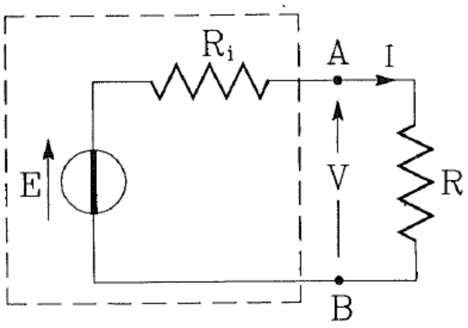
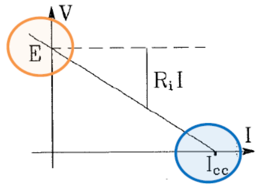
- *GENERATORE REALE DI TENSIONE*



I generatori reali di tensione si differenziano da quelli ideali per la presenza di una resistenza interna R_i detta resistenza di carico, in serie al generatore

$$I = \frac{E}{R_i + R} \Rightarrow V_{AB} = E - R_i I$$



Tale equazione suggerisce inoltre l'andamento della caratteristica grafica del generatore reale:

➔ E: **valore della fem, tensione a vuoto**;

➔ I_{CC}: **corrente di cortocircuito, corrente che circola nel generatore quando risulta chiuso sulla sua resistenza interna:** $I_{CC} = \frac{E}{R_i}$.

Se I è la corrente erogata nel circuito, si avrà inoltre:

$$\begin{cases} P_g = EI \\ P_u = RI^2 \end{cases}$$

Ma:

$$\begin{cases} P_g = EI = E\dfrac{E}{R_i + R} = \dfrac{E^2}{R_i + R} = (R_i + R)I^2 \\ P_u = RI^2 = R\left[\dfrac{E}{R_i + R}\right]^2 \end{cases}$$

Si definisce perciò il **rendimento**:

$$\eta = \frac{P_u}{P_g} = \frac{RI^2}{(R_i + R)I^2} = \frac{R}{R_i + R} = \frac{R}{R_i} + 1 = \left(1 + \frac{R_i}{R}\right)^{-1}$$

Si osserva poi che **rendimenti elevati si ottengono solo se risulta trascurabile R_i:**

$$\frac{R_i}{R} \to 0 \Rightarrow \eta \to 1$$

La condizione di massimo rendimento costituisce un'importante obiettivo per le aziende di distribuzione, queste devono sfruttare al meglio la scarsa potenza disponibile, e lavorano per massimizzare la potenza utilizzata, il carico.

$$P_u = RI^2 = R\left[\frac{E}{R_i + R}\right]^2 = E^2\left[\frac{R}{(R_i + R)(R_i + R)}\right] = \frac{E^2}{(R_i + R)\left(1 + \frac{R_i}{R}\right)}$$

La condizione di massimo per P_u si ottiene minimizzando il suo denominatore:

$$\frac{d}{dR}\left[(R_i + R)\left(1 + \frac{R_i}{R}\right)\right] = 1 - \frac{R_i^2}{R^2} = 0 \Leftrightarrow R = R_i$$

La potenza trasferita al carico è massima quando $R = R_i$, tale condizione è detta adattamento del carico.

Sebbene a carico adattato si ha la potenza massima trasferita, al rendimento tocca sorte avversa perché, in queste condizioni ci si scontra col fatto che:

$$\eta = \left(1 + \frac{R_i}{R}\right)^{-1} = (1 + 1)^{-1} = \frac{1}{2}$$

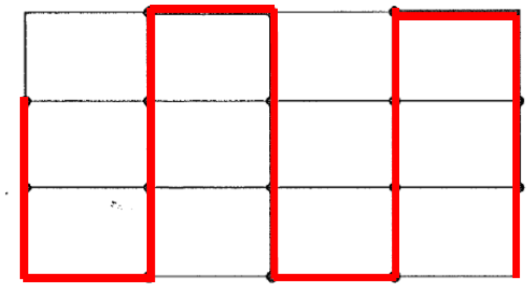
E il rendimento diventa la metà.

TOPOLOGIA

La topologia o studio dei luoghi studia come cambiano le proprietà di forme e figure quando queste sono sottoposte a deformazioni come allungamenti, tensioni o stirature, senza subire strappi o sovrapposizioni.

Una rete elettrica è costituita da un insieme di rami/bipoli variamente connessi per tramite dei loro morsetti.

- Si dicono **Lati o Rami gli elementi costituenti** della struttura così ottenuta;
- I **Nodi**, superfici equipotenziali, sono invece **punti di intersezione di tre o più lati**;
- **Maglia**: un certo numero di **lati della rete connessi a formare un percorso chiuso**;
- Il **grafo** della rete si ottiene disegnando la sola struttura geometrica prescindendo dalla natura dei singoli i bipoli, rappresenta la topologia del circuito.
- **Albero**: qualunque **percorso chiuso costituito da $n-1$ degli l lati della rete, che colleghi tutti gli n nodi una sola volta senza formare maglie.**



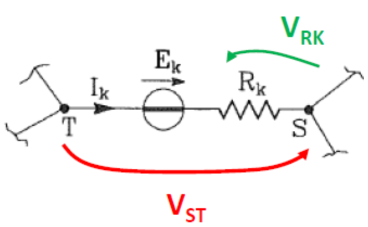
- **Coalbero**: gli **$l-n-1$ lati rimanenti**.

È evidente che se si aggiunge all'albero un qualunque lato di coalbero si ottiene una maglia che possiede in esclusiva il ramo di coalbero che ne consente la chiusura.

Si definisce sistema completo di maglie indipendenti della rete quello costituito dal massimo numero di maglie ottenute in modo tale che ogni nuova maglia presenti un lato in esclusiva.

L'insieme delle $l-n-1$ maglie ottenute da un albero con l'aggiunta di rami di coalbero costituisce certamente uno sistema completo di maglie indipendenti, che, nel caso di rete mappabile (o piana) può coincidere con le regioni del piano delimitate da rami della rete e prive di aree comini.

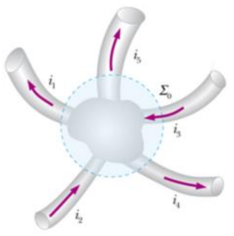
- *LEGGE DI OHM GENERALIZZATA O LEGGE DEL RAMO*



Si consideri il generico ramo k-esimo di una rete, La legge di ohm generalizzata, applicata a questo ramo fornisce:

$$V_{ST} = V_S - V_T = E_K - R_K I_K$$

- ***PRIMO PRINCIPIO DI KIRCHHOFF, LEGGE DEI NODI, LEGGE DI KIRCHHOFF ALLE CORRENTI (LKC)***



Sia un generico filo conduttore cilindrico formato da tre superfici, con normali coerentemente orientate: 1) base inferiore; 2) base superiore; 3) mantello; in modo da formare la superficie chiusa:

$$\Sigma = S_1 + S_2 + S_3$$

In caso stazionario, per la conservazione della carica si ha:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0 \Rightarrow \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS \overset{Th.\ Divergenza}{\triangleq} \int_\tau \vec{\nabla} \cdot \vec{J} d\tau = 0$$

Tanto la corrente entrate, quanto quella uscente sono nulle.
Si analizzi ora il flusso di densità di corrente attraverso le superfici ovvero la corrente I, poiché Σ è chiusa, anche questo dev'essere necessariamente nullo:

$$I = \int_S \vec{J} \cdot \hat{n} dS$$

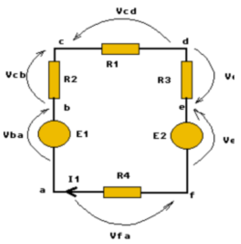
$$\varphi_\Sigma(\vec{J}) = 0 \Rightarrow \varphi_{S_1} + \varphi_{S_2} + \underbrace{\varphi_{S_3}}_{0} = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 = 0 \Rightarrow |I_1| = |I_2|$$

La corrente che attraversa una qualsiasi superficie è sempre la stessa

$$\sum_K \pm \boldsymbol{I_K} = \boldsymbol{0}$$

Stesso reiterabile ragionamento si può usare per più sezioni di circuito che si incontrano in un unico punto detto nodo.
termini della sommatoria, estesa a tutti i lati incidenti in un nodo, hanno segno opposto a seconda che si tratti di correnti le cui orientazioni risultino entranti o uscenti dal nodo in questione.
$+$ corrente entrante nel nodo, $-$ corrente uscente dal nodo.
Per una rete dotata di n nodi la legge delle correnti ai nodi consente di scrivere $(n - 1)$ equazioni indipendenti: la somma delle correnti al nodo n-esimo si riduce infatti ad una identità.

- ***SECONDO PRINCIPIO DI KIRCHHOFF, LEGGE DELLE MAGLIE, LEGGE DI KIRCHHOFF ALLE TENSIONI (LKT)***



La proprietà di irrotazionalità del campo elettrico comporta la definizione di un campo conservativo, essendo questo definito dal gradiente di uno scalare, si può infine definire del potenziale elettrico o tensione, il potenziale del campo elettrico.
Perciò per una maglia si ha la condizione che devono soddisfare le tensioni ai capi di ciascun lato della maglia:

$$(V_b - V_a) + (V_c - V_b) - (V_c - V_d) + (V_e + V_d) - (V_e - V_f) + (V_f - V_a) = 0$$

$$\sum_K \pm \boldsymbol{V_K} = \boldsymbol{0}$$

Questa relazione, esplicitata per ogni maglia in funzione delle fem E_i e delle cadute di tensione $R_i I_i$ sui vari resistori, si trasforma nel bilancio complessivo:

$$\sum_K [\pm E_K \pm R_K I_K] = 0$$

Si scelga un verso di percorrenza della maglia (orario o antiorario). Il segno della somma algebrica tiene conto dei versi di misura dei lati rispetto al verso di percorrenza scelto: ad es. il segno sarà positivo se sono concordi, negativo altrimenti.
NB: le LKC portano ad equazioni LD, per cui, detto n il numero dei nodi di un circuito, le rispettive equazioni di LKC LI saranno $n - 1$.
Similmente varrà per le LKT, per cui detto l il numero dei rami di un circuito, basteranno $l - (n - 1)$ equazioni LI.
In generale, ci saranno tante equazioni alle maglie da risolvere quanti saranno i rami di coalbero o gli anelli.