



# Esercitazione I

## Sistemi del primo e secondo ordine

Misure Meccaniche e Termiche  
prof. Stefano Rossi

### Indice

---

<b>Parte I: Sistemi del I° ordine.....</b>	<b>2</b>
1. Misura sperimentale della costante di tempo.....	2
2. Esercitazione .....	3
2.1 Termocoppia .....	3
2.2 Termistore .....	3
3. Quesiti .....	4
3.1 Termocoppia .....	4
3.2 Termistore .....	5
<b>Parte II – Sistema del II° Ordine.....</b>	<b>6</b>
1. Misura sperimentale dei parametri dinamici .....	6
2. Esercitazione .....	7
2.1 Set-up e procedimento sperimentale .....	7
3. Quesiti .....	7

---

## Parte I: Sistemi del I° ordine

### 1. Misura sperimentale della costante di tempo

Un sistema del primo ordine è caratterizzato da una risposta in frequenza definita da un solo parametro, la costante di tempo. Nota la costante di tempo è possibile tracciare la risposta nel tempo ad un ingresso a gradino:

$$y(t) = y_{\infty} \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (1.1)$$

$$y(t) = y_{\infty} \left( e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (1.2)$$

Come esempio si riporta in Figura 1 la risposta del sistema ad un gradino crescente.

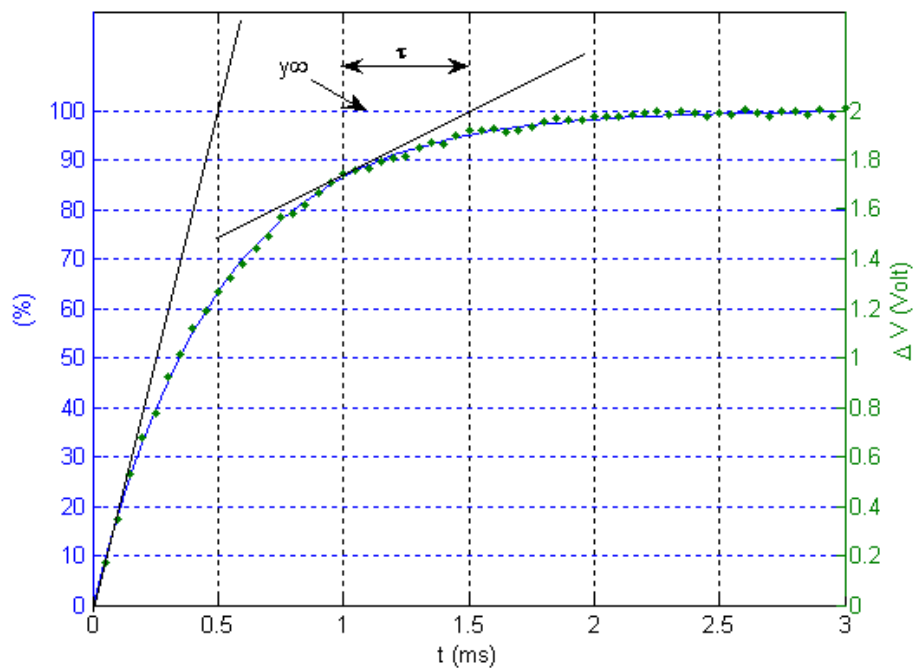
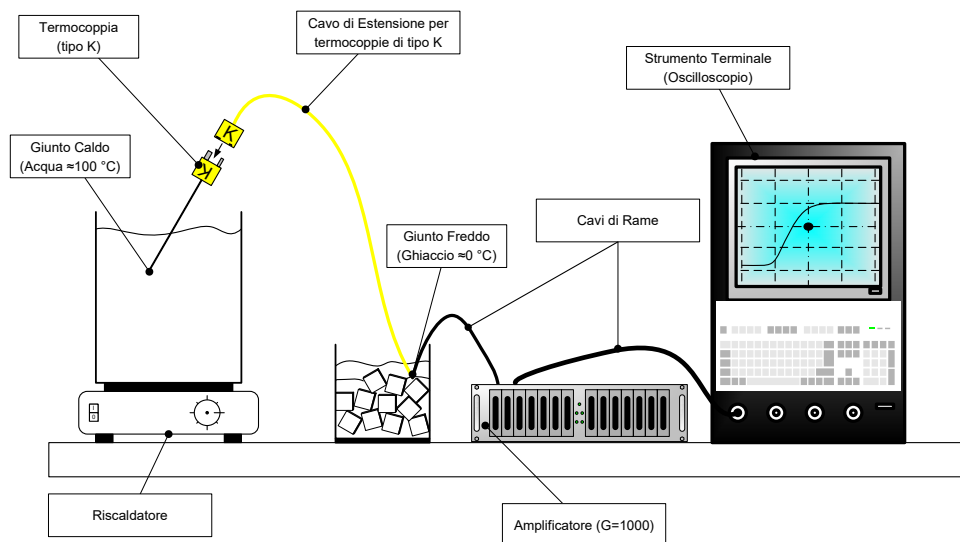


Figura 1 Risposta al gradino di un sistema del primo ordine

## 2. Esercitazione

### 2.1 Termocoppia

Si consideri la catena di misura per termocoppie illustrata in Figura 2:



**Figura 2 Set-up sperimentale per la misura di costante di tempo di una termocoppia.**

*Fase 1:*

1. Inserire i giunti caldo e freddo nel riscaldatore e nel raffreddatore rispettivamente, come in Figura 2.
2. Collegare il cavo di compensazione all'amplificatore.
3. Collegare l'amplificatore all'Oscilloscopio.

*Fase 2:*

1. Acquisire un transitorio relativo al passaggio da temperatura ambiente a 100°C;
2. Acquisire un transitorio relativo al passaggio da 100°C a temperatura ambiente;
3. Acquisire un transitorio relativo al passaggio da 100°C a 0°C.

### 2.2 Termistore

Si considerino due termistori di tipo NTC, uno a filo libero e uno con involucro protettivo. Per ciascun termometro si acquisisca il transitorio relativo al passaggio da 0°C a 100°C.

### 3. Quesiti

#### 3.1 Termocoppia

1. Ricavare per almeno sei punti la costante di tempo compilando per ogni grafico acquisito la seguente tabella attraverso il metodo grafico delle sottotangenti (procedimento 1) ed il metodo analitico (procedimento 2). Per il calcolo dell'incertezza associata alle misure si consideri la giusta distribuzione di probabilità.

$\tau_{amb,100^\circ}; \tau_{100^\circ, amb}; \tau_{100^\circ, 0^\circ}$				
	Procedimento 1		Procedimento 2	
1				
2				
3				
4				
5				
6				
$\overline{\tau}$		$\pm$		$\pm$

2. Le costanti di tempo calcolate nei diversi transistori sono differenti tra loro? Perché?
3. Con riferimento al transitorio relativo al passaggio tra 0 °C e 100 °C, si calcoli il tempo di stabilizzazione nell'ipotesi di un errore dinamico di  $\pm 5\%$ .
4. Con riferimento al transitorio relativo al passaggio tra temperatura ambiente e 100 °C, si calcoli la banda passante del sistema.

### 3.2 Termistore

1. Ricavare per almeno otto punti la costante di tempo compilando per ogni grafico acquisito la seguente tabella attraverso il metodo grafico delle sottotangenti (procedimento 1) . Per il calcolo dell'incertezza associata alle misure si consideri la giusta distribuzione di probabilità.

$\tau_{0^\circ, 100^\circ\text{C}}$			
	NTC filo libero		NTC involucro protettivo
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
$\overline{\tau}$		$\pm$	$\pm$

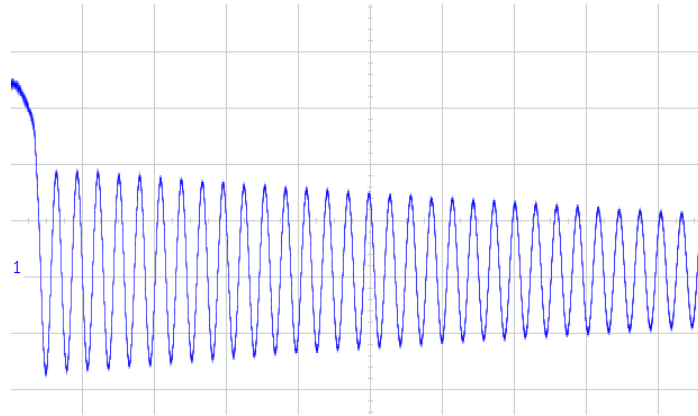
2. Riportare le motivazioni per cui i due termistori hanno costanti di tempo diverse tra loro. Giustificare le risposte.

## Parte II – Sistema del II° Ordine

### 1. Misura sperimentale dei parametri dinamici

Un sistema del secondo ordine è caratterizzato da una risposta in frequenza definita da due parametri, pulsazione propria e smorzamento. Ciò significa che noti questi due parametri è possibile tracciare la risposta nel tempo ad un ingresso generico. Nel caso di evoluzione libera, l'equazione differenziale che rappresenta un sistema del secondo ordine è:

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + ky = 0 \quad (3.1)$$



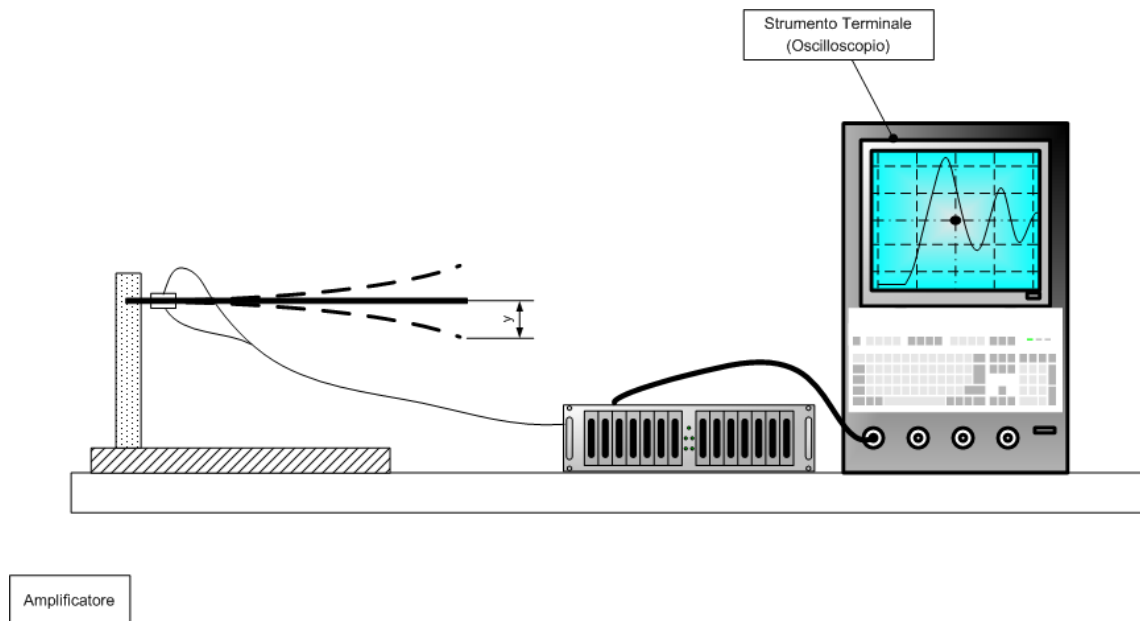
**Figura 3. Evoluzione libera di un sistema del 2° ordine.**

Dallo studio dell'evoluzione libera (Fig. 1) è possibile ricavare sperimentalmente sia la pulsazione propria ( $\omega_n$ ) sia il coefficiente di smorzamento ( $\xi$ ) calcolando graficamente lo pseudoperiodo  $T_0$  della sinusoide e lo smorzamento logaritmico  $\delta$ :

$$\delta = \frac{1}{m} \ln \frac{y_n}{y_{n+m}} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (3.2)$$

## 2. Esercitazione

Si consideri la catena di misura illustrata in Figura 2 e costituita da una cella di carico a flessione realizzata tramite lamina incastrata e quattro estensimetri.



**Figura 4. Set-up sperimentale per la misura delle caratteristiche dinamiche di una lamina incastrata.**

### 2.1 Set-up e procedimento sperimentale

Fase 1:

4. Regolare la tensione di alimentazione dell'alimentatore a 5 V;

Fase 2:

4. Acquisire due evoluzioni libere con massa appesa all'estremo libero pari a 1,0 kg e 2,0 kg.
5. Acquisire due evoluzioni libere con massa nulla.

Fase 3:

1. Verificare il funzionamento della cella di carico sovrasmorzata attraverso un'evoluzione libera

## 3. Quesiti

1. Compilare la tabella sottostante utilizzando i grafici acquisiti nelle evoluzioni libere in presenza di massa. Attenzione a riportare per ogni grandezza la corretta unità di misura.

M (kg)	$\delta$	$T_0$	$\omega_d$	$\xi$	$\omega_n$	$f_n$
1,0						
2,0						

2. Compilare la tabella sottostante calcolando almeno due decrementi logaritmici per ogni grafico acquisito nelle due evoluzioni libere in assenza di massa. Attenzione a riportare per ogni grandezza la corretta unità di misura. Per il calcolo dell'incertezza si trascurino le componenti legate alla strumentazione presente nella catena di misura.

Id	$\delta$	$T_0$	$\omega_d$	$\xi$	$\omega_n$	$f_n$
1						

2						
3						
4						
Valore medio						
U (c=95,5%)				±	±	±

3. Considerando le misure effettuate con masse 1,0 kg e 2,0 kg, riportare l'equazione del rapporto delle due pulsazioni naturali in funzione delle due masse. Calcolare l'errore relativo considerando quanto ricavato sperimentalmente.