

Some Proof of Logic

1. $\vdash_{INT} (A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)$

$$\frac{\frac{\frac{\overline{A \rightarrow \neg B}^{(1)}}{\neg B, B} i\bot \quad \frac{\perp}{\neg A} i\neg(2)}{B \rightarrow \neg A} i\rightarrow(3)}{(A \rightarrow \neg B) \rightarrow (B \rightarrow \neg A)} i\rightarrow(1)$$

2. $\vdash_{INT} A \rightarrow \neg\neg A$

$$\frac{\frac{\frac{\overline{A}^{(1)}, \overline{\neg A}^{(2)}}{\perp} i\bot \quad \frac{\perp}{\neg\neg A} i\neg(2)}{A \rightarrow \neg\neg A} i\rightarrow(1)}$$

$\nVdash_{INT} \neg\neg A \rightarrow A$ but $\nVdash_{CL} \neg\neg A \rightarrow A$

$$\frac{\frac{\frac{\overline{\neg\neg A}^{(1)}, \overline{\neg A}^{(2)}}{\perp} i\bot \quad \frac{\perp}{A} e\neg(2)}{\neg\neg A \rightarrow A} i\rightarrow(1)}{\text{Problem for INT}}$$

3. 49.b $\vdash_{INT} \neg\neg\neg A \leftrightarrow \neg A$

$\vdash \neg A \rightarrow \neg\neg\neg A$

$$\frac{\frac{\frac{\overline{\neg A}^{(1)}, \overline{\neg\neg A}^{(2)}}{\perp} i\bot \quad \frac{\perp}{\neg\neg\neg A} i\neg(2)}{\neg A \rightarrow \neg\neg\neg A} i\rightarrow(1)}$$

$\vdash \neg\neg\neg A \rightarrow \neg A$

$$\frac{\frac{\frac{\overline{A}^{(1)}}{\neg\neg A} RD \text{ (ex. 2)} \quad \frac{\overline{\neg\neg\neg A}^{(2)}}{\perp} i\bot \quad \frac{\perp}{\neg A} i\neg(1)}{\neg\neg\neg A \rightarrow \neg A} i\rightarrow(2)$$

4. 63. De Morgan: $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$