

Alcuni appunti di Tecnologie Meccaniche

A.A. 2022-2023

Indice

I Deformazione Plastica	2
Temperatura e Velocità	3
Legame sforzo - deformazione	3
Slab Method	4
Stampaggio - Fucinatura	4
Laminazione	7
Metodo dinamico	9
Metodo geometrico	10
Estrusione	11
Trafilatura	14
 II Asportazione di materiale	 16
Angolo di scorrimento	17
Modello di Pijspanen	19
Modello di Merchant	22
I modello di Merchant	23
II modello di Merchant	24
Metodo inverso	26
Usura degli utensili	27
Calcolo della sezione del truciolo - Tornitura	28
Finitura superficiale teorica	28
Finitura superficiale reale	30
Calcolo della sezione del truciolo - Foratura	31
 III Frequently Asked Questions	 32

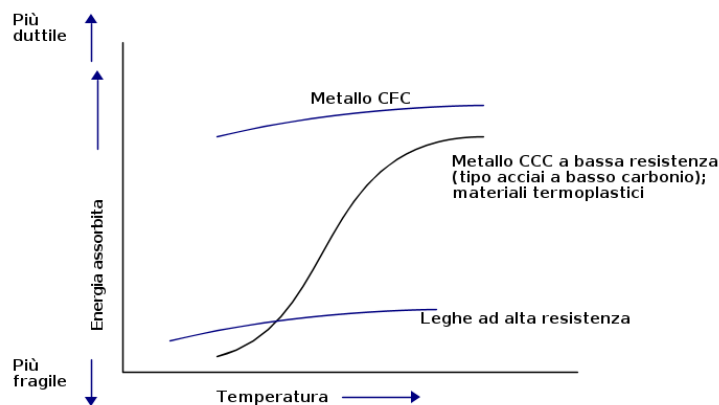
Parte I

Deformazione Plastica

Nelle deformazioni plastiche gli atomi del materiale passano per successive posizioni di equilibrio: il volume si conserva.

Si deformano meglio i materiali che vengono dal processo fusorio in forma transitoria, posseggono infatti grani più grossi e le dislocazioni possono viaggiare di più.

La configurazione CFC si presta meglio alla deformazione plastica, sebbene abbia solo 12 piani di scorrimento ha un alto valore di a e quindi un basso valore di τ .



La tensione tangenziale massima è proporzionale

$$\tau_{\max} \propto \frac{b}{a} \quad (1)$$

In cui a è il parametro di cella e b è la densità atomica sul piano di scorrimento. Un materiale CCC nonostante abbia 48 piani di scorrimento, $a \downarrow$ e $\tau \uparrow$, lavorando a caldo si aumenta la mobilità atomica e $a \uparrow$ $\tau \downarrow$.

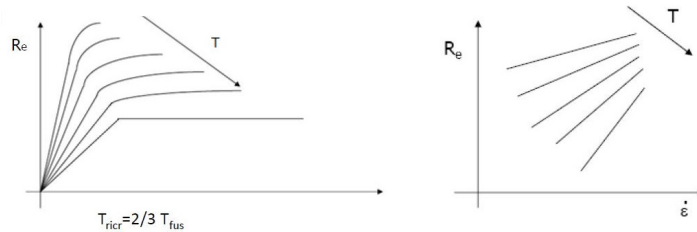
Temperatura e Velocità

All'aumentare della temperatura aumenta la mobilità atomica, questo significa avere celle di più grandi dimensioni: $a \uparrow \Rightarrow \tau \downarrow$

Lavorando a caldo, a $\theta = \frac{2}{3}$ si aumenta la velocità di ricristallizzazione piuttosto che quella di incrudimento e si aumenta la produttività ma si incorre nel rischio di ossidazione e non si hanno miglioramenti delle caratteristiche meccaniche.

A maggiori velocità di applicazione del carico il materiale risponde con un comportamento più rigido.

Anche questo fattore è influenzato dalla temperatura: come questa aumenta, cresce l'inerzia degli atomi a muoversi contemporaneamente nella stessa direzione, aumenteranno di conseguenza le tensioni da fornire per portare a termine la lavorazione.



Legame sforzo - deformazione

La deformazione plastica avviene tridimensionalmente, ma le prove di caratterizzazione dei materiali sono monoassiali.

Si ricorre al criterio di Von Mises per la determinazione di uno stato equivalente monoassiale.

Viene raggiunto lo snervamento quando la relazione tra le tensioni principali e la tensione di snervamento vale

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_Y^2$$

Quando le tensioni sono sufficientemente elevate e causano deformazioni plastiche, le relazioni tra tensioni e deformazioni sono ottenute dalle equazioni di Levy-Mises

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} \frac{1}{\sigma'_1} = \frac{d\varepsilon_2}{dt} \frac{1}{\sigma'_2} = \frac{d\varepsilon_3}{dt} \frac{1}{\sigma'_3}$$

In cui

$$\sigma'_i = \sigma_1 - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \sigma_1 - \frac{1}{3}(\sigma_2 - \sigma_3)$$

Allora

$$\frac{d\varepsilon_1}{dt} \frac{1}{\sigma'_1} = \frac{\dot{\varepsilon}}{\sigma_1 - \frac{1}{3}(\sigma_2 - \sigma_3)}$$

In caso di **deformazione piana** si ponga essere $\varepsilon_2 = 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon}_2 = 0$, allora per fare in modo che le equazioni di Levy-Mises rimangano non nulle deve essere

$$\sigma_2 = \frac{1}{2}(\sigma_2 + \sigma_3)$$

Che sostituita all'interno dell'equazione di Von Mises porta a

$$\boxed{(\sigma_1 - \sigma_3)^2 = \frac{4}{3}\sigma_Y^2} \quad (2)$$

Condizione di plasticità di Von Mises.

In caso di **tensione piana** si sostituisce semplicemente ad esempio $\sigma_2 = 0$ all'interno dell'equazione di Von Mises e si ottiene

$$\sigma_1^2 + \sigma_3^2 - \sigma_3\sigma_1 = \sigma_Y^2$$

Il concetto principale è che si ha sempre una direzione preponderante per la quale la forza d'attrito è maggiore.

Slab Method

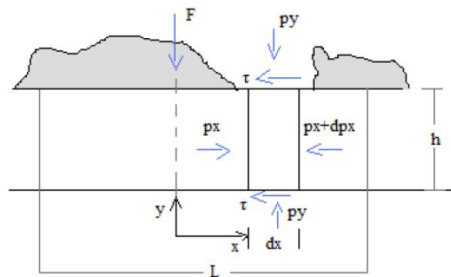
Metodo semplificato che permette di calcolare la forze di chiusura di uno stampo imponendo l'equilibrio su un parallelepipedo infinitesimo di materiale sottoposto a deformazione.

Le ipotesi da verifica per applicare lo Slab Method sono

- **Stato deformativo piano:** esistenza di una dimensione predominante rispetto alle altre. Generalmente verificata
- **Materiale isotropo:** policristallino, senza tessiture, plastico secondo Von Mises. Generalmente verificata
- **Assenza di Barreling:** le superfici laterali piane devono restare piane anche dopo la deformazione> Ipotesi meno verificata

Stampaggio - Fucinatura

In uno stampo la profondità è molto minore della lunghezza: c'è una dimensione principale sulla quale agiscono le forze di attrito, lo stato deformativo è piano.

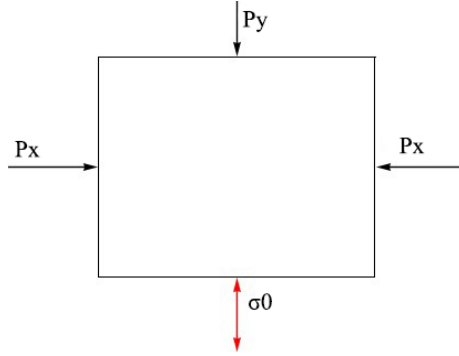


L'equilibrio delle forze lungo x vale

$$P_x h b - (P_x + dP_x) h b - 2 \cdot \tau dx b = 0 \Rightarrow P_x h b - P_x h b - dP_x h b - 2 \tau dx b = 0 \Rightarrow dP_x h = -2 \tau dx \Rightarrow \frac{dP_x}{dx} = -2 \frac{\tau}{h} \quad (3)$$

Applicando la condizione di plasticità di Von Mises si ottiene

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0$$



Sotto le ipotesi che 1 e 2 siano direzioni principali e combacino rispettivamente con x e y , si può scrivere, dato che sono entrambi sforzi di compressione:

$$\sigma_1 = -P_x \quad \sigma_2 = -P_y$$

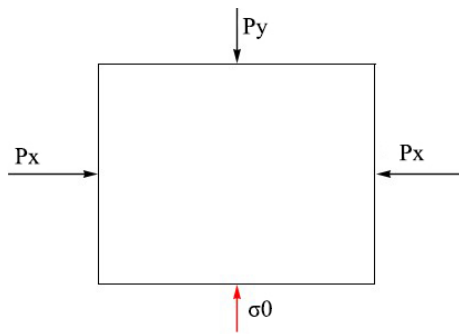
Allora

$$-P_x - (-P_y) = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0$$

$$-P_x + P_y = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0$$

Ad $x = L/a$, $P_x = 0$ il corpo infinitesimo in quel punto è in equilibrio sia in direzione x che in direzione y

$$P_y = \pm \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0$$



Ciò significa che per mantenere l'equilibrio in direzione y , σ_0 è uno sforzo che agisce nel verso opposto a P_y

$$P_y = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0$$

E quindi

$$\boxed{-P_x + P_y = -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0} \quad (4)$$

Differenziando si ottiene

$$dP_x = dP_y$$

Che sostituita nell'equazione differenziale (3) porta a

$$\frac{dP_y}{dx} = -2\frac{\tau}{h}$$

Se l'attrito è esprimibile mediante la teoria Coulombiana, questo si può scrivere come

$$\mu = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{\tau}{P_y} \Rightarrow \tau = \mu P_y$$

E quindi

$$\frac{dP_y}{dx} = -2\frac{\mu P_y}{h}$$

Separando le variabili

$$\frac{dP_y}{P_y} = -2\frac{\mu}{h}dx$$

Integrando tra x ed $L/2$ si ottiene

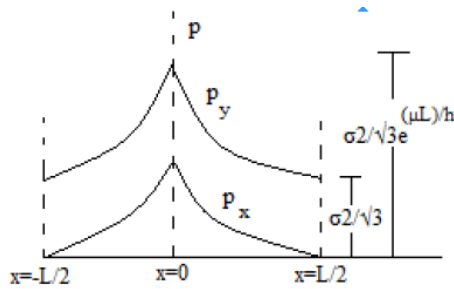
$$P_y = -P_y \left(\frac{L}{2} \right) \cdot e^{\frac{2\mu}{h} \left(\frac{L}{2} - x \right)}$$

Sapendo che $P_y \left(\frac{L}{2} \right) = -\frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0$ si arriva a

$$P_y = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \cdot e^{\frac{2\mu}{h} \left(\frac{L}{2} - x \right)} \quad (5)$$

E sostituendo

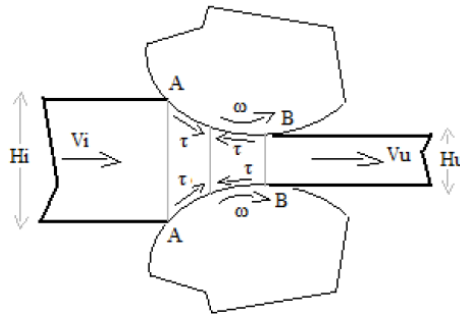
$$P_x = \frac{2}{\sqrt{3}}\sigma_0 \cdot \left[e^{\frac{2\mu}{h} \left(\frac{L}{2} - x \right)} - 1 \right]$$



Per $x = 0$ l'andamento delle pressioni genera un massimo: quella è la superficie neutra, il materiale in quel punto non si muove e la pressione è la più grande. Notare poi come questa decresca fino a valori minimi: le pressioni non variano durante la lavorazione.

Laminazione

A fronte della riduzione di altezza il materiale scorre nella direzione di laminazione. Affinché avvenga laminazione devono esserci forze d'attrito. Nell'ipotesi che la laminazione non deformi il materiale lungo l'asse dei rulli, si può applicare lo Slab Method, lo stato è quello di deformazione piana.



In deformazione plastica si può applicare la conservazione del volume

$$v_i b_i h_i = v_u b_u h_u$$

Come detto si pone in direzione assiale ai rulli $b_i = b_u = b$ e allora

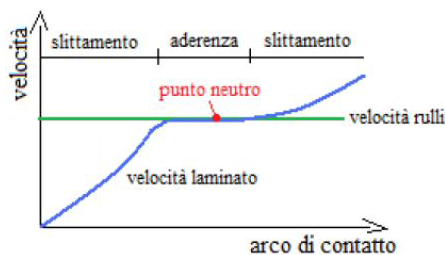
$$v_i h_i = v_u h_u$$

Sapendo che $h_i > h_u$ allora varrà

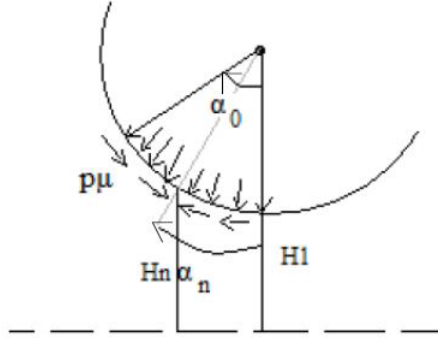
$$v_i < v_u$$

Osservando le velocità lungo l'arco di contatto con il rullo:

- Nella sezione di ingresso la velocità dei rulli è maggiore di quella del laminato: le forze tendono a trascinare il materiale tra i rulli
- Nella zona centrale la velocità dei rulli e quella della lamiera coincidono
- Nella zona finale la velocità dei rulli è inferiore a quella del laminato, il materiale tende ad essere rallentato dalle forze d'attrito



Ciò implica l'esistenza di una sezione, la **sezione neutra** in corrispondenza alla quale la velocità relativa laminato-cilindri è nulla e le tensioni tangenziali di attrito invertono il loro verso.



La sezione neutra S_n è una sezione di equilibrio, quindi in direzione orizzontale:

$$\int_{\alpha_n}^{\alpha_0} P\mu \cdot \cos \alpha \cdot R d\alpha - \int_0^{\alpha_n} P\mu \cdot \cos \alpha \cdot R d\alpha - \int_0^{\alpha_0} P \cdot \sin \alpha \cdot R d\alpha = 0$$

Se $R, P, \mu = cost$

$$\mu \cdot \sin \alpha_0 - \sin \alpha_n - \mu \cdot \sin \alpha_n + \cos \alpha_0 - 1 = 0$$

$$\sin \alpha_n = \frac{\sin \alpha_0}{2} + \frac{\cos \alpha_0 - 1}{2\mu}$$

Attraverso le formule di bisezione e l'approssimazione in piccoli angoli si ottiene

$$\boxed{\alpha_n = \frac{\alpha_0}{2} - \frac{1}{\mu} \left(\frac{\alpha_0}{2} \right)^2} \quad (6)$$

Per lavorazioni a caldo si può in buona approssimazione considerare $\mu \rightarrow \infty$ e allora

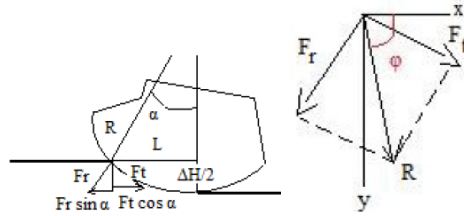
$$\boxed{\alpha_n = \frac{\alpha_0}{2}} \quad (7)$$

- Se il $\mu \downarrow \Rightarrow S_n \rightarrow S_{out}$, lungo tutto l'arco di contatto la velocità del rullo è sempre maggiore di quella del laminato, la laminazione avviene ma sarebbe necessario utilizzare delle macchine molto potenti economicamente svantaggiose
- Se $\mu \uparrow \Rightarrow S_n \rightarrow S_{in}$, lungo tutto l'arco di contatto la velocità del laminato è maggiore della velocità periferica del rullo e tutte le azioni tangenziali dovute all'attrito si oppongono al trascinamento e il laminato non imbocca

È proprio grazie a queste condizioni d'attrito che è possibile stabilire una condizione limite di imbocco per la quale il trascinamento del laminato avverrà automaticamente: la **condizione di imbocco spontaneo**.

Tale condizione può essere espressa, o secondo il modello coulombiano d'attrito, o attraverso la riduzione dello spessore ottenuto.

Metodo dinamico



Da Coulomb

$$\mu = \frac{\tau}{\sigma} = \frac{F_t}{F_n} = \frac{F_t}{F_r}$$

Affinché ci sia imbocco spontaneo la componente tangenziale dev'essere maggiore di quella radiale

$$F_t \cos \alpha > F_r \sin \alpha$$

$$\frac{F_t}{F_r} > \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

In sostanza

$$\mu > \tan \alpha$$

Potendo definire μ attraverso il cono d'attrito φ

$$\mu = \tan \varphi$$

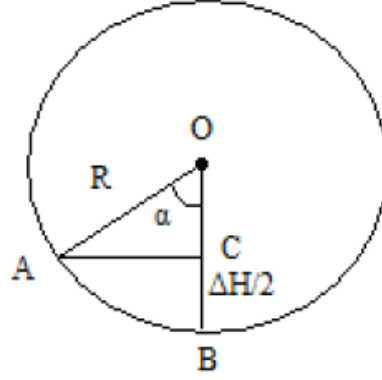
Allora

$$\tan \varphi > \tan \alpha$$

E la condizione di imbocco spontaneo si traduce in

$$\boxed{\varphi > \alpha} \quad (8)$$

Metodo geometrico



Si può calcolare l'arco di contatto AB come

$$\begin{aligned}
 AB^2 &= AC^2 + CB^2 = OA^2 - OC^2 + CB^2 \\
 &= R^2 - \left(R - \frac{\Delta H}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{2}\right)^2 \\
 &= R^2 - \left(R^2 + \frac{\Delta H^2}{4} - R\Delta H\right) + \frac{\Delta H^2}{4} \\
 &= R\Delta H
 \end{aligned}$$

Per cui

$$L = AB = \sqrt{R\Delta H}$$

Per piccoli angoli è sempre valido $\tan \alpha \approx \alpha$, allora

$$\begin{aligned}
 \tan \alpha = \alpha &= \frac{L}{R} = \sqrt{\frac{R\Delta H}{R^2}} = \sqrt{\frac{\Delta H}{R}} \\
 \alpha &= \sqrt{\frac{\Delta H}{R}}
 \end{aligned}$$

Infine, poiché con (8) si era visto che deve essere $\alpha < \varphi$, si può scrivere una seconda condizione di imbocco spontaneo

$$\sqrt{\frac{\Delta H}{R}} < \mu$$

$$\boxed{\Delta H < \mu^2 R} \quad (9)$$

Attraverso lo stesso metodo geometrico è possibile calcolare anche l'altezza della sezione media

$$\Delta H = 2 \cdot \frac{\Delta H}{2} = CB = OB - OC = R - R \cos \alpha = R(1 - \cos \alpha)$$

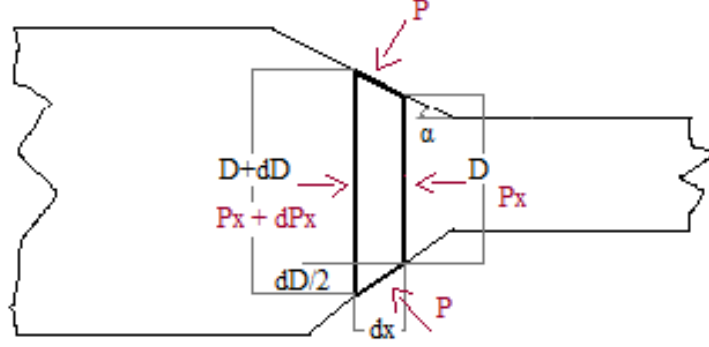
$$\Delta H = H_n - H_f \Rightarrow H_n = H_f + \Delta H = H_f + R(1 - \cos \alpha)$$

E la sezione neutra diviene pari a

$$S_n = H_n b$$

Estrusione

Nell'estrusione si applica uno sforzo di compressione a monte della matrice



L'equilibrio delle forze lungo la direzione di estrusione, considerando la matrice troncato-sferica è pari a

$$(P_x + dP_x)\pi \frac{(D + dD)^2}{4} - P_x\pi \frac{D^2}{4} - P\pi D \frac{dD}{2 \sin \alpha} \sin \alpha - P\mu\pi D \frac{dD}{2 \sin \alpha} \cos \alpha = 0$$

Semplificando e trascurando gli infinitesimi di ordine superiore si ottiene:

$$dP_x \frac{D}{4} + P_x \frac{dD}{2} - \frac{P}{2} dD - P\mu \cot \alpha \frac{dD}{2} = 0$$

$$dP_x D + 2[P_x - P(1 + \mu \cot \alpha)]dD = 0 \quad (10)$$

Per poter calcolare le pressioni, dato che lo stato tensionale è tridimensionale e non è possibile applicare lo Slab Method, si ipotizza la matrice sferica e si applica l'ipotesi di Sachs per cui lo stato deformativo è sferico:

$$P = P_r = P_\theta$$

Ipotizzano che le direzioni di applicazione dei carichi siano direzioni principali:

$$\sigma_1 = P \quad \sigma_2 = P_r \quad \sigma_3 = P_\theta \Rightarrow \sigma_2 = \sigma_3$$

Ricordando che per Von Mises si ha deformazione plastica quando

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2$$

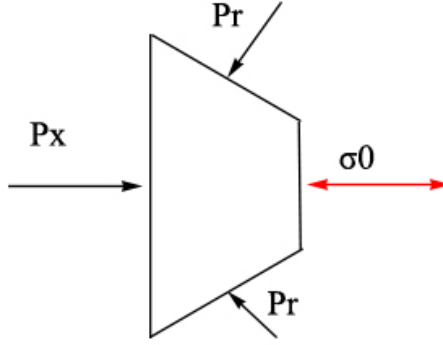
Per cui

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 2\sigma_0^2$$

$$2(\sigma_1 - \sigma_2)^2 = 2\sigma_0^2$$

$$\boxed{\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sigma_0} \quad (11)$$

Poiché gli sforzi subiti dal parallelepipedo infinitesimo sono entrambi di compressione è possibile scrivere



$$\sigma_1 = -P_x \quad \sigma_2 = -P_r$$

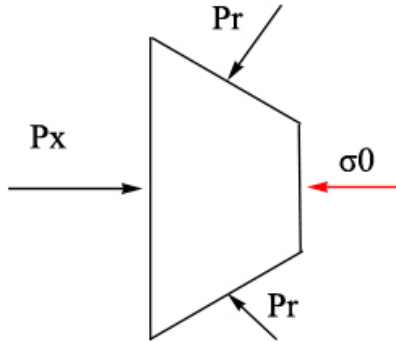
E allora l'equazione di Von Mises diviene

$$-P_x - (-P_r) = \pm \sigma_0$$

$$-P_x + P_r = \pm \sigma_0$$

Ad $x = OUT$, $P_x = 0$ all'uscita della matrice il corpo non subisce più alcuna pressione

$$P_r = \pm \sigma_0$$



Ciò significa che per far avvenire la deformazione plastica, σ_0 è uno sforzo che agisce concorde alla risultante delle due P_r

$$P_r = +\sigma_0$$

E quindi

$$-P_x + P_r = +\sigma_0$$

Ovvero

$$\boxed{P_x - P_r = -\sigma_0} \quad (12)$$

È possibile ricavare adesso la pressione da (10), perché dalle ipotesi di Sachs $P = P_r$

$$\frac{dD}{D} = \frac{dP_x}{2[P_x - P_r(1 + \mu \cot \alpha)]}$$

$$\frac{dD}{D} = \frac{dP_x}{2[P_x - (P_r + P_x - P_x)(1 + \mu \cot \alpha)]}$$

$$\frac{dD}{D} = \frac{dP_x}{2[P_x - P_x(1 + \mu \cot \alpha) - (P_r + P_x)(1 + \mu \cot \alpha)]}$$

$$\frac{dD}{D} = \frac{dP_x}{2[P_x - P_x(1 + \mu \cot \alpha) - \sigma_0(1 + \mu \cot \alpha)]}$$

Facendo opportune considerazioni sui segni degli sforzi

$$\frac{dD}{D} = \frac{dP_x}{2P_x \mu \cot \alpha + 2\sigma_0(1 + \mu \cot \alpha)}$$

Integrando

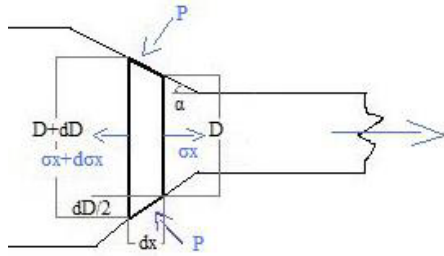
$$\int_{D_i}^{D_f} \frac{dD}{D} = \int_{P_{x0}}^0 \frac{dP_x}{2P_x \mu \cot \alpha + 2\sigma_0(1 + \mu \cot \alpha)}$$

$$\boxed{P_{x0} = \sigma_0 \frac{1 + \mu \cot \alpha}{\mu \cot \alpha} \left[\left(\frac{D_i}{D_f} \right)^{2\mu \cot \alpha} - 1 \right]} \quad (13)$$

Ottenendo come risultato la pressione assiale che deve fornire lo spintore per far avvenire la deformazione.

Trafilatura

Nella trafilatura si applica uno sforzo di trazione a valle della matrice.



L'equilibrio delle forze lungo la direzione di estrusione, considerando la matrice tronco-sferica è pari a

$$(P_x + dP_x)\pi \frac{(D + dD)^2}{4} - P_x\pi \frac{D^2}{4} - P\pi D \frac{dD}{2 \sin \alpha} \sin \alpha - P\mu\pi D \frac{dD}{2 \sin \alpha} \cos \alpha = 0$$

Semplificando e trascurando gli infinitesimi di ordine superiore si ottiene:

$$dP_x \frac{D}{4} + P_x \frac{dD}{2} - \frac{P}{2} dD - P\mu \cot \alpha \frac{dD}{2} = 0$$

$$dP_x D + 2[P_x - P(1 + \mu \cot \alpha)]dD = 0 \quad (14)$$

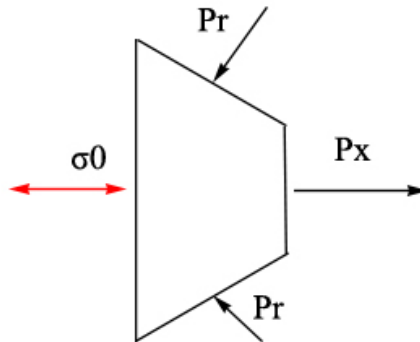
Per poter calcolare le pressioni, dato che lo stato tensionale è tridimensionale e non è possibile applicare lo Slab Method, si ipotizza la matrice sferica e si applica l'ipotesi di Sachs per cui lo stato deformativo è sferico:

$$P = P_r = P_\theta$$

La condizione di plasticità di Von Mises si traduce sempre in (11)

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \pm \sigma_0$$

Ora gli sforzi subiti dal parallelepipedo infinitesimo sono di trazione e di compressione, allora è possibile scrivere



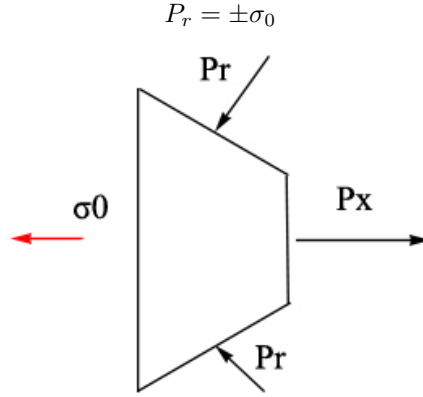
$$\sigma_1 = P_x \quad \sigma_2 = -P_r$$

E allora l'equazione di Von Mises diviene

$$P_x - (-P_r) = \pm \sigma_0$$

$$P_x + P_r = \pm \sigma_0$$

Ad $x = IN$, $P_x = 0$ all'entrata della matrice il corpo non subisce alcuna pressione



Ciò significa che per far avvenire la deformazione plastica, σ_0 è uno sforzo che agisce concorde alla risultante delle due P_r

$$P_r = +\sigma_0$$

E quindi

$$\boxed{P_x + P_r = +\sigma_0} \quad (15)$$

Per conoscere la pressione assiale che deve fornire la bobina avvolgicavo per far avvenire la trafilatura, basta muoversi similmente a quanto fatto per l'estrusione e si ottiene

$$\boxed{P_{x0} = \sigma_0 \frac{1 + \mu \cot \alpha}{\mu \cot \alpha} \left[1 - \left(\frac{D_f}{D_i} \right)^{2\mu \cot \alpha} - 1 \right]} \quad (16)$$

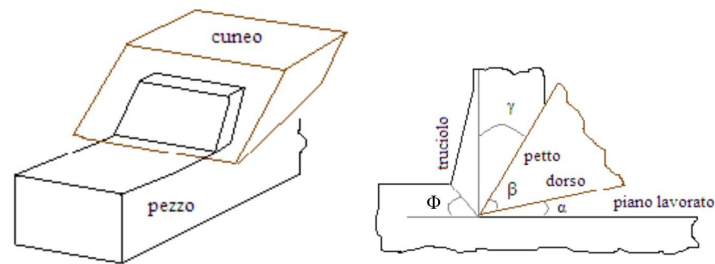
Parte II

Asportazione di materiale

Il taglio dei metalli ha lo scopo di mutare forma e dimensioni di un materiale attraverso l'utilizzo di un utensile con tagliente.

Analizzando i meccanismi del taglio ortogonale libero, si possono individuare, tra cuneo e pezzo, un petto e un dorso.

Tra questi si possono identificare gli angoli $\alpha, \gamma, \phi, \beta$



- γ **angolo di spoglia superiore**: compreso tra la verticale e il petto dell'utensile, determina le forze di taglio in gioco
- ϕ **angolo di scorrimento**: rappresenta il piano dove scorrono le dislocazioni
- α **angolo di spoglia inferiore principale**: compreso tra la superficie lavorata e il dorso dell'utensile.
Se $\alpha = 0$ il dorso entra in contatto con la superficie lavorata.
- β **angolo di tagliente**: fornisce informazioni sulla robustezza del tagliente

$$\beta = 90^\circ - (\alpha + \gamma)$$

Va da se che per materiali duttili $\gamma \uparrow \beta \downarrow$ e il tagliente sarà più affilato, invece per materiali fragili $\gamma \downarrow \beta \uparrow$ servono sezioni dell'utensile maggiori per evitarne il danneggiamento.

Per studiare il taglio si impongono le seguenti ipotesi semplificative:

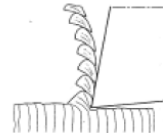
- Tagliente perfettamente affilato
- Velocità di taglio costante
- Profondità di passata costante
- volume di materiale costante
- Materiale isotropo
- Effetti di bordo trascurabili: la larghezza del cuneo è superiore a quella del materiale
- Deformazione piana: la larghezza del truciolo rimane uguale alla larghezza iniziale del pezzo

La tipologia di truciolo fornisce informazioni sul tipo di materiale lavorato:

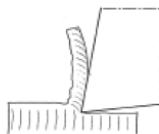
TIPI DI TRUCIOLO



AD ELEMENTI STACCATI
tipico dei materiali duri e fragili
come ottone e ghisa



SEGMENTATO
tipico dei materiali duri ma
tenaci come gli acciai ad alto
tenore di carbonio



FLUENTE CONTINUO
tipico dei materiali duttili come
gli acciai a basso tenore di
carbonio e le leghe leggere



**FLUENTE CONTINUO
FRAMMENTATO**
tipico dei materiali duttili ma
dovuto a vibrazioni del
portautensili e irregolarità
(velocità eccessive)

Angolo di scorrimento

La deformazione plastica del materiale avviene per scorrimento e l'angolo di scorrimento ϕ individua il piano di scorrimento; questo è calcolabile conoscendo altezza di passata s e l'altezza del truciolo s_1 .

Si definisce il fattore di ricalcamento c :

$$c = \frac{s}{s_1} \quad (17)$$

Imponendo la conservazione del volume

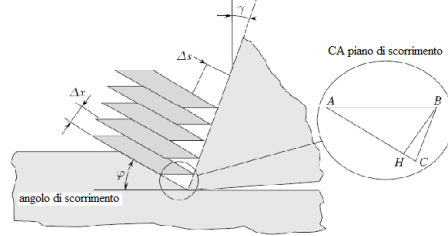
$$sbL = s_1b_1L_1$$

Poiché ci si è posti nel caso di deformazione piana, la larghezza del truciolo rimane invariata $b = b_1$ e allora

$$c = \frac{s}{s_1} = \frac{L}{L_1}$$

Modello di Pijspanen

Si immagina il materiale come composto da tante lamelle di spessore finito, l'avanzamento dell'utensile spinge ciascun elemento in avanti, obbligandolo a scorrere sull'elemento successivo



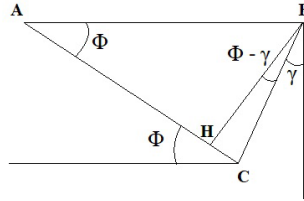
La forza che l'utensile applica sul truciolo dev'essere in grado di generare sul piano CA , una tensione tangenziale necessaria e sufficiente a provocare lo scorrimento relativo tra le lamelle del materiale.

Il modello di Pijspanen si basa sull'esistenza di un unico piano di scorrimento, ipotesi in prima approssimazione avvalorata dato che l'estensione della zona di scorrimento tende a un unico piano per i valori delle velocità di taglio comunemente impiegati.

La deformazione plastica può essere vista come il rapporto tra lo spostamento orizzontale Δs e quello verticale Δx

$$\gamma_s = \frac{\Delta s}{\Delta x}$$

In questa trattazione Δs è la distanza sul piano di scorrimento, mentre Δx è la distanza verticale tra le lamelle.



$$\begin{aligned} \Delta s &= AH + HC & \Delta x &= BH \\ AH &= AB \cos \phi & BH &= AB \sin \phi \\ HC &= BH \tan(\phi - \gamma) \end{aligned}$$

Per cui

$$\begin{aligned} \gamma_s &= \frac{AB \cos \phi + BH \tan(\phi - \gamma)}{BH} = \frac{AB \cos \phi}{BH} + \frac{BH \tan(\phi - \gamma)}{BH} = \\ &= \frac{AB \cos \phi}{AB \sin \phi} + \tan(\phi - \gamma) \\ &= \cot \phi + \tan(\phi - \gamma) \\ \gamma_s &= \cot \phi + \tan(\phi - \gamma) \end{aligned} \tag{19}$$

Lo studio della derivata di questa quantità fornisce l'angolo di scorrimento tale da minimizzare lo scorrimento stesso e quindi l'entità della deformazione plastica e conseguentemente il lavoro di deformazione.

$$\frac{d\gamma_s}{dt} = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{\sin^2 \phi} + \frac{1}{\cos^2(\phi - \gamma)} = 0$$

$$\sin^2 \phi - \cos^2(\phi - \gamma) = 0$$

$$[\sin \phi - \cos(\phi - \gamma)] [\sin \phi + \cos(\phi - \gamma)] = 0$$

Si prende in considerazione l'equazione che ha soluzione nel primo quadrante:

$$\sin \phi - \cos(\phi - \gamma) = 0$$

Ricordando che $\cos \theta = \sin(\frac{\pi}{2} - \theta)$ si può scrivere

$$\sin \phi - \sin(\frac{\pi}{2} - \phi + \gamma) = 0$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \phi + \gamma$$

Ovvero, la relazione di Pijspanen

$$\boxed{2\phi - \gamma = \frac{\pi}{2}} \quad (20)$$

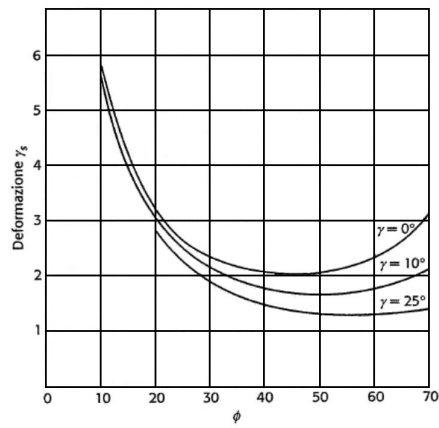
Inoltre, ponendo $\gamma = 0$ si ottiene

$$\phi = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

Ma da (18)

$$\tan \phi = \frac{c \cos \gamma}{1 - c \sin \gamma} \Rightarrow c = 1 \Rightarrow s = s_1$$

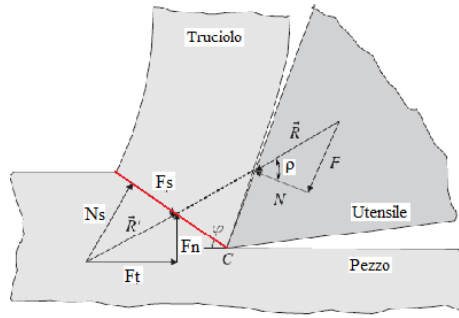
Ed il lavoro di deformazione plastica è il minimo.



- $\phi \downarrow \gamma_s \uparrow$ aumenta l'energia dispersa per effettuare deformazione plastica
- $\phi \uparrow \gamma_s \downarrow$ diminuisce l'energia dispersa per effettuare deformazione plastica
- $\gamma \uparrow$ significa avere un utensile più affilato
- $\phi \uparrow$ significa che la dimensione del piano lungo il quale sta avvenendo lo scorrimento diminuisce, significa avere una diminuzione del segmento OA e quindi che si devono spostare meno atomi con forze minori da applicare

Modello di Merchant

Se si considera il truciolo come un corpo libero, questo, istante per istante, dovrà essere in equilibrio sotto l'azione delle forze applicate dall'utensile e quelle di resistenza sviluppate dal materiale.



In cui si identificano delle forze di attrito:

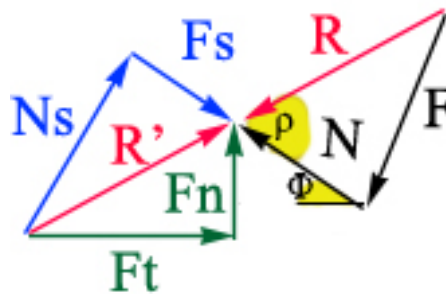
- F Forza tangenziale, parallela al petto dell'utensile
- N Forza normale, perpendicolare al petto dell'utensile
- ρ Cono d'attrito

Delle forze relative al piano di scorrimento:

- F_s Forza da fornire per far avvenire la deformazione plastica e quindi muovere atomi e dislocazioni lungo il piano di scorrimento, parallela al piano di scorrimento
- N_s Forza normale al piano di scorrimento, influenza il fattore di ricalamento c

Delle forze sul tagliente

- F_t Forza necessaria all'avanzamento del tagliente
- F_n Forza che tende a sollevare l'utensile, repulsione o ritorno elastico



Enunciato. Il modello di Merchant prevede di inscrivere, proiettando, tutte le forze in gioco nell'asportazione di materiale all'interno di una circonferenza tangente al tagliente avente come diametro il modulo della risultante delle forze, questa uguale per tagliente e truciolo.

Ricordando che

$$\begin{cases} \cos \alpha \cos \beta = \frac{\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)}{2} \\ \sin \alpha \sin \beta = \frac{\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)}{2} \end{cases}$$

Allora

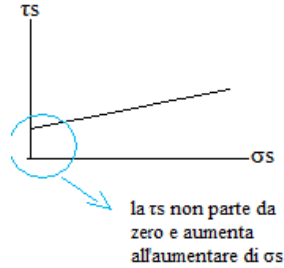
$$\begin{aligned} \cos \phi \cos(\phi + \rho - \gamma) &= \sin \phi \sin(\phi + \rho - \gamma) \\ \frac{\cos(\phi + \phi + \rho - \gamma)}{2} + \frac{\cancel{\cos(\phi - \phi - \rho + \gamma)}}{2} &= \frac{\cancel{\cos(\phi - \phi - \rho + \gamma)}}{2} - \frac{\cos(\phi + \phi + \rho - \gamma)}{2} \\ \cos(2\phi + \rho - \gamma) &= 0 \\ \boxed{2\phi + \rho - \gamma = \frac{\pi}{2}} & \quad (23) \end{aligned}$$

Il modello di Merchant presenta però una discordanza tra i valori teorici ottenuti applicando tale approccio e i valori sperimentali.

II modello di Merchant

Questa discordanza è dovuta proprio alla tensione tangenziale τ_s necessaria a provocare lo scorrimento, che non è una quantità costante ma funzione della tensione normale che agisce sul medesimo piano di scorrimento, secondo la relazione

$$\tau_s = \tau_{s0} + K\sigma_s$$



Merchant nel suo primo modello considera τ_s come costante, ma nel momento in cui si ha una componente normale al piano di scorrimento, questa avvicina gli atomi tra loro e conseguentemente ciò comporta un aumento della tensione di taglio necessaria allo scorrimento (1): le celle elementari vengono compresse e il parametro di cella a diminuisce.

La condizione si traduce adesso nell'imporre che il piano di scorrimento si disponga in modo che sia massima la funzione

$$\tau_{s0} = \tau_s - K\sigma_s$$

$$\frac{d}{d\phi} [\tau_s - K\sigma_s] = 0$$

$$\boxed{2\phi + \rho - \gamma = \arctan\left(\frac{1}{K}\right) = C} \quad (24)$$

Dimostrazione non fatta sulle slide, forse interessa solo il risultato? Ma per capire, magari un'occhiata va data...

Essendo:

$$\tau_s = \frac{F_s}{A_s} = \frac{R}{A_s} \cos(\phi + \rho - \gamma) = \frac{R}{A_0} \cos(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi \approx \cos(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi$$

$$\sigma_s = \frac{N_s}{A_s} = \frac{R}{A_s} \sin(\phi + \rho - \gamma) = \frac{R}{A_0} \sin(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi \approx \sin(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi$$

Allora

$$\frac{d}{d\phi} [\tau_s - K\sigma_s] = 0$$

$$\frac{d}{d\phi} [\cos(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi - K \sin(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi] = 0$$

$$-\sin(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi + \cos(\phi + \rho - \gamma) \cos \phi - K [\cos(\phi + \rho - \gamma) \sin \phi + \sin(\phi + \rho - \gamma) \cos \phi] = 0$$

$$\begin{aligned} & \frac{\cancel{\cos(\phi + \rho - \gamma - \phi)}}{2} + \frac{\cos(\phi + \rho - \gamma + \phi)}{2} + \frac{\cos(\phi + \rho - \gamma + \phi)}{2} + \frac{\cancel{\cos(\phi + \rho - \gamma - \phi)}}{2} - \\ & -K \left[\frac{\sin(\phi + \rho - \gamma + \phi)}{2} + \frac{\cancel{\sin(\phi - \rho + \gamma - \phi)}}{2} + \frac{\cancel{\sin(\phi + \rho - \gamma - \phi)}}{2} + \frac{\sin(\phi + \rho - \gamma + \phi)}{2} \right] = 0 \end{aligned}$$

$$\cos 2\phi + \rho - \gamma - K \sin(2\phi + \rho - \gamma) = 0$$

$$\frac{\sin(2\phi + \rho - \gamma)}{\cos 2\phi + \rho - \gamma} = \frac{1}{K}$$

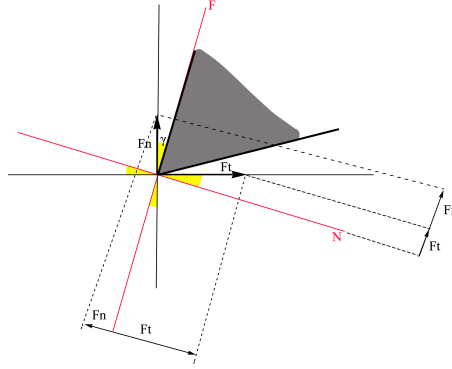
$$\tan(2\phi + \rho - \gamma) = \frac{1}{K}$$

$$2\phi + \rho - \gamma = \arctan\left(\frac{1}{K}\right) = C$$

Metodo inverso

In generale la relazione di Merchant è di difficile applicazione pratica, nonostante ciò in tutta questa trattazione è possibile estrapolare un fatto pratico davvero importante: si può scomporre la risultante anche secondo gli assi individuati dall'utensile, in questo modo si possono misurare attraverso la semplice applicazione di celle di carico F_t ed F_n e da esse calcolare tutte le altre forze in base alle relazioni di Merchant (21).

La misura delle forze F_t ed F_n permette inoltre di calcolare l'angolo di attrito ρ .



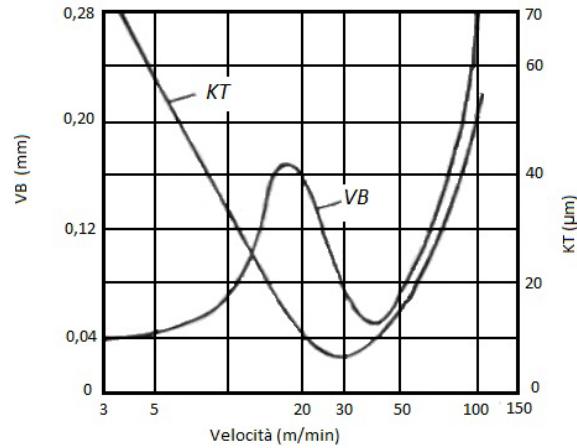
Per cui

$$\begin{cases} N = F_t^N - F_n^N = F_t \cos \gamma - F_n \sin \gamma \\ F = F_t^F + F_n^F = F_t \sin \gamma + F_n \cos \gamma \end{cases}$$

Che conducono a

$$\mu = \tan \rho = \frac{F}{N} = \frac{F_t \tan \gamma + F_n}{F_t - F_n \tan \gamma} \quad (25)$$

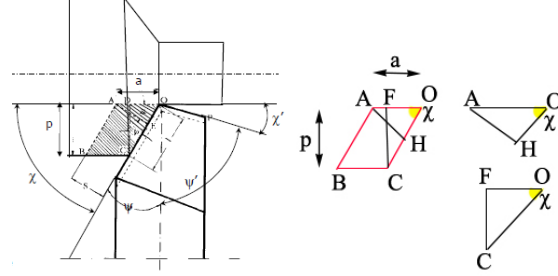
Usura degli utensili



$v[m/min]$	KT Profondità del cratere
3-30	Decremento con minimo. Formazione del tagliente di riporto che va a proteggere il petto con conseguente strisciamento tra truciolo e tagliente di riporto anziché tra truciolo e petto. Finitura superficiale scarsa.
30-150	Incremento $v \uparrow T \uparrow$ Rimozione del tagliente di riporto. Il petto non è più protetto. Migliore finitura superficiale

$v[m/min]$	VB Larghezza del labbro di usura
3-5	Andamento costante dato dal tagliente di riporto.
5-20	Incremento e massimo. Con $v \uparrow \gamma \uparrow$ Il componente comincia a scaldarsi in corrispondenza del tagliente di riporto.
20-40	Decremento e minimo $v \uparrow T \uparrow$ Il materiale è ora caratterizzato da una bassa σ_y , le forze in gioco sono minori. Con la v applicata non c'è tempo di formare microsaldature, in più avviene la rimozione del tagliente di riporto
>40	Incremento Oltre a scaldarsi il materiale si scaldierà anche l'utensile: anche lui andrà in deformazione plastica. A ciò si aggiunge l'elevato ritorno elastico del materiale di base, questo caratterizzato da un comportamento più rigido

Calcolo della sezione del truciolo - Tornitura



L'area del parallelepipedo di truciolo vale:

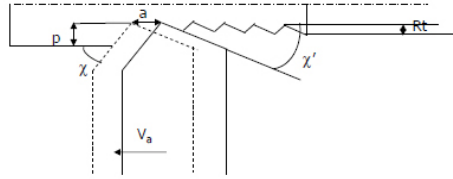
$$A_{AOCB} = OC \cdot AH = \frac{p}{\sin \chi} \cdot a \sin \chi = a \cdot p$$

$$A = a \cdot p$$

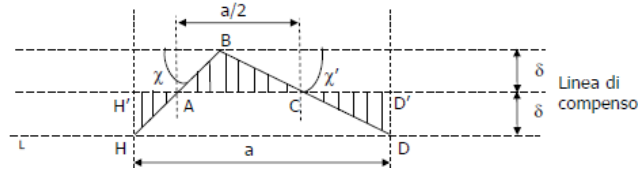
(26)

In cui a è l'avanzamento e p la profondità di passata.

Finitura superficiale teorica



Se $\delta = \frac{R_t}{2}$ con R_t massima distanza picco-valle in modo che proprio a $\frac{R_t}{2}$ passi la linea di compenso, ovvero la linea media del profilo, è possibile scrivere



Per definizione l'entità dello scostamento dal profilo medio è quantificato dalla seguente relazione

$$R_a = \frac{1}{L} \int_0^L y(x) dx$$

Che in questo caso è possibile scrivere come

$$R_a = \frac{1}{a} (A_{HH'} + A_{ABC} + A_{CCD'}) = \frac{1}{a} \left(2 \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{\delta}{2} \right) = \frac{\delta}{2} = \frac{R_t}{4}$$

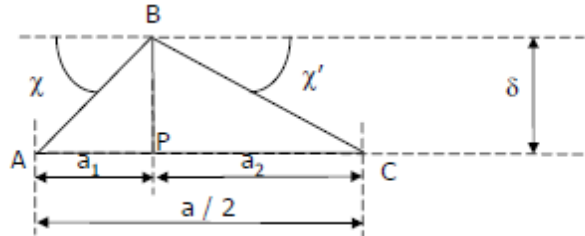
In definitiva, per profili simmetrici, lineari e ideali il valore di rugosità massimo da aspettarsi è

$$R_t = 4R_a$$

(27)

Non c'è sulle slide, però magari può servire...

È possibile mettere in relazione R_a con gli angoli di registrazione del tagliente primario χ e del tagliente secondario χ'



$$\frac{a}{2} = a_1 + a_2$$

Ma

$$\delta = a_1 \tan \chi = a_2 \tan \chi' \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{\delta}{\tan \chi} \\ a_2 = \frac{\delta}{\tan \chi'} \end{cases}$$

E quindi

$$\frac{a}{2} = \delta \left(\frac{1}{\tan \chi} + \frac{1}{\tan \chi'} \right)$$

Per cui, risolvendo per δ si ottiene

$$\delta = \frac{a/2}{\frac{1}{\tan \chi} + \frac{1}{\tan \chi'}}$$

E quindi

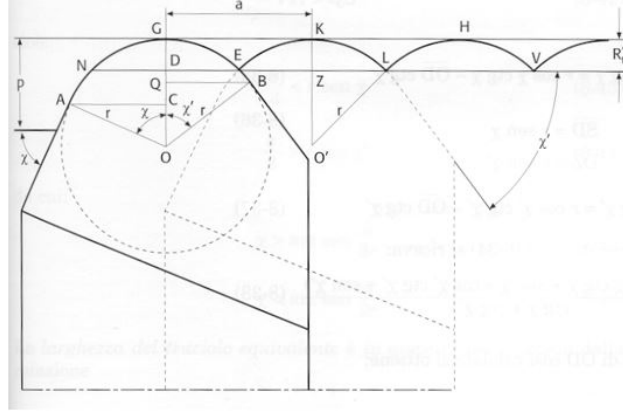
$$R_a = \frac{\delta}{2} = \frac{a/4}{\frac{1}{\tan \chi} + \frac{1}{\tan \chi'}}$$

Per cui come χ, χ', a aumentano aumenta R_a

Finitura superficiale reale

Nella realtà un utensile non può essere perfettamente affilato perché significherebbe non avere alcuna sezione resistente, all'applicazione del carico andrebbe subito in deformazione plastica.

Nella realtà l'utensile è raccordato.



Si zoomma sul profilo del pezzo, si traccia un'orizzontale passante per tutte le valli del profilo: N, E, L, V ; dopodichè si tracciano i raggi di curvatura come segmenti perpendicolari all'orizzontale: GO e si determinano i segmenti ND e DE .

Si individuano poi i punti A (risp. B) punti di tangenza tra il cerchio osculatore in G ed il tagliente principale (risp. secondario), a questo punto possono essere tracciati i segmenti AC e QB .

Quindi le condizioni da rispettare sono

$$ND < AC \quad DE < QB$$

In parole, il raggio di raccordo che sta partecipando alla generazione del profilo sia minore del raggio di curvatura del tagliente principale/secondario.

Ciò si può facilmente riscrivere come

$$\frac{a}{2} < r \sin \chi \quad \frac{a}{2} < r \sin \chi'$$

Per cui affinché la generazione del profilo avvenga interessando esclusivamente il raggio di raccordo dovranno essere verificate le seguenti condizioni

$$\begin{cases} \chi > \arcsin\left(\frac{a}{2r}\right) \\ \chi' > \arcsin\left(\frac{a}{2r}\right) \end{cases}$$

La massima rugosità ottenibile da quel raggio di raccordo si ottiene osservando che

$$R_t = GD = OG - OD = \left(r - \sqrt{r^2 - \frac{a}{4}} \right) \cdot 10^3 \quad \mu m$$

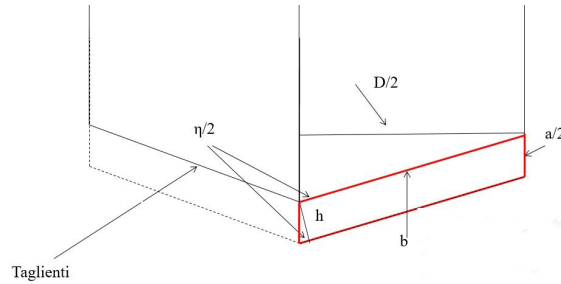
Se secondo Schamlz è possibile approssimare l'arco di circonferenza NE ad un arco di parabola, è possibile scrivere

$$R_t^* = \frac{a}{8r} 10^3 \quad \mu m$$

E quindi

$$R_a^* = \frac{R_t^*}{4} = \frac{a^2}{23r} 10^3 \quad \mu m \quad (28)$$

Calcolo della sezione del truciolo - Foratura



L'area del generico parallelepipedo vale

$$A = b \cdot h$$

In cui

$$b = \frac{D}{2} \cdot \frac{1}{\sin \frac{\eta}{2}} \quad h = \frac{a}{2} \cdot \sin \frac{\eta}{2}$$

E allora

$$A = \frac{D}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{Da}{4}$$

Parte III

Frequently Asked Questions

- Per quale motivo al variare di γ , e quindi aumentando γ , si ha una riduzione della deformazione plastica?
- Perché sono stati introdotti i metodi di Pijsnanen e di Merchant e su quali basi? Quali sono le loro differenze?
- Fattore di ricalcamento
- Per quali motivi perché vengono effettuate le lavorazioni per asportazione di truciolo?
- Come si fa a capire quale sia il processo migliore per la lavorazione di un prodotto tra asportazione del materiale, processo di fonderia e deformazione plastica?
- Fiamma Ossacetilenica
- Slab Method e Trafilatura
- Perché non avviene un incrudimento nelle lavorazioni a caldo?
- Da cosa deriva una rugosità in una lavorazione di tornitura?
- A cosa serve la durezza e le sue prove?
- Si può notare il carattere di durezza del materiale anche dal diagramma tensione deformazione $\sigma\varepsilon$?
- Come ottenere dei grani colonnari?
- Differenze tra forma permanente e transitoria. Quali sono i loro vantaggi?
- Differenze tra processo fusorio di un metallo puro e di una lega
- Attrito adesivo

- Condizioni di imbocco spontaneo per la laminazione, quando queste non sono verificate come posso garantire la laminazione continua?
- Difetti di laminazione
- Differenze nella lavorazione di tornitura
- Parametri che influenzano l'asportazione di materiale
- Usura degli utensili. Perché il massimo di VB e il minimo di KT non coincidono?
- Stampaggio e relativo grafico
- Differenze e scelte di materiale per comportamento a creep e a fatica
- Tempo di lavoro ed MRR
- Prepararsi un argomento a piacere