] := \text{Sqrt}[2] \text{Delta}[\mathbf{i}, \mathbf{j} + 1]$, dove Delta indica la funzione δ di Kronecker; analogamente si proceda per L_{-} . Si ricordi che gli autovalori di L_z sono $-1, 0, 1$ (nel problema è stato posto $\hbar = 1$).

4. Si risolva l'equazione differenziale

$$(1 - x^2)y''(x) - xy'(x) + n^2y(x) == 0$$

e si pongano le due costanti di integrazione $c_1 = 1, c_2 = 0$. Si disegnino, con $x \in [-1, 1]$, in un solo grafico le prime cinque soluzioni ponendo $n = 1, \dots, 5$.

Si generino i primi cinque polinomi di Chebyshev $T_n(x)$, utilizzando la relazione di ricorrenza

$$T_{n+1}(x) = 2xT_n(x) - T_{n-1}(x), \quad T_0(x) = 1, \quad T_1(x) = x$$

Si disegnino, con $x \in [-1, 1]$, questi cinque polinomi e si faccia un confronto con le prime cinque soluzioni dell'equazione differenziale.