Corso di Meccanica dei Solidi

Parte 6

Ingegneria Industriale
Università degli Studi della Tuscia

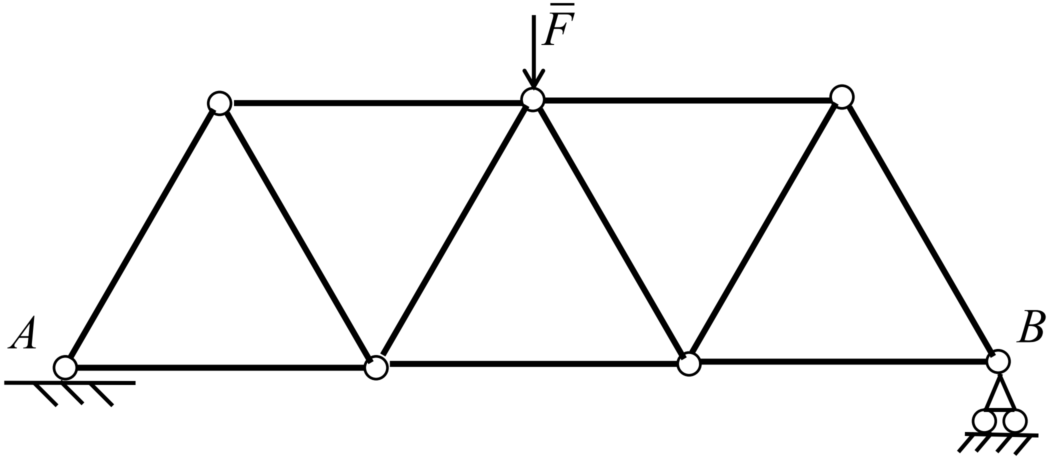
Ing. Pierluigi Fanelli

Strutture reticolari

Tipo di struttura formata solamente da **maglie triangolari.**

Le aste non sono mai caricate, le forze e i momenti sono applicati sui nodi della struttura.

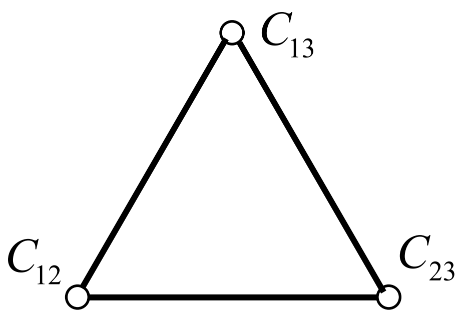
A parità di resistenza è una struttura molto più leggera di una qualunque struttura piana.



$$\begin{cases} 3t = 33 \\ s = 33 \end{cases} \rightarrow i = l$$

La labilità è nulla, internamente perché ogni terna di corpi a contatto non ha i centri relativi allineati.

Esternamente anche è nulla a causa della natura dei vincoli in A e B.



Considero una struttura reticolare come un corpo unico.

Strutture reticolari

Poiché i tratti non sono direttamente caricati si possono considerare come pendoli interni.

I vincoli sono sempre stati concepiti come applicati a corpi, che in questo caso sono pendoli.

Nelle strutture reticolari i punti di collegamento tra i pendoli interni diventano i corpi su cui sono applicati in vincoli.

Poiché tra i vincoli sono interposti dei punti (le cerniere che sono diventate i corpi), allora questi non hanno rotazioni ma solo traslazioni.

Ogni «corpo» nel piano a solo 2 gdl:

$$c = \text{n° cerniere} = \text{n° punti di contatto}$$

$$a = \text{n° aste} = \text{n° pendoli}$$

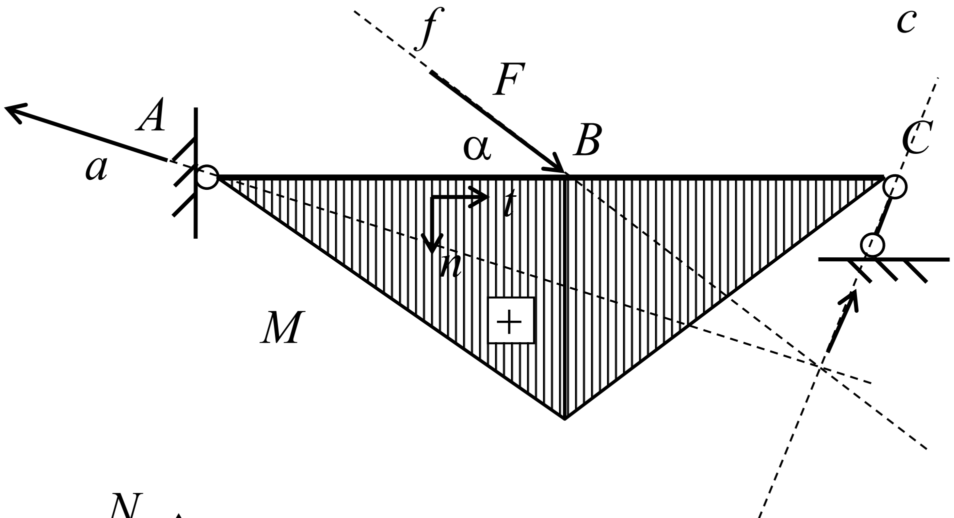
$$s_{ext} = \text{n° vincoli esterni}$$

$$l - i = 2c - \left(a + s_{ext}\right)$$

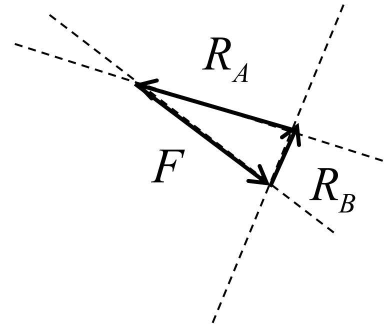
Le reazioni dei pendoli sui punti di contatto sono sempre forze parallele agli assi dei pendoli.

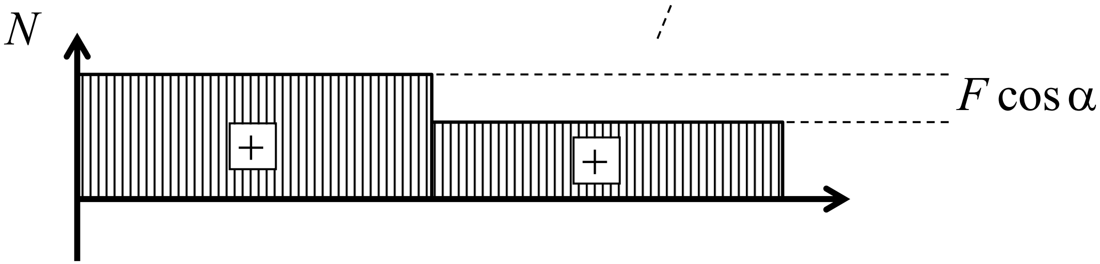
$$\begin{cases} M_f(s) = 0 \\ T(s) = 0 \end{cases}$$

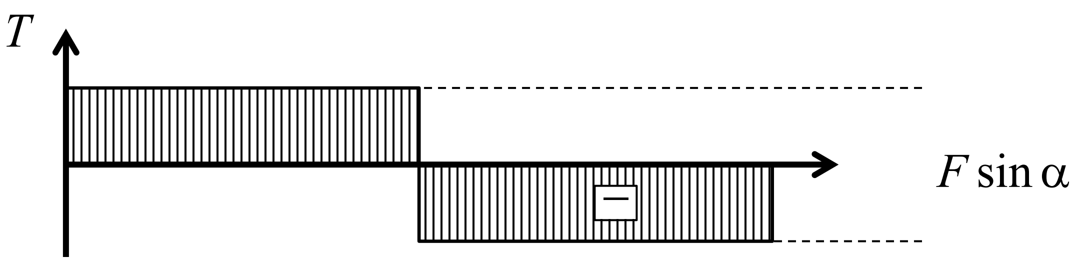
Diagramma Momento Flettente



$$a + f + c = 0$$





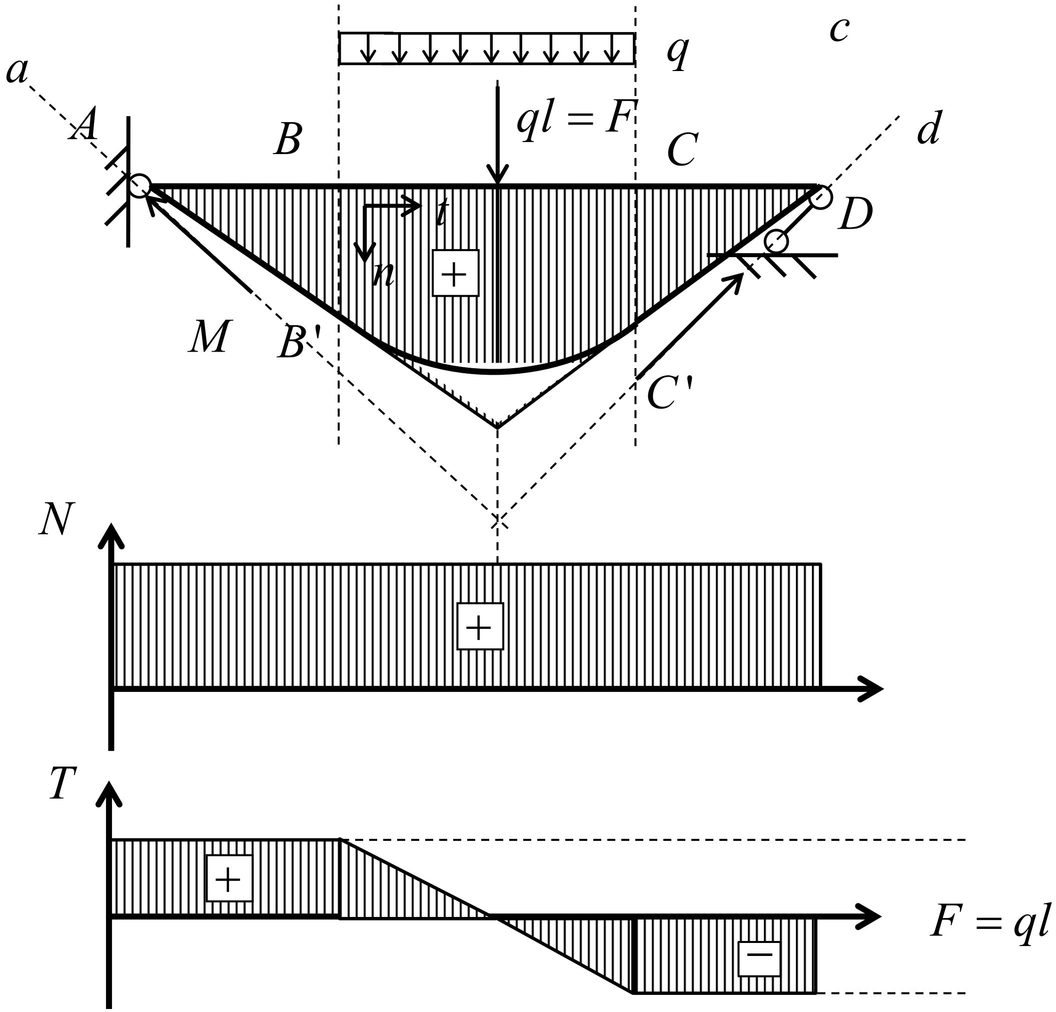


$$\Delta N_B = N_B^+ - N_B^- = -F\cos\alpha$$

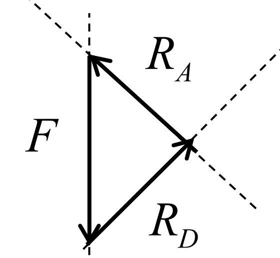
$$\Delta T_B = T_B^+ - T_B^- = -F\sin\alpha$$

In B la discontinuità del taglio corrisponde alla discontinuità della pendenza del momento flettente (cuspide)

Diagramma Momento Flettente



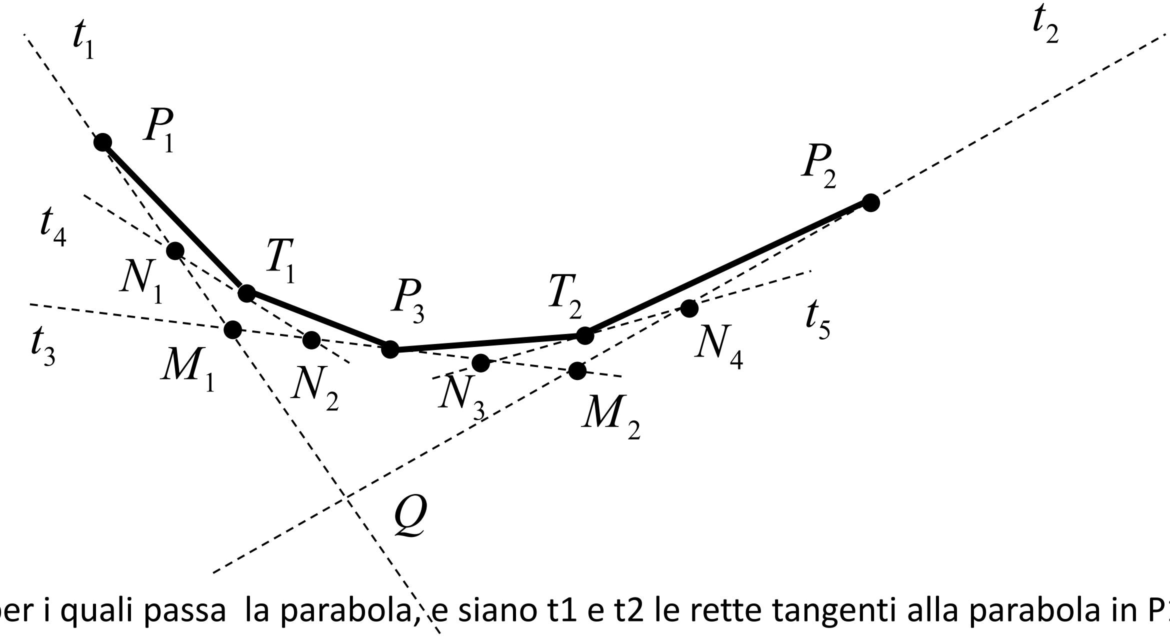
$$a + f + d = 0$$



- Le reazioni vincolari possono essere valutate considerando la forza concentrata
- In B’ e C’ il diagramma reale ha la stessa pendenza di quello dovuto alla forza concentrata (T in B e C è uguale nei due casi)
- Nel centro il taglio reale è nullo, il M ha una tangenza orizzontale
- Se il taglio è costante, il M è lineare
- Se il taglio è lineare, il M è parabolico

Diagramma Momento Flettente

Costruzione di una parabola



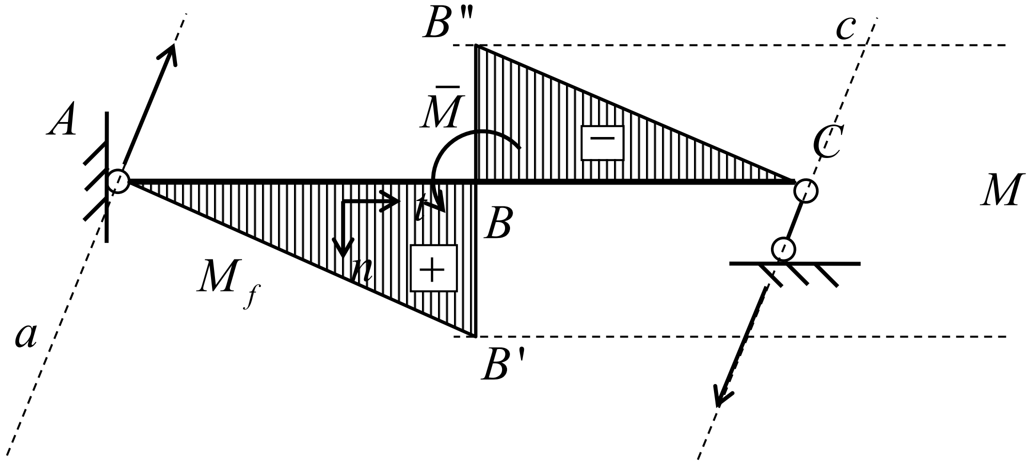
Siano P1 e P2 i punti per i quali passa la parabola, e siano t1 e t2 le rette tangenti alla parabola in P1 e P2.

Dato Q l'intersezione di t1 e t2, Mi sono i punti medi dei segmenti PiQ.

La parabola passa per P3 punto medio di M1M2 e ivi tangente a t3.

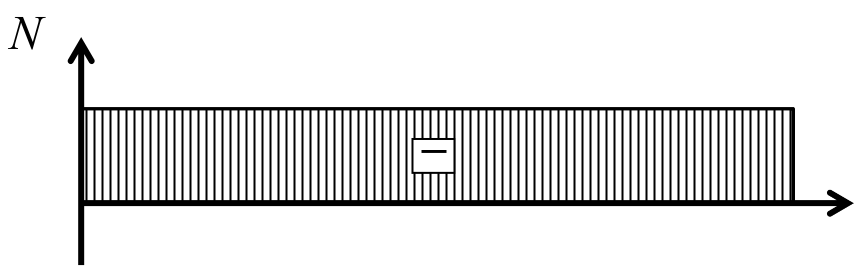
Iterando il procedimento si ottiene la parabola.

Diagramma Momento Flettente

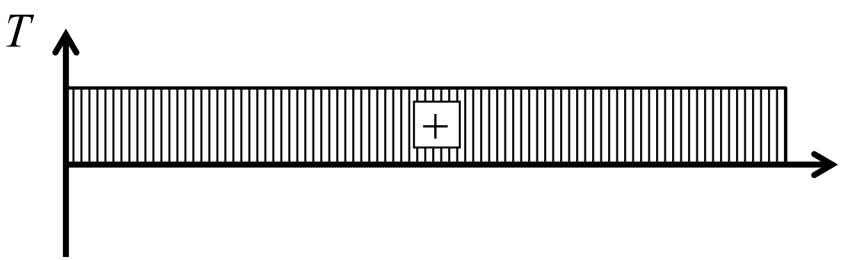


$$a + m + c = 0$$

$$a \parallel c$$



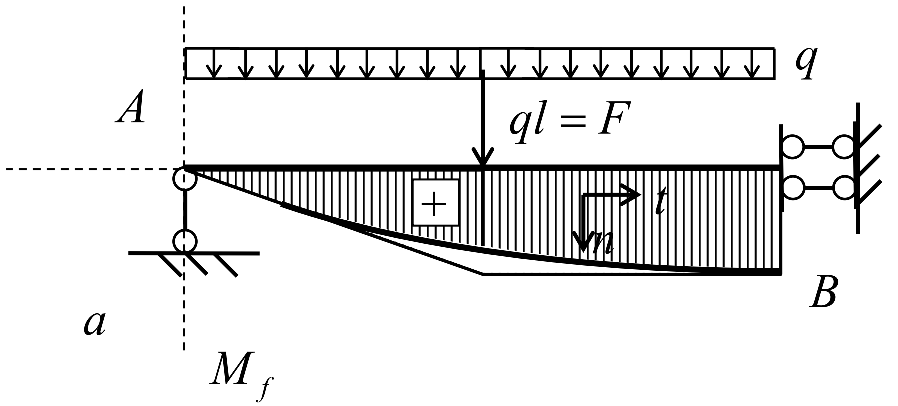
$$\Delta M_B = M_B^+ - M_B^- = -M$$



Il taglio è costante, il momento ha pendenza costante

$$AB' \parallel B''C$$

Diagramma Momento Flettente



$$a + f + b = 0$$

In B il taglio è nullo, quindi il momento flettente in B ha una pendenza orizzontale

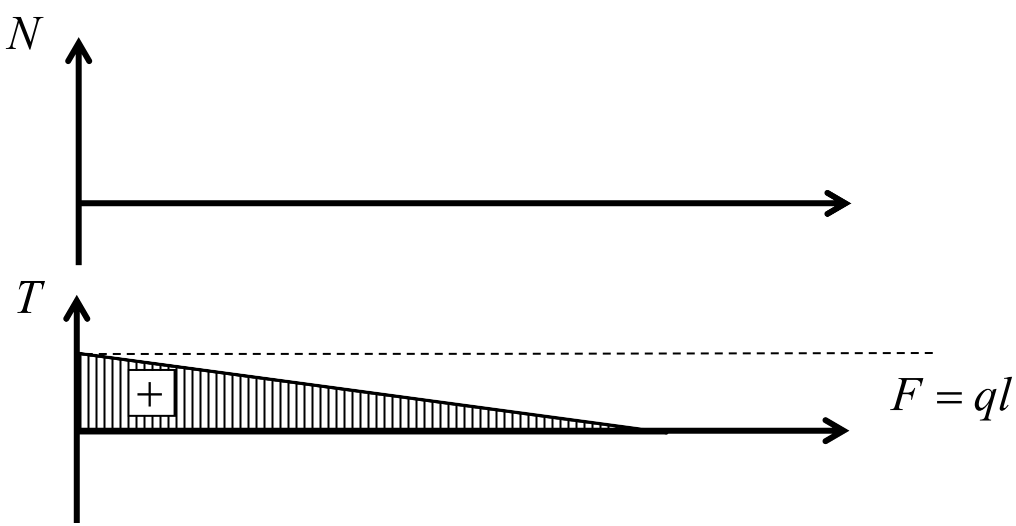
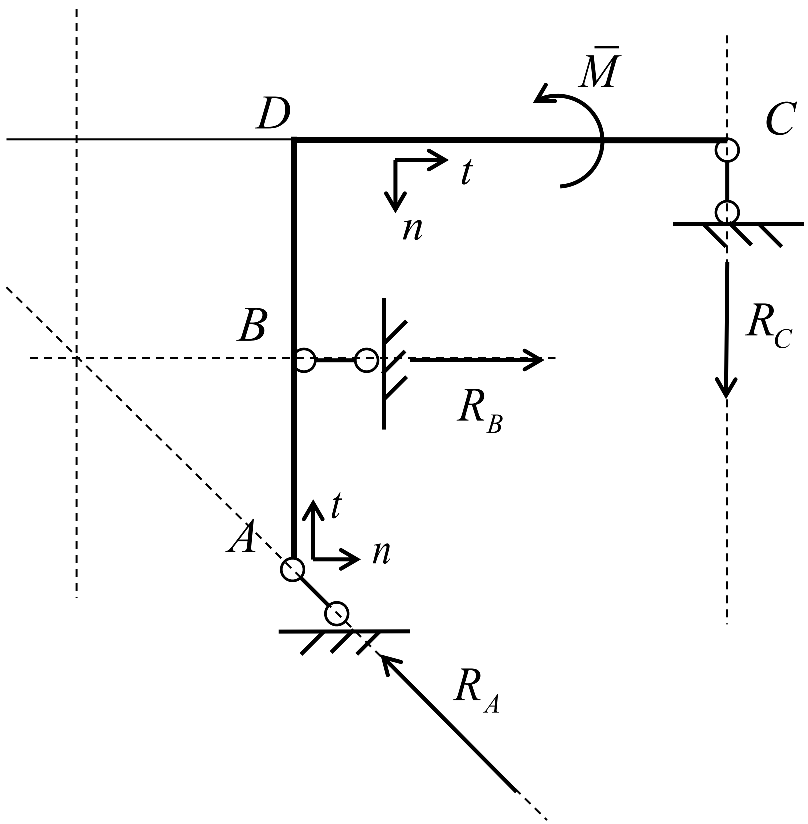


Diagramma Momento Flettente



$$a + b + m + c = 0$$

$$(a + b) + m + c = 0$$

$$(a + b) \parallel c$$

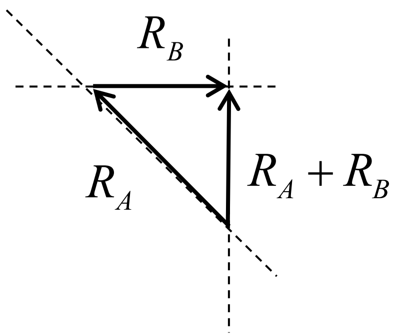
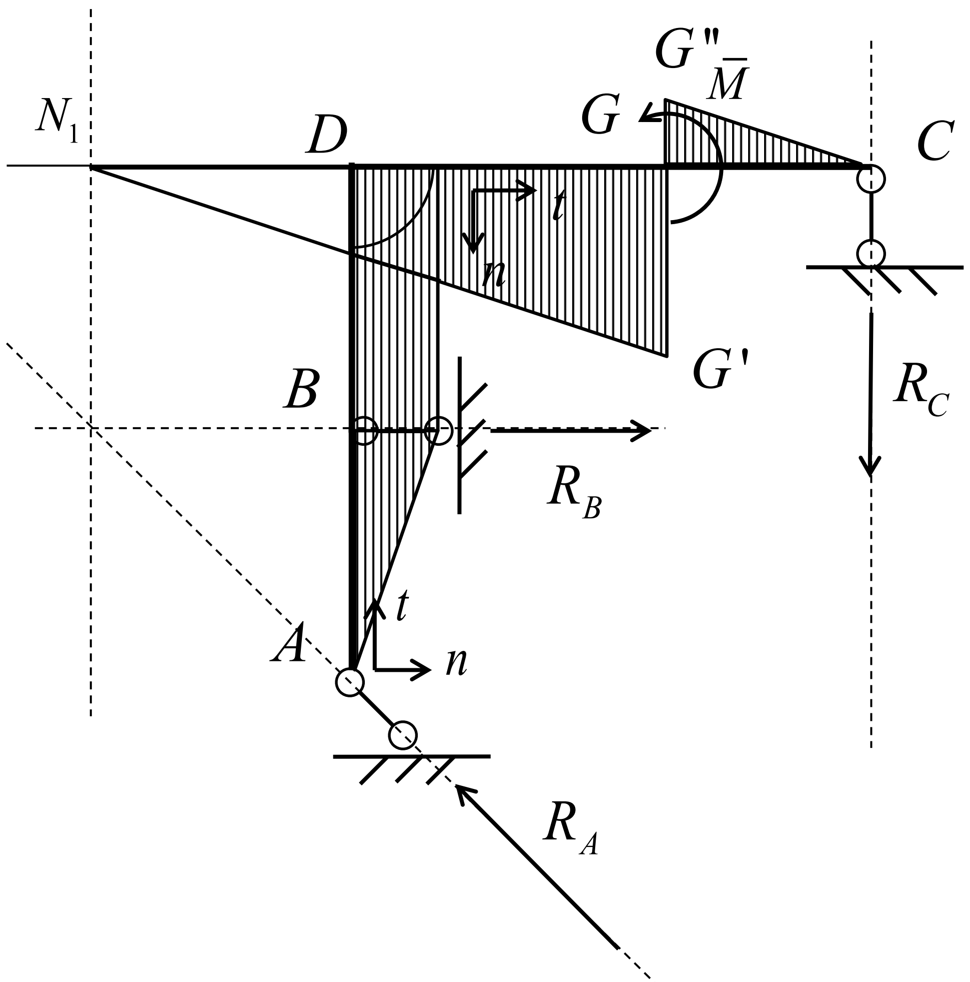


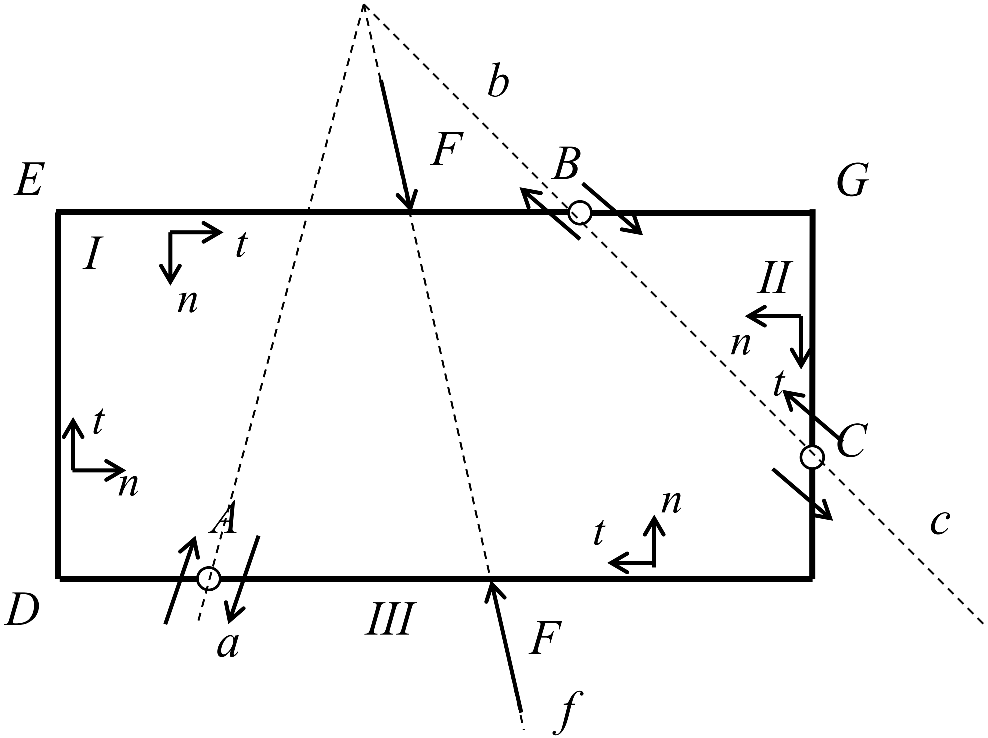
Diagramma Momento Flettente



- In D il momento è continuo
- Sul tratto BD il M è costante in quanto per ogni punto su BD la risultante a precedere (a+b) è parallela al tratto, ovvero il braccio è costante.
- N1 è un «punto di nullo» per il tratto relativo al tratto DG
- Una coppia concentrata non produce discontinuità di taglio

$$N_1G' \,||\, G''C$$

Diagramma Momento Flettente



$$\begin{cases} I)a+f+b=0 \\ II)b+c=0 \\ III)a+f+c=0 \end{cases}$$

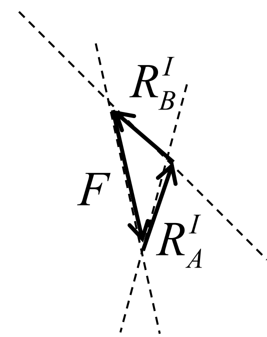
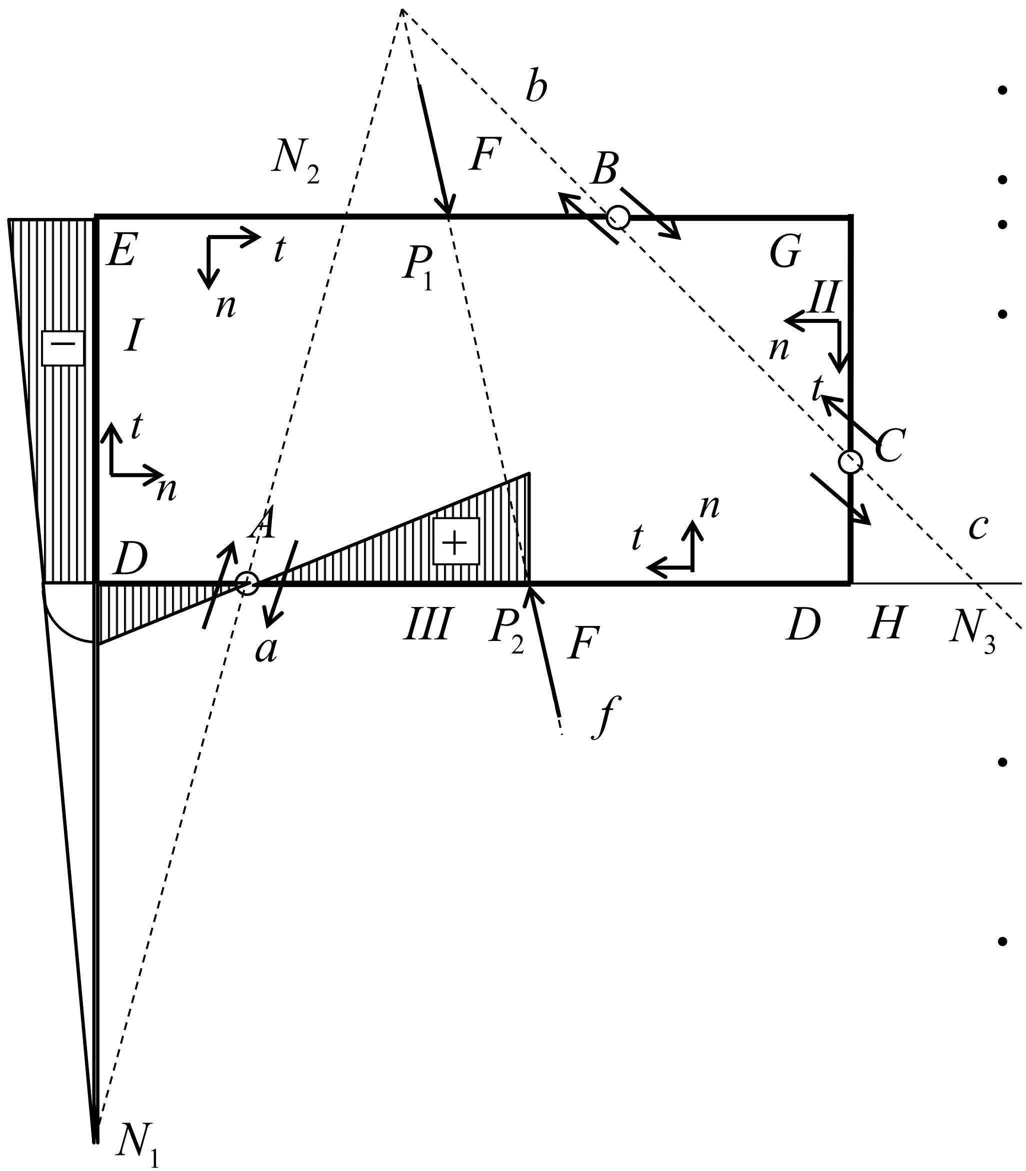
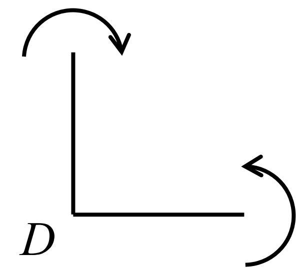


Diagramma Momento Flettente

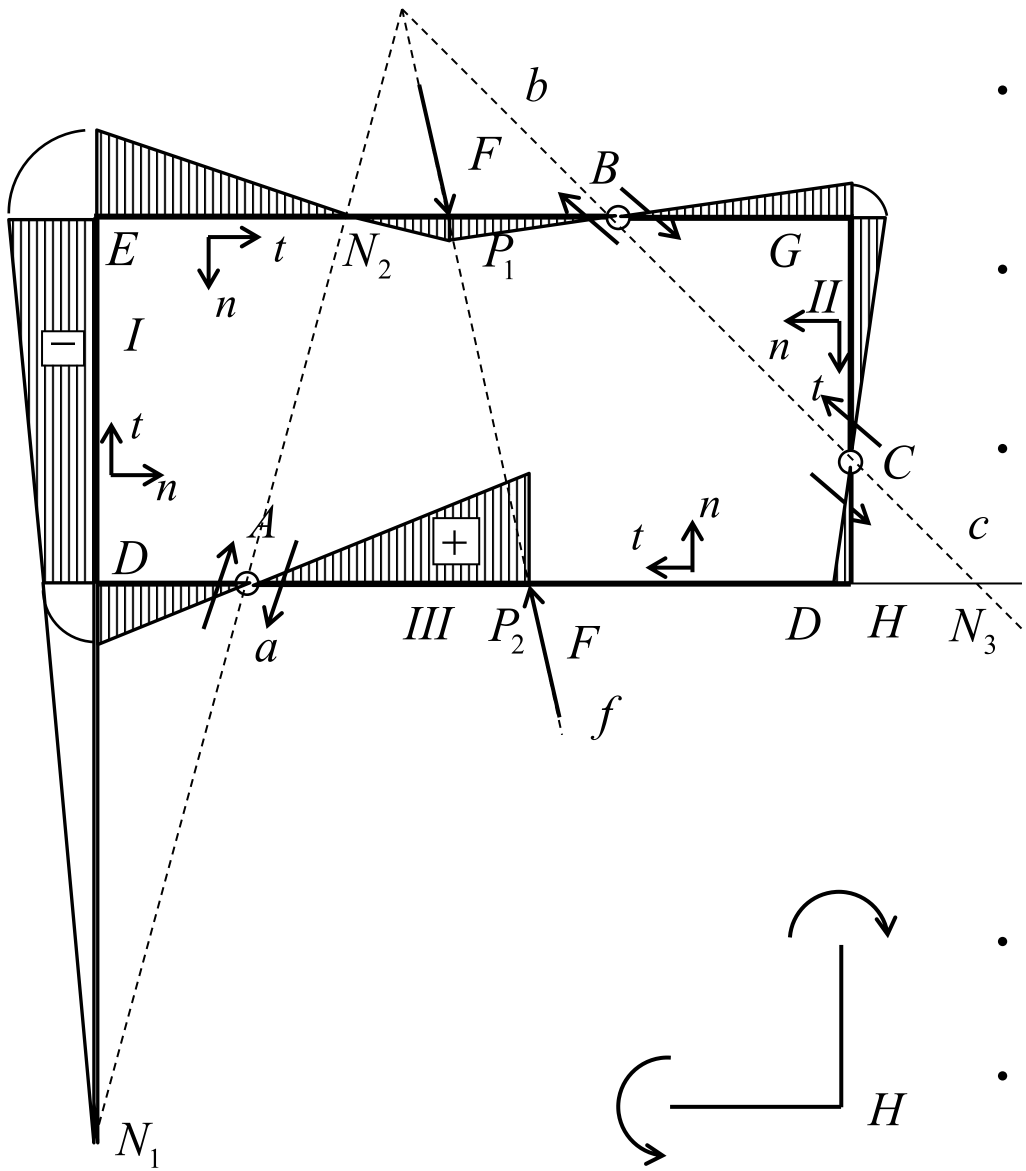


- Niente carichi distribuiti, diagramma lineare
- In A il M è nullo (cerniera)
- Pendenza arbitraria in A, relativa al tratto DP_2
- In D il diagramma deve essere ribaltato, rispettando la convenzione delle fibre tese

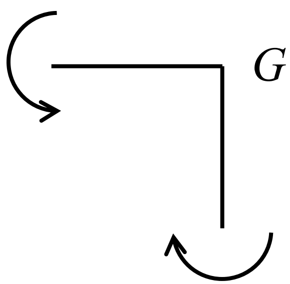


- Sul tratto ED, guardando a precedere (verso A) sul corpo I agisce la sola forza R_A che su ED ha un «punto di nullo» (cioè momento nullo) in N_1.
- In E si ribalta il diagramma rispettando il senso delle fibre tese e l'equilibrio (come in D).

Diagramma Momento Flettente

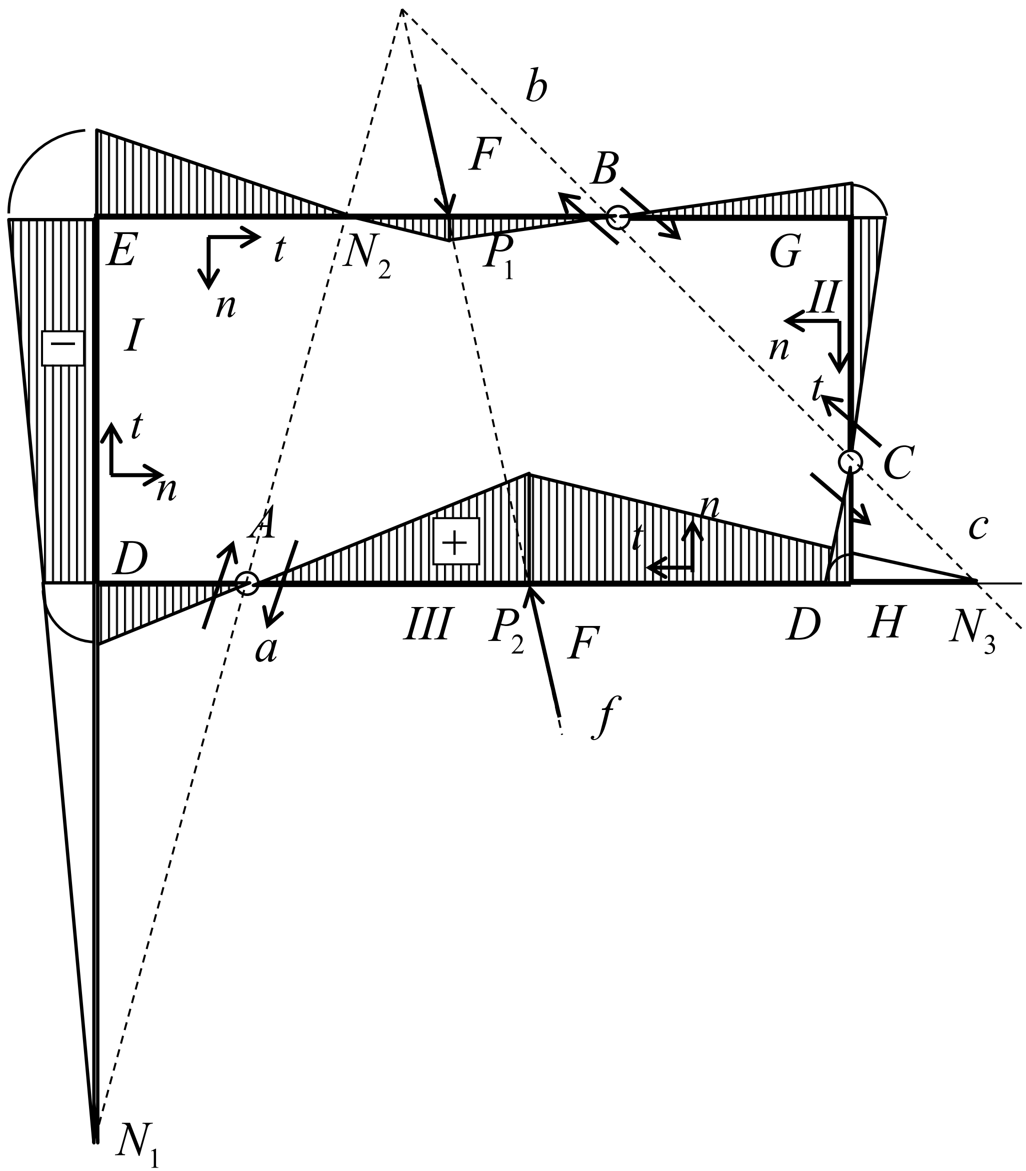


- Guardando a precedere sul corpo I agisce solo la reazione di A che sul tratto EP_1 ha punto di nullo in N_2 (cioè non crea momento, ha braccio nullo).
- Giunti in P1, ponendosi a destra del punto, guardando ciò che segue agisce solo la reazione in B, che dà momento nullo in B.
- In G si ribalta il diagramma rispettando il senso delle fibre tese e l'equilibrio.



- Sul tratto GC del corpo II, guardando a seguire si vede solo la reazione del vincolo in C.
- Giunti in H, si ribalta rispettando il senso delle fibre tese e l'equilibrio.

Diagramma Momento Flettente

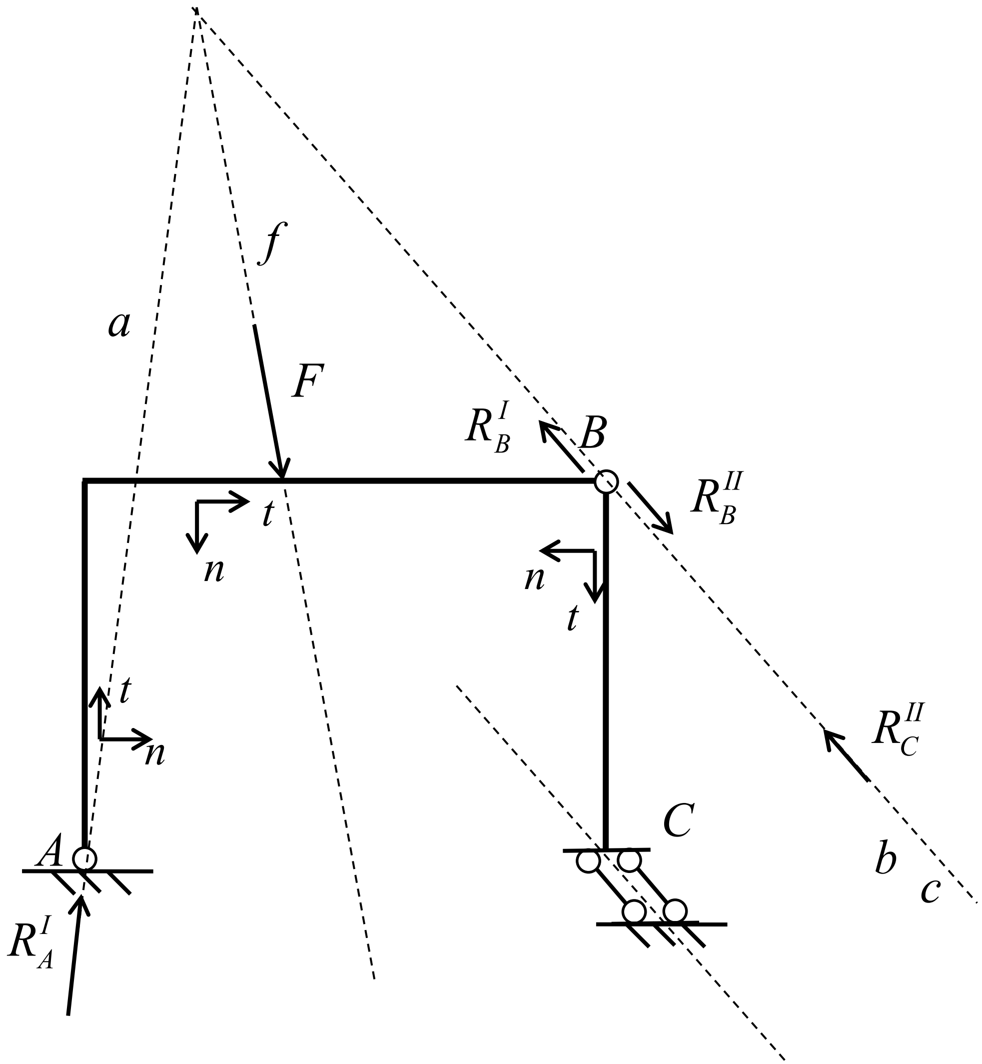


- Sul tratto HP2, sul corpo III, guardando a precedere agisce solo la reazione vincolare di C, che non genera momento in N3.
- Il diagramma si chiude in P2.

- Su un diagramma costruito in questo modo è possibile realizzare considerazioni quantitative relative.
- Nei punti di applicazione delle forze con componente ortogonale al tratto non nulla si è un punto di cuspide del diagramma del momento.
- Rispettando il segno delle fibre tese, risulta che la cuspide sia tale da «puntare nel verso delle forze applicate».

Diagramma Momento Flettente

$$\begin{cases} I)\, a + f + b = 0 \\ II)\, b + c = 0 \end{cases}$$



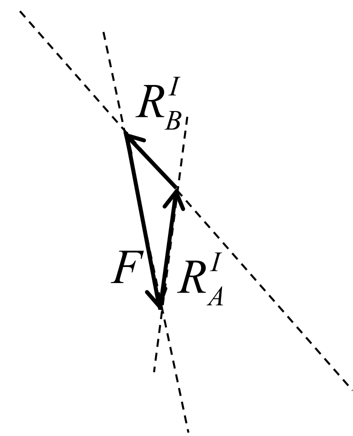
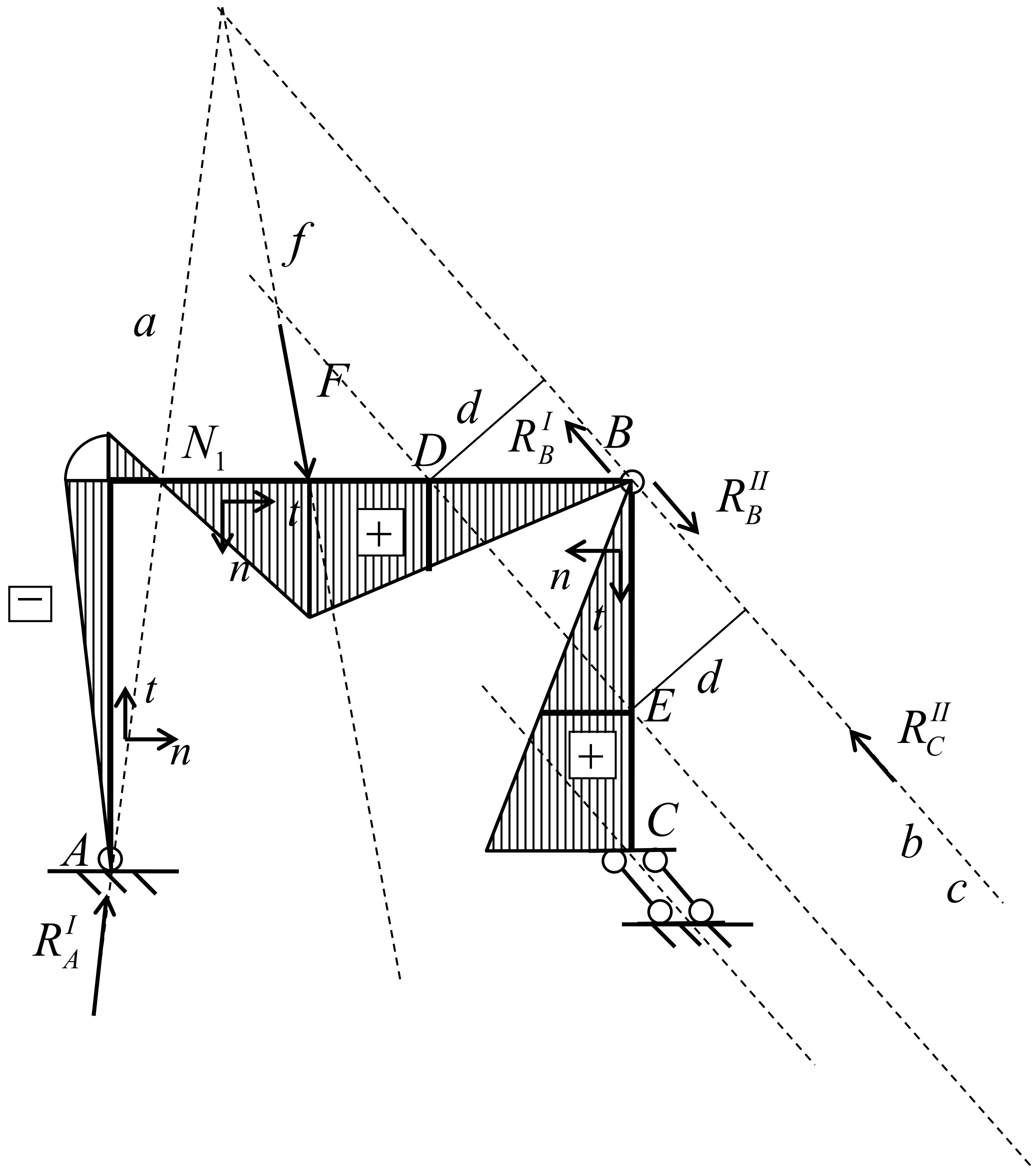
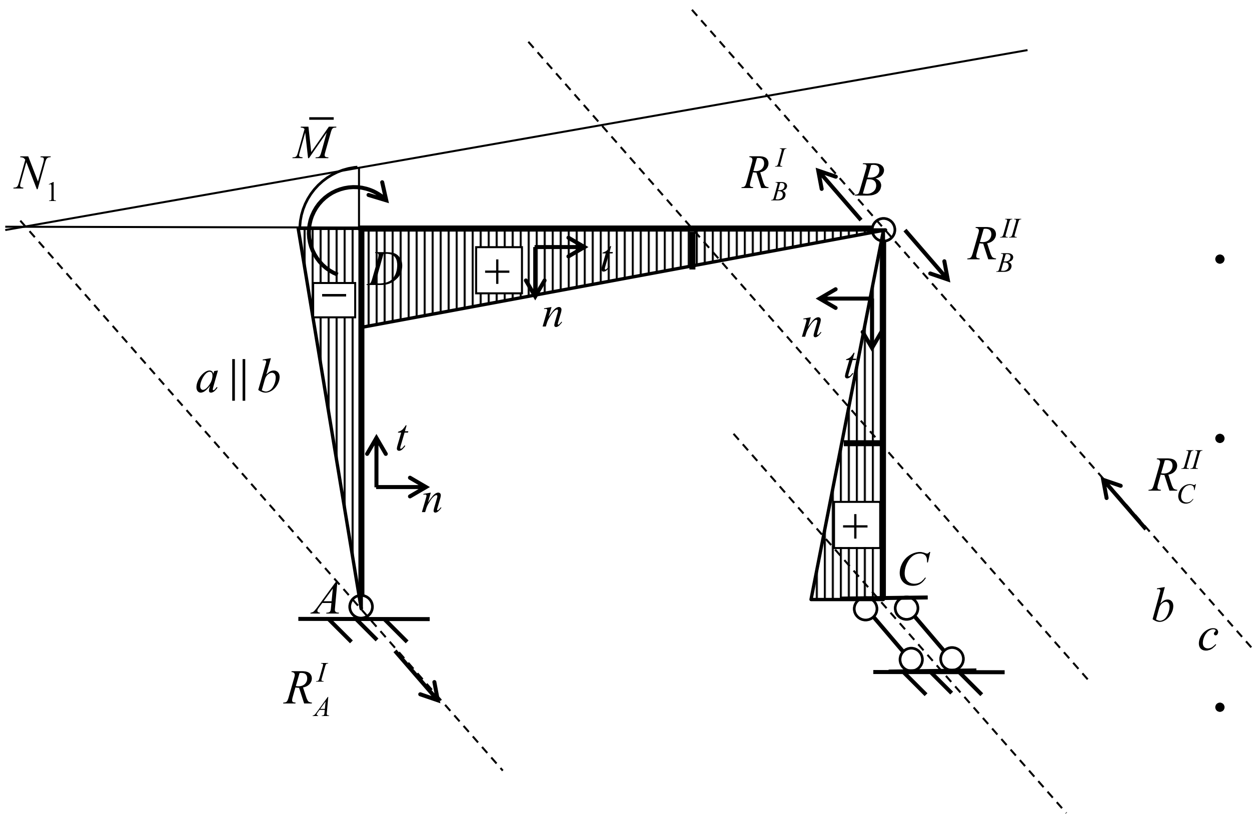


Diagramma Momento Flettente



- Sul primo corpo, i punti A, B, N_1 sono punti in cui si annulla il momento flettente.
- Sul tratto AB, il tracciamento è analogo ai precedenti.
- Su BC il problema è legato al mantenimento delle proporzioni del diagramma.
- Si tracci una retta parallela a b, che incontri sui due corpi due punti D e E, rispettivamente sul corpo I e sul II.
- In D sul corpo I, guardando a seguire, agisce R_B con braccio d
- In E sul corpo II, guardando a precedere, agisce R_B con braccio d
- In D e E il momento flettente è uguale in modulo

Diagramma Momento Flettente

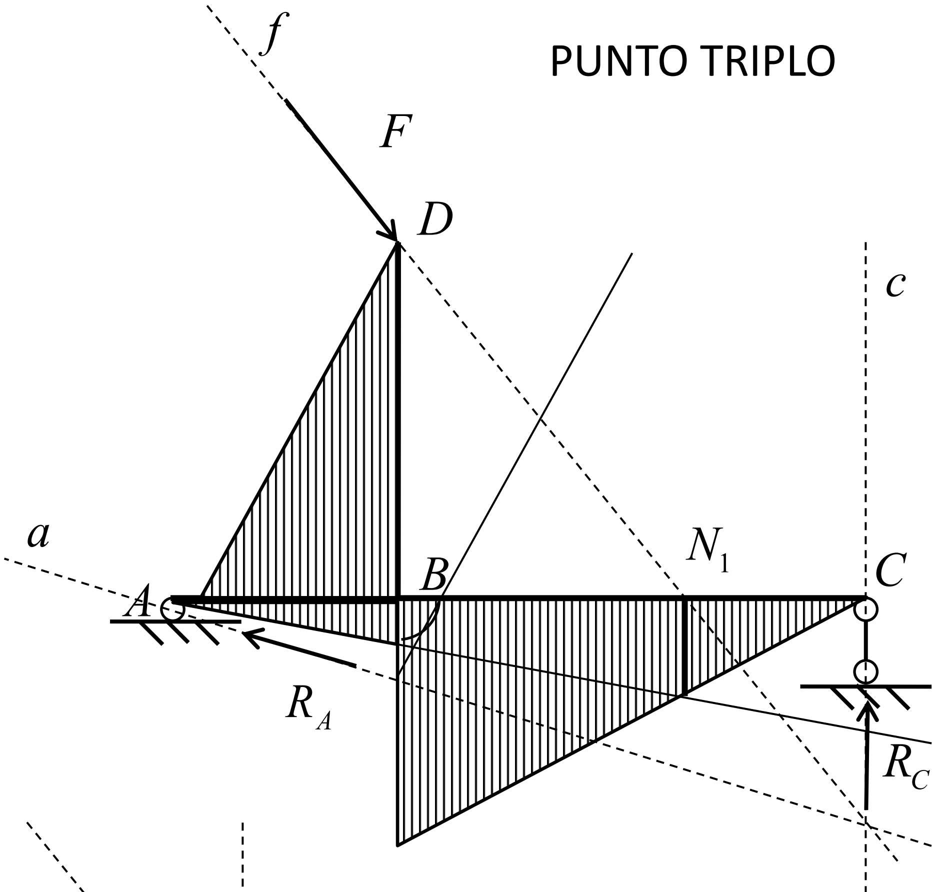


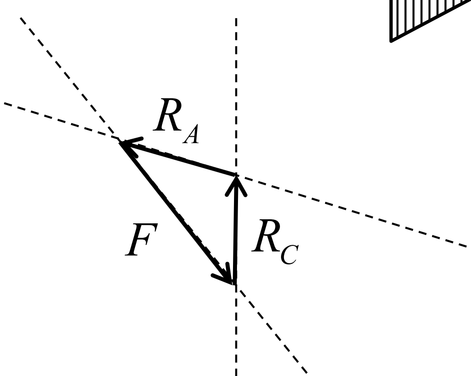
$$
\begin{cases} I)\, a + m + b = 0 \\ II)\, b + c = 0 \end{cases}
$$

- Sul primo corpo, nel punto D, vi è un salto del diagramma dovuto al momento concentrato.
- Se ignoro la presenza del momento concentrato, posso tracciare un andamento «falso» che ha un nullo in N1 e in D vale quanto derivante dal tratto AD
- In DB, con o senza M, si ha il medesimo andamento di T e N
- Il diagramma «vero» avrà quindi stessa pendenza di quello «falso», ma con un punto di nullo in B

Diagramma Momento Flettente

PUNTO TRIPLO



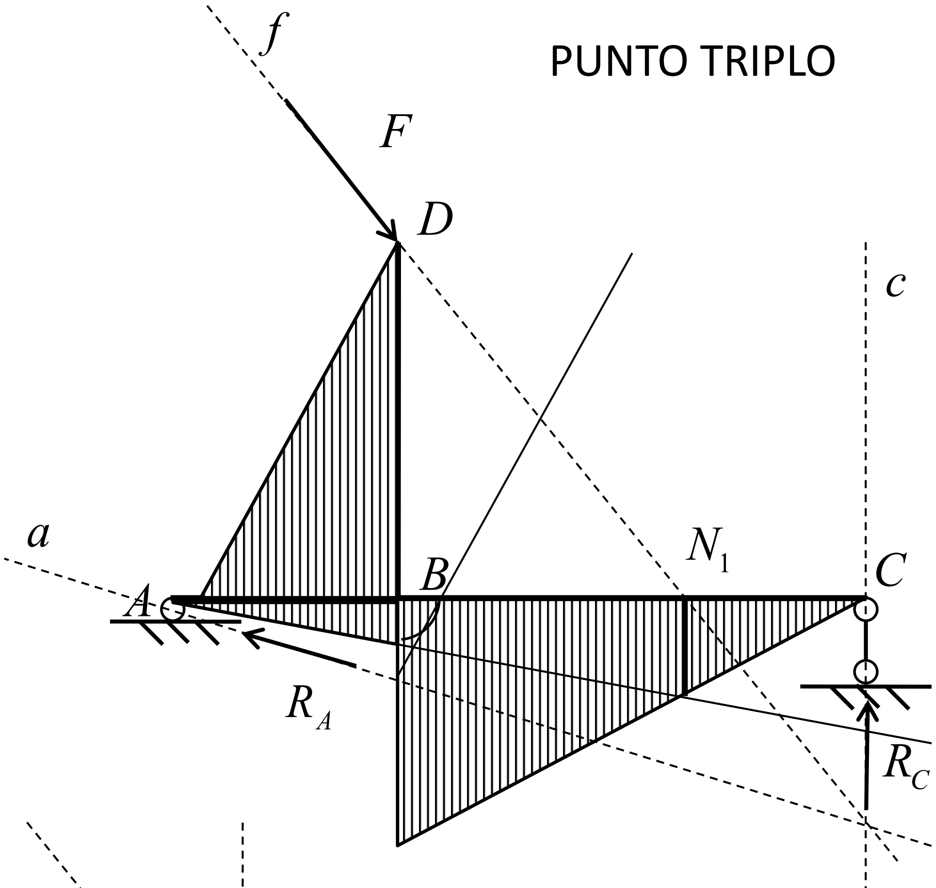


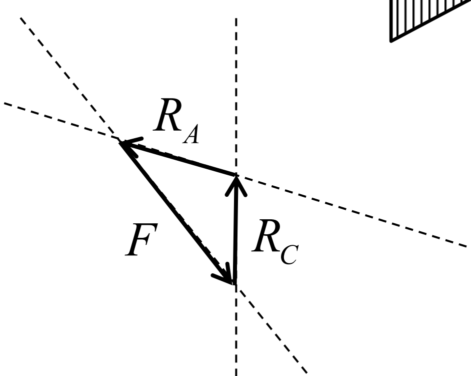
$$a + f + c = 0$$

- Su AB, a precedere, agisce la reazione in A
- Se non esistesse BD (con F) il diagramma proseguirebbe lineare oltre B (diagramma falso)
- Su BC, in N1 la forza F che ho trascurato, ha contributo nullo
- In N1 il momento è uguale sia che consideri BD sia che non lo consideri
- Il diagramma vero passa:
    - per il valore misurato in N1 per il diagramma falso
    - Per il punto di nullo in C
- Per tracciare il diagramma su BD, trascuro BC e guardo a precedere.
- Posso ribaltare il diagramma in B e considero il punto di nullo della reazione di A
- Ciò che ho trascurato, ovvero la reazione in C è parallela al tratto BD, per cui non altera il taglio.
- Il diagramma vero ha la stessa pendenza del diagramma falso
- Guardando a seguire agisce solo F, per cui ha un punto di nullo in D

Diagramma Momento Flettente

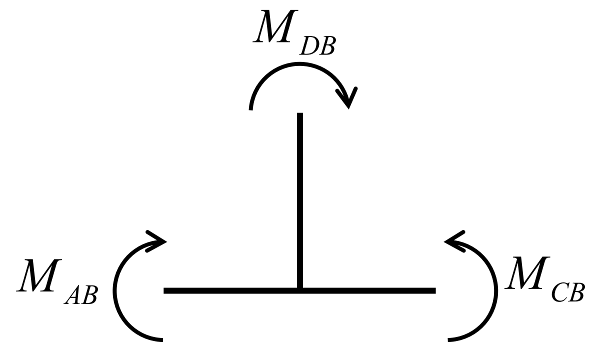
PUNTO TRIPLO





$$a + f + c = 0$$

- Per verifica della costruzione si valuta l'equilibrio a rotazione in B, aiutandosi con la convenzione delle fibre tese



$$M_{AB} + M_{DB} = M_{CB}$$

- I cui moduli sono proporzionali alle altezze dei triangoli tracciati nel diagramma

Diagramma Momento Flettente

$$a + c + m + e = 0$$

$$(a + c) + m + e = 0$$

$$(a + c) \parallel e$$

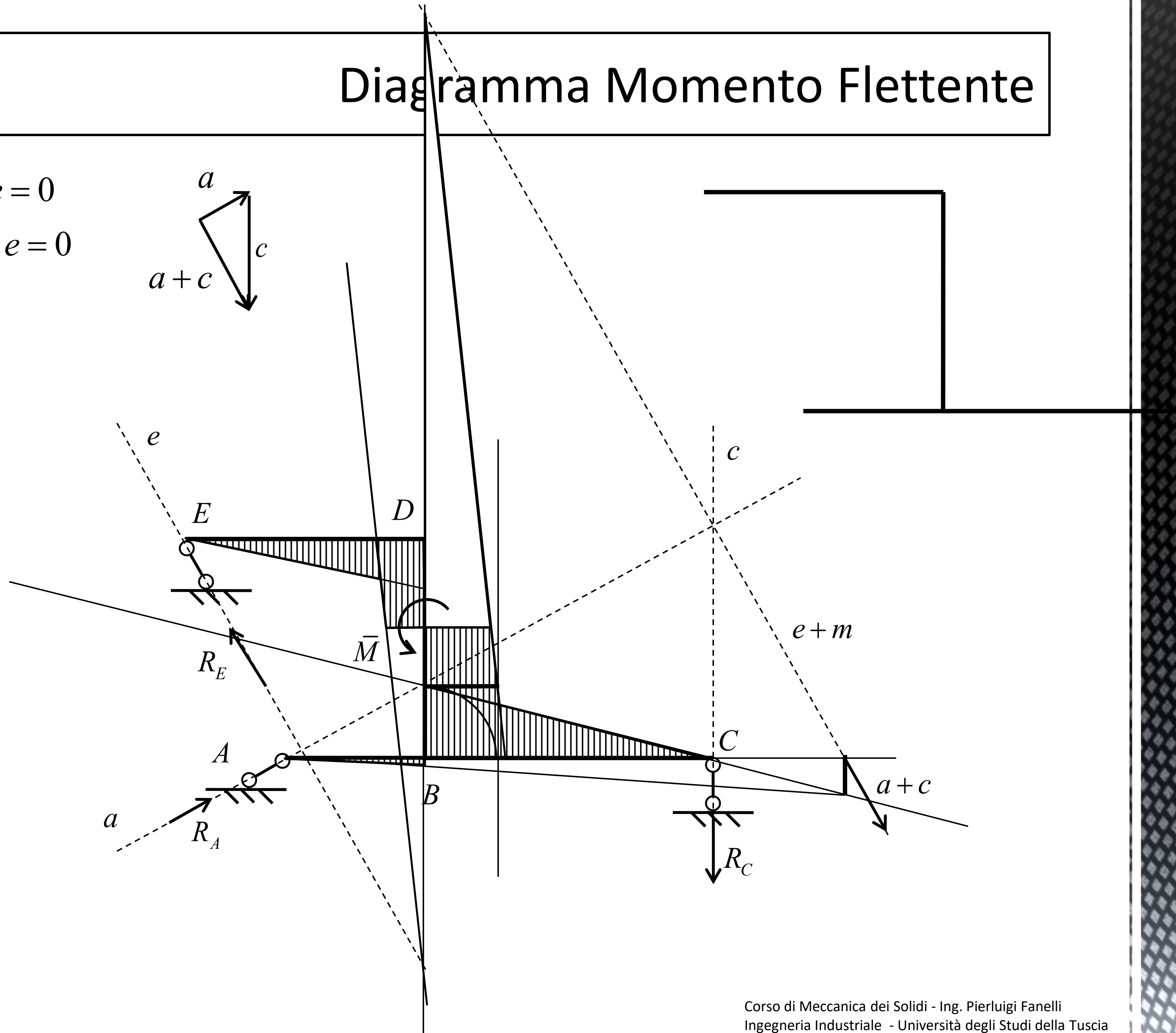


Diagramma Momento Flettente

$$\begin{cases} I)\, a+b=0 \\ II)\, b+c=0 \end{cases}$$

$$a+c+f=0$$