

# Compressione di immagini tramite la DCT

Davide Pietrasanta - 844824

Davide Mammarella - 865536

Andrea Premate - 829777

<https://github.com/davidepietrasanta/Image-compression-via-DCT>

# Obiettivo - Parte 1

- Implementare ***DCT2 in ambiente Open Source*** e ***confrontare i tempi di esecuzione*** con la DCT2 ottenuta utilizzando la libreria dell'ambiente

# Linguaggio

Abbiamo scelto **Python** per questo progetto.

Abbiamo scelto questo linguaggio pur sapendo non sia il linguaggio più performante in quanto di semplice utilizzo e noto a tutto il team.

Abbiamo scelto la libreria **opencv-python**, basata su C++.

# Considerazioni Iniziali

Per la prima parte del progetto abbiamo provato a creare diverse dct per vedere quale fosse la più performante.

## Una dimensione:

- dct: Approccio usato in classe per una sola dimensione (più veloce).
- dct matriciale: L'alternativa era di vedere la DCT come prodotto matrice (più lenta).

## Due dimensioni:

- dct2 diretto: Approccio  $O(n^4)$ .
- dct2 colonne e righe: Approccio visto a lezione  $O(n^3)$ .
- dct2 colonne e righe matriciale: Approccio visto a lezione ma in forma matriciale (più veloce).

# Codice - dct2 matriciale

```
59
60 def dct2(matrix):
61     """
62     DCT for two dimension np.array.
63     matrix: Is a np.array of one dimension [M:N]
64     return: Discrete cosine transform of matrix
65     """
66     N = matrix.shape[0]
67     M = matrix.shape[1]
68     C1 = np.zeros( shape = (N,N) )
69     C2 = np.zeros( shape = (M,M) )
70     Z = np.zeros(matrix.shape)
71
72
73     for j in range(N):
74         C1[0, j] = np.sqrt(1/N)
75
76     for k in range(1, N):
77         for j in range(N):
78             C1[k, j] = np.cos(k * np.pi * (2*(j+1) - 1)/(2*N)) * np.sqrt(2/N)
79
80     for j in range(M):
81         C2[j, 0] = np.sqrt(1/M)
82
83     for k in range(1, M):
84         for j in range(M):
85             C2[j, k] = np.cos(k * np.pi * (2*(j+1) - 1)/(2*M)) * np.sqrt(2/M)
86
87     Z = np.dot(C1, matrix)
88     Z = np.dot(Z, C2)
89
90     return Z
```

$$C(u,v) = \alpha(u)\alpha(v) \sum_{x=0}^{N-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x,y) \cos\left[\frac{\pi(2x+1)u}{2N}\right] \cos\left[\frac{\pi(2y+1)v}{2N}\right]$$

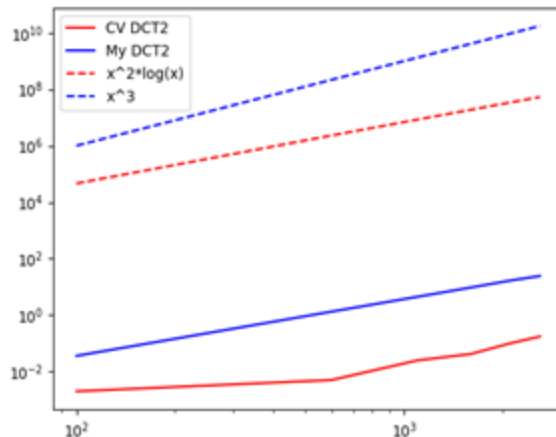
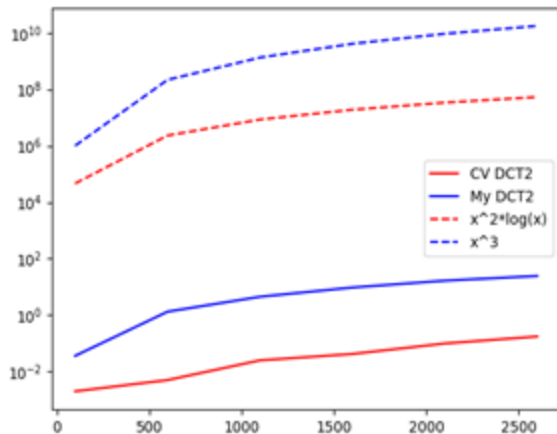
for  $u, v = 0, 1, 2, \dots, N-1$

$$\alpha(u) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & \text{for } u = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & \text{for } u \neq 0 \end{cases}$$

$$\alpha(v) = \begin{cases} \sqrt{\frac{1}{N}} & \text{for } v = 0 \\ \sqrt{\frac{2}{N}} & \text{for } v \neq 0 \end{cases}$$

# Misure a confronto

Per testare la dct più veloce e quella di libreria abbiamo creato varie matrici in modo casuale, con numeri da 0 a 255.

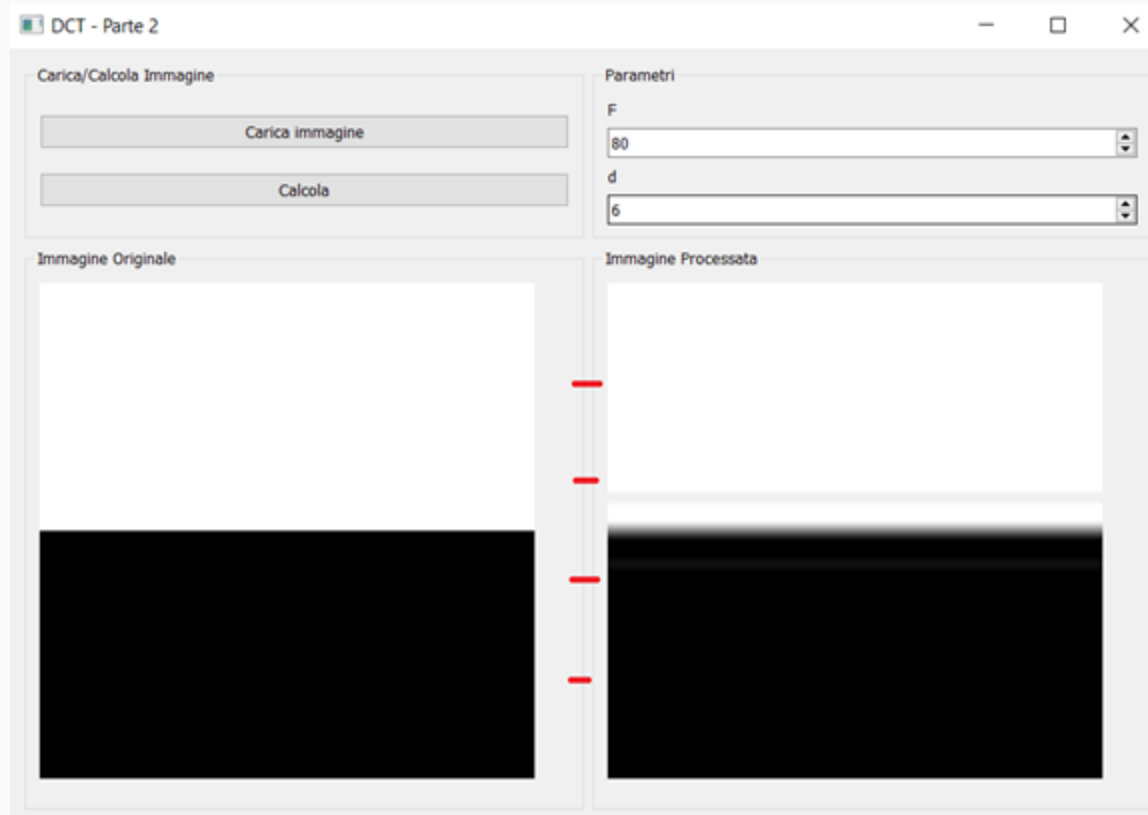


# Obiettivo - Parte 2

- Studiare gli **effetti della compressione JPEG** (senza utilizzare una matrice di quantizzazione) sulle immagini in toni di grigio. La compressione viene effettuata tramite:
  - DCT2
  - Eliminazione delle frequenze
  - IDCT2
  - Arrotondamento
- Librerie utilizzate:
  - **opencv-python**: implementazione DCT2
  - **PyQt5**: interfaccia grafica

# Esempi - 1

- Le **prime e ultime due righe** di blocchi rimangono **inalterate** in quanto descrivibili con  $d=1$  e quindi costanti.
- Fenomeno di Gibbs** (linee grigie sopra e sotto la zona di transizione) osservabile in maniera parziale:
  - Nella zona nera (valore 0) si può osservare solo l'oscillazione positiva, in quanto quella negativa viene riportata a 0 (per essere visualizzata come immagine).
  - Discorso opposto per la zona bianca.



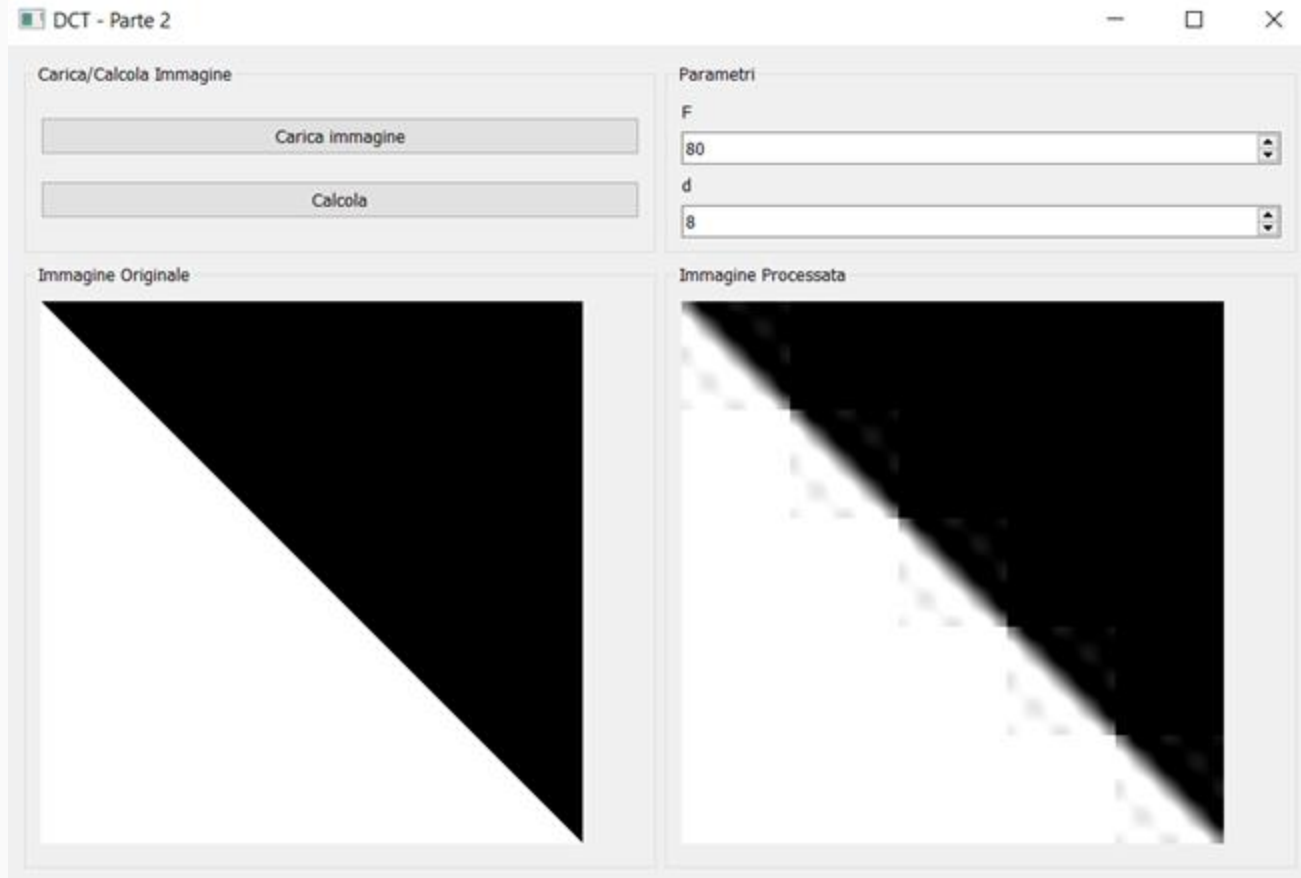


## Esempi - 2



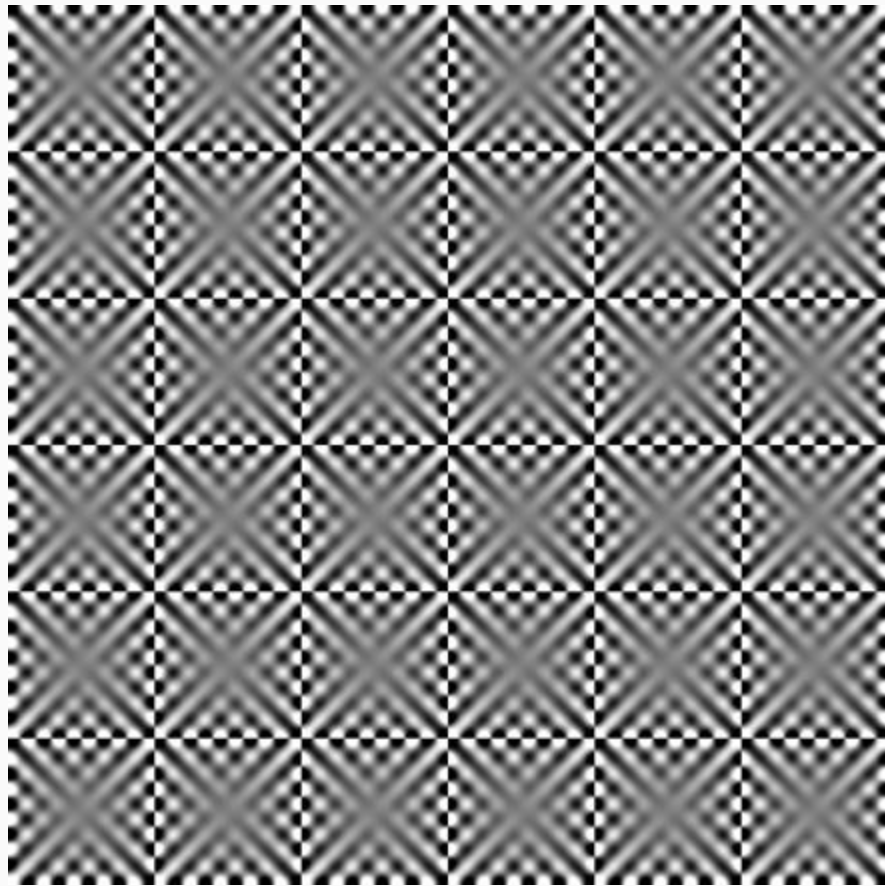
- **Aumentando  $d$**  (8 e 12) sempre più frequenze diventano disponibili e quindi vediamo il fenomeno di Gibbs riproporsi un numero maggiore di volte ma con intensità e larghezza sempre minore.
- La **transizione centrale** da bianco a nero diventa invece sempre **più rapida**.

Utilizzando una **transizione diagonale** si può osservare lo stesso **fenomeno sulle due dimensioni**.



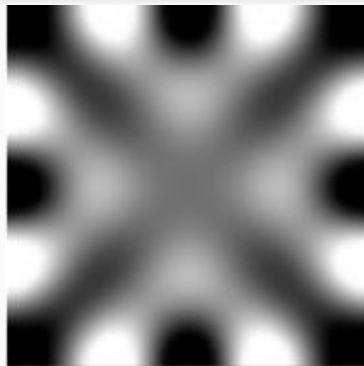
## Esempi - 4

La scacchiera 640x640  
processata con  $F=100$  e  $d=20$ .  
Le frequenze non sono  
sufficienti e lasciano quindi  
nella zona centrale di ogni  
blocco un grigio diffuso (blur).

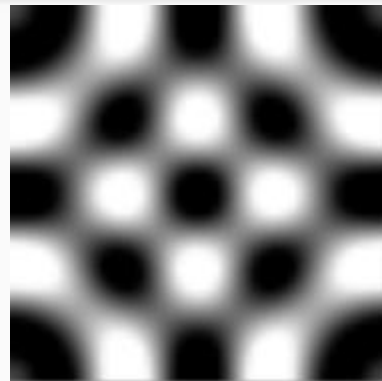


## Esempi - 5

Facendo diverse prove si osserva che l'effetto di grigio nella parte centrale di ogni blocco, mantenendo  $F$  multiplo della grandezza delle caselle (10) svanisce quando  $d > 2 \cdot F / \text{grand\_caselle}$ .



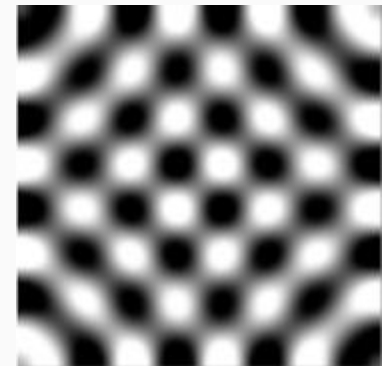
$F=50, d=10$



$F=50, d=11$

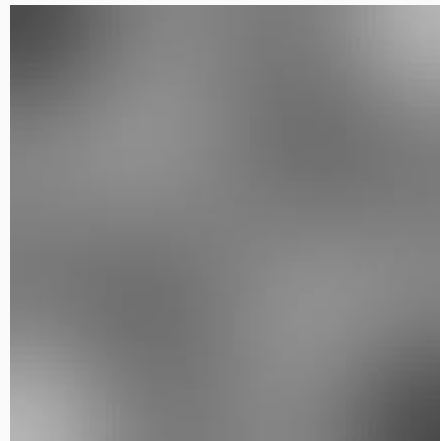


$F=80, d=16$

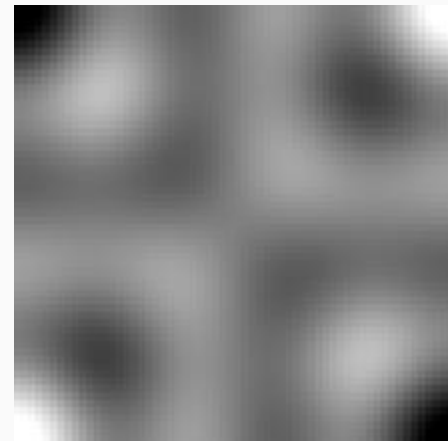


$F=80, d=17$

Similmente, se proviamo ad aumentare  $d$  partendo da 1, con  $d = F / \text{grand\_caselle} + 1$  (e  $n^\circ \text{caselle bianche} = n^\circ \text{caselle nere}$ ) si ottiene per la prima volta il nero e il bianco totale (negli angoli). Con quel valore di  $d$  infatti si ottiene la situazione in cui la costante grigia determinata dalla prima frequenza  $(0,0)$  viene eguagliata (o superata) in valore assoluto dalla somma di coseni, rendendo possibile la vista di nero  $(0)$  e bianco  $(255)$ .



$F=60, d=6$



$F=60, d=7$

## Esempi - 7

L'immagine del cervo processata con  $F=500$  e  $d=40$  risulta simile all'originale nelle zone di sfondo (luminosità simile), mentre perde di qualità sul primo piano, dove si ha una maggiore estensione sui valori di luminosità: si ottiene quindi il tipico effetto a onde e sono riconoscibili i blocchi.



## Esempi - 8

Per migliorare la qualità è necessario quindi ridurre la dimensione dei blocchi o aumentare  $d$ . Il formato jpeg utilizza blocchi da  $8 \times 8$ . Inoltre tale formato non tronca di netto le frequenze più alte ad un certo  $d$  (come il nostro algoritmo), ma utilizza matrici di quantizzazione.



$F=50, d=4$

# Conclusioni

Mantenendo uguale il rapporto  $d/F$ , quando abbiamo  $F$  grande è più facile vedere fenomeni di “ringing” (fenomeno di Gibbs), mentre quando abbiamo  $F$  piccolo è più facile vedere l’effetto quadrettatura, specie ingrandendo. Complessivamente però il risultato migliore sembra essere quello di mantenere  $F$  piccolo (come jpeg).