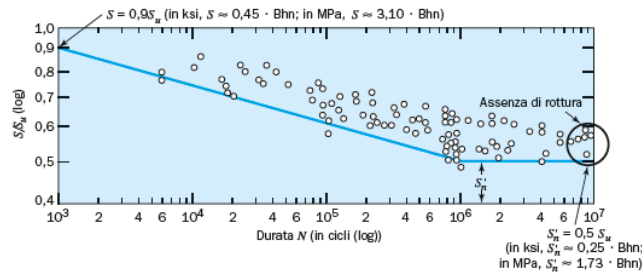


Progettazione a fatica

Curva classica di Wöhler

La classica cura di Wöhler si ottiene in condizioni di probabilità di rottura fissata e per rapporto di ciclo pari a -1 e con σ_m nulla.

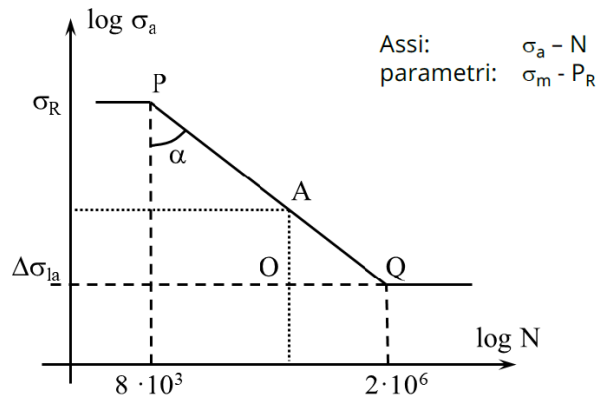


Quella che si visualizza è una linea di tendenza che approssima l'andamento dei dati sperimentali tenendo una certa percentuale di casi oltre i suoi valori; naturalmente questa curva si ferma ad un valore non nullo del numero di cicli, 10^3 tale valore risulta essere nientemeno che un artificio matematico: non si va oltre questo valore perché al di sotto si va incontro alla fatica oligociclica, fatica per basso numero di giri, ed è una condizione di carico che per materiali duttili ammette la presenza di plasticizzazioni localizzate, questa è naturalmente una condizione pericolosa perché in presenza di un materiale dal comportamento (approssimabile) elastico perfettamente plastico, non dà modo di interpretare il suo comportamento locale: come si può andare oltre lo snervamento se la legge è elastica perfettamente plastica? Non si può.

Oltre alla condizione di carico, per la fatica oligociclica si ragiona anche in termini di deformazioni imposte, ovvero si valuta il ciclo di sollecitazione attraverso la deformazione imposta al provino, anziché la tensione.

Oltre i 10^6 cicli il provino ha teoricamente durata infinita a fatica, esistono tuttavia codici che comunque impongono delle imitazioni, come l'UNI 7070: la pendenza della curva di Wöhler oltre il ginocchio non è perfettamente orizzontale come da teoria.

Come si ricava la pendenza del diagramma di Wöhler?



k è l'inverso della pendenza, nel diagramma doppio-logaritmico questa è legata all'angolo α , tuttavia la pendenza solitamente è espressa come $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ ovvero come il complementare ad α .

La tangente di α è data da $\frac{\Delta x}{\Delta y}$, se si immagina di conoscere la coppia di valori limite relativa al punto A sul diagramma di Wöhler, e avendo dalla teoria noti i valori di P, Q , per ricavare la pendenza si può porre:

$$\tan \alpha = \frac{\bar{QO}}{\bar{AO}} = \frac{\log N_Q - \log N_A}{\log \sigma_A - \log \sigma_Q} = k$$

Per cui:

$$\log \left(\frac{N_Q}{N_A} \right) = k \log \left(\frac{\sigma_A}{\sigma_Q} \right)$$

E quindi:

$$N_Q \sigma_Q^k = N_A \sigma_A^k = N \sigma^k = \text{cost}$$

Maggiore è k e meno pendente risulterà il diagramma.

Questo vuol dire che siccome P è fissato dal materiale, ovvero dalla sua rottura, una k più grande e quindi una curva meno pendente vuol dire un provino che dura di più: si incontra la curva molto più tardi.

I valori indicativi di k sono intorno a $8 \div 10$ per provini lisci, mentre in presenza di intagli si aggirano intorno ai $3 \div 6$.

Si ricorda che il ginocchio non è "presente" per i materiali che non hanno ferro all'interno viene lo stesso preso convenzionalmente a 10^8 cicli.

Altri diagrammi di fatica

Il classico diagramma di Wöhler è rappresentato per tensioni medie nulle, se si vanno a diagrammare casi con $\sigma_m \neq 0$ si trovano curve che si abbassano a parità di tensione massima, questo perché aumentando la sigma media deve ridursi la semiampiezza: al crescere della sigma media si riscontra una riduzione del diagramma, tuttavia non è possibile sapere l'entità della riduzione dato che il diagramma di Wöhler non ne fornisce l'informazione.

Per rappresentare una condizione limite di fatica bisogna identificare quattro parametri: o σ_m , $\Delta\sigma$ o in alternativa σ_{\max} e σ_{\min} oppure ancora N e $P_R\%$.

Quest'ultimo termine (la probabilità di rottura) può mantenersi bloccato: si ottengono semplicemente diagrammi scalati in funzione della rappresentazione probabilistica di cui si necessita.

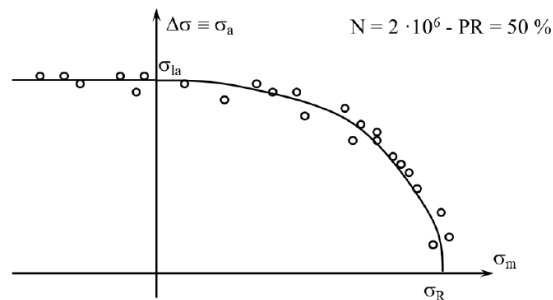
I restanti parametri si possono così combinare a due a due per avere diverse rappresentazioni della condizione critica.

Come ampiamente detto il diagramma di Wöhler fissava la σ_m e usava semiampiezza $\Delta\sigma$ ed N .

Una rappresentazione diversa, quella di Haig prevede che su le ascisse si metta la σ_m e sulle ordinate la $\Delta\sigma$, a fissati N .

Diagramma di Haig o di Sodeberg

Assi: $\sigma_a - \sigma_m$
parametri: $N - P_R$



Standardizzando l'operazione, i cicli che si possono fissare sono quelli del ginocchio di Wöhler 10^6 si vanno poi a riportare su questo diagramma tutti quei provini che si sono rotti applicando 10^6 volte il carico: la popolazione di provini rotti a questo ciclo di sollecitazione si distribuisce secondo questa funzione, una sorta di parabola nel primo quadrante con un andamento lineare nel secondo.

Quando siamo a σ_R che condizione sto caricando? $\sigma_m, \Delta\sigma \neq 0$, ma com'è lo spettro di carico a semiampiezza nulla? Costante.

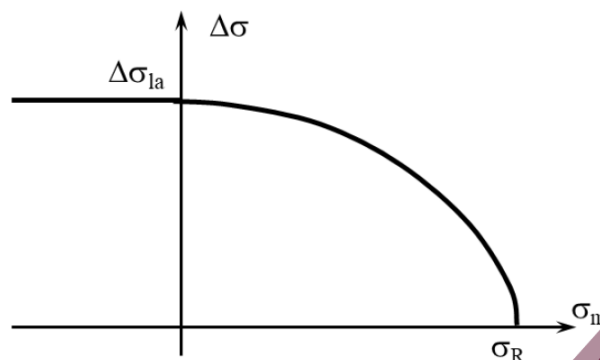
Questa è la condizione critica statica: è stato applicato σ_R (il carico di rottura) quando sono a σ_{la} invece cosa ho? Sollecitazione alterno simmetrica a sigma media nulla, quello è il valore di semiampiezza del ginocchio della curva di Wöhler standard: era la semiampiezza a 10^6 cicli valutata per una sigma media nulla.

Altre combinazioni intermedie si distribuiscono lungo un ramo di parabola, le sigma medie di compressione sono nel secondo quadrante (favorevoli), mentre la semiampiezza limite rimane costante.

Tale curva può essere rappresentata mediante la parabola di Gerber.

Diagramma di Haig semplificato Parabola di Gerber

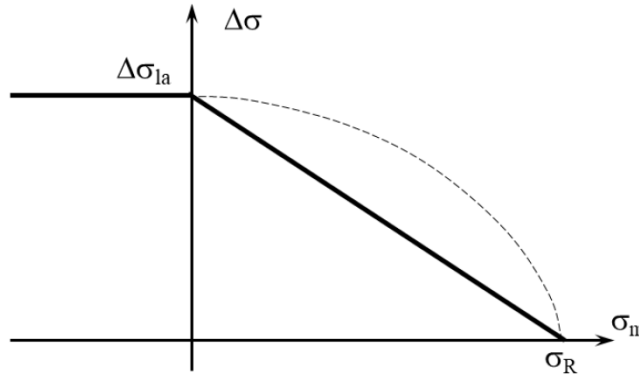
$$\Delta\sigma_l = \Delta\sigma_{la} \cdot \left[1 - \left(\frac{\sigma_m}{\sigma_R} \right)^2 \right] \quad \text{Valida per } \sigma_m > 0$$



Poiché ci si vuole mantenere in condizioni di sicurezza, la parabola di Gerber viene approssimata da Goodman come una semplice retta che passi per la condizione alterno simmetrica standard e per quella statica.

Diagramma di Haig semplificato
Retta di Goodman

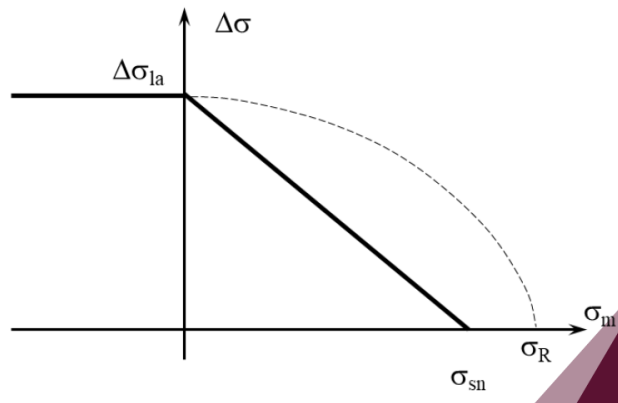
$$\Delta\sigma_l = \Delta\sigma_{la} \cdot \left[1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_R} \right]$$



A causa della duttilità di alcuni materiali non è preferibile avere una condizione limite a rottura, allora Soderberg considera approssimabile e correggibile questa retta con un limite statico allo snervamento, semplicemente spostando, abbassando la curva che ora passa per σ_Y anziché σ_R .

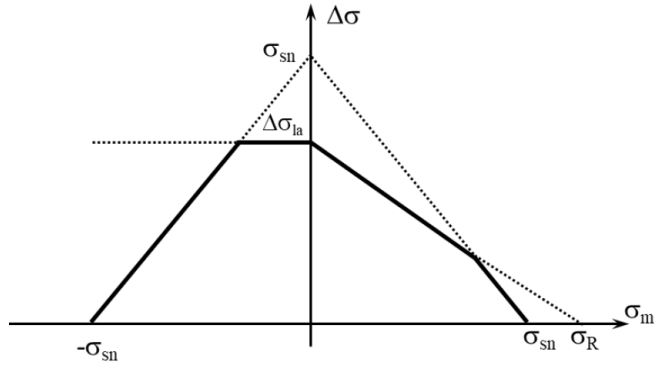
Diagramma di Haig semplificato
Retta di Soderberg

$$\Delta\sigma_l = \Delta\sigma_{la} \cdot \left[1 - \frac{\sigma_m}{\sigma_{sn}} \right]$$



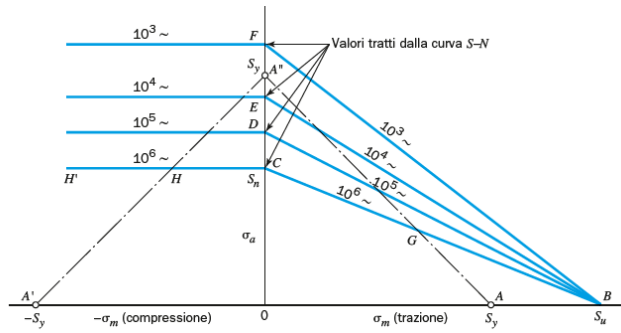
Questa curva tuttavia risulta troppo conservativa rispetto ai dati sperimentali, questi appartenenti alla parabola iniziale, per i materiali duttili si utilizza allora una rappresentazione semplificata: la curva di Goodman viene corretta localmente attraverso una spezzata sia a trazione che a compressione che punta alle rispettive condizioni di snervamento statico, insieme alla condizione alternata che punta anch'essa allo snervamento

Diagramma di Haig semplificato ottimizzato per materiali duttili



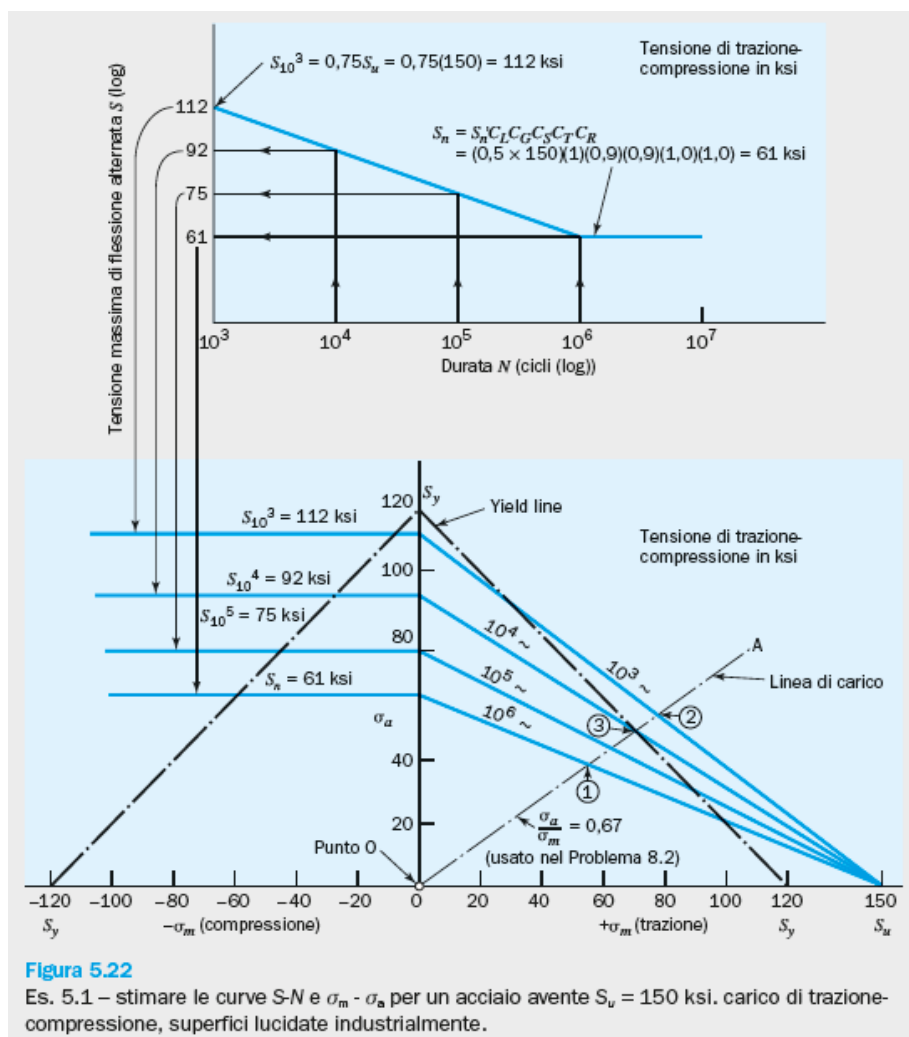
È possibile in questo modo visualizzare la condizione limite a fatica per i materiali duttili.

Ed in funzione del numero di cicli?



Altre considerazioni sulla curva classica di Wöhler:

Tale diagramma viene indicato nei testi anglosassoni come curva SN.



Per capire quale sia la dipendenza della durata a fatica dalla tensione media qualora non fosse nulla abbiamo bisogno di una diversa rappresentazione, quella di Haig o di Soderberg prevede una diagramma cartesiano in cui la semiampiezza sta in ordinata e la sigma media occupa le ascisse, con dei parametri fissati come il numero di cicli e la probabilità di rottura.

Solitamente si trova che il diagramma di Haig base ha un'affidabilità del 50% a $20 \cdot 10^6$ cicli, in quel caso si incontrano sulle ascisse il valore di rottura a semiampiezza nulla e sulle ordinate una tensione media nulla al valore del ginocchio delle curva di Wöhler.

Dal punto di vista progettuale questa curva è poco pratica, per cui si sono diffusi diagrammi semplificati di Goodman e di Soderberg.

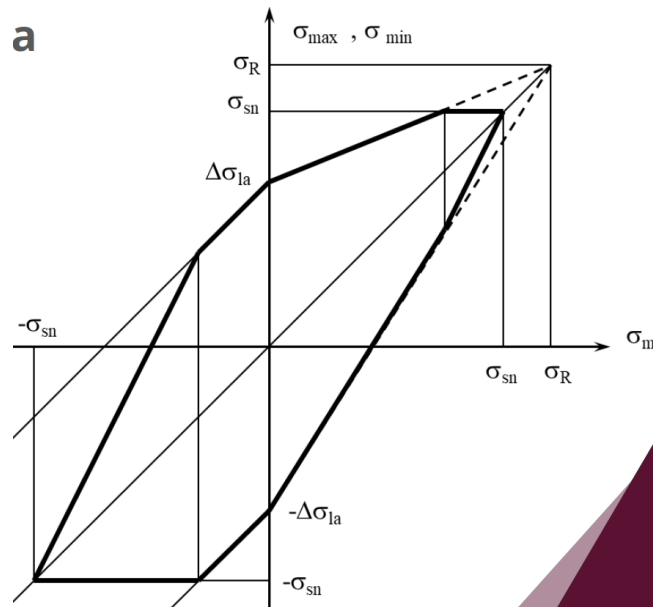
Un approccio ottimizzato per i materiali duttili, tuttavia, è quello che prevede l'abbinamento del diagramma di Goodman con l'ipotesi che la tensione non debba mai in alcun modo arrivare allo snervamento. Il risultato che si ricava è un'area più ristretta che limita sia a compressione sia a trazione la semiampiezza; a trazione la limitazione (zona esclusa) riguarda alti livelli di tensione media, a compressione invece - se è vero che la fatica non risente del valore assoluto di tensione media di compressione è anche vero che a compressione il materiale non deve assolutamente snervare - si limitano le combinazioni tensione alternata e tensione media.

NB: questo diagramma è un'evoluzione di quello di Haig, che prevedeva di fissare il numero di cicli al ginocchio di Wöhler, cosa accade a questo diagramma quando cambio il numero di cicli?

La costruzione è nata dall'individuare i punti a rottura e snervamento (statici) e con la semiampiezza alternata, che deriva da Wöhler: il ginocchio è il valore di semiampiezza relativo a $2 \cdot 10^6$ cicli, cambiando il numero di cicli di riferimento basterà porsi su di un diagramma di Wöhler e vedere quale sia il nuovo punto: si osserverà che diminuendo i cicli si aumenta la semiampiezza e questo si traduce nell'imporre un passaggio più in alto sul diagramma corretto, ovvero variare il numero di cicli si traduce in una variazione dell'area sottesa dovuta alla relativa variazione del punto sull'asse delle ordinate.

Goodman-Smith

Una rappresentazione alternativa della condizione critica di un materiale a fatica è quella di **Goodman-Smith**.



Questa rappresentazione utilizza come parametri non semiampiezza e tensione media ma tensione massima e tensione minima, i parametri fissati sono ancora una volta in numero di cicli e la probabilità di rottura.

In ascissa si trova la tensione media mentre sulle ordinate sono presenti sia il valore massimo che il valore minimo, una curva superiore rappresenta l'andamento della tensione massima ed una curva inferiore quello della minima.

Punti caratteristici

1. $\sigma_m = 0$

Intersezione della curva con l'asse delle y , quando la sigma media è nulla - ipotizzando un numero di cicli pari a quelli del ginocchio di Wöhler - il valore di semiampiezza è noto e pari a σ_{la} ed il ciclo sarà esattamente altemo-simmetrico con $R = 1$.

2. $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$

Poiché il valore massimo è pari al valore minimo in modulo, è possibile individuarle entrambe e poter costruire il diagramma.

3. **Bisettrice**

La costruzione del diagramma avviene attraverso la bisettrice del primo e terzo quadrante, ovvero quel luogo di punti caratterizzato da coordinate identiche di tensione massima e sigma media.

Cosa significa?

- $\sigma_{\max} = \sigma_m$

La sollecitazione è costante e si sta applicando un carico statico: ci si sta muovendo lungo la bisettrice per combinazioni di carico statico ben al di sotto dei limiti di sicurezza, imposti al massimo per lo snervamento

4. σ_R

La σ_{\max} , e per costruzione anche la retta per la σ_{\min} , partono rispettivamente da $\pm\sigma_{la}$ e si raccordano sul vertice a σ_R . (curva tratteggiata)

5. **Sollecitazione ciclica**

Si immagini di avere un certo valore di σ_m al quale corrispondono un valore di massima ed un valore di minima presi sulle rispettive rette.

Poiché si è preso un valore di tensione media, questo sarà uguale sia per x , che per y (d'altro canto la retta è la bisettrice), per cui la differenza tra le coordinate corrisponde esattamente a σ_m , questo ci porta a concludere che la distanza verticale che va dalla retta del massimo alla bisettrice altri non è che la semiampiezza corrispondente a quel tipo di sollecitazione.

D'altronde la semiampiezza è uguale sia sopra che sotto la sinusoidale, proprio per costruzione, allora si è confermato come su questa curva ogni volta che si prende una terna di punti si ha rispettivamente un massimo, una media ed un minimo, ottenendo quest'ultimo imponendo l'uguaglianza delle distanze.

- **Haig**

Il diagramma di Haig utilizzava tensione media e semiampiezza, partiva sulle ordinate da una σ_{la} e finiva nel primo quadrante sulle ascisse ad una tensione di rottura, la distanza verticale curva-ascisse era proprio il valore di semiampiezza per un determinato valore di tensione media ed è esattamente la distanza verticale tra la bisettrice e la curva di massimo di Goodman-Smith.

Se si sceglie un valore di σ_m più basso, in Haig ci si avvicina all'asse delle ordinate e la semiampiezza diventava più grande, sempre ricalcando la distanza dalla bisettrice dal valore di massimo di Goodman-Smith.

- **Goodman-Smith**

Il diagramma di Goodman-Smith utilizzando massima e minima è "equivalente" al diagramma di Haig ruotato di 45° rispetto alla bisettrice: è come se si stesse costruendo il diagramma di Haig sulla bisettrice

6. **Limitazioni**

La limitazione imposta dai materiali duttili imponeva che la tensione non arrivasse mai allo snervamento, basterà allora limitare superiormente e inferiormente la curva allo snervamento ottenendo una spezzata che limiti le tensioni massime e minime, d'altronde se a parità di tensione media limite la massima sto riducendo la semiampiezza possibile e di conseguenza ho innalzamento della tensione minima: in altre parole, imponendo la limitazione sulla massima si riduce giocoforza la semiampiezza, dato che la minima altro non è che la media meno la semiampiezza, si ottiene un valore di minimo maggiore rispetto a quello che si aveva in precedenza.

Nella pratica quel ramo di curva (continua, limitata) si ottiene una volta che è stata limitata superiormente la massima a partire dal valore di condizione statica di snervamento, ovvero scendendo giù ed individuando l'ultimo punto valido della vecchia curva: proprio dove si innesta la limitazione.

La minima si sposta sempre in funzione della massima.

7. Compressione

Cosa succede dalla parte delle tensioni medie di compressione?

Il diagramma di Haig proseguiva con semiampiezza costante indipendentemente dal valore di σ_m .

Nel diagramma di Smith questa semiampiezza è la distanza tra la tensione massima e la bisettrice, significando che il diagramma proseguirebbe con distanza costante.

Poiché il valore di semiampiezza è stato imposto a partire dalle osservazioni sul diagramma Haig, lo stesso si può fare anche per la tensione minima: se $\sigma_{\max} - \sigma_m$ forniscono la distanza per le tensioni di trazione, allora lo stesso varrà, con uguale valore, anche per la compressione e $\sigma_m - \sigma_{\min}$ fornirà la distanza per le tensioni di compressione.

L'andamento della minima passa per le $-\sigma_{la}$ ed è parallelo alla bisettrice.

Imponendo un limite allo snervamento (o alla rottura) si va a limitare il valore della tensione minima, questa altri non è che la minima algebrica può al più esser pari allo snervamento.

Come fatto per la trazione si procede limitando la minima con lo snervamento, ora che si è notevolmente ridotto il valore di semiampiezza, questo valore sommato alla media individua la massima: il nuovo punto proiezione. Ripetendo il ragionamento della trazione si ottiene il nuovo ramo di curva di tensione massima.

Questa tuttavia rimane una costruzione semplificata, con tutte queste spezzate non si fa altro che rincorrere i dati sperimentali.

Il diagramma così riportato è tipico dei materiali duttili, ovvero di quei materiali che abbiano un limite sia a snervamento che a rottura uguale a trazione e compressione.

Qualora fossi di fronte ad un materiale duttile o fragile con comportamento a trazione e compressione differente, questo diagramma risulterebbe sbilanciato verso la compressione con un'area più ampia dalla parte della compressione.

Tutto ciò questo è stato tuttavia tracciato per un numero di cicli prefissato, come quello del ginocchio di Wöhler.

Qualora fossi di fronte ad un numero di cicli differente da quello di Wöhler, significherebbe avere

- Per un numero di cicli inferiore un diagramma che si amplierebbe similmente ad un diagramma di Haig.

Infatti se passo ad un numero di cicli inferiore, si aumenta il valore di semiampiezza e l'intercetta σ_{la} sale di quota

- Per un numero di cicli superiore si assottiglierebbe, avvicinandosi le intercette sull'asse delle y.

Master Diagram

In questa rappresentazione si rapportano nelle due coordinate i valori di σ_{\max} e σ_{\min} e si diagrammano gli andamenti nelle due bisettrici.

Quando massimo e minimo sono uguali tra loro $R = 1$ e allora siamo in condizioni statiche, quando siamo sull'altra bisettrice $R = -1$ e la minima è uguale alla massima in modulo ma opposta in segno e siamo in condizioni alterno simmetrica.

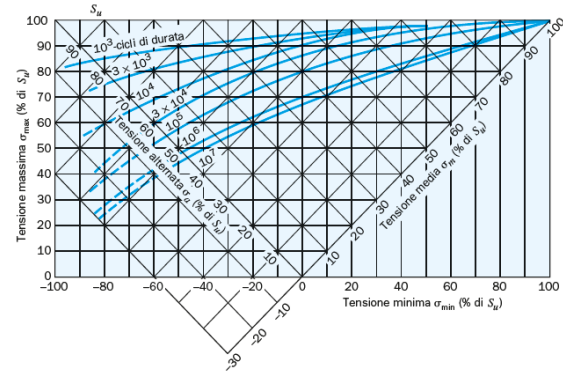
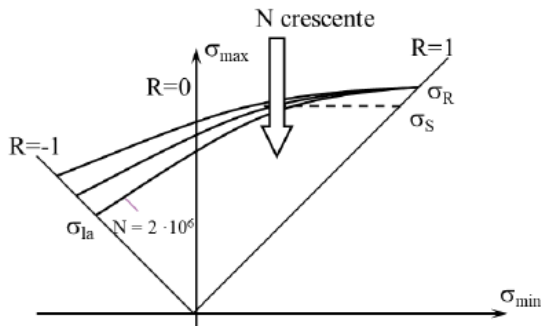


Figura 5.17

Diagrammi di resistenza a fatica per un acciaio legato avente S_u compresa tra 125 e 180 ksi, caricato in trazione-compressione. Media di dati sperimentali ottenuti da provini lucidati di acciaio AISI 4340 (applicabili anche ad altri acciai legati, come l'AISI 2330, 4130, 8630). (Per gentile concessione della Grumman Aerospace Corporation).

Stati di tensioni non monodimensionali

In ogni caso il nostro problema veniva ricondotto ad un ciclo di carico monodirezionale, nella realtà tuttavia lo stato tensionale è molto più complesso e mero appannaggio della ricerca.

Quando lo stato tensionale è comunque complesso ma ottenibile per sovrapposizione degli effetti di sollecitazione più semplici (come i casi di più comune interesse) allora possiamo lavorare per sovrapposizione degli effetti considerando una combinazione dei carichi che concorre alla valutazione della tensione equivalente, ovvero un criterio di verifica che confronti una combinazione dei carichi applicati col limite del materiale.

Il caso più comune è quello dell'albero di trasmissione.

Questo organo meccanico è soggetto a flessione rotante e a momento torcente.

Il momento flettente è costante nel tempo ma siccome l'albero ruota la tensione è variabile sinusoidalmente nel tempo: questa altri non è che la componente σ_z del tensore delle tensioni.

Il momento torcente sarà invece costante nel tempo: è necessario trasmettere momento torcente continuamente. Questa sollecitazione è identificata dalle componenti τ_z del tensore delle tensioni.

Come si procede in questo studio? Solitamente si utilizzano delle formulazioni che si basano su criteri di resistenza statici come magari Von Mises, solo che siccome sono sollecitazioni diverse tra loro come tipologia e formulazioni, attualmente si preferisce, anziché confrontare la combinazione delle tensioni con una tensione limite, normalizzare le tensioni per il proprio limite.

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \quad \text{Ip. Max tensione tangenziale}$$

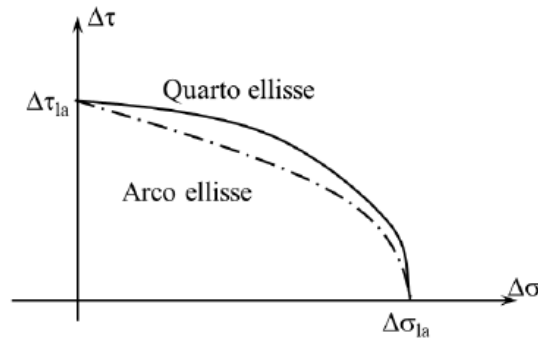
$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad \text{Ip. Von Mises o Max energia di distorsione tangenziale}$$

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma^2 + \alpha^2 \tau^2} \quad \text{Ip. generica} \quad \alpha = \frac{\sigma_{lim}}{\tau_{lim}}$$

Questo vuol dire che la tensione limite per le σ , se questa è variabile nel tempo, sarà un limite di fatica, mentre quella sulle τ se questa è costante nel tempo, sarà un limite statico.

Se addirittura si hanno tensioni in due direzioni (caso xy) allora si può utilizzare la relazione di Von Mises in cui la normalizzazione anziché essere fatta tramite lo stesso limite viene effettuata con limiti distinti, separati, ciascuno per la tipologia di sollecitazione presente, in questo modo si verifica contemporaneamente uno stato tensionale pluri-assiale in cui vi sono tipologie differenti di sollecitazione. Lo sviluppo di questo studio è dovuto a Gaugh e Pollard ed è nato proprio dall'analisi degli alberi di trasmissione.

Senza scendere troppo nel dettaglio, in un piano cartesiano $\sigma\tau$, il limite è dettato da una curva che può essere approssimata come arco d'ellisse o come quarto di ellisse.



Le normative utilizzano sostanzialmente il quarto d'ellisse.

In queste formulazioni:

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{lim}}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{\tau_{lim}}\right)^2 \leq 1 \quad \text{Monodimensionale} + \text{torsione/taglio}$$

$$\left(\frac{\sigma_x}{\sigma_{x,lim}}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_{y,lim}}\right)^2 - \frac{\sigma_x \sigma_y}{\sigma_{x,lim} \sigma_{y,lim}} + \left(\frac{\tau}{\tau_{lim}}\right)^2 \leq 1 \quad \text{Bidimensionale} + \text{torsione/taglio}$$

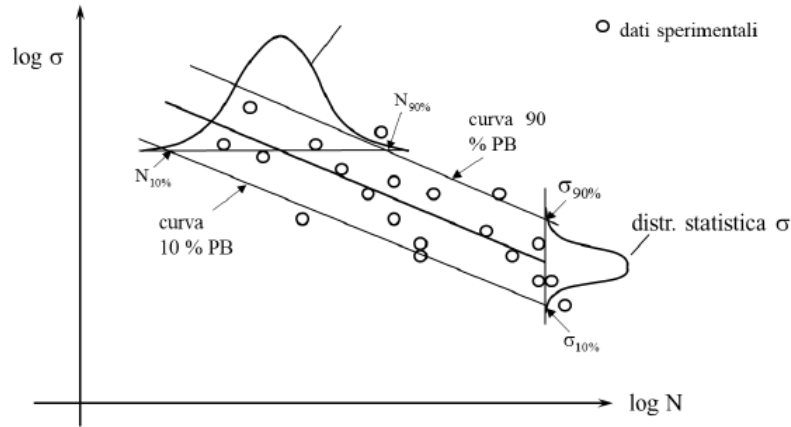
Ciascuna componente del tensore è separata e normalizzata rispetto a proprio limite.

Progettazione a fatica

Quando si tratta la progettazione in ambito di fatica devo necessariamente tenere conto di un elemento: l'affidabilità.

Ogni dato sperimentale di fatica dev'essere interpretato con una distribuzione come quella gaussiana.

Ad una distribuzione di punti sperimentali si associano le curve di Wöhler di tendenza per una probabilità di rottura del 10, 50 e 90%.

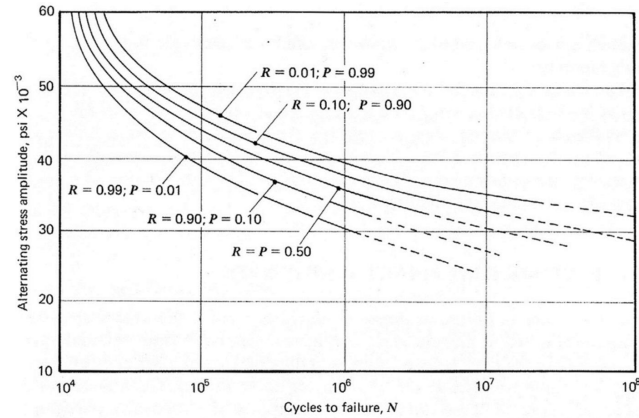


PB: Rottura, **PR:** Reliability

Fissato un certo numero di cicli, leggo nei dati sperimentali un certo livello di tensione al quale è associata una probabilità di sopravvivenza del 90% e un certo dato di tensione per cui è associata una probabilità di sopravvivenza del 10%; al contrario un valore a cui è associato un 10% di rottura è uno a cui è associato il 90% di probabilità di rottura: la distribuzione statistica rispetto alle tensioni è piuttosto stretta.

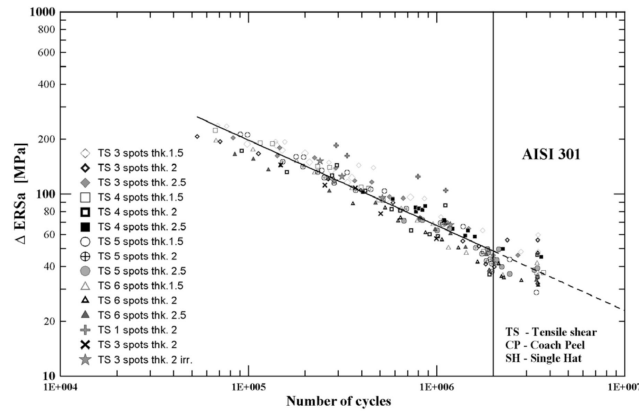
Tuttavia se si considera un determinato livello di carico, ad un valore del numero di cicli a cui è associato un 10% di rottura (o 90% di sopravvivenza) si individua un valore molto diverso da quello a cui è associato il 90% di rottura o 10% di sopravvivenza per cicli fissati: vuol dire che la distribuzione statistica dei dati sperimentali a partire da tensione (e quindi rispetto al numero di cicli) è decisamente più ampia, i dati sono molto più distribuiti, e l'incertezza sul valore di durata di un componente fissata la tensione è molto più elevata rispetto all'incertezza sul valore di tensione a numero di cicli fissato.

Come si fa nella pratica realizzativa?
Si usano vari diagrammi.

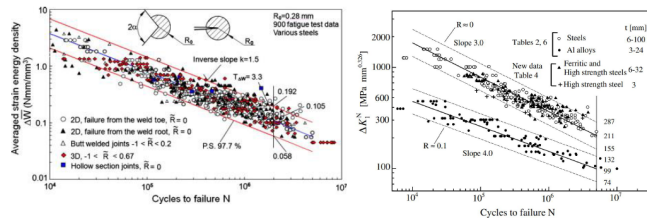


Family of $S-N-P$ curves, or $R-S-N$ curves, for 7075-T6 aluminum alloy. Note: P = probability of failure; R = reliability = $1 - P$. (Adapted from ref. 16, p. 117; with permission from John Wiley & Sons, Inc.)

Figura 2: Diagramma del valore della semiampiezza al variare dell'affidabilità



Curve semi-logaritmiche, diagrammi sperimentali,...



In alcune applicazioni molto specifiche si utilizzano dei parametri tensionali come tensioni nominali equivalenti e non semiampiezze, ad esempio l' ERS è una tensione nominale che si utilizza per le saldature a punti.
Per gli intagli anziché il valore tensionale si utilizza l'energia assorbita...

Distribuzione del fattore di tenacità a frattura al variare del materiale

Quando si parla di curva al 10% o al 90% si identificano delle curve su di un grafico, nella realtà quando si va a fare un dimensionamento imponendo che questo 10% sia il limite, si capisce bene che si sta compiendo un certo errore in termini conservativi perché il livello di carico nella realtà è quello identificato dal punto nel quale al valore minimo di cicli si è sperimentalmente verificato un cedimento: nei calcoli si sta imponendo un 10% ma casualmente, se si avesse un valore più alto di carico, si può incrociare un punto sperimentale in cui sia avvenuto il cedimento ancor prima del valore imposto.

Nei calcoli è sempre necessario associare una probabilità di successo o meno del componente.

Utilizzando gli strumenti della statistica, non si fa altro che considerare una distribuzione gaussiana con un valore medio del numero di cicli dato dalla media delle durate sperimentali e con deviazione standard pari alla quella delle distribuzioni sperimentali.

$$\bar{N} = \frac{\sum_i N_i}{n} \quad S_{dev} = \sqrt{\frac{\sum_i (N_i - \bar{N})^2}{n - 1}}$$

Facendo ora un rapporto di dispersione tra i dati sulle tensioni e quelli sui cicli, si può dire che queste sono molto diverse se:

$$\frac{N_{90\%}}{N_{10\%}} \geq 4$$

Meno marcate nel senso delle tensioni se:

$$\frac{\sigma_{90\%}}{\sigma_{10\%}} = 1,5$$

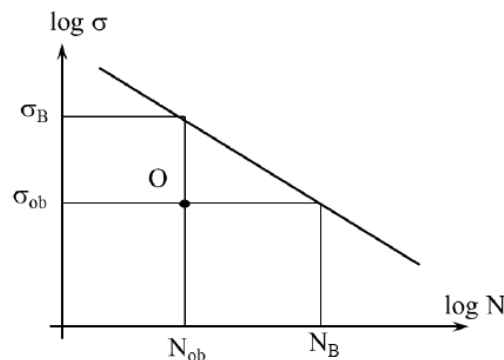
A testimonianza che le dispersioni sono molto diverse.

L'approccio progettuale può essere molteplice: o da una parte si fa riferimento in modo molto conservativo alla curva al 10% di rottura o al 90% di sopravvivenza (la più bassa), oppure si utilizza una dispersione con deviazione standard pari a due volte la deviazione standard dell'ampiezza della campana che corrisponde ad una probabilità del 97,5% di sopravvivenza, oppure si utilizza (approccio da codice normativo) una curva media con un fattore di sicurezza 1,6 sulle tensioni.

Coefficiente di sicurezza in fatica

Il fattore di sicurezza come si ricava?

Come il rapporto tra la tensione massima che si potrebbe avere a quel livello di carico (a un certo numero di cicli) rispetto alla tensione effettiva a quel livello di carico a quel numero di cicli.



Se ho il punto di lavoro O caratterizzato da una σ_O ed N_O , il fattore di sicurezza è il rapporto fra la tensione/semiampiezza massima che porrei avere a quel numero di cicli di applicazione rispetto a quella che sto applicando; mentre il fattore di sicurezza sul numero di cicli è il rapporto fra il numero massimo di cicli che potrei avere a quel livello di carico, rispetto al numero di cicli effettivamente applicato, ora questi punti massimi σ_B ed N_B sono in relazione fra loro con la legge di Wöhler per cui:

$$\gamma_\sigma = \frac{\sigma_B}{\sigma_{ob}} \quad \gamma_N = \frac{N_B}{N_{ob}} \quad \gamma_N > \gamma_\sigma$$

$$N_{ob}\sigma_B^k = N_B\sigma_{ob}^k$$

$$\gamma_N = \gamma_\sigma^k$$

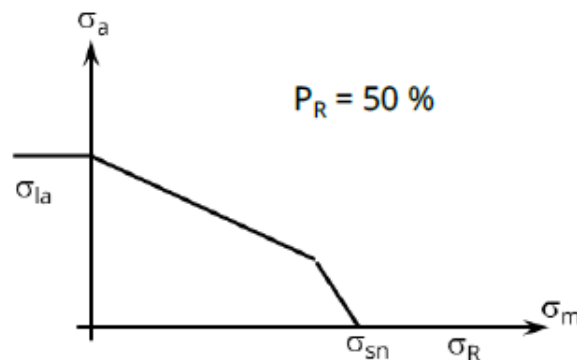
Ora se si sceglie convenzionalmente un fattore di sicurezza pari a 1,6 sulle tensioni - ricordando che il coefficiente k a seconda di come è fatto il provino può variare tra 3 e 10 - si ottiene che a pari affidabilità il fattore di sicurezza sul numero di cicli γ_N varia tra 4 e 100, potendo imporre un numero di cicli a pari affidabilità di due ordini di grandezza inferiore rispetto a quelli limite mantenendo la stessa sicurezza.

Curva SN per sollecitazione media non nulla

Avendo visto i diagrammi di fatica più comuni si è ora in grado di quantificare come impatta un valore di tensione media non nulla sul diagramma di Wöhler.

Come possiamo correggere il diagramma di Wöhler standard e trasformarlo nel diagramma di Wöhler per l'applicazione specifica?

Per far questo è necessario iniziare a tracciare il diagramma di Haig standard per 10^6 cicli, com'è noto si costruisce utilizzando il ginocchio di Wöhler sulle y e la rottura sulle x limitando il diagramma con lo snervamento ottenendo quindi un altro diagramma standard.



Qualora in ginocchio di Wöhler non fosse disponibile da tabelle specifiche si può prendere per materiali duttili comuni il valore della σ_{la} come il 30÷50% della rottura.

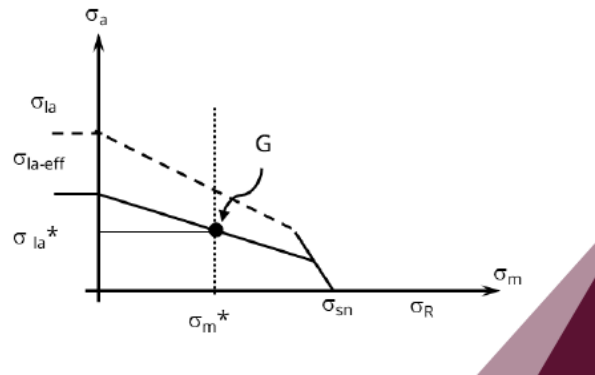
$$\text{fattore di fatica} = \frac{\sigma_{la}}{\sigma_R}$$

Siccome si vuole tracciare il diagramma di Haig e Wöhler per il pezzo specifico con $\sigma_m \neq 0$ si corregge il diagramma anche in funzione di tutti quei coefficienti che spostano il ginocchio.

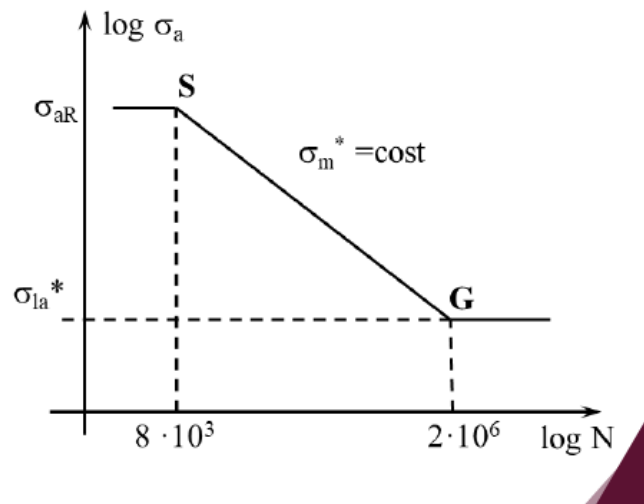
A seconda di quale sia il livello di scostamento dalla condizione standard, riducendo la semiampiezza effettiva si otterrà la $\sigma_{la-effettiva}$: per il limite di fatica

effettivo si partirà comunque dal limite a fatica del materiale per cui il diagramma si sposterà più in basso.

A questo punto è possibile ricavare il nuovo valore del ginocchio della curva di Wöhler: sia per ipotesi $\sigma_m = \sigma_m^*$ di trazione (sempre per 10^6 cicli), il nuovo ginocchio si andrà a cercare per il σ_m^* desiderato, il punto di intersezione così individuato darà alla luce anche il nuovo valore σ_{la}^* del ginocchio di Wöhler relativamente alla σ_m^* di input del problema, ecco allora come si è ridefinito il punto G del ginocchio.



Siccome però la rappresentazione di Wöhler è data dal numero di cicli rispetto alla semiampiezza di sollecitazione, si deve ragionare anche sul punto S, il punto di confine con quella che sarà poi la fatica oligociclica.



Le vecchie coordinate di quel valore erano $8 \cdot 10^3$ cicli con sigma di rottura data nel caso di sigma media nulla: il punto S corrisponde ad uno spettro di sollecitazione nel tempo sinusoidale, perfettamente simmetrico dove il valore massimo era la sigma di rottura.

Poiché devo rappresentare la semiampiezza, questa per $\sigma_m = 0$ era esattamente la massima, la rottura, nel momento in cui la $\sigma_m \neq 0$, il mio ciclo trasla verso l'alto sempre limitato superiormente dalla rottura e quindi S rappresenta la condizione di carico in cui la massima ha raggiunto la rottura: in queste condizioni la semiampiezza varrà $\sigma_{aR} = \sigma_R - \sigma_m$, questa nuova semiampiezza caratterizza così lo spettro di carico del punto S. In questo punto l'abbassamento è semplicemente dovuto alla σ_m e non dipende da nient'altro; l'abbassamento del ginocchio è invece funzione dei coefficienti correttivi e dello spostamento della curva di Haig da σ_{la} a $\sigma_{la-effettiva}$: è molto più complesso il meccanismo che

ha portato a spostare il ginocchio che quello che ha spostato il punto S.

Si può ripetere lo stesso ragionamento qualora anziché correggere il diagramma di Wöhler con una $\sigma_m \neq 0$, volessi correggere il diagramma di Wöhler perché ho un diverso rapporto di ciclo R .

Il ragionamento è praticamente il medesimo: si riduce il diagramma di Haig ad uno effettivo di Haig considerando i coefficienti di correzione, gli aspetti interni ed esterni del componente e a quel punto anziché imporre una sigma media individuo la retta corrispondente al rapporto di ciclo desiderato, l'intersezione darà il nuovo ginocchio di Wöhler e di conseguenza diviene possibile correggere il resto.

Curva S-N per sollecitazione media non nulla

In altri casi può essere noto il valore di $R = R^* = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ (con σ_m variabile)

$$R^* = \frac{\sigma_m - \sigma_a}{\sigma_m + \sigma_a} \quad \sigma_a = \frac{1 - R^*}{1 + R^*} \sigma_m$$

Conoscendo la curva limite è noto il punto $(\sigma_{la}^*, \sigma_m^*)$ (relativo a $N = 2 \cdot 10^6$)

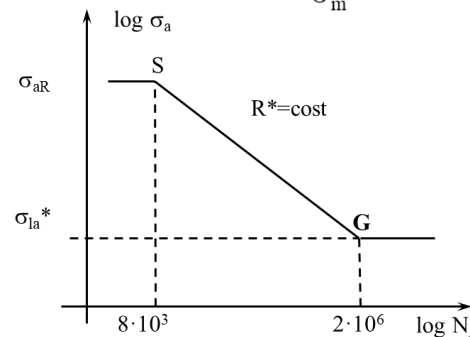
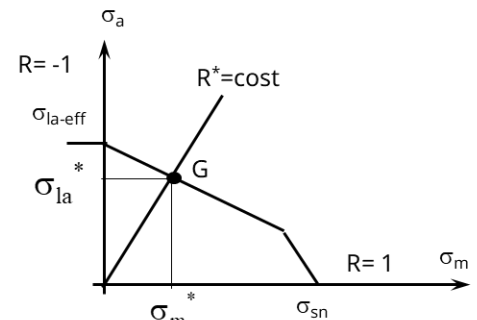
$$\sigma_{la}^* = \frac{1 - R^*}{1 + R^*} \sigma_m^* \quad \text{Punto G su curva Wöhler}$$

Il punto S (ricerca di σ_{aR}) è da valutare in funzione di $R^* = \text{cost}$, considerando che :

$$\sigma_R = \sigma_{max} = \sigma_{min} + 2\sigma_{aR} = R^* \sigma_{max} + 2\sigma_{aR}$$

$$\sigma_{aR} = \frac{1 - R^*}{2} \sigma_R$$

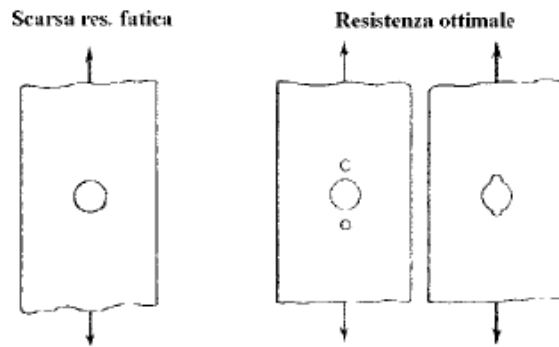
Corso di Fondamenti di Costruzione di Macchine - Prof. Pierluigi Fanelli
Ingegneria Industriale - Università degli Studi della Tuscia



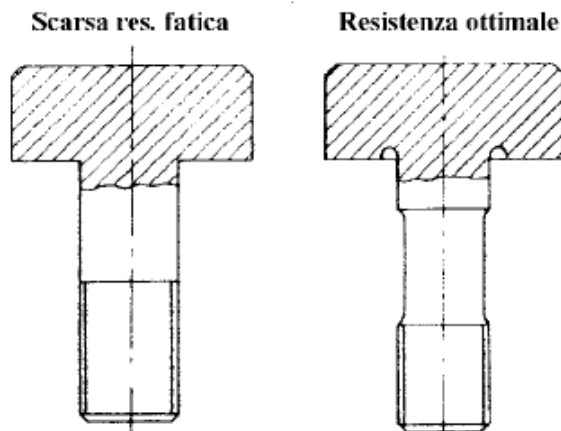
Ottimizzazione geometrica

Come abbiamo avuto modo di vedere il mio livello di carico ammissibile si riduce notevolmente quando introduco fattori di variazione di forma, corrosione, dimensioni..., su molte cose come progettista non posso agire come per l'ambiente corrosivo et similia, ma al netto di tutti questi parametri chi fa crollare l'ammissibile effettiva è il fattore di forma, e su questo si può lavorare ottenendo una geometria che permetta una riduzione di questa influenza.

Primo fra tutti devo ridurre il più possibile i piccoli raggi di raccordo e si evitando spigoli vivi, incavi con raggi di raccordo piccolissimi, variazioni brusche di forma: si deve sempre arrivare progressivamente ad una dimensione finale. In più c'è una serie di accortezze che si possono utilizzare, ad esempio una piastra forata ha una scarsa resistenza a fatica, ha un k_t pari a 3, per ridurre questo coefficiente posso introdurre ad esempio piccoli forellini che rendono lo stato tensionale progressivo, facendo un'azione di mutua riduzione dello stato tensionale.

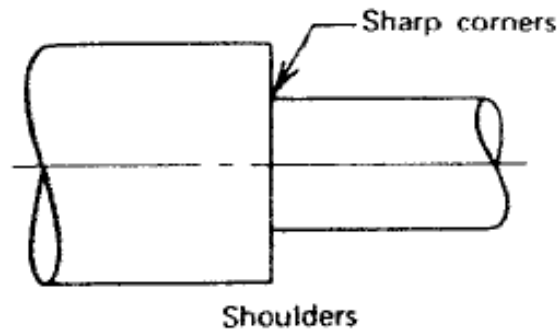


Una vite classica ha forme brusche: con la testa direttamente raccordata al gambo al punto di raccordo ho delle fortissime concentrazioni di tensione dovute alla variazione brusca di sezione, motivo per cui le viti che devono resistere a fatica hanno delle gole che permettono una progressione della curvatura della geometria con delle rastremature per ridurre anche il problema della filettatura: geometrie opportunamente studiate.



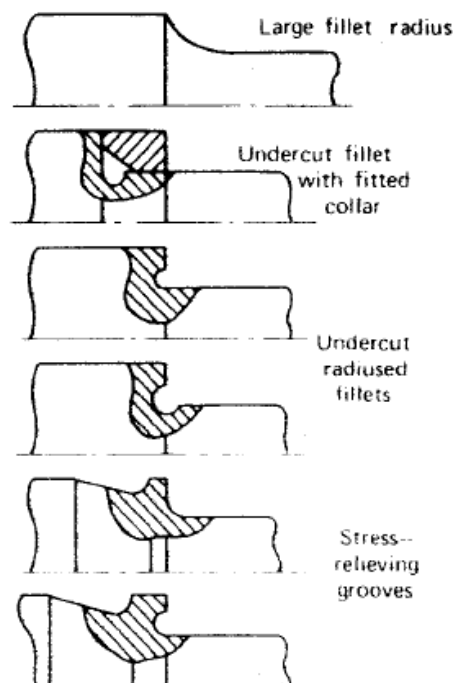
Il problema dello spallamento lo si vedrà con gli alberi, è un caso molto sensibile: un albero di trasmissione di solito viene realizzato con brusche variazioni di diametro per permettere ciò che si chiama spallamento, ovvero l'appoggio assiale degli elementi, questa soluzione viene scavata al tornio e se faccio uno spigolo vivo come in questo caso, con un raggio di raccordo molto piccolo, comporta una forte concentrazione di tensione che fa ridurre notevolmente la durata a fatica.

Scarsa res. fatica

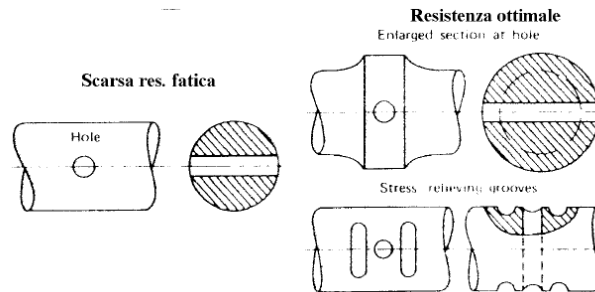


Anche qui esistono varie soluzioni, la più banale è quella data da grandi raggi di curvatura, ma raggi di curvatura così grandi rendono inutile il motivo per cui ho fatto lo spallamento, non riesco più a montare assialmente il componente, si vedrà infatti come il raggio di curvatura sull'albero dev'essere sempre più piccolo del raggio di curvatura del componente calettato su di esso al fine di evitare interferenze durante il montaggio. Si possono poi studiare opportune gole con elementi di raccordo per trasferire il carico o giungere progressivamente al valore prefissato di spallamento o considerare geometrie più complesse che permettano una variazione di sezione progressiva in dipendenza dall'applicazione e dal tipo di montaggio dell'elemento.

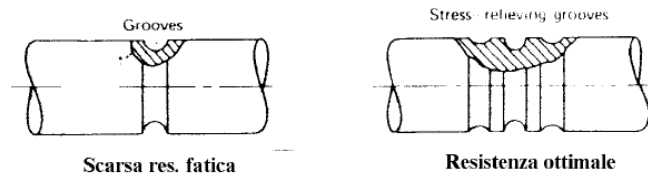
Resistenza ottimale



Un albero forato ha una durata a fatica molo ridotta rispetto all'albero pieno, si può migliorare la situazione se nella sezione in cui realizzo il foro ingrandisco la sezione resistente oppure sfruttando sempre quel concetto per cui le linee di flusso della tensione equivalgono alle linee di velocità del fluido e quindi la tensione è proporzionale alla velocità del fluido, se lo accelero improvvisamente a causa di variazioni di forma, ho alte velocità e quindi alte tensioni, se il fluido viene condotto lentamente ho minori velocità: ottimizzando rastremazioni parziali anteriori e posteriori rispetto al foro, posso calmierare le concentrazioni di tensioni.

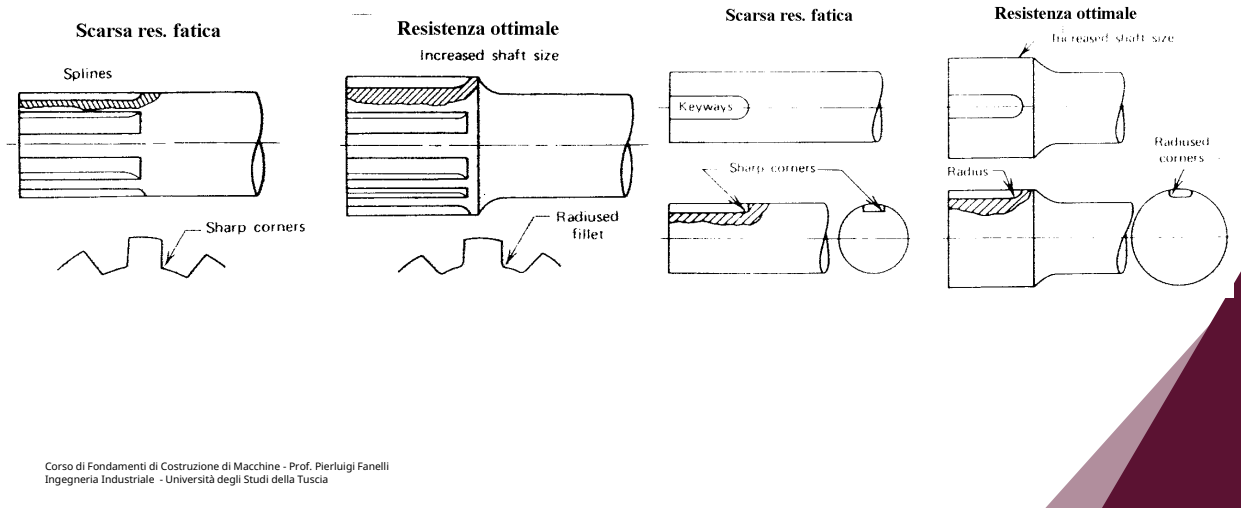


Stesso discorso per le gole, un'unica gola non fa altro che accelerare il fluido, se realizzo prima e dopo delle gole con minore profondità il fluido (la tensione) cresce progressivamente.



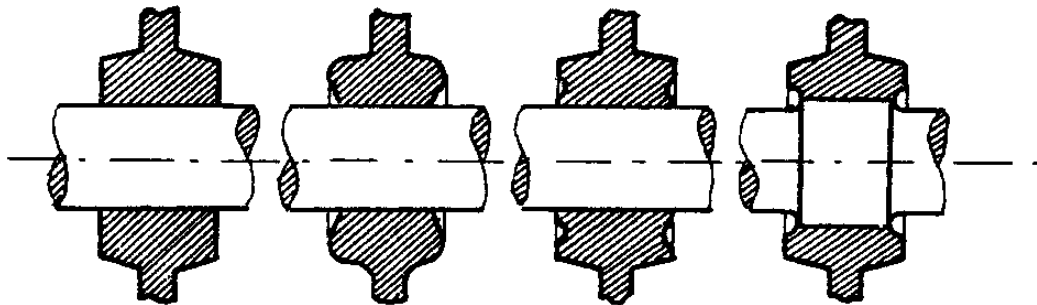
Sull'albero poi si hanno problemi nelle sezioni di giunzione di componenti, per calettare/montare un elemento utilizzo varie tecniche: profili scanalati che permettano il trasferimento del moto di torsione, oppure l'utilizzo di chiavette o linguette che si intromettono tra l'albero e il mezzo, in ogni caso entrambe le soluzioni prevedono di scavare l'albero andando a creare delle concentrazioni di tensione; la geometria cambia, ci sono dei raggi di raccordo che devono essere tenuti in considerazione, tutti generalmente fissati da standard e normative.

Ottimizzazione geometrica



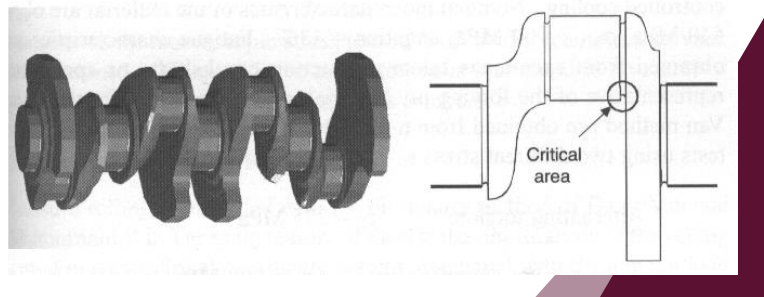
La variazione di sezione e la finitura superficiale in un albero a gomiti richiede la realizzazione di gole di scarico degli utensili e il passaggio dei canali di lubrificazione, che divengono tutte zone critiche di fatica e vanno opportunamente dimensionate.

Ottimizzazione geometrica



Miglior comportamento fatica

Corso di Fondamenti di Costruzione di Macchine - Prof. Pierluigi Fanelli
Ingegneria Industriale - Università degli Studi della Toscana



NOTE