

- **SOVRAPPOSIZIONE DEGLI EFFETTI**

In una rete LINEARE contenente, oltre ai resistori, generatori sia di tensione  $E$  che di corrente  $J$ , le tensioni e le correnti di lato possono essere determinate sommando i contributi dovuti ai singoli generatori considerati agenti uno per volta.

La semplificazione si ha in quanto, di volta in volta, la rete viene alimentata da un solo tipo di generatore.

$E$  verrà sostituito da un CC, mentre  $J$  da un CA.

Ma vale questo principio per la potenza?

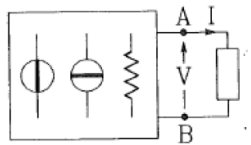
Varrebbe  $P = R(I_I^2 + I_{II}^2)$  ma la potenza NON è lineare! Si applica banalmente il quadrato del binomio:

$$P = RI^2 = R(I_I + I_{II})^2$$

- **TEOREMI DEL GENERATORE EQUIVALENTE**

Se indipendentemente da quanto accade alla rete si limita l'attenzione ad una sola coppia di morsetti AB, i teoremi del generatore equivalente semplificano di molto i calcoli per la determinazione della tensione o della corrente relative al bipolo.

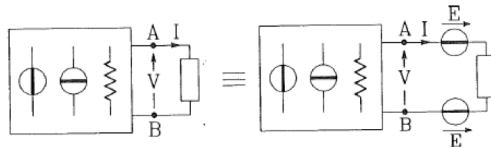
➔ **TEOREMA DEL GENERATORE DI TENSIONE - TEOREMA DI THÈVENIN**



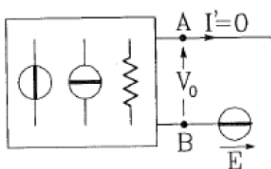
Una rete comunque complessa vista da una coppia di morsetti AB può essere considerata equivalente ad un circuito semplice costituito da un generatore ideale  $E_0$  di valore pari alla tensione a vuoto  $V_0$  in serie con la resistenza equivalente della rete passivata ai morsetti AB aperti.

**DIMOSTRAZIONE**

1. Se introduco due  $E$  contrapposte, la rete non si accorge del cambiamento.



2. Data la linearità della rete, si può applicare il principio di sovrapposizione degli effetti e il regime delle correnti si può vedere come contributo separato dei vari generatori presenti, agenti da soli o in gruppi.



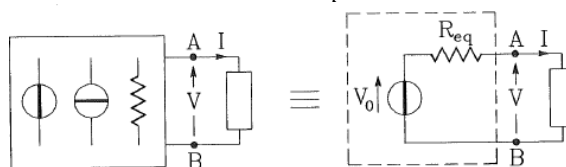
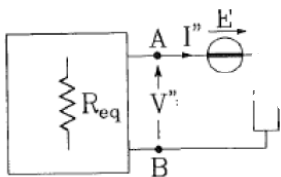
3. Si inizi aprendo i morsetti AB considerando la rete attiva, la corrente  $I_I$  che scorre sul circuito sarà necessariamente nulla, se questa rete attiva è semplificata da una sola resistenza si avrà:

$$I_I = \frac{V_0 - E}{R} = 0 \Rightarrow E = V_0$$

4. Si consideri la stessa rete ora resa passiva, adesso sappiamo che la corrente circolante sul circuito è dovuta solo a questo secondo contributo, dunque

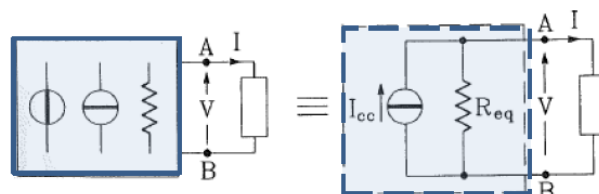
$I = I_I + I_{II} = I_{II}$  e avendo trovato che  $E = V_0$  si arriva a:

$$I = \frac{V}{R_{eq}}$$



➔ **TEOREMA DEL GENERATORE DI CORRENTE - TEOREMA DI NORTON**

Una rete lineare comunque complessa, vista da una coppia di morsetti AB può essere considerata equivalente ad un circuito semplice costituito da un generatore ideale di corrente di valore  $I_{CC}$  pari alla corrente di CC tra A e B, in parallelo con una resistenza equivalente trovata passivizzando la rete, vista dai morsetti di interesse.



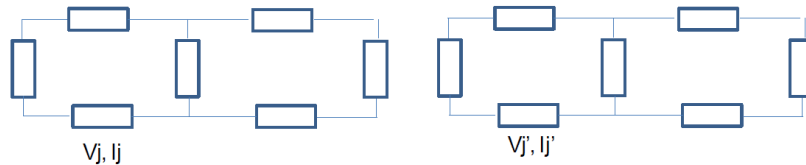
## NB: RETE NON LINEARE

- Ho un solo componente lineare? Lo isolo o con Norton o con Thèvenin, la rete rimanente la posso considerare lineare.
- Ho più componenti non lineari? NON ho la benché minima possibilità di applicare i due teoremi del generatore equivalente.

### MODUS OPERANDI:

- 1) Stacco i morsetti e passivo la rete:  $J = CA$ ;  $E = CC \rightarrow$  trovo  $R_{eq}$  vista ai capi dei morsetti d'interesse.
- 2) Riattivo la rete
  - 2.1) Thèvenin: trovo la tensione a vuoto  $V_0 = E_0$
  - 2.2) Norton: sostituisco i morsetti con un  $CC$  e trovo la corrente di corto circuito  $I_{CC} = J_0$

### • TEOREMA DI TELLEGEN (TOPOLOGIA CIRCUITALE)



Data una rete generica, per il lato j-esimo, siano dati  $V_j$  e  $I_j$  facenti capo ai nodi  $i$  e  $k$ .

Con  $V'_j$  e  $I'_j$  si indicheranno le stesse grandezze ma relative ad un'altra qualunque rete che avrà in comune con la precedente solo la geometria.

Si definisce Potenza Virtuale:  $P_V = V_j I'_j = V'_j I_j$

Avendo a mente le convenzioni da utilizzare per ogni lato, **il Principio di Tellegen afferma che nella rete le potenze virtuali si conservano:**

$$\sum_{j=1}^l v_j I'_j = \sum_{j=1}^l v'_j I_j = 0$$

Ricordando che  $V_j$  fa capo ai nodi  $i$  e  $k$  sia ha  $V_j = V_{ik} = V_i - V_k$ , se poi su  $i$  incide  $I'_i$  e su  $k$  incide  $I'_k$  si ha, applicando LKC:

$$\sum_{j=1}^l v_j I'_j = \sum_{j=1}^l \left( \sum_i v_i I'_i - \sum_k v_k I'_k \right) = \sum_{j=1}^l \left( v_i \sum_i I'_i - v_k \sum_k I'_k \right) = 0$$

In generale, se:

$V_j$ : generica tensione che soddisfa le LKT;

$I_j$ : generica corrente che soddisfa le LKC;

L'insieme di queste due può essere considerato come correnti e tensioni dei lati omologhi in due reti che hanno in comune la sola geometria.

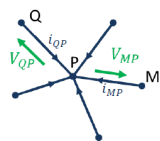
Nel caso particolare di tensioni e correnti coesistenti nella stessa rete, Tellegen si particularizza nel principio di conservazione delle potenze.

# PRINCIPI DI NON AMPLIFICAZIONE

## I. NON AMPLIFICAZIONE DELLE TENSIONI

In una rete strettamente passiva contenente un unico generatore, i morsetti del generatore si trovano rispettivamente al potenziale più alto e più basso: ovvero la tensione ai suoi capi risulta quella massima dell'intera rete.

### DIMOSTRAZIONE



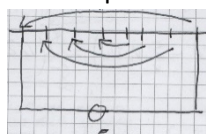
1. Si consideri un nodo interno al circuito a cui siano collegati solo resistori: è più che noto come nel nodo P

$$\sum I = 0$$

2. per ipotesi siano  $I_{MP} > 0$ ;  $I_{QP} < 0$ ;  $I_{KP} = 0$ , allora, vale
- $$\begin{cases} P_{MP} = V_{MP} I_{MP} > 0 \\ P_{QP} = V_{QP} I_{QP} > 0 \end{cases} \mid \begin{cases} V_{MP} > 0 \\ V_{QP} < 0 \end{cases} \mid \begin{cases} V_M - V_P > 0 \\ V_Q - V_P < 0 \end{cases} \Rightarrow V_Q < V_P < V_M$$

Questo per la proprietà per cui  $V_i \in \mathbb{R}$ , scalari, e quindi ordinabili.

3. Si è dimostrato in questo modo che  $V_P$  non è né minimo né massimo. Reiterando il processo si ottiene che i potenziali minimo e massimo sono quelli dei nodi a cui è connesso il generatore.



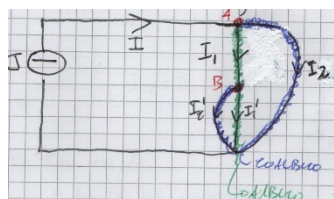
4. Equivalentemente in maniera grafica ci si può aiutare nel modo seguente: avendo nota la proprietà di riordinabilità dei potenziali, se si disegnano, ci si accorge che la maggior caduta di potenziale si ha agli estremi del generatore.

## II. NON AMPLIFICAZIONE DELLE CORRENTI

Nello stesso tipo di rete la corrente di un qualunque lato strettamente passivo non potrà risultare maggiore di quella dell'unico ramo attivo.

### DIMOSTRAZIONE

1. Verificato e dimostrato 1), si ha se si riordinano i nodi dal potenziale maggiore (in alto) a quello minore (in basso) e se si applicano su A e B le LKC:



2. Su A:  $I = I_1 + I_2 \Rightarrow I > I_1, I_2$

3. Su B:  $I_1 = I'_1 + I'_2 \Rightarrow I_1 > I'_1, I'_2$

4. Poiché si ha  $I > I_1 \Rightarrow I > I'_1, I'_2$

5. E dunque la corrente massima sarà quella erogata dal solo generatore.

**NB: questi principi sono legati al regime stazionario.**