

# Assignment 4: Decsision Tree

Andrea Piancone

## Contents

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>The dumping charge</b>	<b>1</b>
<b>3</b>	<b>The decision tree</b>	<b>1</b>
<b>4</b>	<b>Expected value</b>	<b>3</b>
<b>5</b>	<b>Sensitivity analysis</b>	<b>4</b>
<b>6</b>	<b>Utility Function and Certainty Equivalent</b>	<b>4</b>
<b>7</b>	<b>KR revises the offer</b>	<b>6</b>
<b>8</b>	<b>Value of information</b>	<b>9</b>

## 1 Introduction

*DM Systems* has agreed to supply 500,000 Voip Phones to *DISCO Stores* in 90 days at fixed price. A key component in the phones is a programmable array logic integrated circuit chip (“PAL chip”), one of which is required in each phone. DM Systems has bought these chips in the past from an Italian chip manufacturer, *IM Chips*. However, DM Systems has been approached by a Korean manufacturer, *KR Electronics*, which is offering a lower price on the chips. This offer is open for only 10 days, and DM Systems must decide whether to buy some or all of the PAL chips from KR. Any chips that DM does not buy from KR will be bought from IM. IM Chips will sell PAL chips to DM for \$3.00 per chip in any quantity. KR will accept orders only in multiples of 250,000 PAL chips, and is offering to sell the chips for \$2.00 per chip for 250,000 chips, and for \$1.50 per chip in quantities of 500,000 or more chips.

## 2 The dumping charge

The situation is complicated by a dumping charge that has been filed by IM Chips against KR. If this charge is upheld by the Italian government, then the KR chips will be subject to an antidumping tax. This case will not be resolved until after the point in time when DM must make the purchase decision. If DM buys the KR chips, these will not be shipped until after the antidumping tax would go into effect and the chips would be subject to the tax. Under the terms offered by KR, DM would have to pay any antidumping tax that is imposed. DM believes there is a 60% chance the antidumping tax will be imposed. If it is imposed, then it is equally likely that the tax will be 50%, 100%, or 200% of the sale price for each PAL chip.

## 3 The decision tree

La società DM System si trova di fronte a tre possibili alternative per acquistare i PAL chips:

1. Acquistare tutti i 500000 PAL chips dalla società IM Chips, sostenendo un costo pari a \$1500000;
2. Acquistare 250000 PAL chips dalla società KR Electronics (ad un costo di \$500000) e i rimanenti 250000 PAL chips dalla società IM Chips (ad un costo di \$750000). Il costo in questo caso è pari a \$1250000;
3. Acquistare tutti i 500000 PAL chips dalla società KR Electronics, sostenendo un costo pari a \$750000.

Se per la prima scelta il costo finale è noto con certezza, lo stesso non si può dire per la seconda e la terza scelta. Infatti, il costo finale che deriva da queste alternative, dipende dal fatto che il governo Italiano imporrà con una probabilità del 60% una tassazione antidumping sui prodotti della società KR Electronics, mentre con una probabilità del 40%, tale tassa non verrà introdotta. Se la tassa non viene introdotta, allora il costo finale di tali scelte coincide con quanto ricavato in precedenza. Al contrario, se la tassazione viene introdotta allora il costo totale aumenta in base all'aliquota che il governo decide di imporre. Per quanto riguarda la seconda alternativa si ha che:

- Se viene introdotta l'aliquota del 50%, si dovrà pagare una tassa pari a \$250000, quindi il costo totale diventa pari a \$1500000;
- Se viene introdotta l'aliquota del 100%, allora si dovrà pagare una tassa pari a \$500000, portando il costo totale a \$1750000;
- Se viene introdotta l'aliquota del 200%, allora si dovrà pagare una tassa pari a \$1000000, portando il costo toatale a \$2250000.

Per quanto riguarda la terza alternativa si ha che:

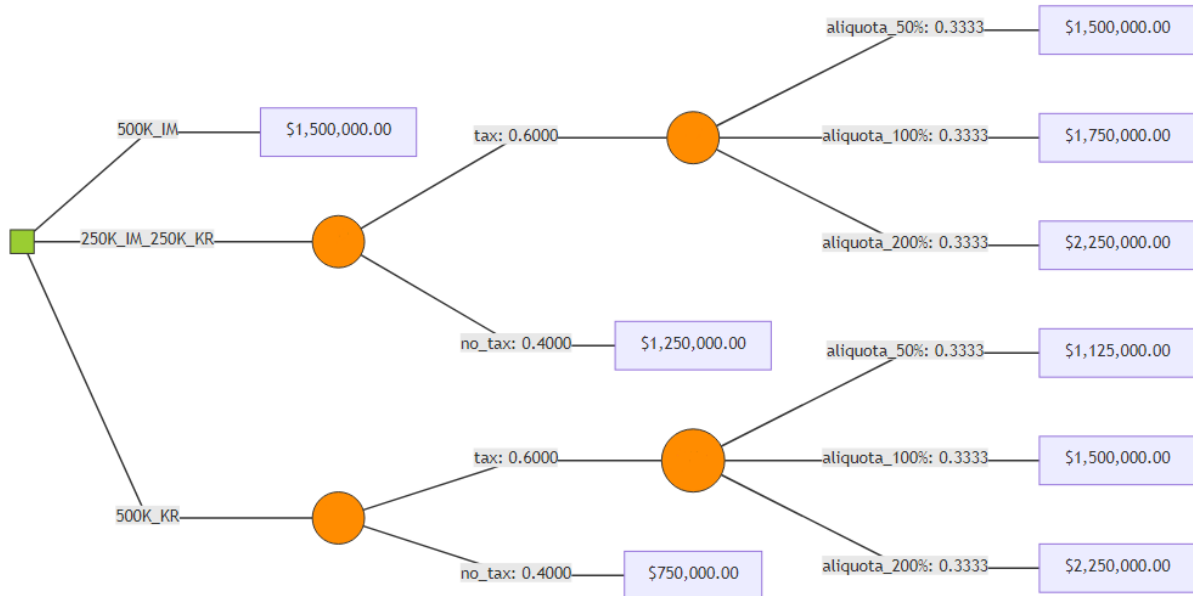
- Se viene introdotta l'aliquota del 50%, si dovrà pagare una tassa pari a \$375000, quindi il costo totale diventa pari a \$1125000;
- Se viene introdotta l'aliquota del 100%, allora si dovrà pagare una tassa pari a \$750000, portando il costo totale a \$1500000;
- Se viene introdotta l'aliquota del 200%, allora si dovrà pagare una tassa pari a \$1500000, portando il costo toatale a \$2250000.

Si ritiene che le aliquote sono equiprobabili, quindi ogni aliquota può essere introdotta con una probabilità pari ad  $\frac{1}{3}$ .

Si sintetizza tutto ciò nel seguente albero di decisione.

```
library(yaml)
library(radiant)
library(radiant.model)
library(pander)

tree <- yaml.load_file("tree.yaml")
result <- dtree(yl = tree)
plot(result, final = F)
```

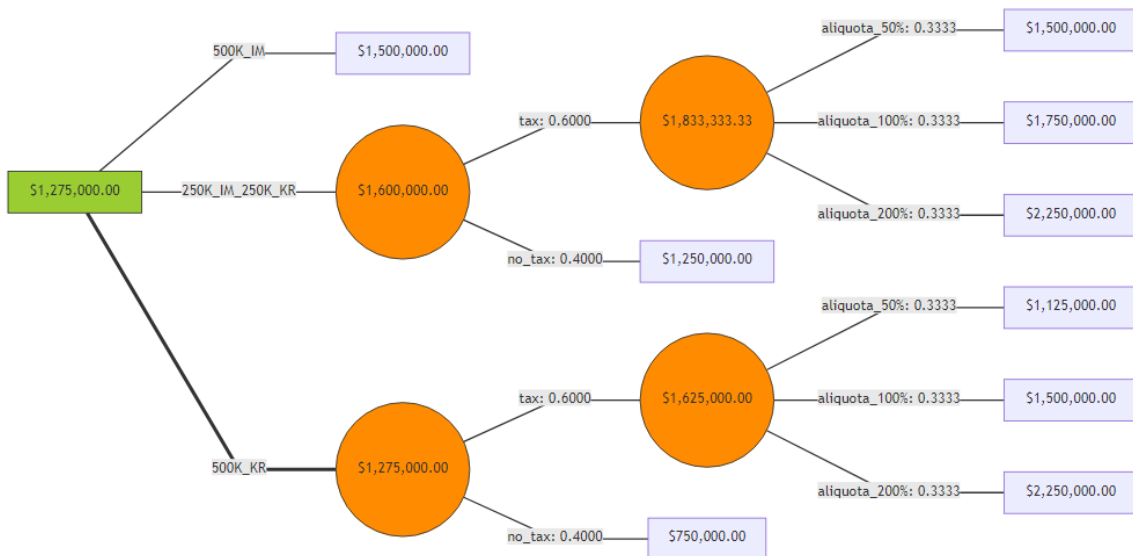


## 4 Expected value

Using expected value as the decision criterion, determine DM's preferred ordering alternative for the PAL chips.

Il criterio del valore atteso prevede che si calcoli il valore atteso di ogni alternativa, per poi scegliere in questo caso, l'alternativa con il valore atteso più basso.

```
result <- dtree(yl = tree, opt = "min")
plot(result, final = T)
```

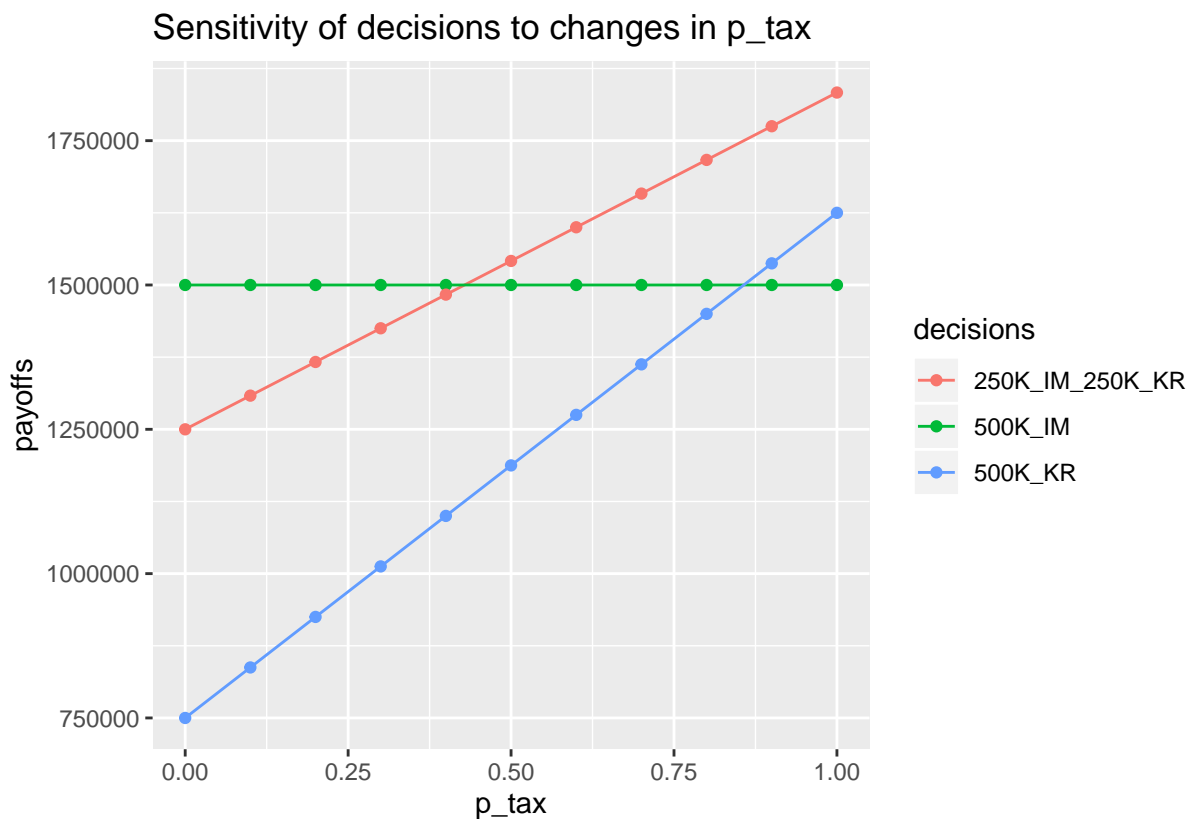


In base al criterio del valore atteso si sceglie di acquistare tutti i PAL chip dalla società KR Electronics, in quanto è la decisione caratterizzata dal valore atteso più basso, pari a 1275000 dollari.

## 5 Sensitivity analysis

Si svolge l'analisi della sensitività per capire quanto è sensibile la soluzione a fronte di cambiamenti della probabilità della stimata che il governo introduca la tassazione antidumping verso i prodotti della società KR Electronics. In particolare, si decide di verificare come cambia il valore atteso delle tre alternative rispetto alle diverse probabilità che il legislatore introduca la tassazione antidumping. In particolare si farà variare tale valore tra 0.4 e 1.

```
sensitivity(result,
  vars = "p_tax 0 1 0.1;",
  decs = c("500K_IM", "250K_IM_250K_KR",
    "500K_KR"),
  custom = FALSE)
```



In base al criterio del valore atteso, si osserva che fino a quando la probabilità che il governo introduca la tassazione è inferiore al 85% circa la miglior decisione in base al criterio del valore atteso è acquistare tutti PAL chip dalla società KR Electronics. Se invece tale probabilità è maggiore del 85%, allora si deciderà di acquistare i PAL chip dalla società IM Chip. Infine, la scelta di acquistare metà PAL chip dalla società KR Electronics e l'altra metà dalla società IM Chip non sarà mai presa in considerazione.

## 6 Utility Function and Certainty Equivalent

Ipotizzando che chi deve prendere la decisione sia caratterizzato da una funzione di utilità esponenziale, con un grado di tolleranza al rischio pari a \$750000. La funzione d'utilità è data da:

$$U(x) = 1 - e^{-\frac{x}{750000}}$$

Essa è una funzione di utilità concava, quindi indica un atteggiamento di avversione al rischio. Introdurre la funzione d'utilità consente di scegliere l'alternativa considerando il certo equivalente al posto del valore atteso e di tenere in considerazione quindi l'atteggiamento verso il rischio del decision maker. Il certo equivalente della funzione d'utilità è pari a

$$CE = R \ln(1 - EU)$$

Si definisce la funzione d'utilità.

```
utilityFunction <- function(x) {
  res <- 1 - exp(x / 750000)
  return(res)
}
```

Si definisce il certo equivalente.

```
CertoEquivalente <- function(EU) {
  CE <- 750000 * log(1 - EU)
  return(CE)
}
```

Si definisce un dataframe contenente i payoff delle varie alternative.

```
payoff <- data.frame("branch1" = c(1500000, 0, 0, 0),
                     "branch2" = c(1500000, 1750000,
                                   2250000, 1250000),
                     "branch3" = c(1125000, 1500000,
                                   2250000, 750000))
```

In primo luogo, bisogna calcolare l'utilità dei payoff delle possibili alternative.

```
Utility_payoff <- data.frame(t(apply(payoff, 1, utilityFunction)))
Utility_payoff
```

```
##      branch1    branch2    branch3
## 1 -6.389056  -6.389056  -3.481689
## 2  0.000000  -9.312259  -6.389056
## 3  0.000000 -19.085537 -19.085537
## 4  0.000000  -4.294490  -1.718282
```

Si calcola il certo equivalente della decisione di acquistare tutti i PAL chips da IM Chips.

```
CE1 <- CertoEquivalente(Utility_payoff[1, 'branch1'])
CE1
```

```
## [1] 1500000
```

Si calcola il certo equivalente della decisione di acquistare una parte dei PAL Chips da KR Electronics ed una parte dei PAL Chips da IM Chips.

```
p_aliquota <- 1 / 3
EU2_1 <- p_aliquota * Utility_payoff[1, 'branch2'] +
  p_aliquota * Utility_payoff[2, 'branch2'] +
  p_aliquota * Utility_payoff[3, 'branch2']

EU2 <- 0.6 * EU2_1 + 0.4 * Utility_payoff[4, 'branch2']
CE2 <- CertoEquivalente(EU2)
CE2
```

```
## [1] 1702172
```

Infine, si calcola il certo equivalente della decisione di acquistare tutti i PAL Chips dalla società KR Electronics.

```
p_aliquota <- 1 / 3
EU3_1 <- p_aliquota * Utility_payoff[1, 'branch3'] +
  p_aliquota * Utility_payoff[2, 'branch3'] +
  p_aliquota * Utility_payoff[3, 'branch3']

EU3 <- 0.6 * EU3_1 + 0.4 * Utility_payoff[4, 'branch3']
CE3 <- CertoEquivalente(EU3)
CE3
```

```
## [1] 1509031
```

Il certo equivalente di ogni alternativa è riportato nella seguente tabella.

```
pander(data.frame("Alternativa" = c("IM",
                                     "KR & IM",
                                     "KR"),
                  "Certo equivalente" = c(CE1, CE2, CE3)
                ))
```

Alternativa	Certo.equivalente
IM	1500000
KR & IM	1702172
KR	1509031

In base al criterio del certo equivalente, si sceglie di ordinare 500000 PAL Chips dalla società IM.

## 7 KR revises the offer

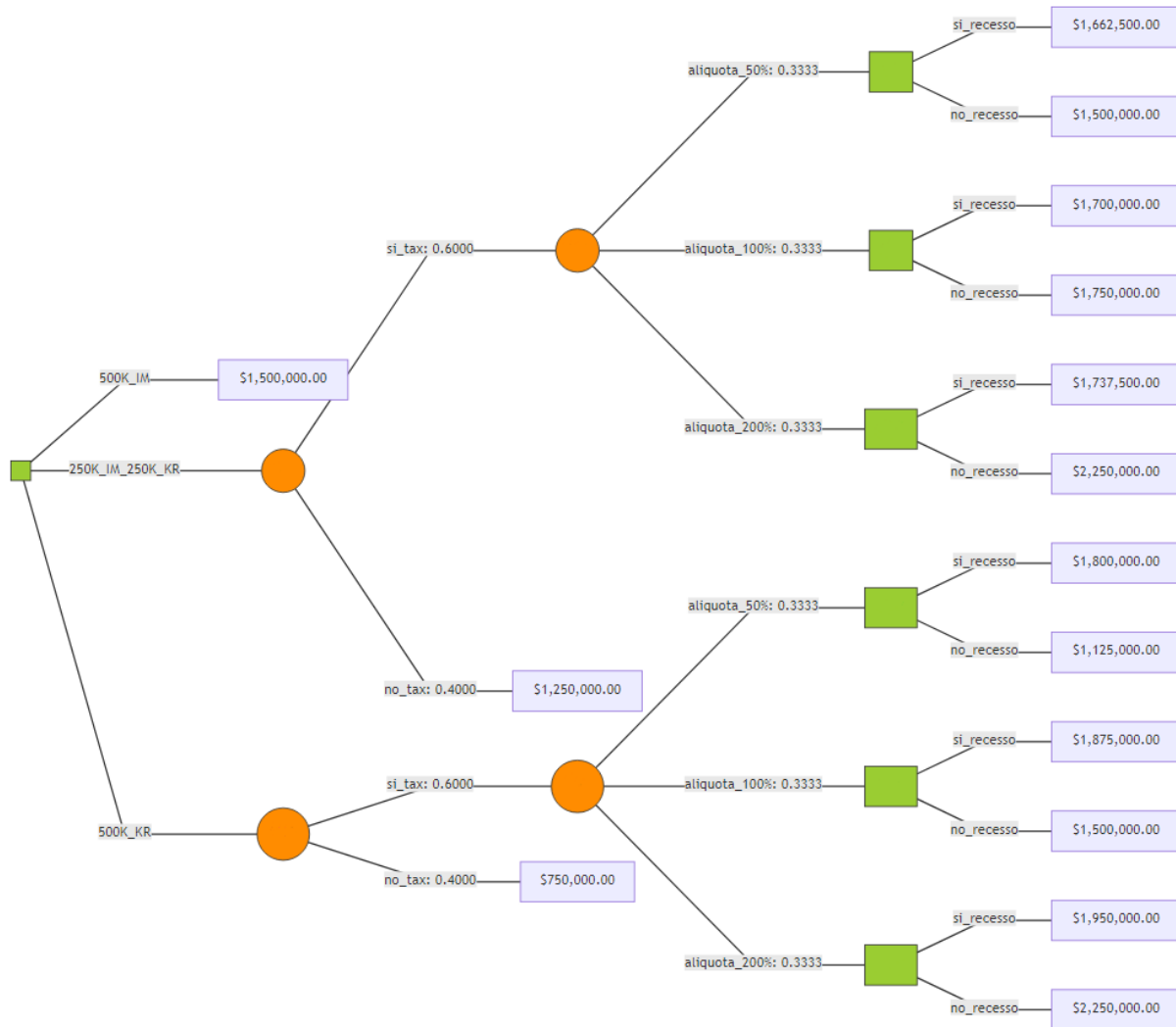
In an effort to attract DM's order, KR Electronics has revised its offer as follows: At no increase in price, KR will now provide DM with the right to cancel its entire order for a 10% fee after the outcome of the antidumping suit is known. However, KR will not be able to accept any additional orders from DM once the outcome of the suit is known. Thus, for example, if DM has agreed to purchase 250,000 PAL chips from KR at \$2.00 per chip, DM can cancel the order by paying \$50,000. This ability to cancel the order is potentially of interest to DM because it knows that IM Chips would be able to supply PAL chips after the outcome of the antidumping suit is known in time for DM to fill the DISCO order.

However, DM knows that IM will increase the price of its chips if an antidumping tax is imposed. In particular, if a 50% tax is imposed, then IM will increase its chip price by 15%. If a 100% tax is imposed, then IM will increase its chip price by 20%. Finally, if a 200% tax is imposed, then IM will increase its chip price by 25%

Assuming that all other information is still valid, determine DM's preferred alternative for the initial order of PAL chips as well as what DM should do if the antidumping tax is imposed.

In seguito all'introduzione di tale clausola contrattuale che consente il recesso qualora il governo italiano impoga la tassa antidumping vero i prodotti della società KR Electronics, l'albero di decisione del problema si modifica. Infatti, bisogna tenere in considerazione che la società DM, qualora venga introdotta la tassa antidumping, può recedere dal contratto sottoscritto con la società KR. Tuttavia, se viene esercitato questo diritto dalla società DM (a fronte del pagamento di una penale), essa dovrà necessariamente ordinare i rimanenti PAL chips dalla società IM, pagando una sovrapprezzo che varia in funzione dell'aliquota della tassa antidumping introdotta dal governo Italiano. Il nuovo albero di decisione è riportato di seguito.

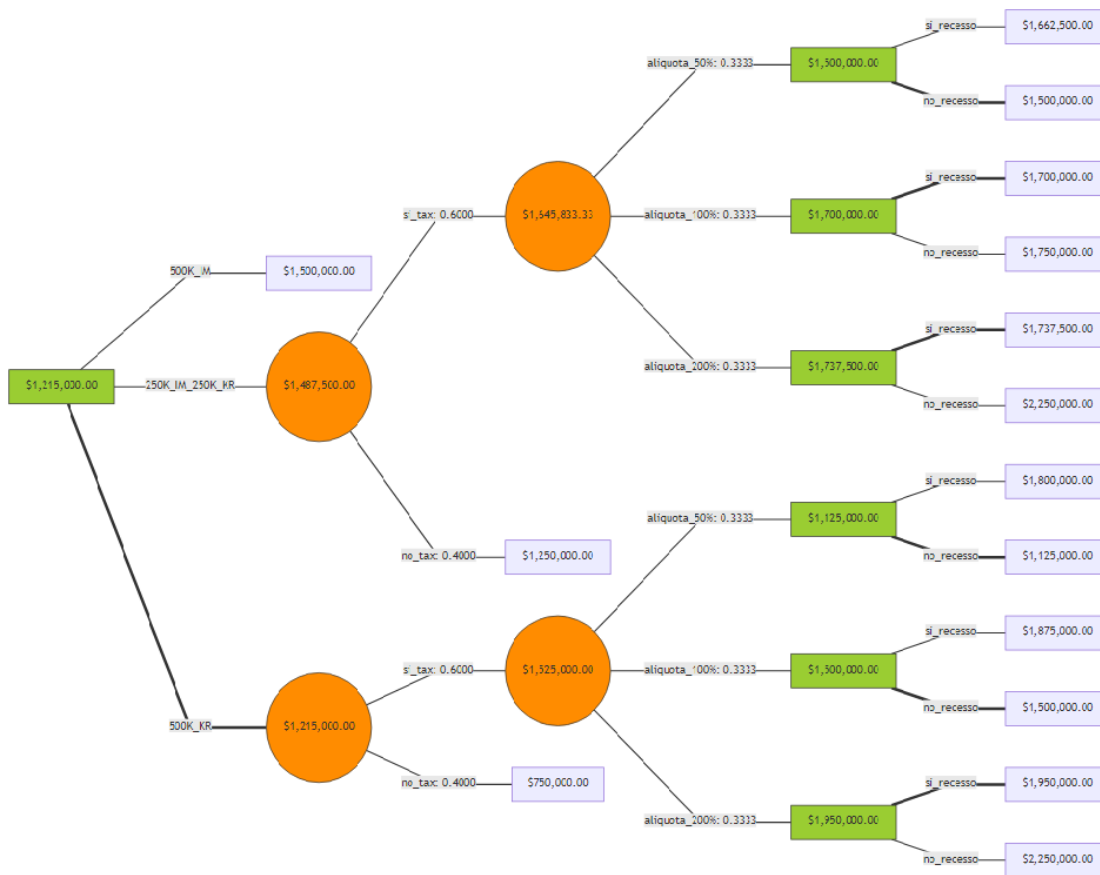
```
N_tree <- yaml.load_file("tree_bis.yaml")
N_result <- dtree(y1 = N_tree)
plot(N_result, final = F)
```



```

N_result <- dtree(yl = N_tree, opt = "min")
plot(N_result, final = T)

```



In base al criterio del valore atteso si sceglie di acquistare da KR Electronics. Se la tassazione viene introdotta, il fatto si esercitare il recesso o meno dipende dall'aliquota che verrà applicata. In particolare, se verrà introdotta l'aliquota del 50% e del 100%, si deciderà di non esercitare il diritto si recesso, se invece viene introdotta l'aliquota del 200% si opterà per recedere dal contratto stipulato con la società KR per poi riacquistare i PAL chips da IM.

Si procede anche a calcolare il certo equivalente delle tre alternative, secondo la funzione di utilità definita al punto precedente.

```
payoff <- data.frame("branch1" = c(1500000, 0, 0, 0),
                    "branch2" = c(1500000, 1700000,
                                   1737500, 1250000),
                    "branch3" = c(1125000, 1500000,
                                   1950000, 750000))
```

```
Utility_payoff <- data.frame(t(apply(payoff, 1, utilityFunction)))
Utility_payoff
```

```
##      branch1  branch2  branch3
## 1 -6.389056 -6.389056 -3.481689
## 2  0.000000 -8.647190 -6.389056
## 3  0.000000 -9.141812 -12.463738
## 4  0.000000 -4.294490 -1.718282
```



In primo luogo si ricava il certo equivalente dell'alternativa di acquistare tutti i PAL chips da IM.

```
CE1 <- CertoEquivalente(Utility_payoff[1, 'branch1'])
CE1
```

```
## [1] 1500000
```

Si procede a calcolare il certo equivalente della alternativa di acquistare i PAL Chips da KR e IM.

```
p <- 1/3
EU2_1 <- p * Utility_payoff[1, 'branch2'] +
  p * Utility_payoff[2, 'branch2'] +
  p * Utility_payoff[3, 'branch2']

EU2_2 <- 0.6 * EU2_1 + 0.4 * Utility_payoff[4, 'branch2']

CE2 <- CertoEquivalente(EU2_2)
CE2
```

```
## [1] 1516499
```

Si procede a calcolare il certo equivalente della scelta di acquistare tutti i PAL Chips.

```
p <- 1/3
EU3_1 <- p * Utility_payoff[1, 'branch3'] +
  p * Utility_payoff[2, 'branch3'] +
  p * Utility_payoff[3, 'branch3']

EU3_2 <- 0.6 * EU3_1 + 0.4 * Utility_payoff[4, 'branch3']

CE3 <- CertoEquivalente(EU3_2)
CE3
```

```
## [1] 1362852
```

```
pander(data.frame("Alternativa" = c("IM",
                                     "KR & IM",
                                     "KR"),
                  "Certo equivalente" = c(CE1, CE2, CE3)
                ))
```

Alternativa	Certo.equivalente
IM	1500000
KR & IM	1516499
KR	1362852

Anche in base al certo equivalente si sceglie di acquistare tutti i PAL Chips da KR, in seguito alla variazione del contratto di compravendita.

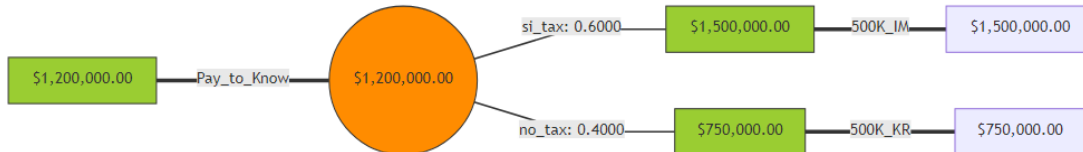
## 8 Value of information

Assume that all the information presented still holds. Using the expected value as the decision criterion, determine the maximum amount that DM should pay for information about whether the antidumping tax will be imposed. Suppose this information can be obtained prior to making the ordering decision.

Se si dispone di perfetta informazione in merito all'introduzione della tassa antidumping prima ancora di poter fare l'ordine. In questa situazione, se la tassazione è introdotta allora si acquisterà da IM per evitare

la tassazione antidumping, se invece la tassazione non è introdotta allora si acquisteranno tutti i PAL chips da KR in quanto si potranno acquistare tutti i PAL chips necessari potendo usufruire del prezzo più basso offerto dalla società KR, senza il rischio di dover subire una tassazione ingente. Per poter calcolare il valore dell'informazione perfetta, si deve aggiungere all'albero di decisione, un ramo che modella la situazione di informazione perfetta. Per questioni di leggibilità, si decide di riportare solo la parte dell'albero che rappresenta la situazione di perfetta informazione.

```
P_tree <- yaml.load_file("Tree_PerfectInfo.yaml")
P_result <- dtree(yl = P_tree, opt = "min")
plot(P_result, final = T)
```



Il valore atteso della situazione di perfetta informazione è pari a 1200000. Questo significa che si è disposti a pagare, al massimo 75000\$ per acquistare una informazione per ridurre l'incertezza in merito all'introduzione della tassazione.