BIPOLI E CIRCUITI SEMPLICI IN REGIME SINUSOIDALE

I bipoli presi in considerazione sono supposti in regime sinusoidale permanente. **Si ipotizzi un circuito attraversato da corrente $i(t) = I_M \sin(\omega t) \Leftrightarrow I_M e^{j0} = \bar{I}$** con i seguenti elementi:

RESISTORE

Per un resistore di resistenza $R = [\Omega]$ percorso da una corrente $i(t)$ la **Legge di Ohm varrà:**

$$v(t) = Ri(t) = RI_M \sin(\omega t)$$

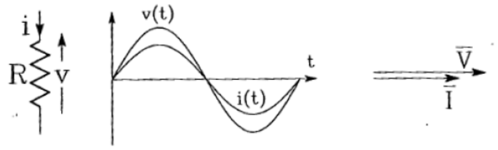
Perciò in termini fasoriali si avrà:

$$\bar{V} = R \cdot \bar{I}$$

Si introducono la **Reattanza X e l'Impedenza $\bar{Z}$ Resistiva, che sono entrambe rispettivamente identiche al valore di R:**

$$X_R \equiv \bar{Z}_R = R = [\Omega]$$

La tensione e la corrente sono sempre in fase, legate in maniera lineare da R.



INDUTTORE

1. In assenza di altre sorgenti, è noto come **una spira o un circuito chiuso percorso da correnti generi un campo magnetico $\vec{B}$. Di tale campo si può considerare il flusso autoindotto:**

$$\varphi^a(\vec{B}) = \int_S \vec{B} \cdot \hat{n} dS$$

2. Per definizione:

$$\vec{B} = \oint_l \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \Delta\vec{r}}{\Delta r^3}$$

3. Sostituendo**:**

$$\varphi^a(\vec{B}) = \int_S \left\{ \oint_l \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \Delta\vec{r}}{\Delta r^3} \right\} \cdot \hat{n} dS = \underbrace{\left\{ \int_S \left[\oint_l \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{d\vec{l} \times \Delta\vec{r}}{\Delta r^3} \right] \cdot \hat{n} dS \right\}}_{L=induttanza=[H]} I = LI$$

4. Dalla legge di **Faraday-Neumann-Lentz** si ha che **la forza elettromotrice autoindotta è:**

$$V = fem^a = -\frac{\partial \varphi^a(\vec{B})}{\partial t} = \frac{-\partial(LI)}{\partial t}$$

5. Nasce ovvero un'altra pila che si oppone alla corrente: la fem^a ai capi del componente si oppone alla variazione di corrente che lo attraversa. V è il potenziale indotto ai morsetti del circuito in questione.

6. Per cui, secondo la convenzione dell'utilizzatore:

$$V = \frac{\partial(LI)}{\partial t}$$

7. Perciò in regime sinusoidale si avrà:

$$v(t) = L\frac{\partial i(t)}{\partial t}$$

$$v(t) = L\omega I_M \cos(\omega t) = L\omega I_M \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

8. Da qui si evince come $i(t)$ debba essere una funzione continua e $v(t)$ possa essere discontinua. Perciò in termini fasoriali si avrà:

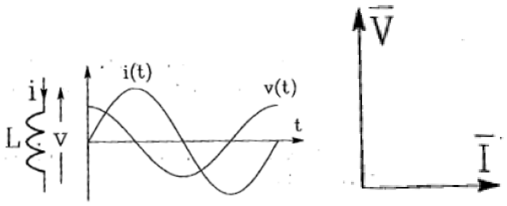
$$\bar{V} = L \cdot \frac{d\bar{I}}{dt} = L\omega \underbrace{\overbrace{I_M e^{j0}}^{I_M \sin(\omega t)}}_{\bar{I}} \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}}}_{j} = j\omega L \cdot \bar{I}$$

$$\bar{V} = j\omega L \cdot \bar{I}$$

Si introducono rispettivamente la **Reattanza X e l'Impedenza $\bar{Z}$ Induttiva** come:

$$X_L = \omega L = [\Omega];\ \bar{Z}_L = j \cdot X_L = [\Omega]$$

La tensione e la corrente sono sfasate di $\frac{\pi}{2}$, in particolare $\bar{I}$ è in quadratura in ritardo rispetto a $\bar{V}$, o equivalentemente, $\bar{V}$ è in anticipo rispetto ad $\bar{I}$.



CAPITORE

1. **La corrente è definita dalla variazione di carica dell'istante di tempo:**

$$\boldsymbol{i(t) = \frac{dq(t)}{dt}}$$

2. La relazione costitutiva del condensatore è:

$$\boldsymbol{q(t) = Cv(t)}$$

Con $C = [F]$ capacità del condensatore.

3. Perciò:

$$\boldsymbol{i(t) = C\frac{dv(t)}{dt} = C\omega V_M \cos(\omega t) = C\omega V_M \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Da qui si evince come $v(t)$ debba essere una funzione continua e $i(t)$ possa essere discontinua.

4. Perciò in termini fasoriali si avrà:

$$\bar{\boldsymbol{I}} = \boldsymbol{C} \cdot \frac{\boldsymbol{d\bar{V}}}{\boldsymbol{dt}} = C\omega \underbrace{\overbrace{V_M e^{j0}}^{V_M \sin(\omega t)}}_{\bar{V}} \underbrace{e^{j\frac{\pi}{2}}}_{j} = \boldsymbol{j\omega C \cdot \bar{V}}$$

E dunque, rispetto alla tensione si ha

$$\bar{\boldsymbol{V}} = \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{j\omega C}}\bar{\boldsymbol{I}}$$

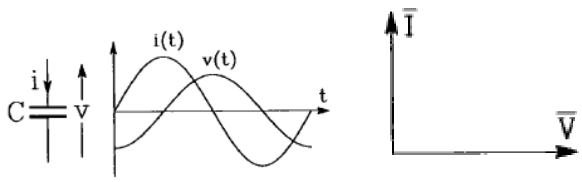
5. Poiché $\frac{1}{j}\frac{j}{j} = \frac{j}{j^2} = -j \implies \frac{i}{j} = -j$ e infine

$$\bar{\boldsymbol{V}} = -\frac{\boldsymbol{j}}{\boldsymbol{\omega C}}\bar{\boldsymbol{I}}$$

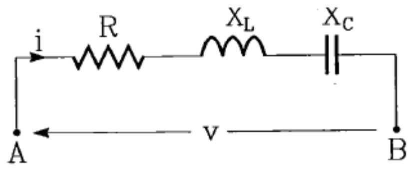
Si introducono rispettivamente la **Reattanza X e l'Impedenza $\bar{Z}$ Conduttiva** come:

$$\boldsymbol{X_C = \frac{1}{\omega L} = [\Omega];\ \bar{Z}_C = -j \cdot X_C = [\Omega]}$$

La tensione e la corrente sono sfasate di $\frac{\pi}{2}$, in particolare $\bar{I}$ è in quadratura in anticipo rispetto a $\bar{V}$, o equivalentemente, $\bar{V}$ è in ritardo rispetto ad $\bar{I}$.



SERIE RLC



CIRCUITO RISONANTE

La legge di Ohm generalizzata a questo circuito vale:

$$\bar{V}_{AB} = \bar{V}_A - \bar{V}_B = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C =$$
$$= \bar{Z}_R \bar{I} + \bar{Z}_L \bar{I} + \bar{Z}_C \bar{I} =$$
$$= \bar{I}\,[X_R + jX_L - jX_C] =$$
$$= \bar{I}\left[R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}\right] =$$
$$\boldsymbol{\bar{I}\left[R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] = I \cdot \bar{Z}}$$

L'Impedenza $\bar{Z}$ prende dunque la forma di un operatore matematico:

$$\boldsymbol{\bar{Z} = X_R + j(X_L - X_C) = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = [\Omega]}$$

Per cui

$$|\bar{Z}| = \sqrt{X_R^2 + (X_L - X_C)^2};\ \boldsymbol{\varphi = \arctan\left(\frac{X_L - X_C}{X_R}\right)}$$

Poiché la Reattanza resistiva X_R coincide con la resistenza ed è un numero reale: d'ora in poi si definiranno reattanze solo quelle induttive X_L e capacitive X_C, e cioè la parte immaginaria dell'operatore impedenza:

$$\boldsymbol{X_{RLCserie} = \omega L - \frac{1}{\omega C}}$$

La risonanza si instaura allorché, considerando un circuito chiuso e senza perdite, il campo magnetico presente nell'induttanza genera, per via del suo naturale decadimento, una corrente elettrica autoindotta nel proprio avvolgimento che, scorrendo attraverso il circuito chiuso, carica il condensatore.

A sua volta il condensatore, scaricandosi, fornisce la corrente elettrica che, attraverso l'avvolgimento dell'induttore, rigenera il campo magnetico iniziale nello stesso: ripetendosi indefinitamente tale processo, si assiste all'instaurarsi del fenomeno della risonanza.

Si costringe l'energia ad oscillare tra il campo magnetico di un induttore ed il campo elettrico di un condensatore.

Si definisce pulsazione di risonanza quel valore ω che annulla la reattanza, e cioè la parte immaginaria dell'impedenza:

$$\boldsymbol{\omega_R = \frac{1}{\sqrt{LC}}}$$

A cui è associata una frequenza di risonanza:

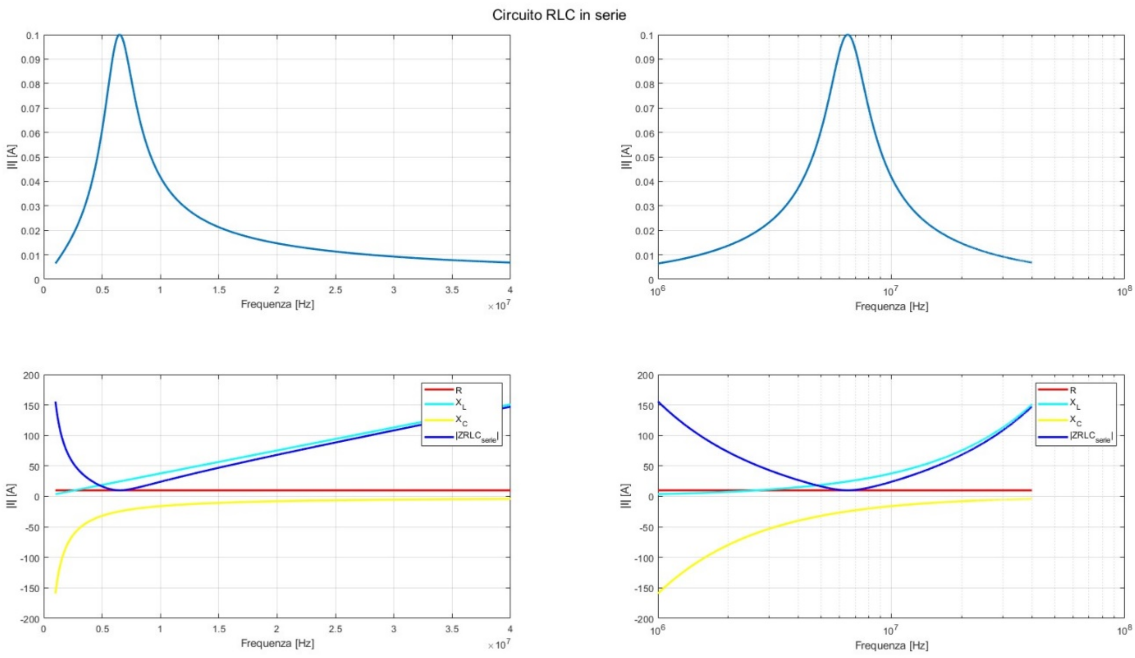
$$\boldsymbol{f_R = \frac{\omega_R}{2\pi}}$$

STUDIO MATLAB RLC SERIE

```
% Circuito Serie RLC

% Fornisco dei dati di inpunt

        R=10; L=6e-7; C=1e-9;

      % Sia dato il fasore del generatore

        VG=i;

      % Definisco un insieme di frequenze e calcolo
      % pulsazione omega

      f=linspace(1e6,4e7,3000);
      omega=2*pi*f;


% Calcolo le reattanza X e i relativi operatori/fasori
% impedenza Z

XR=R; XL=omega*L; XC=1./(omega*C);
ZR=XR; ZL=j*XL; ZC=-j*XC;
```

```
% Poichè XL e XC sono vettori, dovrò rendere vettore
% anche R, affinchè le operazioni tra le tre impedenze
% abbiano senso, perciò:

Rvett=10*ones(1,length(f)); XRvett=Rvett; ZRvett=XRvett;

% L'impedenza della SERIE RLC sarà:

ZRLC_serie=ZRvett+ZL+ZC;

Z=R+j*omega*L+1./(j*omega*C);

% La corrente che scorre sul circuito serie sarà:

I = VG./ZRLC_serie;

% Calcolo della pulsazione di risonanza omega_r
% Calcolo della frequenza di risonanza f_r

omega_r=1/sqrt(L*C)
f_r=omega_r/(2*pi)
```

```
omega_r =

    4.0825e+07


f_r =

    6.4975e+06


Frequenza_di_risonanza =

    6.5008e+06
```



Poiché al crescere della frequenza f cresce la pulsazione ω, anche la reattanza induttiva varierà linearmente in base alla relazione:

$$\omega = 2\pi f$$

Per quanto riguarda la reattanza capacitiva X_C, essa è invece elevatissima alle basse frequenze e tende al corto circuito con frequenze altissime.

Alla frequenza di risonanza f_r, l'unico ostacolo è costituito dalla resistenza R e, tanto più piccolo sarà il suo valore, tanto maggiore sarà la corrente assorbita dal circuito:

$$I_R = \frac{V}{R}$$

In tale condizione potranno quindi aversi elevati valori delle cadute di tensione sull'induttore L e sul capacitore C tali da superare il valore della tensione V di alimentazione che viene imposta ai capi del circuito. Ciò accadrà per:

$$X_L = X_C > R$$

Il valore di sovratensione può risultare pericoloso per l'isolamento dei componenti circuitali, specie se è imprevisto il fenomeno di risonanza nel circuito di lavoro.

In risonanza la tensione richiesta dal condensatore è esattamente identica alla fem di autoinduzione della bobina. La tensione ai capi della resistenza coincide invece con quella totale.

Infine, dunque, data una frequenza f ed una pulsazione ω:

- Se $\boldsymbol{X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) > 0}$ **il circuito sarà di natura ohmico induttiva;**
- Se $\boldsymbol{X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0}$ **il circuito sarà puramente resistivo;**
- Se $\boldsymbol{X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) < 0}$ **il circuito sarà di natura ohmico capacitiva;**

La corrente in questo caso raggiunge il suo valore massimo, essendoci la sola resistenza a ostacolarne la circolazione. A valori sia inferiori che superiori della frequenza di risonanza, la corrente assume invece valori più bassi.

Si definiscono infine la Suscettanza B e l'Ammettenza $\overline{Y}$, queste si misureranno in Siemens:

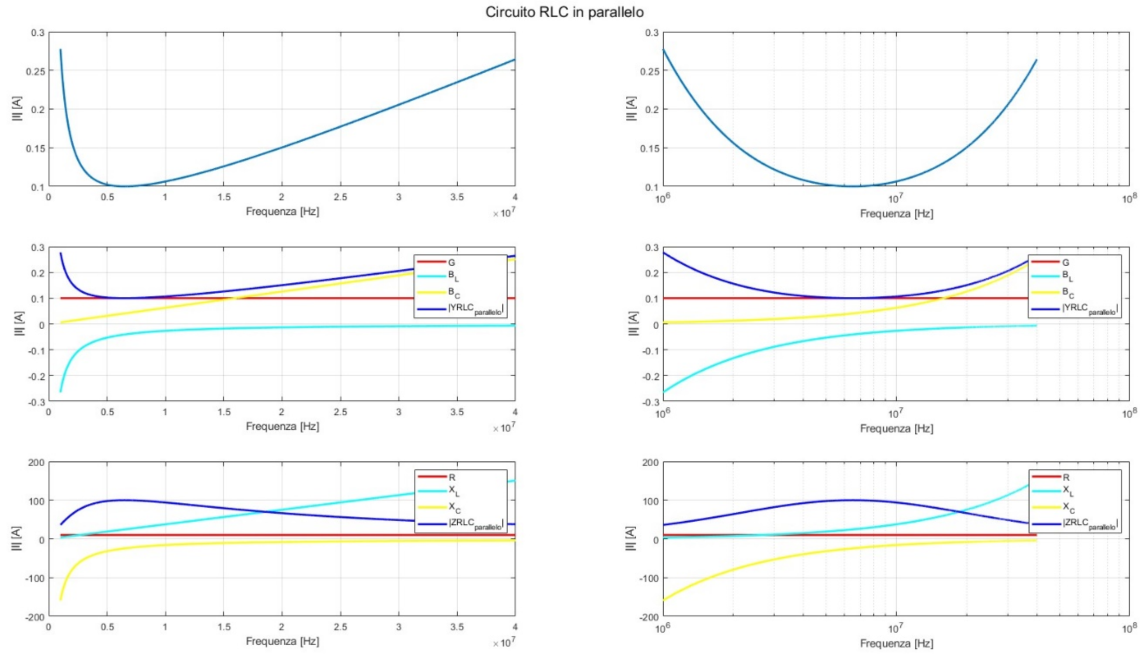
$$\boldsymbol{B = \frac{1}{X} = [S];\ \overline{Y} = \frac{1}{\overline{\overline{Z}}} = \frac{1}{R + jX} = \frac{R}{R^2 + X^2} + j\frac{X}{R^2 + X^2} = [S]}$$

STUDIO MATLAB RLC PARALLELO
CIRCUITO ANTIRISONANTE

```
% Circuito Serie RLC

% Fornisco dei dati di inpunt

        R=10; L=6e-7; C=1e-9;

      % Sia dato il fasore del generatore

        VG=1;

      % Definisco un insieme di frequenze e calcolo
      % pulsazione omega

      f=linspace(1e6,4e7,3000);
      omega=2*pi*f;


% Calcolo l'operatore ammettenza Y = 1/Z dalle impedenze Z e dalle reattanza X
% l'operatore ammettenza è così definito: Y = 1/(R+jX)

XR=R; XL=L.*omega; XC=1./(omega*C);
ZR=XR; ZL=j*XL; ZC=-j*XC;

BR=1/XR; BL=1./XL; BC=1./XC;
YR=1/ZR; YL=1./ZL; YC=1./ZC;
```

```
% Poichè XL e XC sono vettori, dovrò rendere vettore
% anche R, affinchè le operazioni tra le tre impedenze
% abbiano senso, perciò:

Rvett=R*ones(1, length(f)); BRvett=1./Rvett; YRvett=BRvett;

% L'ammettenza del PARALLELO RLC sarà:

YRLC_parallelo = YRvett + YC + YL;

% L'impedenza del PARALLELO RLC sarà:

ZRLC_parallelo = 1./YRLC_parallelo;

% La corrente che scorre sul circuito parallelo sarà:

I = VG.*YRLC_parallelo;

% Calcolo della pulsazione di risonanza omega_r
% Calcolo della frequenza di risonanza f_r

omega_r = 1/sqrt(L*C)
f_r = omega_r/(2*pi)
```

```
omega_r =

   4.0825e+07


f_r =

   6.4975e+06


Frequenza_di_risonanza =

   6.5008e+06
```



Il circuito è antirisonante quando ad un particolare valore di frequenza (detta di antirisonanza) esso presenta la minima ammettenza, e quindi la massima impedenza equivalente.

Il circuito antirisonante e quello risonante visto sopra sono perfettamente duali.
Alla frequenza suddetta l'ammettenza assume il valore minimo, coincidente con la conduttanza G e anche la corrente totale è minima e in fase con la tensione. Addirittura, nel caso teorico di conduttanza nulla, la corrente totale assorbita dal circuito sarebbe nulla, con correnti nei rami L e C tendenti a infinito.

Al di sotto della f_r prevale la suscettanza induttiva, con sfasamento negativo dell'ammettenza (ma con sfasamento positivo per l'impedenza, ovvero corrente in ritardo sulla tensione). Al diminuire della frequenza lo sfasamento tende a –90°. Al contrario succede **per frequenze superiori alla f_r: prevale l'effetto capacitivo** e la corrente è in anticipo rispetto alla tensione. Al crescere della frequenza lo sfasamento tende a 90°.

OSSERVAZIONI OPERAZIONALI

1) Due **bipoli** si dicono **equivalenti** se ai rispettivi morsetti stabiliscono la stessa relazione tra il fasore della tensione e quello della corrente, se presentano cioè la stessa impedenza equivalente ai morsetti dati.
2) Ai fini della risoluzione, tensione e corrente si potranno ugualmente determinare dalle **LKT e LKC**, ammesso che la **rete** sia **isofrequenziale**, sono così si può applicare il metodo simbolico.
3) Ad una **rete** comunque complessa, purché **lineare**, si potrà **applicare** sia **Thèvenin** che **Norton**, purché alla resistenza interna si sostituisca l'impedenza interna del generatore equivalente.

POTENZA

Siano:

$$v(t) = V_M \sin(\omega t)\,;\, i(t) = I_M \sin(\omega t - \varphi)$$

Poiché i valori efficaci sono definiti come:

$$V = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_M = V\sqrt{2}$$
$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_M = I\sqrt{2}$$

Allora:

$$v(t) = V\sqrt{2}\sin(\omega t)\,;\, i(t) = I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi)$$

➔ La **POTENZA ISTANTANEA è: $\boldsymbol{p(t) = v(t)i(t) = [VA]}$** Volt Ampère:

$$\boldsymbol{p(t) = v(t)i(t)} = V\sqrt{2}\sin(\omega t)\, I\sqrt{2}\sin(\omega t - \varphi) = 2VI\sin(\omega t)\sin(\omega t - \varphi) =$$

Se $\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)]$:

$$= 2VI\frac{1}{2}[\cos(\omega t - \omega t + \varphi) - \cos(\omega t + \omega t - \varphi)] =$$
$$\boldsymbol{= VI[\cos(\varphi) - \cos(2\omega t - \varphi)]\ (*)}$$

La potenza istantanea $\boldsymbol{p(t)}$ è dunque somma di un termine costante e di un termine fluttuante.

Mediando sul periodo si ottiene il valore del termine costante POTENZA MEDIA, ATTIVA o REALE $\boldsymbol{P}$:

$$\boldsymbol{P = \frac{1}{T}\int_0^T p(\tau)d\tau = \begin{cases} VI\cos\varphi \\ \dfrac{V_M I_M}{2}\cos\varphi \end{cases} = [W]}$$

$\boldsymbol{\cos\varphi}$ è il FATTORE DI POTENZA, Power Factor PF.

La potenza attiva è quella che fornisce il lavoro meccanico:

$$\boldsymbol{(*)} = VI[\cos(\varphi) - \cos(2\omega t)\cos(\varphi) - \sin(2\omega t)\sin(\varphi)] =$$
$$= VI\cos(\varphi)\,[1 - \cos(2\omega t)] - VI\sin(\varphi)\,[\sin(2\omega t)] =$$
$$\boldsymbol{= P\,\underbrace{\overbrace{[1 - \cos(2\omega t)]}^{Positivo}}_{\substack{Termine \\ Unidirezionale}} - Q\,\underbrace{\overbrace{[\sin(2\omega t)]}^{Oscillante}}_{\substack{Termine \\ Fluttuante}}}$$

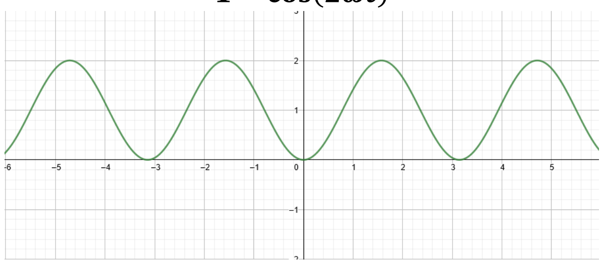
Si definisce in questo modo la POTENZA REATTIVA $\boldsymbol{Q}$, come valore di picco del termine fluttuante, misurata in Volt Ampère Reattivi:

$$\boldsymbol{Q = \begin{cases} VI\sin\varphi \\ \dfrac{V_M I_M}{2}\sin\varphi \end{cases} = [VAR]}$$

La potenza reattiva è il contributo "sprecato" della potenza istantanea.

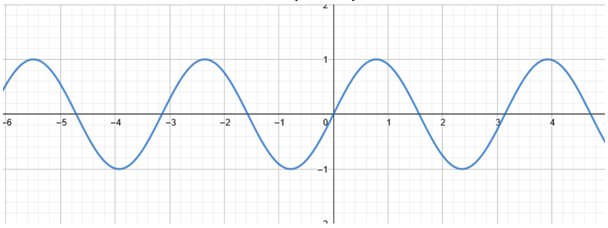
Termine unidirezionale della potenza istantanea:

$$\boldsymbol{1 - \cos(2\omega t)}$$



Termine fluttuante della potenza istantanea:

$$\sin(2\omega t)$$



Ci si chiede se sia possibile trasformare l'espressione della potenza istantanea nel dominio simbolico. Essendo la potenza il prodotto di due grandezze, tensione e corrente, che trasformiamo in fasori, non è una grandezza trasformabile nel dominio simbolico: non ha una espressione che la esprime secondo un valore massimo o un valore efficace.

Pertanto, data l'importanza dell'aspetto energetico dei circuiti, sarà necessario definire una potenza direttamente nel dominio simbolico.

Definisco a questo punto la POTENZA COMPLESSA

Dati:

$$\bar{V} = V_M e^{j(\varphi_V)}\ ; \bar{I} = I_M e^{j(\varphi_I)}$$

Scalando sia sui valori massimi che su quelli efficaci:

$$V = \frac{V_M}{\sqrt{2}} \Rightarrow V_M = V\sqrt{2}$$

$$I = \frac{I_M}{\sqrt{2}} \Rightarrow I_M = I\sqrt{2}$$

$$\bar{P} = \begin{cases} \frac{1}{2}\bar{V}\tilde{I} = \frac{1}{2}\left[V_M e^{j(\varphi_V)} I_M e^{-j(\varphi_I)}\right] = \frac{1}{2}\left[V_M I_M e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}\right] = \frac{1}{2}\left[V_M I_M e^{j\varphi}\right] = VIe^{j\varphi} \\ \bar{V}\tilde{I} = \left[\frac{V_M}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi_V)} \frac{I_M}{\sqrt{2}} e^{-j(\varphi_I)}\right] = \left[\frac{V_M}{\sqrt{2}}\frac{I_M}{\sqrt{2}} e^{j(\varphi_V - \varphi_I)}\right] = \frac{1}{2}\left[V_M I_M e^{j\varphi}\right] = VIe^{j\varphi} \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \bar{P} = \left(\frac{1}{2}\bar{V}\tilde{I}\right)_M = \left(\bar{V}\tilde{I}\right)_{eff} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underbrace{VI\cos\varphi}_{P} + j\,\underbrace{VI\sin\varphi}_{Q}$$

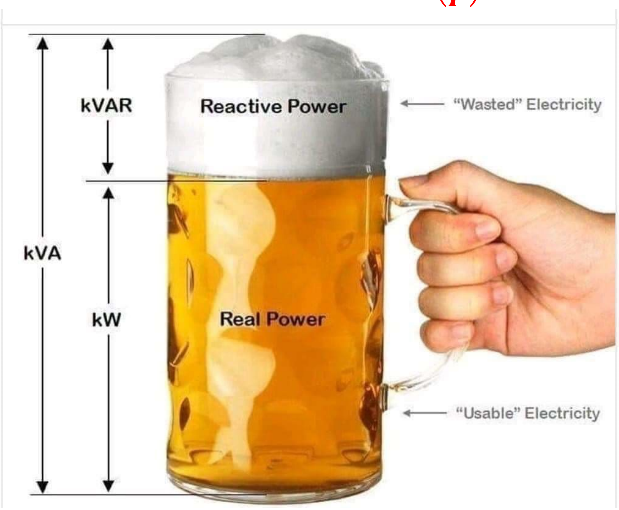
$$\bar{P} = P + jQ$$

Si vede inoltre come **il modulo della potenza complessa sia pari a**

$$A = |\bar{P}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = VI = [VA]$$

E lo **sfasamento tensione-corrente φ è pari a**

$$\varphi = \varphi_V - \varphi_I = \arctan\left(\frac{Q}{P}\right)$$



TEOREMA DI BOUCHEROT

Il teorema di Boucherot particolarizza la conservazione delle potenze complesse.

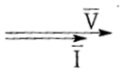
Ammesso di aver usato la stessa convenzioni per tutti i bipoli del circuito si deve avere:

$$\sum_i \overline{\boldsymbol{P}}_i = \sum_i \boldsymbol{P}_i + \boldsymbol{j} \sum_i \boldsymbol{Q}_i = \boldsymbol{0} \Rightarrow \begin{cases} \sum_i \boldsymbol{P}_i = \boldsymbol{0} \\ \sum_i \boldsymbol{Q}_i = \boldsymbol{0} \end{cases}$$

Altrimenti, se si è utilizzata la convenzione dei generatori sui generatori e la somma delle potenze generate è pari a $\overline{P}_g$ e quella degli utilizzatori sugli utilizzatori e la somma delle potenze utilizzate è $\overline{P}_u$ si ha, equivalentemente:

$$\overline{\boldsymbol{P}}_g = \overline{\boldsymbol{P}}_u$$

POTENZA DEL RESISTORE



Tensione e corrente sono in fase $\boldsymbol{\varphi = 0}$

$$\overline{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{R} \cdot \overline{\boldsymbol{I}}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{P = VI\cos\varphi = VI = RI^2 = \dfrac{V^2}{R}} \\ Q = VI\sin\varphi = 0 \end{cases}$$

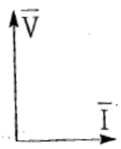
$$\overline{P} = P + j0 = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

$$A = VI = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

È una potenza reale.

Essendo $P \neq 0$ il resistore è sede di fenomeni energetici dissipativi.

POTENZA DELL'INDUTTORE



La tensione e la corrente sono sfasate: $\overline{\boldsymbol{I}}$ è in ritardo rispetto a $\overline{\boldsymbol{V}}$ di $\boldsymbol{\varphi = \frac{\pi}{2}}$.

(o $\overline{V}$ è in anticipo rispetto ad $\overline{I}$)

$$\overline{\boldsymbol{V}} = \boldsymbol{j\omega L} \cdot \overline{\boldsymbol{I}}$$

$$\begin{cases} P = VI\cos\varphi = 0 \\ \boldsymbol{Q = VI\sin\varphi = \omega LI^2 = \dfrac{V^2}{\omega L}} \end{cases}$$

$$\overline{P} = 0 + jQ = j\omega LI^2 = j\frac{V^2}{\omega L}$$

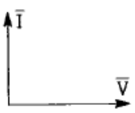
$$A = VI = Q = \omega LI^2 = \frac{V^2}{\omega L}$$

È una potenza immaginaria.

Essendo $P = 0$ l'induttore NON è sede di fenomeni energetici dissipativi.

In più $Q_{ass} > 0$.

POTENZA DEL CAPACITORE



La tensione e la corrente sono sfasate: $\overline{\boldsymbol{I}}$ è in anticipo rispetto a $\overline{\boldsymbol{V}}$ di $\boldsymbol{\varphi = -\frac{\pi}{2}}$.

(o $\overline{V}$ è in ritardo rispetto ad $\overline{I}$)

$$\overline{\boldsymbol{V}} = -\frac{\boldsymbol{j}}{\boldsymbol{\omega C}}\overline{\boldsymbol{I}}$$

$$\begin{cases} P = VI\cos\varphi = 0 \\ \boldsymbol{Q = VI\sin\varphi = -\dfrac{1}{\omega C}I^2 = -\omega CV^2} \end{cases}$$

$$\overline{P} = 0 + jQ = -j\frac{1}{\omega C}I^2 = -j\omega CV^2$$

$$A = VI = Q = -\frac{1}{\omega C}I^2 = -\omega CV^2$$

È una potenza immaginaria.

Essendo $P = 0$ l'induttore NON è sede di fenomeni energetici dissipativi.

In più $Q_{ass} < 0$.

DESCRIZIONE DEI PROBLEMI

a) $\begin{cases} Q \\ \cos\varphi \end{cases}$;

b) $\begin{cases} P \\ Q \end{cases}$;

c) $\begin{cases} P \\ \sin\varphi \end{cases}$;

d) $\begin{cases} P \\ \cos\varphi\,(rit.) \end{cases}$;

e) $\begin{cases} P \\ \cos\varphi\ (ant.) \end{cases}$

In questo modo:

- In a) e b) il segno di φ si trova dal segno di Q;
- In c) il segno di φ si trova dal segno di $\sin\varphi$;
- In d) ed e) $rit.$ e $ant.$ Preciseranno se la corrente sarà in anticipo $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$, carico ohmico capacitivo; o in ritardo $\left(+\frac{\pi}{2}\right)$, carico ohmico induttivo.

MISURE IN REGIME SINUSOIDALE

Il Voltmetro V e l'Amperometro A indicano il Valore Efficace delle grandezze misurate (rispettivamente tensione V e corrente I) **e i loro morsetti non necessitano di alcuna orientazione, dato che il valore efficace è positivo per definizione.**

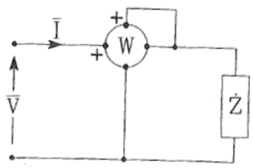
Il Wattmetro W misura la potenza Attiva P.

È uno strumento dotato di due coppie di morsetti orientati, amperometrici e voltmetrici.

La misura che fornisce è il prodotto della tensione che attraversa i morsetti voltmetrici per la corrente che scorre tra quelli amperometrici per il coseno dell'angolo di sfasamento tra le due:

$$W = VI\cos(\widehat{VI}) = VI\cos\varphi = VI\cos(\varphi_V - \varphi_I)$$

L'orientazione dei morsetti amperometrici corrisponde a quella della usuale freccia che entri nel morsetto contrassegnato dal $+$.



L'orientazione dei morsetti voltmetrici indica invece la tensione presa col verso della usuale freccia nella direzione del $+$.

La dipendenza della misurazione dall'angolo di sfasamento rende ragione alla necessità di orientare i morsetti: scambiare l'ordine di una coppia significa l'inversione del segno.

Inoltre, **mediante l'impiego simultaneo di un voltmetro e di un amperometro e di un wattmetro è possibile valutare il fattore di potenza.**

$$\cos\varphi = \frac{W}{VI}$$

L'indicazione fornita dal wattmetro inoltre ha senso fisico se la tensione e la corrente relative alle due coppie di morsetti sono riferibili ad uno stesso bipolo, del quale lo strumento misura la potenza attiva.