

ANTENNE

$$\underline{E}(\theta, \phi) = re^{j\beta r} \underline{E}_\infty, \quad \underline{P}(\theta, \phi) = r^2 \cdot \frac{1}{2} |\underline{E}_\infty \times \underline{H}_\infty^*|$$

$P(\theta, \phi)$ è la densità di potenza irradiata per unità di angolo solido, poiché

$$W_T = \iint_{\Omega} P(\theta, \phi) d\Omega$$

FUNZIONE DI DIRETTIVITÀ:

$$D(\theta, \phi) = \frac{P(\theta, \phi)}{\frac{W_T}{4\pi}}$$

$$A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi)$$

Potenze:

$$W_R = \frac{\left| \iint_{A_g} \underline{E}_{T0} \cdot \underline{E}_{i0} dS \right|^2}{4\eta_0^2 W_T}$$

$$W_T = \frac{1}{2\eta_0} \iint_{A_g} \underline{E}_T \cdot \underline{E}_T^* dS$$

\underline{E}_{T0} = campo base antenna RX

\underline{E}_{i0} = campo incidente su antenna,
RICEVUTO

W_T = potenza in grado di trasmettere
da antenna RX

\underline{E}_T = campo base antenna TX

COEFF. TRASMISSIONE TRA ANTENNE:

$$T_{12} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{W_{R2}}{W_{T1}} \rightarrow \text{Potenza RICEVUTA da ANTENNA 2}$$

\rightarrow Potenza TRASMESSA da ANTENNA 1

SE E SOLO SE POL. ADATTATA:

$$T_{12} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{D_1 A_{e2}}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R \alpha(\lambda, s) ds}$$

$$\alpha(\lambda, s) = K_j \text{ per DIELETTRICI} \rightarrow K_j \approx \frac{\omega}{2} \sqrt{\mu \epsilon_0} \frac{|\epsilon''|}{\epsilon'}$$

e $|\epsilon''|$ e ϵ' vanno letti dal GRAFICO!

ANTENNE LINEARI

• ANTENNA CORTA ($h \ll \lambda$):

$$\mathcal{M} = 2hI; \quad \underline{H}_\infty = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \sin\theta \underline{\phi}_0 \mathcal{M}; \quad \underline{E}_\infty = \eta |\underline{H}_\infty| \underline{\theta}_0$$

$$I = \pi a^2 \underline{J}(z')$$

costante
se $h \ll \lambda$

$$\underline{F}(\theta, \phi) = j \frac{\omega \mu \mathcal{M}}{4\pi} \sin\theta \underline{\theta}_0$$

Larghezza lobo: $\theta_0 = 90^\circ$

• ANTENNA A MEZZ' ONDA ($2h = \frac{\lambda}{2}$):

$$I(z') = I_0 \cos \beta z' \quad \underline{H}_\infty = 2j I_0 \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\sin\theta} \underline{\phi}_0; \quad \underline{E}_\infty = \eta |\underline{H}_\infty| \underline{\theta}_0$$

$$\underline{F}(\theta, \phi) = j \frac{\eta I_0}{2\pi} \frac{\cos(\frac{\pi}{2} \cos\theta)}{\sin\theta} \underline{\theta}_0$$

Larghezza lobo: $\theta_0 = 78^\circ$

• ANTENNA A ONDA INTERA ($2h = \lambda$):

$$I(z') = I_0 \sin \beta |z'| \quad \underline{H}_\infty = 2j I_0 \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \frac{\cos(\pi \cos\theta) + 1}{\sin\theta} \underline{\phi}_0; \quad \underline{E}_\infty = \eta |\underline{H}_\infty| \underline{\theta}_0$$

$$\underline{F}(\theta, \phi) = j \frac{\eta I_0}{2\pi} \frac{\cos(\pi \cos\theta) + 1}{\sin\theta} \underline{\theta}_0$$

Larghezza lobo: $\theta_0 = 47^\circ$

• RESISTENZA DI RADIAZIONE:

L'antenna o dipolo equivale ad una resistenza R_i che dissipa la potenza irradiata \mathcal{W}_i :

$$R_i = \frac{2\mathcal{W}_i}{I^2}; \quad \mathcal{W}_i = \frac{\eta}{2} \oint_S |\underline{H}_\infty|^2 dS = \frac{1}{3} \pi \eta I^2 \left(\frac{2h}{\lambda}\right)^2$$

$$R_i = \frac{2\pi}{3} \eta \left(\frac{2h}{\lambda}\right)^2$$

ANTENNE AD APERTURA

• CORRENTI EQUIVALENTI:

$$\underline{J}_{ms}(x', y') = -\underline{Z}_0 \times \underline{E}(x', y')$$

$$\underline{J}_s(x', y') = \underline{Z}_0 \times \underline{H}(x', y')$$

Campo Elettrico \rightarrow Sorgente Magnetica

Campo Magnetico \rightarrow Sorgente Elettrica

$\underline{E}(x', y')$ e $\underline{H}(x', y')$ sono i campi presenti sulle BOCCA DELL' ANTENNA.

• ANTENNA A BOCCA RETTANGOLARE:

$$\underline{E}_{\infty m}(\underline{a}) = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} J_{mo} \left(\underline{\phi}_0 \cos\theta \cos\phi + \underline{\theta}_0 \sin\phi \right) \cdot \left[a \frac{\sin\left(\frac{a}{2}\beta \sin\theta \cos\phi\right)}{\frac{a}{2}\beta \sin\theta \cos\phi} b \frac{\sin\left(\frac{b}{2}\beta \sin\theta \sin\phi\right)}{\frac{b}{2}\beta \sin\theta \sin\phi} \right]$$

* NOTA: $\underline{E}_{\infty m}$ è il campo generato a grande distanza dalla SOLA sorgente magnetica \rightarrow per il campo totale, MOLTIPLICARE PER 2!
Ricordare che $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$.

• Sull'asse z : $\theta=0, \phi=0 \Rightarrow$ le sinc tendono a 1.

Inoltre, a grande distanza sull'asse, il campo ha la STESSA POLARIZZAZIONE DEL CAMPO DI BOCCA dell'antenna; quindi:

$$\underline{E}_{\infty m}(\underline{z}) = j\beta \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \cdot ab \cdot J_{mo} \underline{e}_0 \quad (2)$$

Diagramme di radiazione:

• PIANO ORIZZONTALE: $\phi=0, \phi=\pi$

$$\underline{F}_{mo}(\theta) = -j \frac{ab}{2\lambda} J_{mo} \frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta} \cos\phi_0$$

Lunghezza lobo: 2 volte l'angolo per cui il valore max di $\underline{F}_{mo}(\theta)$ si riduce di $\frac{\sqrt{2}}{2} \rightarrow \boxed{\theta_{0\phi} \approx 0,88 \frac{\lambda}{a} \text{ rad}}$

• PIANO VERTICALE: $\phi=\frac{\pi}{2}, \phi=\frac{3}{2}\pi$

$$\underline{F}_{mv}(\theta) = j \frac{ab}{2\lambda} J_{mo} \frac{\sin\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta\right)}{\frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta} \underline{e}_0$$

$$\boxed{\theta_{0v} \approx 0,88 \frac{\lambda}{b} \text{ rad}}$$

• ANTENNA A BOCCA CIRCOLARE:

$$\underline{E}_{\text{onm}}(z) = j 2\pi \frac{e^{-j\beta z}}{4\pi z} J_{ms} \underline{e}_0 \times j_0 \frac{\pi a^2}{\lambda} \frac{2 J_1(\beta a \sin \theta)}{\beta a \sin \theta}$$

dove $\text{besinc}(t) = \frac{2 J_1(t)}{t} \rightarrow 1$ per $t \rightarrow 0$

Dunque, sull'asse z ($\theta=0$): $\left[\underline{E}_{\text{onm}}(z) = j 2\pi \frac{e^{-j\beta z}}{4\pi z} \cdot \frac{\pi a^2}{\lambda} \cdot J_{ms} \underline{e}_0 \right]$

Lunghezza lobo: $\boxed{\theta_c \approx 0,51 \frac{\lambda}{a}}$

• EQUAZIONE DEL RADAR:

$$\left[W_r = A_e \cdot P_s = \frac{A_e D \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} W_T e^{-4 \int_0^R \alpha(\lambda, s) ds} = \frac{\eta_A^2 A_g^2 \sigma_b}{4\pi \lambda^2 R^4} W_T e^{-4 \int_0^R \alpha(\lambda, s) ds} \right]$$

SOLO
POLARIZZAZIONE
ADATTATA!

$$P_s = \frac{\sigma_b(\lambda_i) P_i}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R \alpha(\lambda, s) ds} = \frac{D W_T \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} e^{-4 \int_0^R \alpha(\lambda, s) ds}$$

• MATRICE DI SCATTERING:

$$[\underline{S}] = \begin{bmatrix} f_{vv} & f_{vh} \\ f_{hv} & f_{hh} \end{bmatrix}$$

$$\underline{E}_{oi} = E_{ov}^{(i)} \underline{v}_0 + E_{oh}^{(i)} \underline{h}_0 \rightarrow \text{campo incidente sull'oggetto}$$

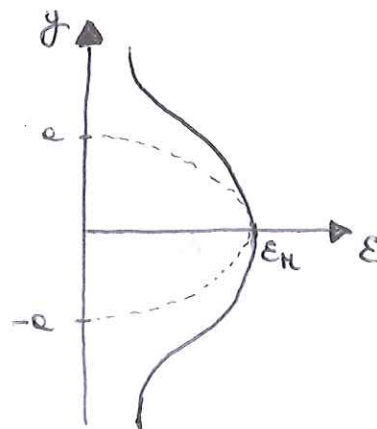
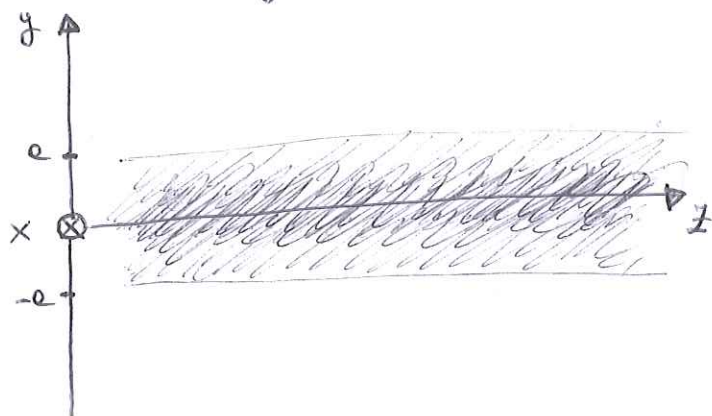
$$\underline{E}_{os} = E_{ov}^{(s)} \underline{v}_0 + E_{oh}^{(s)} \underline{h}_0 \rightarrow \text{campo retrodiffuso dallo oggetto al TX}$$

$$\begin{bmatrix} E_{ov}^{(s)} \\ E_{oh}^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{e^{-jk_o R}}{R} [\underline{S}] \cdot \begin{bmatrix} E_{ov}^{(i)} \\ E_{oh}^{(i)} \end{bmatrix} = \frac{e^{-jk_o R}}{R} \begin{bmatrix} f_{vv} & f_{vh} \\ f_{hv} & f_{hh} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_{ov}^{(i)} \\ E_{oh}^{(i)} \end{bmatrix}$$

PROPAGAZIONE GUIDATA

• LAMINA DIELETTRICA (\equiv CONDOTTO ATMOSFERICO);

Variazione di indice di rifrazione lungo y . Piano (x, z) in corrispondenza del massimo di $n(y)$:



$$n^2(y) = n_H^2 \left(1 - \frac{y^2}{a^2} \right)$$

$a :=$ raggio

$$\gamma_m = 2 \left(m + \frac{1}{2} \right)$$

$$K_H = K_0 n_H = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} n_H$$

Costante di propagazione del modo m :
PROPAGAZIONE LUNGO z

$$K_z^{(m)} = K_H \sqrt{1 - \frac{\gamma_m}{2 K_H}}$$

$$\left[\omega_c^{(m)} = \frac{\gamma_m}{2 \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} n_H} ; f_c^{(m)} = \frac{\gamma_m \cdot c_0}{2 \pi a n_H} ; \lambda_c^{(m)} = \frac{2 \pi a n_H}{\gamma_m} \right]$$

• FIBRA OTTICA:

Indice di rifrazione massimo lungo l'asse del CILINDRO preso come riferimento e diminuisce radialmente con il raggio $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$.

ϵ a profilo parabolico: $\epsilon(\rho) = \epsilon_H \left(1 - \frac{x^2 + y^2}{a^2} \right) = \epsilon_H \left(1 - \frac{\rho^2}{a^2} \right)$

$$\gamma_{m,n} = 2(m+n) + 2$$

Costante di propagazione del modo (m, n) :

PROPAGAZIONE LUNGO z

$$K_z^{(m,n)} = K_H \sqrt{1 - \frac{\gamma_{m,n}}{2 K_H}}$$

$$\left[\begin{aligned} \omega_c^{(m,m)} &= \frac{\gamma_{m,n}}{2\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} m_H} ; & f_c^{(m,m)} &= \frac{\gamma_{m,n} \cdot c_0}{2\pi a m_H} = \frac{(m+n+1) \cdot c_0}{\pi a m_H} ; \\ \lambda_{oc}^{(m,m)} &= \frac{\pi a m_H}{m+n+1} \end{aligned} \right]$$

* PROPAGAZIONE (k_z REALE) PER :

$$\omega > \omega_c^{(m,m)}, \quad f > f_c^{(m,m)}, \quad \lambda < \lambda_{oc}^{(m,m)}$$

• IMPEDENZA D'ONDA :

$$\eta_z^{(m,m)} = \frac{\omega \mu_0}{k_z^{(m,m)}}$$

• VELOCITÀ DI FASE :

$$\Phi(z) = k_z^{(m,m)} \cdot z \Rightarrow \frac{\partial \Phi(z, \omega)}{\partial z} = k_z^{(m,m)}$$

$$\left[u = \frac{\omega}{\frac{\partial \Phi(z, \omega)}{\partial z}} = \frac{\omega}{k_z^{(m,m)}} = \frac{c_0}{m_H \sqrt{1 - \frac{f_c^{(m,m)}}{f}}} = \frac{c_0}{m_H \sqrt{1 - \frac{\lambda}{\lambda_{oc}^{(m,m)}}}} \right]$$

• VELOCITÀ DI GRUPPO :

$$u_g = \frac{1}{\frac{\partial^2 \Phi(z, \omega)}{\partial z \partial \omega}} = \frac{1}{\frac{\partial k_z^{(m,m)}(\omega)}{\partial \omega}}$$

$$\Rightarrow u \neq u_g$$

↓
DISPERSIONE

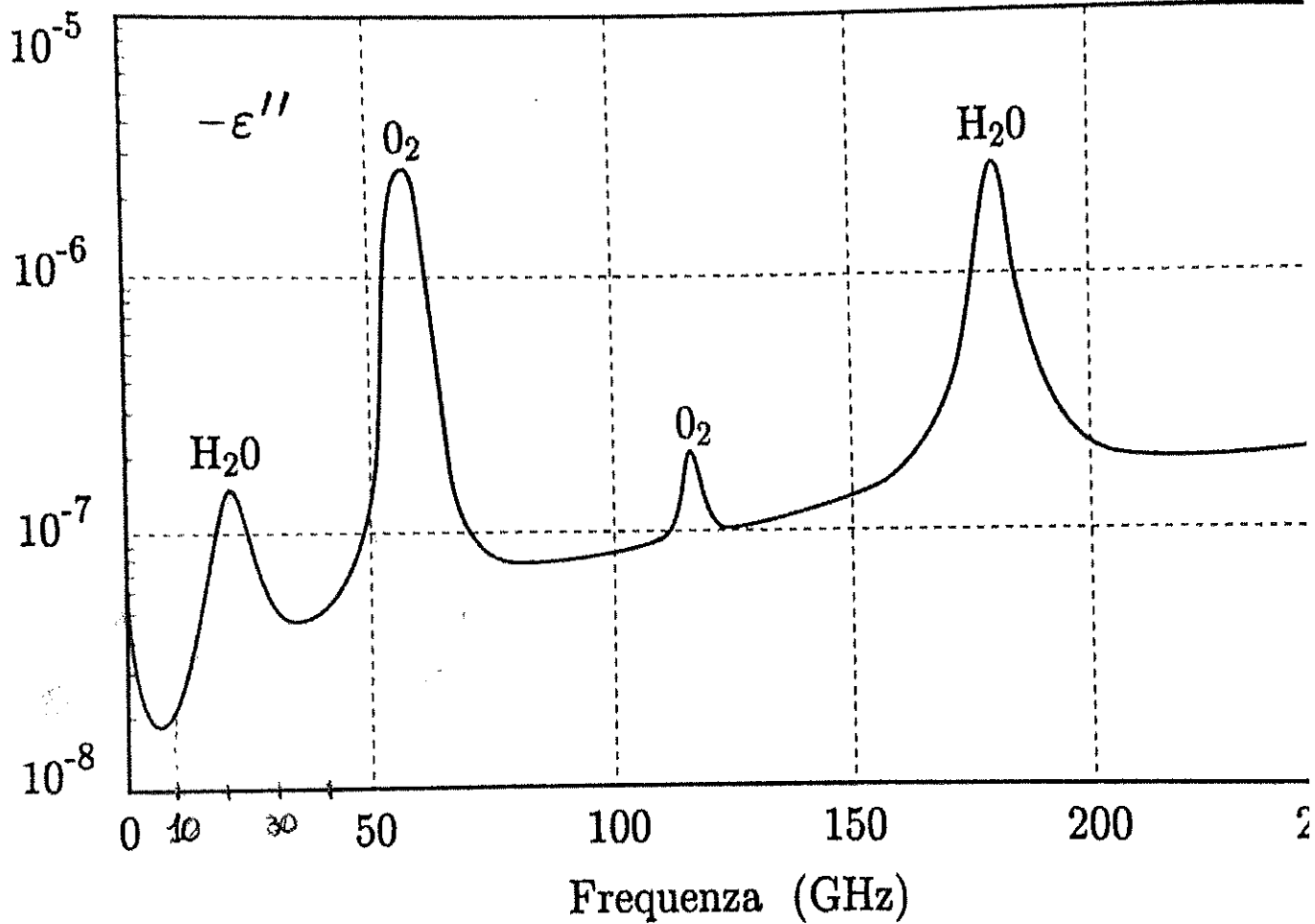
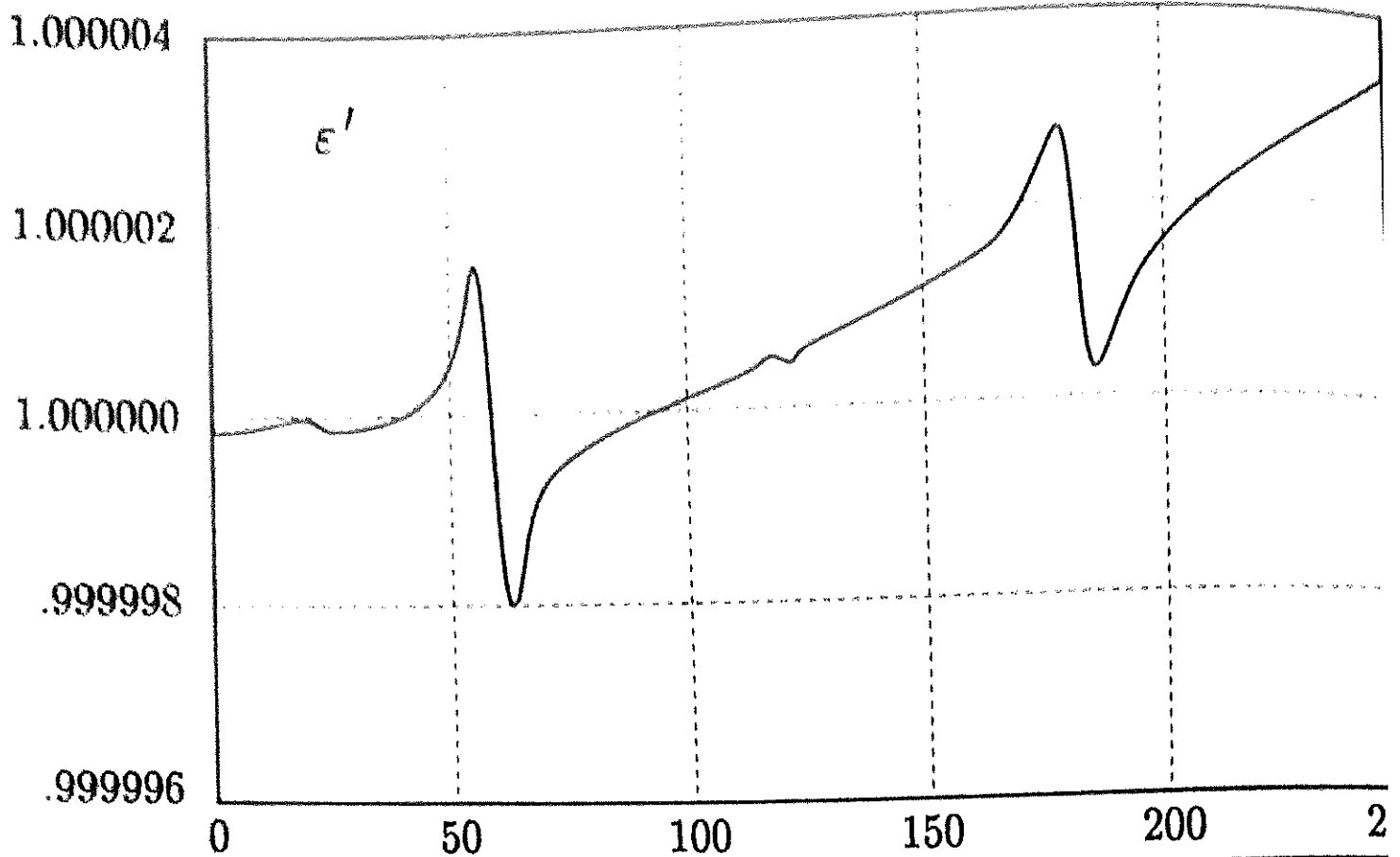
DISPERSIONE

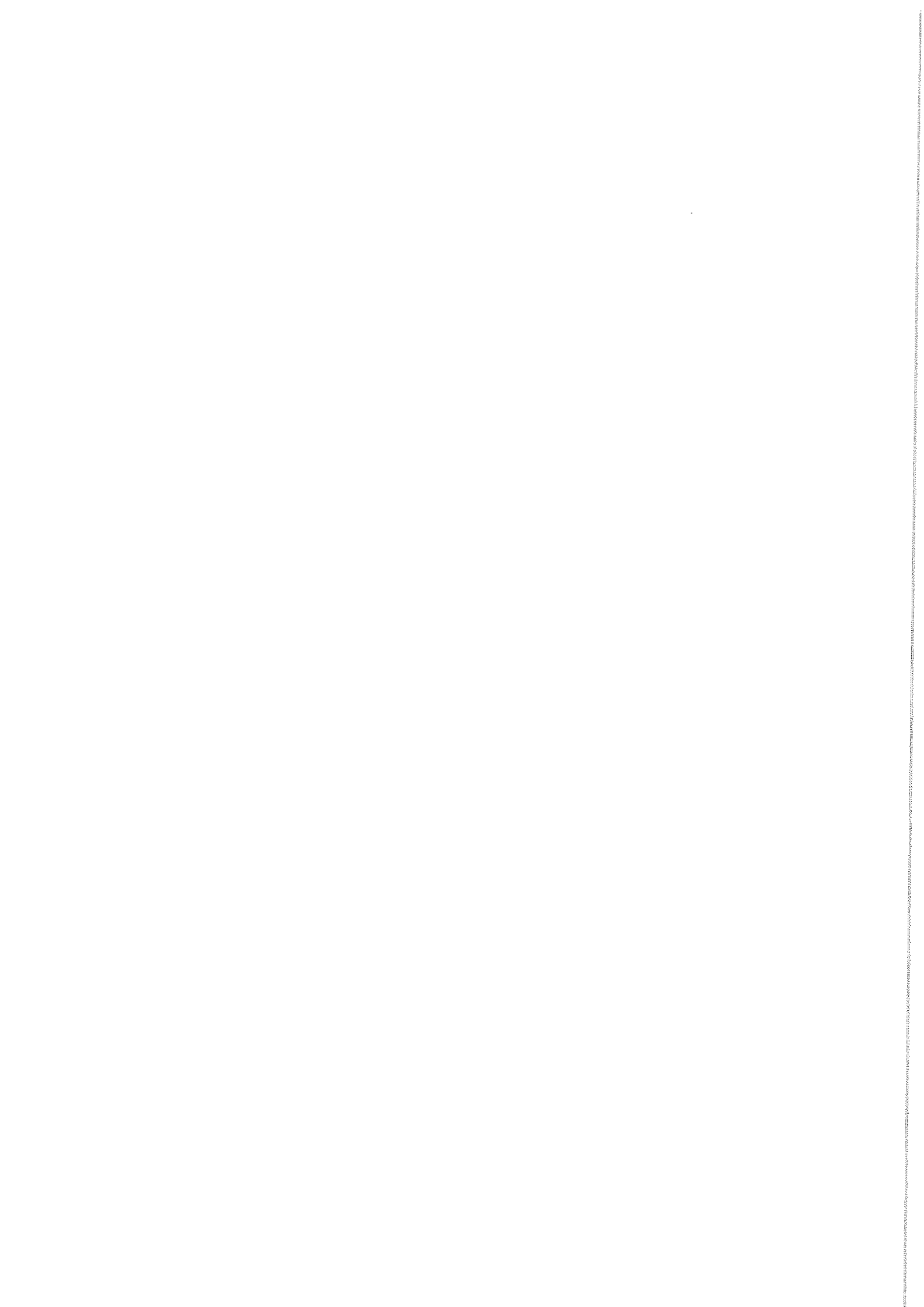
• DISPERSIONE MODALE : SEMPRE PRESENTE!

$$\frac{\partial^2 \Phi(z, \omega)}{\partial^2 \omega} = \frac{d^2 k_z^{(m,m)}(\omega)}{d^2 \omega} z \neq 0$$

• DISPERSIONE DEL MATERIALE : Presente se l'indice di rifrazione $n(\omega)$ dipende dalla frequenza !

• DISPERSIONE INTERMODALE : Presente se si propagano più modi !





- Caso di $g = 0$, ϵ complessa, μ reale. Si ha

$$k_r - jk_j = \omega \sqrt{\mu\epsilon_0(\epsilon' + j\epsilon'')}$$

Nel caso particolarmente rilevante in cui $|\epsilon''| \ll \epsilon'$, si ha

$$k_r \simeq \omega \sqrt{\mu \epsilon_0 \epsilon'} \quad k_j \simeq \frac{\omega}{2} \sqrt{\mu \epsilon_0} \frac{|\epsilon''|}{\sqrt{\epsilon'}} \quad (8.12)$$

Le (8.12) mostrano che la parte immaginaria della costante dielettrica non influenza la costante di fase, per cui, dal punto di vista propagativo, il mezzo può essere considerato privo di dissipazioni. Tuttavia, la presenza della pulsazione a fattore nella costante di attenuazione k_j può renderla elevata, anche quando il valore di $|\epsilon''|$ è basso. Questo è il caso della troposfera, che pur presentando bassi valori di $|\epsilon''|$ (Fig. 3.6), può avere valori anche elevatissimi di attenuazione in corrispondenza delle risonanze del vapor d'acqua e dell'ossigeno, come mostrato in Fig. 8.1.

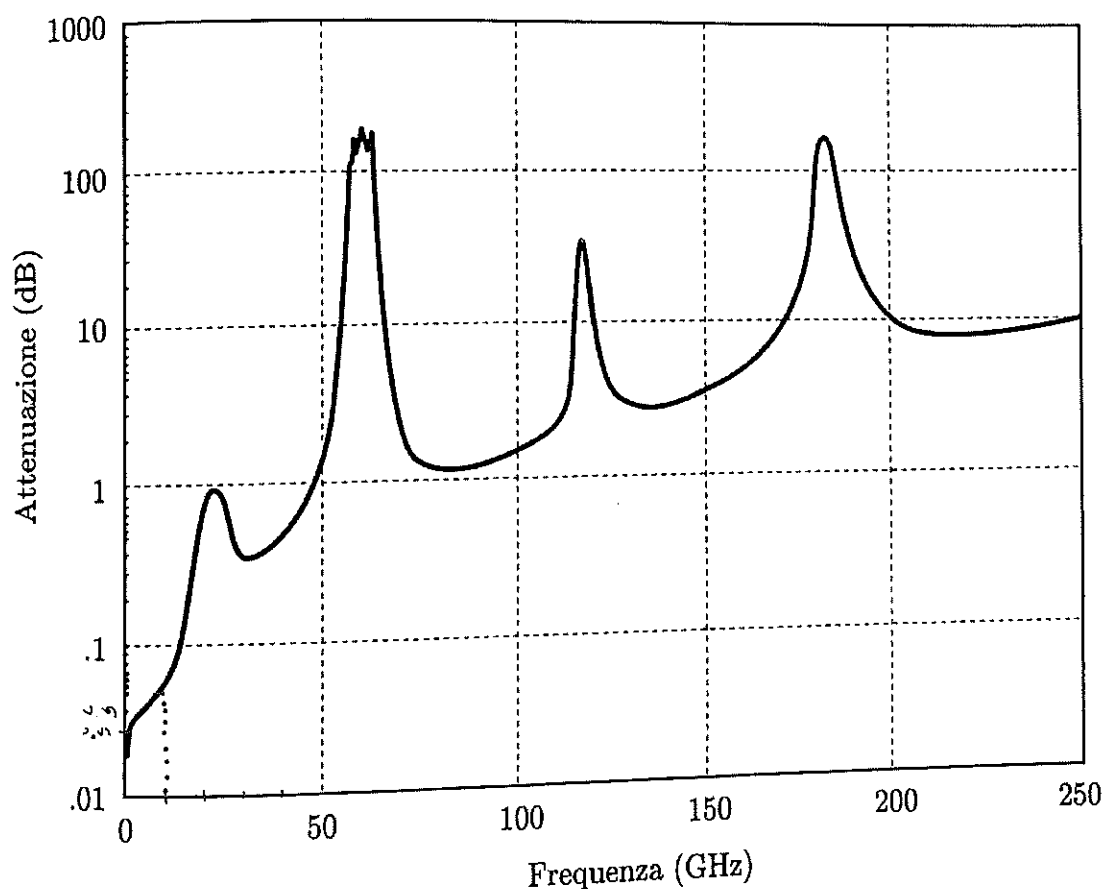


Figura 8.1: Attenuazione in decibel, come definita dall'eq. (5.62), dovuta alla sola atmosfera (cfr. Fig. 3.6) su un percorso verticale tra un punto al livello del mare ($s_i = 0$) e un satellite allo zenit ($s = D$, se D è la quota del satellite). Il diagramma si riferisce a medie latitudini, estate e aria chiara (assenza di idrometeore). Si noti che l'atmosfera non è omogenea, ma varia tanto lentamente in confronto alla lunghezza d'onda nel campo di frequenze di interesse, che localmente può essere considerata tale.

