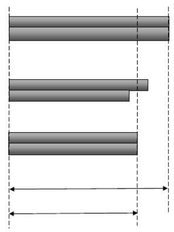
Fonderia III/

Tecnologie Meccaniche

Tensioni termiche di ritiro e residue

Il ritiro dovuto alla contrazione termica in un componente realizzato mediante processo fusorio potrebbe comportare delle variazioni nella geometria del getto.
Variando infatti il volume del getto possono instaurarsi pericolose tensioni all'interno del materiale che potrebbero portare a deformazioni plastiche e precoce rottura.



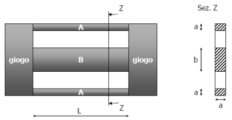
La lamella a contatto con la forma raffreddandosi prima si ritira, mentre quella più lontana è ancora dilatata a causa del calore, valendo per ogni materiale le equazioni di congruenza, queste sanciscono che tutte le fibre dello stesso materiale devono avere la stessa lunghezza: un materiale metallico soggetto a solidificazione, dato che è soggetto ad un gradiente di temperatura, vedrà sempre l'instaurarsi di tensioni residue che portano la lamella più fredda, contratta, a dilatarsi venendo trazionata, mentre quella più fredda, dilatata, a restringersi venendo compressa.

Si definisce un parametro che tiene conto della forma e quantifica la velocità del raffreddamento: il **Modulo termico**

$$M = \frac{V}{S}$$

M↑ solidificazione lenta, M↓ solidificazione veloce.

Dove comincia la solidificazione?



$$M_A = \frac{a}{4} \qquad M_B = \frac{ab}{2(a+b)}$$

Per $b \gg a$ si nota subito come $M_B > M_A$: il pezzo **A**, raffreddandosi più velocemente, vedrà l'instaurarsi di tensioni residue.

Quanto **A** si raffredda più velocemente di **B**? Analiticamente

$$dQ = c\rho V dT$$

$$dQ = KS(T - T_a)dT$$

Allora

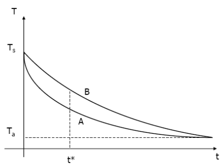
$$\frac{dT}{T - T_a} = \frac{K}{c\rho}\frac{S}{V}dT = h\frac{1}{M}dT$$

Integrando, imponendo le seguenti relazioni al contorno $\begin{cases} t = 0 & T = T_s \\ t \to \infty & T = T_a \end{cases}$ e risolvendo per T

$$T = (T_s - T_a)e^{-\frac{h}{M}t} + T_a$$

La velocità di raffreddamento sarà allora

$$\dot{T} = \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{h}{M}(T_s - T_a)e^{-\frac{h}{M}t}$$



Si nota in questo modo che esiste un t^* per cui il ΔT è massimo e le due velocità sono uguali (le curve hanno la stessa pendenza $\dot{T})_A = \dot{T}_B$), in quel punto le fibre avranno la massima differenza di lunghezza che le porterà ad avere la massima tensione di raffreddamento.

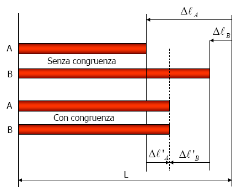
Le contrazioni svincolate hanno la seguente forma

$$\Delta l = \alpha L(T - T_a)$$

Quelle congruenti sono invece pari a

$$\varepsilon = \frac{\Delta l'}{L} = \frac{\sigma}{E} \Rightarrow \Delta l' = L\frac{\sigma}{E}$$

Nel caso considerato



L'elemento più freddo è trazionato, nel momento in cui cede plasticamente a $t \to \infty$ avrà una tensione residua di compressione: la fibra che si raffredda prima viene trazionata fino ad essere congruente con la fibra adiacente, poiché tenderebbe a comprimersi, la tensione residua che possiede è di compressione. Similmente per la fibre compressa: questa possiede una tensione residua di trazione.

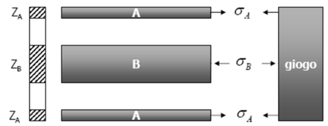
La congruenza si esprime come

$$\Delta l_A - \Delta l_B = \Delta l'_A + \Delta l'_B$$

$$\alpha L(T_s - T_A) - \alpha L(T_a - T_B) = L\frac{\sigma_A}{E} + L\frac{\sigma_B}{E}$$

Allora

$$E\alpha(T_B - T_A) = \sigma_A + \sigma_B$$

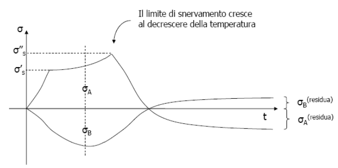


Dall'equilibrio delle forze si ottiene

$$2\sigma_A Z_A = \sigma_B Z_B$$

$$\sigma_A = \sigma_B\frac{Z_B}{2Z_A}$$

Infine, sostituendo nell'equazione poco sopra ottenuta si individuano due curve che mostrano l'andamento delle tensioni nel tempo durante la solidificazione.



- Se $\sigma_A > \sigma_r$ il pezzo cederà durante il raffreddamento.
- Se $\sigma_s < \sigma_A < \sigma_r$ l'elemento rimane in campo plastico e si instaurano tensioni residue.
- Se $\sigma < \sigma_s$ l'elemento rimane in campo elastico e non si verificano tensioni residue.

Tale andamento fa inoltre vedere con chiarezza che se il pezzo **A** durante il raffreddamento è trazionato, ad avvenuta solidificazione ottiene una tensione residua di compressione e **B** viceversa: Le tensioni residue sono sempre di segno opposto a quelle di raffreddamento.