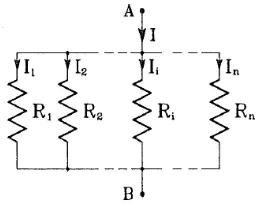
RISOLUZIONE



Ora l'applicazione delle LKT alle maglie della rete permette di scrivere $l-(n-1)$ equazioni alle maglie LI che insieme alle $n-1$ equazioni ai nodi derivanti dalle LKC danno luogo ad un sistema di l equazioni in l correnti incognite, corrispondenti alle correnti di lato della rete.

Una rete resistiva alimentata e stazionaria ammette un regime di funzionamento unico e determinato, la soluzione relativa al sistema di LKC e LKT è una e una soltanto.

La natura di tale sistema risolutivo dipenderà dai bipoli presenti e dal regime di funzionamento:
- **Regime stazionario o sinusoidale → Sistema algebrico;**
- **Regime dinamico → Sistema differenziale.**

In forma matriciale si avrà quindi, con A matrice dei coefficienti, X vettore colonna delle incognite e B vettore colonna dei termini noti:

$$A \cdot X = B$$

Il procedimento di risoluzione si affida a MatLab, nel quale, per trovare il vettore delle incognite X, basterà digitare i comandi:

$$X = inv(A) * B \text{ oppure } X = A \backslash B$$

Un problema di questo metodo di risoluzione è che, affidandoci a calcolatori di memoria finita, si può incorrere in problemi di condizionamento della matrice A, tali problemi, nella fattispecie, si verificano a causa di perturbazioni che possono caratterizzare sia A che B, tali perturbazioni possono essere dovute sia alla rappresentazione in virgola mobile che usa il calcolatore, sia alle incertezze sperimentali di misura.

Il numero di condizionamento è legato agli autovalori della matrice A, in particolare al raggio spettrale e alla norma 2 ed è indice del fatto che a piccole variazioni dei dati di Input, corrispondono grandi variazioni dei dati di output.
Se $K = cond(A) \sim 1 \Rightarrow$ il problema è ben condizionato.
Se $K = cond(A) \gg 1 \Rightarrow$ il problema è mal condizionato (es. matrice di Hilbert).

- ***Osservazioni sul mal condizionamento***

Il problema del mal condizionamento della matrice può essere dovuto alla formulazione matematica del problema in esame, ma in alcuni casi può anche essere inerente al problema stesso.
Qualora il problema non possa essere riformulato in maniera differente si dovranno ridurre al minimo gli errori inerenti ai dati iniziali e si dovranno utilizzare algoritmi di soluzione che assicurino la massima precisione.
Si usano in questo caso diverse tecniche come i metodi diretti e i metodi iterativi.

- Tecniche di pivoting

Il procedimento non ha giustificazioni di tipo teorico, si basa sull'assunto che l'elemento di maggior valore assoluto è quello che probabilmente è affetto da un minor errore assoluto. Sono state sviluppate delle tecniche per effettuare le operazioni di pivoting.
Un'altra possibilità è di usare un trattamento di pre-condizionamento del sistema lineare.
L'idea del pre-condizionamento consiste nel cercare di ridurre il numero di condizionamento della matrice del sistema pre-moltiplicandola per una matrice P:

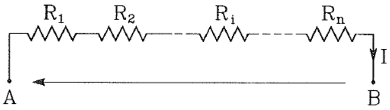
$$P(AX) = P(B)$$

Ovviamente il pre-condizionamento è efficiente se $cond(PA) \ll cond\ (A)$.
Al MatLab si possono utilizzare comandi pcg o gmres (scrivere help pcg o help gmres).

EQUIVALENZE & TRASFORMAZIONI

Date due reti resistive, accessibili ciascuna attraverso una coppia di morsetti, si dice che risultano equivalenti sei ai morsetti dati si stabilisce una uguale relazione $I - V$.
In questo modo si potrà trarre profitto dall'equivalenza per sostituire ad una coppia di morsetti una parte di rete complessa con una struttura semplificata senza che venga alterato il regime di funzionamento della restante rete.

- ***SERIE***



n resistori in serie sono attraversati dalla stessa corrente I.

$$V_{AB} = R_1 I + R_2 I + R_3 I + \cdots + R_n I = I \sum R_i = I R_{eq}$$

La resistenza equivalente di una serie di resistori è la somma delle singole resistenze

$$\boldsymbol{R_{eq} = \sum R_i}$$

- ***PARALLELO***

A n resistori in parallelo è applicata la stessa tensione $V = V_{AB}$.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 + \cdots + I_n = \frac{V_{AB}}{R_1} + \frac{V_{AB}}{R_2} + \frac{V_{AB}}{R_3} + \cdots \frac{V_{AB}}{R_n} = \frac{V_{AB}}{\sum R_i} = \frac{V_{AB}}{R_{eq}}$$

La resistenza equivalente di un parallelo di resistori è l'inverso della somma algebrica degli inversi delle singole resistenze:

$$\boldsymbol{R_{eq} = \left(\sum R_i^{\;-1}\right)^{-1}}$$

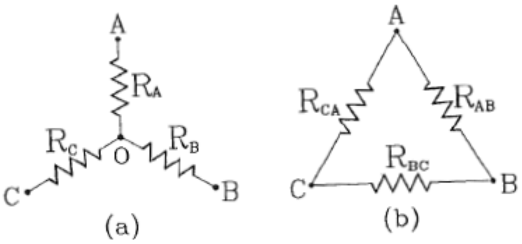
Oppure, **introducendo la conduttanza $G = \frac{1}{R}$** la conduttanza equivalente sarà la semplice somma delle conduttanze:

$$\boldsymbol{G_{eq} = \sum G_i}$$

<u>Nel caso semplice di due resistenze in parallelo si ha:</u>

$$\boldsymbol{G_{eq} = G_1 + G_2 \text{ oppure } R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}$$

- ***STELLE (a) E TRIANGOLI (b)***



La stella (a) è una poligonale aperta, mentre il triangolo (b) è una poligonale chiusa.
La trasformazione **stella-triangolo riduce i NODI**.
La trasformazione **triangolo - stella riduce le MAGLIE**.

➔ **Stella in triangolo**

$$\begin{cases} R_{AB} = R_A + R_B + \dfrac{R_A R_B}{R_C} = R_A R_B G_0 \\ R_{BC} = R_B R_C G_0 \\ R_{CA} = R_C R_A G_0 \end{cases}$$

Con

$$G_0 = \frac{1}{R_A} + \frac{1}{R_B} + \frac{1}{R_C}$$

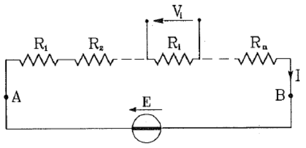
➔ **Triangolo in stella**

$$\begin{cases} R_A = \dfrac{R_{CA} R_{AB}}{R_0} \\ R_B = \dfrac{R_{AB} R_{BC}}{R_0} \\ R_C = \dfrac{R_{BC} R_{CA}}{R_0} \end{cases}$$

Con

$$R_0 = R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}$$

- ***PARTITORE DI TENSIONE***

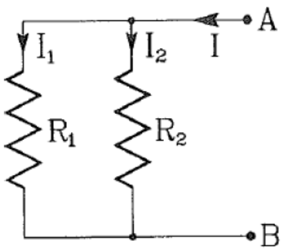


$$V_i = R_i I = R_i \frac{E}{\sum R_i} = E\,\frac{R_i}{\sum R_i} = E k_r$$

$$\boldsymbol{V_i = E\,\frac{R_i}{\sum R_i}}$$

La tensione su uno dei resistori della serie è una aliquota della tensione di alimentazione, questa pari al rapporto k_r tra la sua resistenza e la resistenza totale (rapporto di ripartizione).

- ***PARTITORE DI CORRENTE***



$$\begin{cases} I = I_1 + I_2 \\ V_1 = V_2 \Rightarrow R_1 I_1 = R_2 I_2 \end{cases} \Rightarrow I_1 = \frac{R_2 I_2}{R_1}$$

$$I = I_1 + I_2 = \frac{R_2 I_2}{R_1} + I_2 = I_2\,\frac{R_1 + R_2}{R_1} \Rightarrow I_2 = I\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

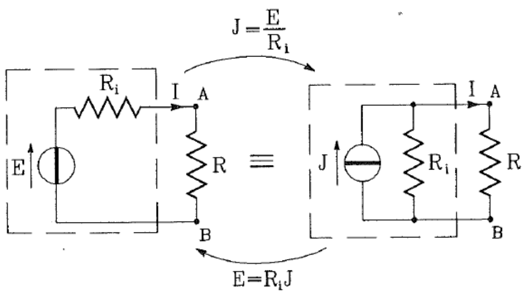
$$\boldsymbol{I_2 = I\,\frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Analogamente si ha

$$\boldsymbol{I_1 = I\,\frac{R_2}{R_1 + R_2}}$$

La corrente totale I si ripartisce tra i due resistori in misura inversamente proporzionale alle rispettive resistenze.

- ***CONCETTO DI EQUIVALENZA***



Ricordando il **generatore reale di tensione, moltiplicando per** $\boldsymbol{\frac{R_i}{R_i}}$:

$$I = \frac{E}{R_i + R}\,\frac{R_i}{R_i} = \frac{E}{R_i}\,\frac{R_i}{R_i + R}$$

Ma $\frac{E}{R_i} = \left[\frac{V}{\Omega}\right] = [A] = J$, è una corrente!

$$I = J\,\frac{R_i}{R_i + R}$$

l'espressione della corrente I nella resistenza di carico può, dunque essere considerata come il risultato della ripartizione di una corrente totale $J = \frac{E}{R_i}$ tra le due resistenze in parallelo R e R_i.

Il che suggerisce la seguente interpretazione circuitale: **un generatore reale di tensione E con resistenza interna R_i può essere trasformato in un equivalente generatore "reale" di corrente che eroghi la corrente $J = \frac{E}{R_i}$ e che abbia in parallelo proprio la resistenza interna R_i. È possibile, in maniera perfettamente "duale", la trasformazione inversa.**