IRRADIAZIONE :

MOMENTO DELLA SORGENTE : $\underline{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\underline{z}_0 = \iiint_{V'} \underline{J}_i(\underline{r}')\, dV'$

CAMPO EM IRRADIATO :

$$\begin{cases} \underline{E} = \dfrac{\eta \mathcal{M}}{2\pi r^2}\left(1 + \dfrac{1}{jkr}\right) e^{-jkr} \cos\theta\, \underline{r}_0 + \dfrac{j\omega\mu\mathcal{M}}{4\pi r}\left(1 + \dfrac{1}{jkr} - \dfrac{1}{k^2 r^2}\right) e^{-jkr} \sin\theta\, \underline{\theta}_0 \\[2ex] \underline{H} = \dfrac{jk\mathcal{M}}{4\pi r}\left(1 + \dfrac{1}{jkr}\right) e^{-jkr} \sin\theta\, \underline{\phi}_0 \end{cases}$$

dove, essendo $k = \dfrac{2\pi}{\lambda} \Rightarrow \dfrac{1}{jkr} = \dfrac{1}{j\beta r} = \dfrac{1}{j2\pi}\cdot\dfrac{\lambda}{r}$.

A seconda del fattore $\dfrac{r}{\lambda}$:

- A distanza "piccola" $(r \ll \lambda)$: $\boxed{E \propto \dfrac{1}{r^3} \qquad H \propto \dfrac{1}{r^2}}$

  è il campo nelle VICINANZE della sorgente, detto CAMPO DI INDUZIONE, che può avere anche valore elevato nonostante la potenza erogata sia bassa, poiché vuol dire che predomina la potenza reattiva.

- A distanza "grande" $(r \gg \lambda)$:

$$\left[\underline{E} \simeq j\dfrac{\eta\mathcal{M}}{2\lambda r} e^{-j\beta r}\sin\theta\,\underline{\theta}_0 \ ; \quad \underline{H} \simeq \dfrac{j\mathcal{M}}{2\lambda r} e^{-j\beta r}\sin\theta\,\underline{\phi}_0 \ ; \quad \underline{H} = \dfrac{\underline{r}_0 \times \underline{E}}{\eta}\right]$$

è il campo "irradiato" a distanza dalla sorgente, detto CAMPO DI RADIAZIONE che TRASPORTA LA POTENZA irradiata dalla sorgente, poiché $\underline{E}$ ed $\underline{H}$ sono immaginari, quindi $\underline{P}$ sarà reale!

CAMPO DI RADIAZIONE :

- è un'ONDA SFERICA, la cui ampiezza decresce come $\dfrac{1}{r}$, come richiesto dalla conservazione dell'energia;
- $\underline{E} \perp \underline{H} \perp \underline{r}_0$, dove $\underline{r}_0$ è direzione di propagazione locale e di trasporto energia;
- $\dfrac{E}{H} = \eta$.

Il CAMPO ASINTOTICO $(\underline{E}_\infty, \underline{H}_\infty)$ ha le proprietà di un RAGGIO ELETTROMAGNETICO e lo posso approssimare, a grandi distanze, con un'ONDA PIANA UNIFORME !

• SORGENTE CORTA FILIFORME :

Sia lunga ℓ $\Rightarrow$ $\mathcal{M} = I\ell$, dove I è la CORRENTE che scorre in tale sorgente cilindrica (momento di dipolo $p = q a$).

Il campo di RADIAZIONE sarà:

$$\underline{E}_\infty(r) = j\frac{\eta I}{2}\frac{\ell}{\lambda}\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta\, \underline{\theta}_0 \quad ; \qquad \underline{H}_\infty = \frac{\underline{r}_0 \times \underline{E}}{\eta}$$

La POTENZA IRRADIATA, quindi $\mathcal{P}$, va come $\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$!

Se la SORGENTE è CORTA $(\ell \ll \lambda)$ $\rightarrow$ la SORGENTE IRRADIA "POCO"

• Per il generatore, il filamento di corrente che irradia equivale ad una RESISTENZA DI RADIAZIONE R_i che dissipa la potenza W_i irradiata:

$$W_i = \frac{1}{2\eta}\oint\!\!\!\oint_S |E_\infty|^2 dS = \frac{\pi}{3}\eta I^2\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$$

quindi:

$$\boxed{R_i = \frac{2W_i}{I^2} = \frac{2}{3}\pi\eta\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2}$$

• RUOLO DELLA FREQUENZA f :

Qualunque elemento di circuito percorso da corrente è una sorgente che irradia

Se $\ell \ll \lambda = \frac{c_0}{f}$ $\longrightarrow$ Vale la TEORIA DEI CIRCUITI per frequenze $f \simeq 100$ MHz $(\lambda \simeq 1\,m)$

* Altrimenti, per frequenze maggiori dell'ordine dei GHz (MICROONDE)

$\rightarrow$ la radiazione è apprezzabile e non si può usare la teoria dei circuiti.

ANTENNE:

DIAGRAMMA DI RADIAZIONE: $\underline{E}_\infty(\underline{r}) = C \frac{e^{-j\beta r}}{r} \underline{f}(\theta,\phi)$

- C ed $\frac{e^{-j\beta r}}{r}$ sono COSTANTI per ogni sorgente
- $\underline{f}(\theta,\phi)$ dipende da dimensioni, forma e distribuzioni delle correnti; quindi varia da ANTENNA ad antenna.

DIAGRAMMA DI RADIAZIONE IN CAMPO:

$$\underline{F}(\theta,\phi) = r e^{j\beta r} \underline{E}_\infty(r,\theta,\phi) = F_\theta(\theta,\phi)\,\underline{\theta}_0 + F_\phi(\theta,\phi)\,\underline{\phi}_0$$

Descrive le proprietà dell'antenna in AMPIEZZA e FASE.

DIAGRAMMA DI RADIAZIONE IN POTENZA:

$$P(\theta,\phi) = r^2 \cdot \frac{1}{2}\left|\underline{E}_\infty \times \underline{H}^*_\infty\right| = \frac{1}{2\eta}\left|\underline{F}(\theta,\phi)\right|^2$$

Fornisce la DENSITÀ SUPERFICIALE DI POTENZA IRRADIATA PER ANGOLO SOLIDO (W/ster).

FUNZIONE DI DIRETTIVITÀ:

$$\boxed{D(\theta,\phi) = \frac{P(\theta,\phi)}{\frac{W_T}{4\pi}}}$$

Normalizza $P(\theta,\phi)$ alla densità angolare media di potenza irradiata.

DIRETTIVITÀ: $\max D(\theta,\phi)$

AREA EQUIVALENTE:

$$\boxed{A_{ep}(\theta,\phi) = \frac{W_{rp}(\theta,\phi)}{\mathcal{P}}}$$

dove il pedice p indica che DIPENDE DALLA POLARIZZAZIONE dell'ONDA INCIDENTE!

* Per ANTENNE "AD APERTURA": $A_e = \eta_A A_g$, $\eta_A \leq 1$

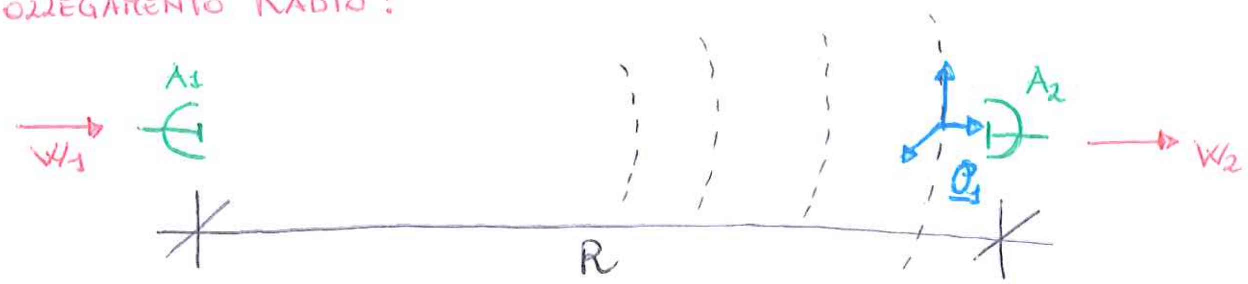
Di solito: $\boxed{0.5 \leq \eta_A \leq 0{,}8}$, con η_A := RENDIMENTO DI APERTURA

- Se CAMPI UNIFORMI sulla bocca dell'antenna $\longrightarrow$ $\eta_A = 1$

RELAZIONE IMPORTANTE TRA A_e e D:

$$\boxed{A_e(\theta,\phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta,\phi)}$$

COLLEGAMENTO RADIO:



$$W_2 = A_{e2}\, \mathcal{P}_1$$

diagramma radiazione in potenza di A_1

dove:

$$\mathcal{P}_1 = \frac{1}{2} E_1 H_1^* = \frac{1}{2} E_{10} H_{10}^* \underbrace{e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}}_{\text{mezzo NON UNIFORME}} = \frac{P_1}{R^2} e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}$$

mezzo NON UNIFORME
↓
k_j non costante

$$P_1 = \frac{D_1 W_1}{4\pi} \Rightarrow \mathcal{P}_1 = \frac{D_1 W_1}{4\pi R^2} e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}$$

COEFFICIENTE DI TRASMISSIONE (tra le 2 antenne):

$$\boxed{T_{12} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{D_1 A_{e2}}{4\pi R^2} e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}}$$

* se ANTENNE "AD APERTURA", in funzione dell'area geometrica A_g:

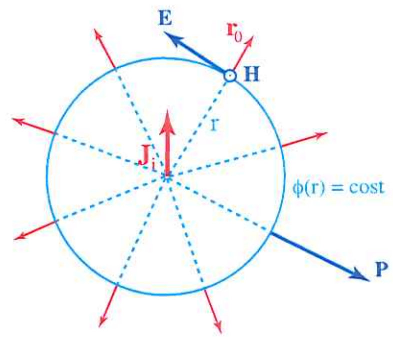
$$\left[T_{12} = \frac{W_2}{W_1} = \eta_{A1}\eta_{A2} \frac{A_{g_1} A_{g_2}}{(\lambda R)^2} e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds} \right]$$

- cresce con le dimensioni dell'antenne;
- decresce con il quadrato della distanza;
- cresce con la frequenza f, a meno che k_j (che dipende da f) non ne alteri la dipendenza;
- NON dipende dal verso di TX (se mezzo reciproco)

TOR VERGATA

L’irradiazione elettromagnetica

Campo prodotto da una sorgente elettrica “puntiforme” in un mezzo omogeneo privo di dissipazioni → RAGGI RETTILINEI ($\underline{s}_0$)



I raggi elettromagnetici scaturiscono dal punto (e.g., origine delle coordinate) in cui è posta la sorgente.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-j\kappa_0 \Phi(r)}$$

con $\mathbf{E}_0 \perp \mathbf{H}_0 \perp \mathbf{r}_0 \; // \; \mathbf{P}$

Direzione di propagazione ($\underline{s}_0$)

Superfici di onda = Sfere Concentriche

Nel mezzo omogeneo e privo di dissipazioni, $\Phi(r) = n\,r$

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_0 e^{-jk\,r}$$

e, considerata la sfera di generica superficie S centrata sulla sorgente, per la conservazione dell'energia

Poiché mezzo NON DISSIPATIVO → Flusso di potenza uguale a qualsiasi distanza!

$$\mathcal{R}e\left[\oiint_S \frac{\mathbf{E}\times\mathbf{H}^\star}{2}\cdot\mathbf{n}\,dS\right] = \mathcal{R}e\left[\oiint_S \frac{\mathbf{E}_0\times\mathbf{H}_0^\star}{2}\cdot\mathbf{n}\,dS\right] = cost \qquad \forall S$$

$\mathbf{E}_0$ e $\mathbf{H}_0$ non possono quindi essere indipendenti dalle coordinate, ma, nell'approssimazione di ottica geometrica, devono decrescere come $\dfrac{1}{r}$

I valori iniziali di $\mathbf{E}_0$ e $\mathbf{H}_0$ dipendono inoltre dalla corrente di sorgente

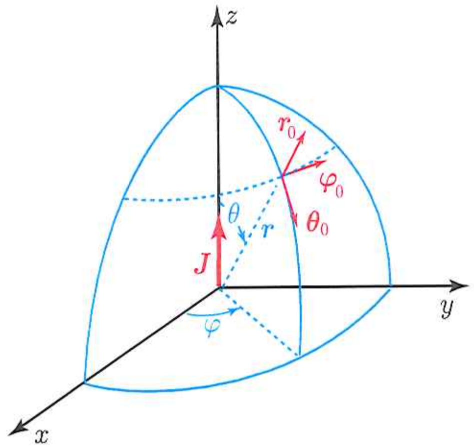
L'onda prodotta dalla sorgente è superfici d'onda sferiche e AMPIEZZA DECRESCENTE con la distanza come $\frac{1}{r}$

Se si ricava $\mathbf{H}$ dalla prima equazione di Maxwell e si sostituisce nella seconda,

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} - \nabla\nabla \cdot \mathbf{E} = j\omega\mu \mathbf{J}_i$$

stavolta le consideriamo CON SORGENTI

equazione non omogenea vettoriale che può essere risolta con l'ausilio dei potenziali elettrodinamici



Assunta $\mathbf{J}_i = J_i \mathbf{z}_0$ centrata sull'origine di un sistema di coordinate sferiche, se J_i è indipendente da φ (simmetria assiale), anche $\mathbf{E}_0$ e $\mathbf{H}_0$ sono indipendenti da φ, ma dipendono in generale da θ oltre che da r.

TOR VERGATA

Definito il *momento* della sorgente

$$\boldsymbol{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\mathbf{z}_0 = \iiint_{V'} \mathbf{J}_i(\mathbf{r}')\, dV$$

Integrale della CORRENTE DI SORGENTE sul suo Volume V'

il campo elettromagnetico irradiato è

$$\begin{aligned}
\mathbf{E} &= \frac{\eta\mathcal{M}}{2\pi r^2}\left(1+\frac{1}{jkr}\right)e^{-jkr}\cos\theta\,\mathbf{r}_0 \\
&+ \frac{j\omega\mu\mathcal{M}}{4\pi r}\left(1+\frac{1}{jkr}-\frac{1}{k^2r^2}\right)e^{-jkr}\sin\theta\,\boldsymbol{\theta}_0 \\
\mathbf{H} &= \frac{jk\mathcal{M}}{4\pi r}\left(1+\frac{1}{jkr}\right)e^{-jkr}\sin\theta\,\boldsymbol{\phi}_0
\end{aligned}$$

proporzionale a $\mathcal{M}$

TOR VERGATA

- $\mathbf{H}$
  – è ortogonale alla direzione della sorgente e alla direzione radiale

- $\mathbf{E}$
  – giace in un piano meridiano, contenente la direzione della sorgente

Le espressioni dei campi contengono somme di potenze di $\frac{1}{jkr} = \frac{1}{j\beta r} = \frac{1}{j2\pi}\frac{\lambda}{r}$

per cui, a seconda del rapporto $\frac{r}{\lambda}$

– possono prevalere i termini di ordine massimo o minimo

– può prevalere il componente meridiano di $\mathbb{E}$ rispetto a quello radiale

- a distanza "picola" (rispetto a λ) dalla sorgente

$r << \lambda$

$$E \propto \frac{1}{r^3} \qquad H \propto \frac{1}{r^2}$$

come nel caso statico di dipolo elettrico o magnetico

il campo nelle "vicinanze" (rispetto a λ) della sorgente è detto *campo di induzione*

il campo di induzione può essere elevato anche se la potenza erogata dalla sorgente è bassa (predomina la potenza reattiva)

- a "grande" (rispetto a λ) distanza dalla sorgente

$r >> \lambda$

$\underline{E}$ ed $\underline{H}$ IMMAGINARI !
⇓
$\underline{P}$ REALE !

$$\mathbf{E} \simeq j\frac{\eta \mathcal{M}}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin\theta\, \boldsymbol{\theta}_0; \qquad \mathbf{H} \simeq \frac{j\mathcal{M}}{2\lambda r} e^{-j\beta r} \sin\theta\, \boldsymbol{\phi}_0; \qquad \mathbf{H} = \frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}}{\eta}$$

il campo è detto *campo di radiazione* e trasporta la potenza erogata (irradiata) dalla sorgente

TOR VERGATA

Il campo di radiazione

- è un'onda sferica, la cui ampiezza decresce come $\frac{1}{r}$, come richiesto dalla conservazione dell'energia

- $\mathbf{E}$ e $\mathbf{H}$ sono trasversi tra loro e a $\mathbf{r}_0$ (direzione del trasporto dell'energia e direzione locale di propagazione) $\underline{E} \perp \underline{H} \perp \underline{r}_0$

- il rapporto tra E e H è l'impedenza intrinseca del mezzo $\frac{E}{H} = \eta$

il campo *asintotico* ha le proprietà di un raggio elettromagnetico. $\longrightarrow$ Approssimabile ad un' ONDA PIANA UNIFORME (a grandi distanze $r \to \infty$)

Condizioni di radiazione:

$$\lim_{r \to \infty} |r\mathbf{E}| = cost; \qquad \lim_{r \to \infty} |r\mathbf{H}| = cost$$

$$\lim_{r \to \infty} [\mathbf{r}_0 \times \eta\mathbf{H} + \mathbf{E}] = 0; \qquad \lim_{r \to \infty} [\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E} - \eta\mathbf{H}] = 0;$$

Momento di dipolo $p = qe \Rightarrow M = I\ell$

TOR VERGATA

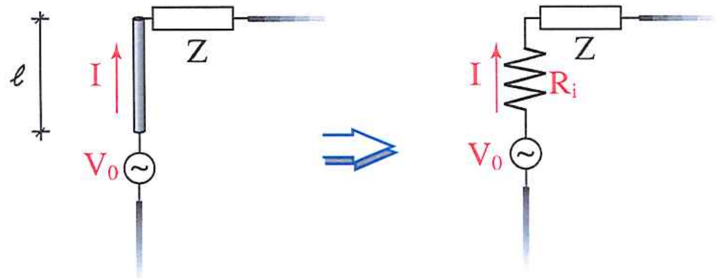
Irradiazione da sorgente corta filiforme

Nel caso di sorgente cilindrica corta e sottile, con $\mathbf{J}_i$ indipendente dalle coordinate, $\mathcal{M} = I\ell$, se ℓ è la lunghezza del cilindro e I la corrente in esso.
Il campo di radiazione è

$$\mathbf{E}_\infty(\mathbf{r}) = j\frac{\eta I}{2}\frac{\ell}{\lambda}\frac{e^{-j\beta r}}{r}\sin\theta\,\boldsymbol{\theta}_0; \qquad \mathbf{H}_\infty = \frac{\mathbf{r}_0 \times \mathbf{E}_\infty}{\eta}$$

la potenza irradiata è proporzionale a $\left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$: se la sorgente è corta rispetto a λ, essa irradia "poco" se $\ell \ll \lambda$

per il generatore, il filamento di corrente che irradia equivale a una resistenza R_i (*resistenza di radiazione*) che dissipa la potenza W_i irradiata



$$W_i = \frac{1}{2\eta} \oiint_S |E_\infty|^2 \, dS$$

Jacobiano coordinate polari sferiche

$$\begin{aligned} W_i &= \frac{1}{2\eta} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} |E_\infty^2| \, r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \frac{1}{2\eta} \frac{\eta^2 I^2}{4} \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{\sin^2\theta}{r^2} r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\phi \\ &= \frac{\eta}{8} I^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 2\pi \int_0^{\pi} \sin^3\theta \, d\theta = \frac{\pi}{3} \eta I^2 \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2 \end{aligned}$$

$$R_i = \frac{2W_i}{I^2} = \frac{2}{3} \pi \eta \left(\frac{\ell}{\lambda}\right)^2$$

qualunque elemento di circuito percorso da corrente è una sorgente che irradia

se $\ell \ll \lambda = \frac{c_0}{f}$, la sorgente è "corta" e l'elemento di circuito irradia "poco", ovvero presenta una bassa resistenza di radiazione

per dimensioni ℓ dell'ordine del centimetro, almeno sino a frequenze dell'ordine delle centinaia di MHz ($\lambda \simeq 1$ m), la radiazione è trascurabile e i circuiti possono essere analizzati con le approssimazioni *quasi statiche*

a microonde l'effetto dell'irradiazione è apprezzabile e la teoria dei circuiti inadeguata

Le antenne

fanno entrambe le cose

Le antenne irradiano (agiscono da sorgente) e captano il campo ettromagnetico

Parametri delle antenne

Diagramma di radiazione

Campo a grande distanza di una sorgente generica

sempre uguali

$$\mathbf{E}_\infty(\mathbf{r}) = C\frac{e^{-j\beta r}}{r}\mathbf{f}(\theta,\phi).$$

i primi due fattori sono gli stessi qualunque sia la sorgente

il terzo dipende da dimensioni, forma e distribuzione spaziale delle correnti ed è quindi caratteristico dell'antenna

le proprietà radiative di un'antenna sono descritte

in ampiezza e fase dal *diagramma di radiazione in campo* $\underline{F}(\theta,\phi)$ → AMPIEZZA e FASE

$$\mathbf{F}(\theta,\phi) = re^{j\beta r}\mathbf{E}_\infty(r,\theta,\phi) = F_\theta(\theta,\phi)\boldsymbol{\theta}_0 + F_\phi(\theta,\phi)\boldsymbol{\phi}_0$$

in potenza dal *diagramma di radiazione in potenza* → DENSITÀ SUPERFICIALE DI POTENZA, ottenuta eliminando la dipendenza dalla distanza

$$P(\theta,\phi) = r^2\cdot\frac{1}{2}|\mathbf{E}_\infty \times \mathbf{H}^\star_\infty| = \frac{1}{2\eta}|\mathbf{F}(\theta,\phi)|^2$$

Il diagramma di radiazione in potenza è la densità di potenza irradiata per unità di angolo solido (W·ster^{-1})

I diagrammi di radiazione dipendono dalla potenza irradiata dall'antenna W_T

per avere un parametro che dipende solo dall'antenna si definisce la *Funzione di direttività*:

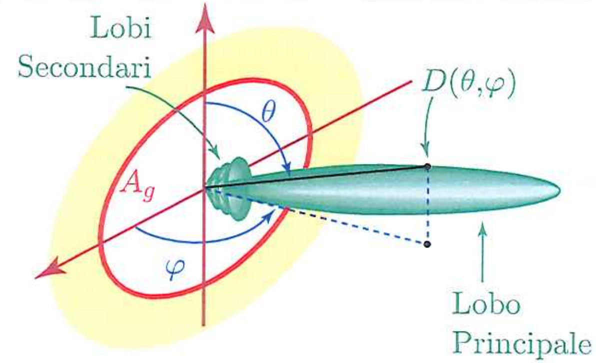
diagramma di radiazione in potenza normalizzato alla densità angolare media di potenza irradiata (trasmessa):

$$D(\theta,\phi) = \frac{P(\theta,\phi)}{\frac{W_T}{4\pi}}$$

Potenza media irradiata

La *direttività* di un'antenna è il valore massimo di $D(\theta,\phi)$

rappresentazione di $D(\theta,\phi)$ in coordinate polari



Solido di radiazione di un'antenna direttiva con area di bocca A_g

Un'antenna opera sia in trasmissione sia in ricezione

W_{rp} = Potenza ricevuta dipendente dalla polarizzazione (perdita p...

Area equivalente

$$\boxed{A_{ep}(\theta, \phi) = \frac{W_{rp}(\theta, \phi)}{\mathcal{P}}}$$

potenza ricevuta W_{rp} normalizzata alla densità superificale $\mathcal{P}$ di potenza incidente

A_{ep} dipende dalla polarizzazione del campo incidente → consideriamo onda piana uniforme.

l'area equivalente di un'antenna "ad apertura" è una frazione dell'area geometrica

$$A_e = \eta_A A_g \qquad \eta_A \leq 1$$

→ A_g = Area geometrica antenna

η_A è il *rendimento di apertura*

se si riuscisse a realizzare una distribuzione di correnti impresse uniforme sull'apertura, l'area equivalente coinciderebbe con quella geometrica

in pratica, $\boxed{0.5 \lesssim \eta_A \lesssim 0.8}$

proporzionalità tra area equivalente e direttività

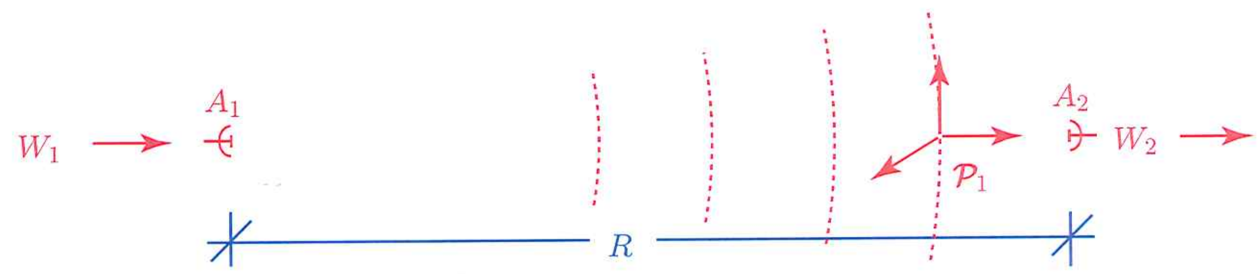
$$\boxed{A_e(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} D(\theta, \phi)}$$

TOR VERGATA

Esempio di antenna ad apertura

Il collegamento radio

Due antenne A_1 e A_2 a distanza “grande”



$$W_2 = A_{e2}\mathcal{P}_1$$

$\mathcal{P}_1$ è la densità superficiale di potenza che A_1 crea sul piano di bocca di A_2

$$\mathcal{P}_1 = \frac{1}{2}E_1 H_1^\star = \frac{1}{2}E_{10}H_{10}^\star\, e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds} = \frac{P_1}{R^2}\, e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}$$

se

E_{10} e H_{10} sono i campi in assenza di attenuazione;

k_j è l’attenuazione specifica del mezzo attraversato

TOR VERGATA

$$\mathcal{P}_1 = \frac{D_1 W_1}{4\pi R^2}\, e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}$$

coefficiente di trasmissione tra le due antenne:

$$T_{12} = \frac{W_2}{W_1} = \frac{D_1\, A_{e2}}{4\pi R^2}\, e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}$$

se le antenne sono ad apertura, in funzione delle aree geometriche delle antenne

$$T_{12} = \eta_{A1}\,\eta_{A2}\,\frac{A_{g1}\, A_{g2}}{(\lambda R)^2}\, e^{-2\int_0^R k_j(\lambda,s)\,ds}$$

il coefficiente di trasmissione

- cresce con le dimensioni delle antenne
- decresce con il quadrato della distanza
- cresce con la frequenza, a meno che il fattore di attenuazione, che dipende dalla frequenza, non ne alteri la dipendenza
- non dipende dal verso di trasmissione (se il mezzo è reciproco)

Il radar

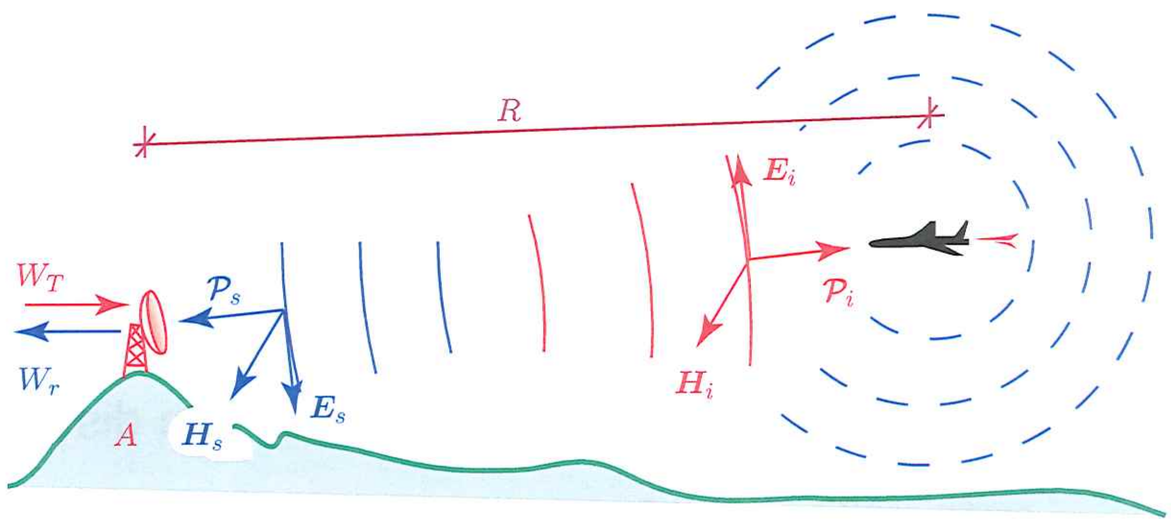
rileva la presenza di un oggetto captando una (piccolissima) parte della potenza riflessa (eco radar),

determina la *direzione* in cui si trova (direzione di “puntamento” dell’antenna)

misura *distanza* (tempo intercorso tra irradiazione e captazione)

velocità radiale (spostamento Doppler)

e (sistemi sofisticati) ne identifica alcune *caratteristiche* (caratteristiche dell’eco)



quando il radar trasmette la potenza W_T, sull'oggetto incide un'onda localmente piana e uniforme che trasporta una densità superficiale di potenza

$$\mathcal{P}_i = \frac{D W_T}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda,s)\, ds}$$

i materiali di cui è costituito l'oggetto hanno $\epsilon \neq \epsilon_0$ e spesso $g \neq 0$ (eventualmente $\mu \neq \mu_0$) per cui si ha riflessione dell'onda incidente

la potenza riflessa viene reirradiata nelle varie direzioni $\mathbf{r}_{0s}$ (*scattering*) secondo una funzione di reirradiazione $\sigma(\mathbf{r}_{0i}, \mathbf{r}_{0s})$ tipica dell'oggetto (forma, dimensioni, materiali) e analoga al diagramma di radiazione in potenza di un'antenna

nella direzione $\mathbf{r}_{0s} = -\mathbf{r}_{0i}$ è inviata una densità angolare di potenza

$$P_s(\mathbf{r}_{0i}, -\mathbf{r}_{0i}) = \frac{\sigma_b(\mathbf{r}_{0i})\mathcal{P}_i}{4\pi}$$

cui corrisponde una densità superficiale di potenza alla distanza R

$$\mathcal{P}_s = \frac{\sigma_b(\mathbf{r}_{0i})\mathcal{P}_i}{4\pi R^2} e^{-2 \int_0^R k_j(\lambda,s)\, ds} = \frac{D\, W_T\, \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} e^{-4 \int_0^R k_j(\lambda,s)\, ds}$$

TOR VERGATA

l'antenna (di solito ricetrasmittente) A capta la potenza

$$W_r = A_e \mathcal{P}_s = \frac{A_e\, D\, \sigma_b}{(4\pi R^2)^2} W_T\, e^{-4\int_0^R k_j(\lambda,s)\, ds} = \frac{\eta_A^2\, A_g^2\, \sigma_b}{4\pi\lambda^2 R^4}\, e^{-4\int_0^R k_j(\lambda,s)\, ds} W_T$$

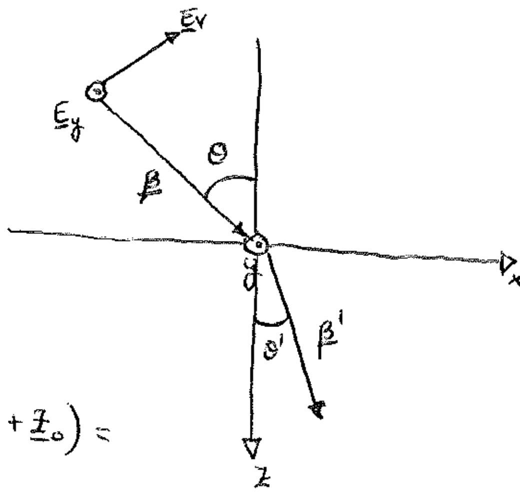
equazione del radar

la potenza captata può essere molto bassa ($R_{MAX} \gtrsim$ 100 km, attenuazione atmosferica)

sono richiesti sistemi di ricezione sofisticati, alte potenze (anche MW), grandi antenne

Andrea Pepe matricola : 0267020 09/12/2020

(2) $\underline{E}_0 = 137\,\underline{y}_0 + j\,83.3\,(\underline{x}_0 - \underline{z}_0)$ $\quad f = 10\text{ GHz} = 10^{10}\text{ Hz}$



$M_1: \ \varepsilon_1 = 2\varepsilon_0$; $M_2: \ \varepsilon_2 = 4\varepsilon_0$

$$\underline{E}_{0v} = E_{0v}\,\underline{v}_0 = E_{0v}\left(\underline{x}_0\cos\theta - \underline{z}_0\sin\theta\right) = k\left(\underline{x}_0 - \underline{z}_0\right)$$

$$\Rightarrow \cos\theta = \sin\theta \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\underline{\beta} = 2\pi f\cdot\sqrt{\cancel{2}\mu_0\varepsilon_0}\left(\frac{\underline{x}_0 + \underline{z}_0}{\cancel{\sqrt{2}}}\right) = 2\pi\cdot 10^{10}\,\cancel{Hz}\cdot\frac{1}{3}\cdot 10^{-8}\,\frac{\cancel{s}}{m}\left(\underline{x}_0 + \underline{z}_0\right) =$$

$$= 209{,}44\left(\underline{x}_0 + \underline{z}_0\right)\ m^{-1}$$

- $$\underline{E}(\underline{r}) = \left[137\,\underline{y}_0 + j\,83{,}3\left(\underline{x}_0 - \underline{z}_0\right)\right]e^{-j\,209{,}44\,(x+z)}\ V/m$$

ed è POLARIZZATO ELLITTICAMENTE DESTRO , poiché $|\underline{E}_y| \neq |\underline{E}_v|$

$m_{21} = \sqrt{\frac{4\varepsilon_0}{2\varepsilon_0}} = \sqrt{2}$; $\eta_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}\eta_0$; $\eta_2 = \frac{1}{2}\eta_0 \Rightarrow \frac{\eta_1}{\eta_2} = \sqrt{2}$

$$\frac{\sin\theta'}{\sin\theta} = \frac{\beta}{\beta'} \Rightarrow \sin\theta' = \frac{\beta}{\beta'}\sin\theta = \frac{\omega\sqrt{2\mu_0\varepsilon_0}}{\omega\sqrt{4\mu_0\varepsilon_0}}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta' = \frac{\pi}{6}$$

$$\underline{\beta}' = 2\pi f\cdot\cancel{2}\cdot\sqrt{\mu_0\varepsilon_0}\left(\frac{\underline{x}_0 + \sqrt{3}\,\underline{z}_0}{\cancel{2}}\right) = 209{,}44\left(\underline{x}_0 + \sqrt{3}\,\underline{z}_0\right)\ m^{-1}$$

$$t_{Eh} = \frac{2\cos\theta}{\cos\theta + \frac{1}{m_{21}}\frac{\eta_1}{\eta_2}\sqrt{m_{21}^2 - \sin^2\theta}} = \frac{2/\sqrt{2}}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\cdot\sqrt{2}\cdot\sqrt{2 - \frac{1}{2}}} \simeq 0{,}73$$

$$t_{Ev} = \frac{2\cos\theta}{\frac{\eta_1}{\eta_2}\cos\theta + \frac{1}{m_{21}}\sqrt{m_{21}^2 - \sin^2\theta}} \simeq 0{,}75 \qquad \underline{v}_0' = \frac{\sqrt{3}\,\underline{x}_0 - \underline{z}_0}{2}$$

- $$\underline{E}'(\underline{r}) = \left[100\,\underline{y}_0 + j\,35\left(\sqrt{3}\,\underline{x}_0 - \underline{z}_0\right)\right]e^{-j\,209{,}44\,(x+\sqrt{3}z)}\ V/m$$

ed è POLARIZZATO ELLITTICAMENTE DESTRO .

$\Rightarrow \mathrm{Re}\left[\iiint_{V_s} \frac{750}{2} j \, dV_s\right] = 0 \longrightarrow$ Tutta potenza reattiva; la sorgente NON eroga potenza

Quindi $W_r = 0$;

- Come già detto, $W_i = 0$ poiché la sfera contenente la sorgente è di materiale conduttore ideale

Andrea Pepe matricola : 0267020 03/12/2020

(1) Sfera metallica cava , $R_0 = 1\,m$; $g \to \infty$

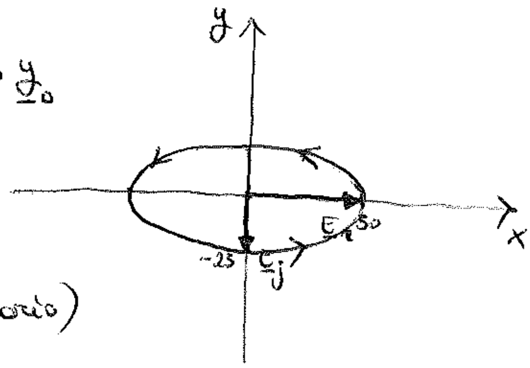
Sorgente cilindrica : $A_S = 1\,m^2$; $\ell_S = 3\,cm$

Cubo dissipativo : $\ell_r = 5\,cm$, $\varepsilon = (2 - j0.5)\varepsilon_0$, $\mu = \mu_0$, $g = 3 \cdot 10^{-2}\,S\,m^{-1}$

$$\underline{E}_s(t) = 25\left[2\,\underline{x}_0 \cos(\omega t) + \underline{y}_0 \sin(\omega t)\right]\ V/m$$

$$\hat{\underline{J}}_i = 10\left(j\underline{x}_0 + \underline{y}_0\right)\ A/m^2$$

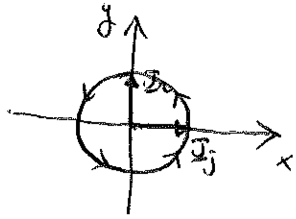
$$\underline{E}_s(t) = \underline{E}_r \cos(\omega t) - \underline{E}_j \sin(\omega t) \Rightarrow \begin{cases} \underline{E}_r = 50\,\underline{x}_0 \\ \underline{E}_j = -25\,\underline{y}_0 \end{cases}$$



- $\hat{\underline{E}}_s = \underline{E}_r + j\underline{E}_j = 25\left(2\,\underline{x}_0 - j\,\underline{y}_0\right)\ V/m$

è polarizzato ELLITTICAMENTE DESTRO (antiorario)

- $\hat{\underline{J}}_i = \underline{J}_r + j\underline{J}_j = \left(10\,\underline{y}_0 + j\,10\,\underline{x}_0\right)\ A/m^2 \Rightarrow \begin{cases} \underline{J}_r = 10\,\underline{y}_0 \\ \underline{J}_j = 10\,\underline{x}_0 \end{cases}$



è polarizzato CIRCOLARMENTE DESTRO (antiorario)

- $W_r = ?$

Bilancio delle potenze tramite Teorema di Poynting sulle parti reali :

$$Re\left[\iiint_{V_s} -\frac{\underline{J}_i^* \cdot \underline{E}}{2}\, dV_s\right] = \underbrace{\iiint_V g\,\frac{\underline{E}\cdot\underline{E}^*}{2}\,dV + Re\left[j\omega \iiint_V -\varepsilon^*\,\frac{\underline{E}\cdot\underline{E}^*}{2}\,dV\right]}_{W_r} + \underbrace{\frac{1}{2} Re\left[\oint_S (\underline{E}\times\underline{H}^*)_{n}\, dS\right]}_{W_i}$$

$W_i = 0$ poiché è una sfera cava di metallo conduttore ideale , il che non permette flusso di potenza verso l'esterno.

Possiamo trovare W_r calcolando l'integrale dei termini di sorgente sul volume $V_S = A_S \cdot \ell_S$:

$$\underline{J}_i^* \cdot \underline{E}_s = \left(10\,\underline{y}_0 - j\,10\,\underline{x}_0\right)\frac{A}{m^2} \cdot \left(50\,\underline{x}_0 - j25\,\underline{y}_0\right)\frac{V}{m} = -500j - 250j = -750j$$