

REPORT CONCLUSIVO

Progetto di Meccanica Applicata alle Macchine per Ingegneria Biomedica

A.A. 2020/2021

Andrea Scarpellini, codice persona: 10700497, numero di matricola: 934117

INDICE

1) Schema cinematico	2
2) Analisi cinematica.....	4
3) Legge di moto.....	6
4) Analisi dinamica.....	9
5) Azionamento motore.....	10
6) Vibrazioni	12

Personalizzazione dei dati: $x=9$, $y=7$.

1) SCHEMA CINEMATICO

Richiesta:

Facendo riferimento ai principali elementi del meccanismo (Fig.1.1), disegnare lo schema cinematico corrispondente, indicando esplicitamente a quali vincoli cinematici corrispondono i punti significativi indentificati dai numeri 1-6. Si indichi inoltre come G il baricentro dell'avambraccio (da considerarsi come un unico corpo rigido solidale all'asta 4-2) e si indichi l'asta che lo rappresenta come 2-7. Si considerino i punti 2-4-7 come appartenenti allo stesso corpo rigido in grado di ruotare attorno alla cerniera posta nel punto 2. Si consideri invece il punto 7 come l'estremità dell'avambraccio e baricentro della mano. Dal punto di vista cinematico e poi dinamico, si consideri la mano come una massa concentrata nel punto 7.

Svolgimento:

Il procedimento che porta al disegno del grafico cinematico consta di due parti:

- 1) Ottenere le coordinate di ogni punto del sistema;
- 2) "Plottare" le linee e i punti.

Per ottenere le coordinate dei punti ho diviso il sistema in due parti: la prima è formata dai punti 1, 3 e 6 ed è riconducibile ad un glifo; la seconda è formata dai punti 1, 2, 4, 5 ed è riconducibile ad un quadrilatero articolato. Questa divisione mi ha permesso di applicare una chiusura cinematica per entrambi i modelli di cinematismo e utilizzando la funzione "fsolve" ho ricavato i valori degli angoli necessari per ottenere, in modo geometrico, le coordinate di tutti i punti.

Per "plottare" lo schema cinematico ho utilizzato le funzioni offerte da Matlab.

Dati in output:

La risposta alla prima richiesta si individua in “figure 1 –Schema semplificato braccio meccanico”.

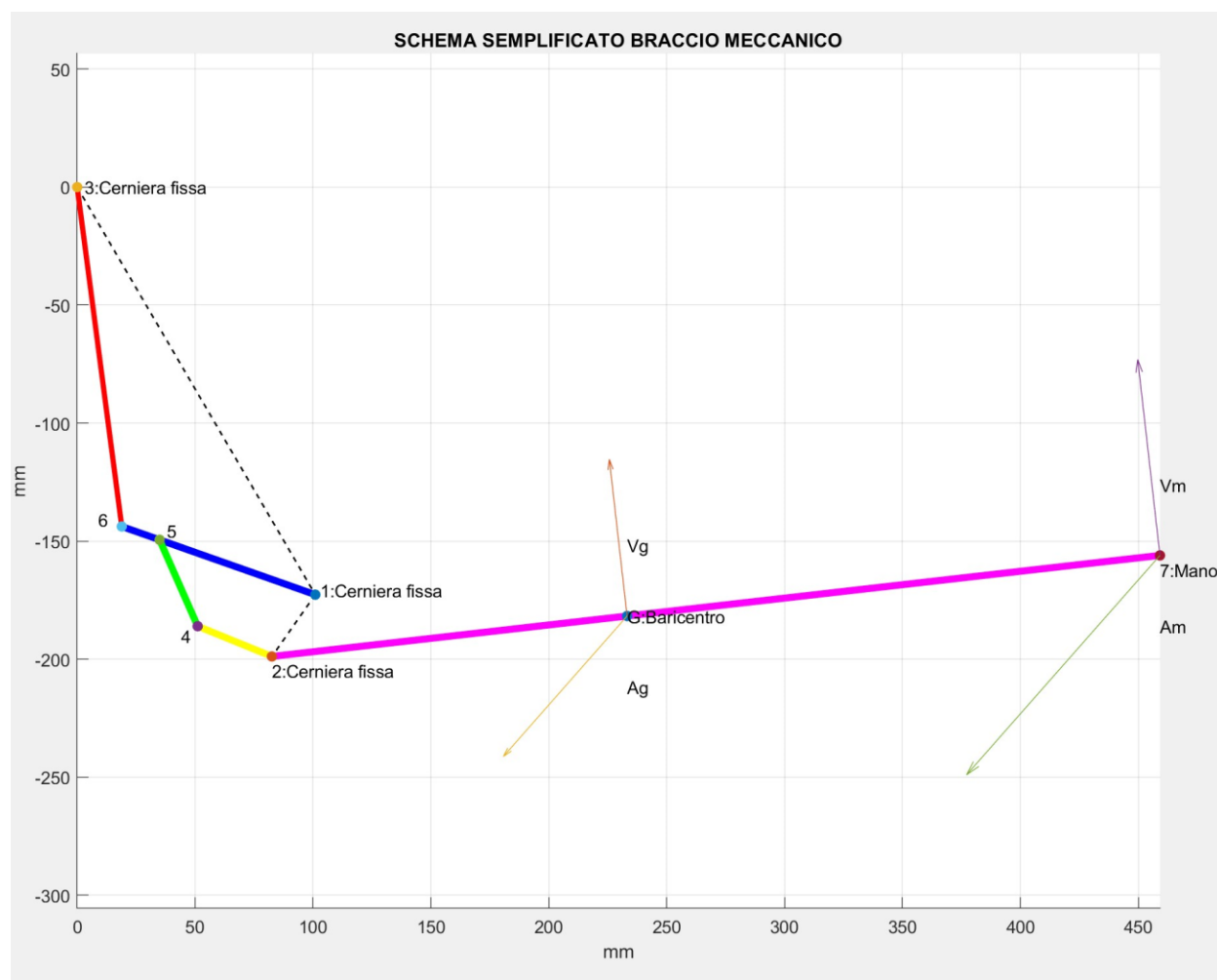


Figura 1: I punti 3,2 e 1 sono cerniere fisse alla struttura

Osservazioni:

La scelta di imporre il centro della terna cartesiana di riferimento nel punto 3 è stata presa per mantenere il medesimo riferimento anche nei successivi grafici e facilitare quindi l'analisi a posteriori dei dati in output, infatti nella sezione “Legge di moto” viene richiesto di utilizzare come sistema di riferimento assoluto una terna fissa nel punto 3.

La scelta di imporre la chiusura cinematica e trovare gli angoli con “fsolve” si collega alla richiesta della sezione successiva, poiché si procederà utilizzando le stesse chiusure cinematiche.

2) ANALISI CINEMATICA

Richiesta:

Assegnata la velocità costante ω_m del motore pari a 4750 giri/min in senso orario e considerando i parametri geometrici del sistema mostrati in Tabella 1, si chiede di calcolare per l'atto di moto descritto:

1. Velocità e accelerazione angolare dell'asta 2-4;
2. Velocità e accelerazione del punto G;
3. Velocità e accelerazione della mano. Indicando per ciascun vettore modulo, direzione e verso.

Svolgimento:

Il procedimento per svolgere l'analisi cinematica è strettamente connesso alla sezione precedente, infatti ho sfruttato la chiusura cinematica applicata al glifo e al quadrilatero per ottenere le velocità angolari di ogni asta del sistema.

Per ottenere velocità e accelerazione del punto G e della mano ho applicato il teorema di Rivals.

Dati in output:

I dati richiesti sono evidenziati in rosso nelle tabelle sottostanti.

	GLIFO		QUADRILATERO	
	VELOCITA' ANGOLARE	ACCELERAZIONE ANGOLARE	VELOCITA' ANGOLARE	ACCELERAZIONE ANGOLARE
Asta 3-6	-0.27672 rad/s	1.041 rad/s ²		
Asta 1-6	1.0202 rad/s	-0.67055 rad/s ²		
Asta 4-5			-0.12435 rad/s	3.4161 /s ²
Asta 2-4			2.2031 rad/s	-4.3849 rad/s ²

(Segno negativo: velocità in senso orario)

BARICENTRO		MANO	
VELOCITA'	ACCELERAZIONE	VELOCITA'	ACCELERAZIONE
333.9838 mm/s	991.6035 mm/s ²	834.9594 mm/s	2479.0087 mm/s ²

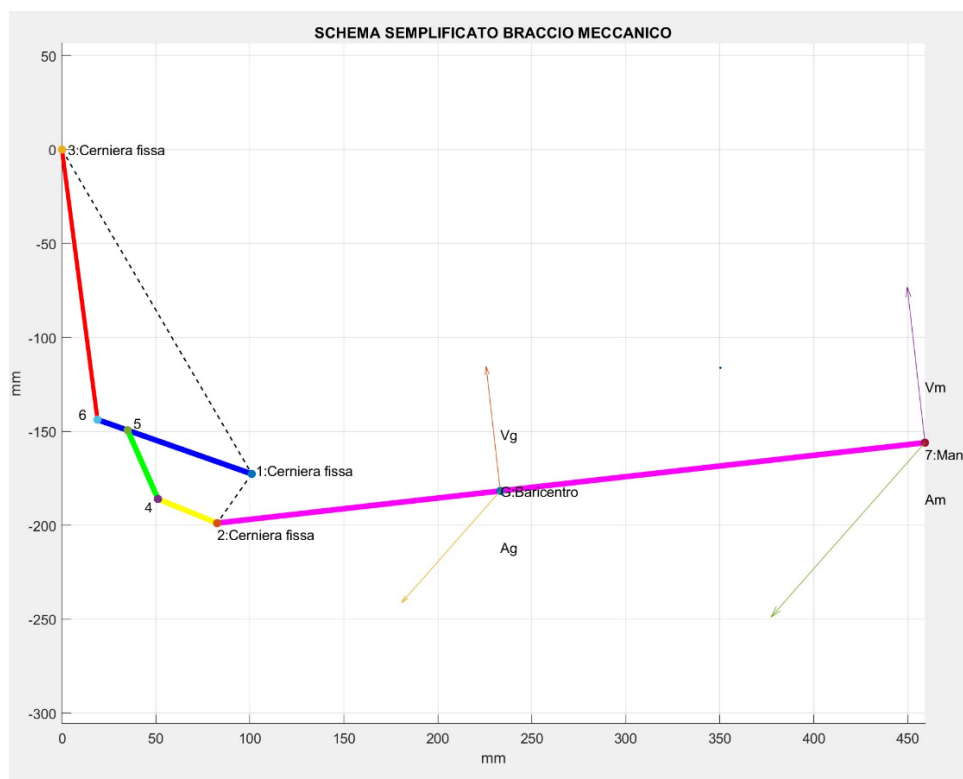


Figura 2: Le frecce V_m , A_m , V_g e A_g rappresentano i vettori velocità e accelerazione di avambraccio e mano

3) LEGGE DI MOTO

Richiesta:

Si ricavano i grafici di posizione, velocità e accelerazione della mano per i primi 0.25 secondi. Si indichi all'istante finale del moto ($t=0.25$ s) la posizione della mano, utilizzando come sistema di riferimento assoluto una terna fissa nel punto 3 con asse x orizzontale e positivo verso destra.

Svolgimento:

Lo svolgimento percorre ancora il solco delle richieste precedenti, infatti per rispondere a questa richiesta ho sostanzialmente ripetuto nel tempo l'atto di moto della mano.

Per farlo, in primo luogo, ho inizializzato il vettore tempo (dimensione 50, da 0.005 a 0.25 sec), per poi inizializzare tutti i vettori che avrei usato nel ciclo for per replicare l'atto di moto nel tempo in funzione del vettore "tempo": tutti i vettori hanno dimensione 50. In questo modo avrei ottenuto vettori con tanti elementi quanti sono gli istanti temporali, proprio perché in ogni posizione considerata si sarebbe allocato il valore, di quel determinato vettore, corrispondente all'istante temporale indicato nel vettore tempo alla posizione considerata.

Così replicando le chiusure e i passaggi che mi hanno permesso di risolvere l'atto di moto precedente nel ciclo for ho ottenuto i vettori di posizione, velocità e accelerazione con al loro interno i rispettivi valori istante per istante (da 0.05 a 0.25).

Successivamente ho "plottato" i vettori richiesti rispettando il riferimento cartesiano iniziale.

Dati in output:

I dati richiesti di spostamento, velocità e accelerazione sono contenuti nei grafici sottostanti:

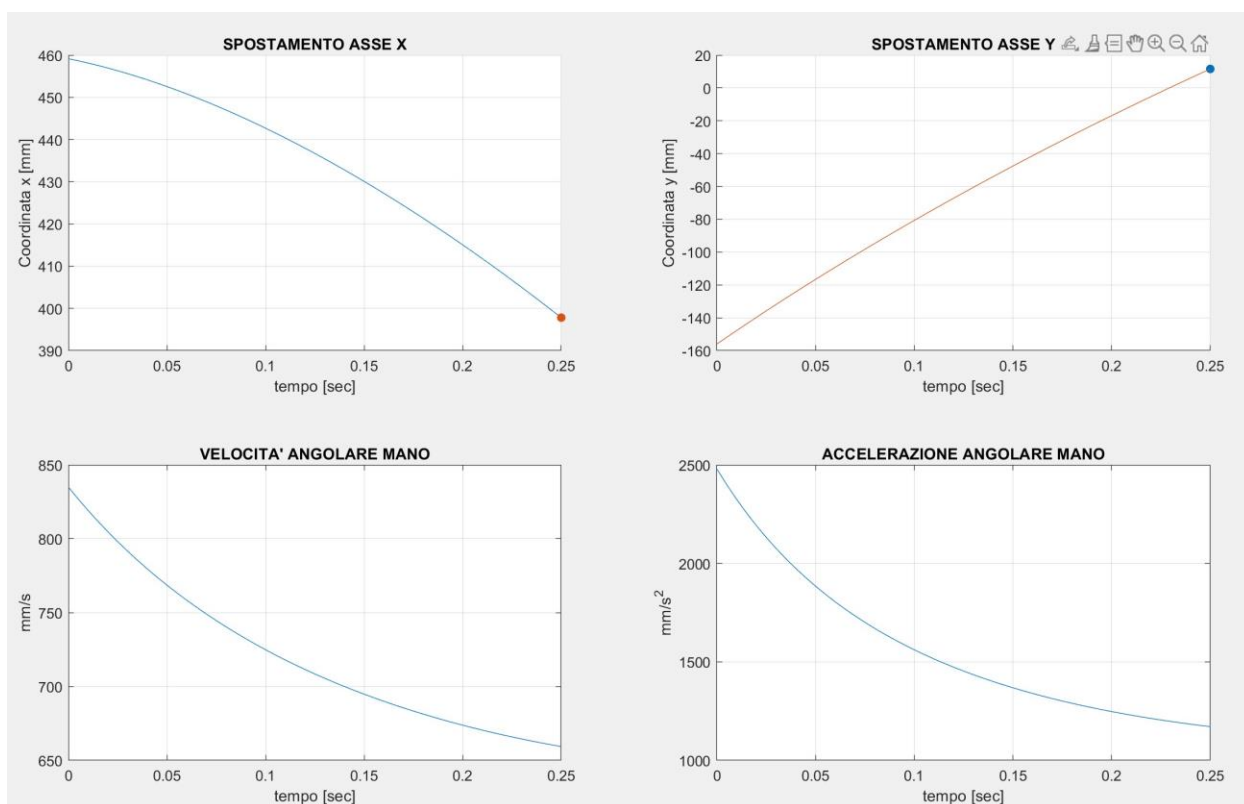


Figura 3. Terna di riferimento nel punto 3.

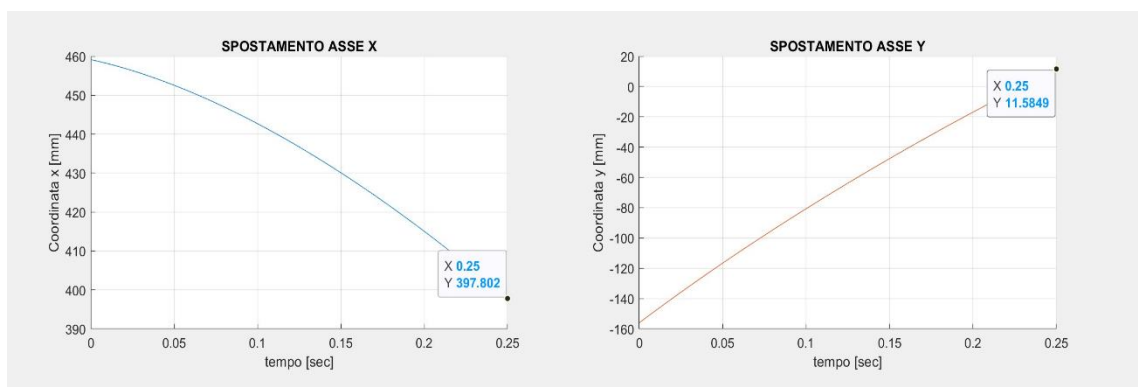


Figura 4: Quelle evidenziate sono le coordinate X e Y del punto finale della mano.

Osservazioni:

I punti iniziali dei grafici sono coerenti con i valori dell'atto di moto della sezione "analisi cinematica".

Sono coerenti anche con lo schema cinematico disegnato nella sezione "schema cinematico".

I punti finali sono evidenziati sul grafico in matlab e si possono individuare facilmente con il cursore.

È stata creata anche un'animazione con l'obiettivo di chiarire il movimento del braccio meccanico (vedasi "figure 3" all'interno del progetto matlab).

4) ANALISI DINAMICA

Richiesta:

Si supponga ora che il paziente prenda in mano un oggetto di massa $(x+y+1)$ kg. Considerando i dati in Tabella 2 e trascurando qualsiasi attrito (e considerando quindi rendimento della trasmissione unitario), si determini:

1. la coppia che dovrebbe sviluppare un generico motore per garantire l'atto di moto trovato nell'analisi cinematica al tempo $t = 0s$, sapendo che il passo della vite $p_{vite} = 1mm/giro$.
2. considerato il solo sottosistema formato dai punti 1-5-6-4-2-7 (quindi senza l'asta 3-6), si calcoli la forza F agente sul punto 6 e diretta come l'asta 3-6 tale da garantire l'atto di moto trovato nell'analisi cinematica al tempo $t = 0s$. In questa condizione, quanto valgono le reazioni vincolari nel punto 1?

Svolgimento:

Per ottenere la coppia che il motore dovrebbe sviluppare per garantire l'atto di moto ho impostato il bilancio di potenze.

Per ottenere la forza e le reazioni vincolari, invece, ho impostato l'equilibrio dinamico separando le aste e applicando l'equilibrio su ognuna di esse. Successivamente ho risolto una matrice nove per nove trovando così la forza e le due reazioni vincolari nel punto 1.

Dati in output:

Coppia necessaria all'equilibrio: $0.25325 [N \cdot m]$

Forza punto 6 all'equilibrio: $1588.7646 [N]$ (direzione lungo l'asta 3-6 verso sud-est)

Reazione $H1$ all'equilibrio: $768.2671 [N]$ (direzione lungo le x positive).

Reazione $V1$ all'equilibrio: $635.2019 [N]$ (direzione lungo le y negative).

5) AZIONAMENTO MOTORE

Richiesta:

1. Qual è la legge $C - \omega$ del motore (definire i parametri della retta e disegnarla), noti i valori $C_{m,0}$ e ω_s
2. Noto $\omega_{\eta,max}$, calcolare la coppia $C_{\eta,max}$ corrispondente.
3. Quanto vale la massa dell'oggetto sollevato dal paziente affinché il motore lavori nelle sue condizioni di funzionamento ideale ($\omega_{\eta,max}$, $C_{\eta,max}$)?
4. Quanto vale la potenza totale assorbita dal motore elettrico in questa condizione?

Svolgimento:

Per disegnare la curva caratteristica del motore ho applicato la formula geometrica che permette di individuare una retta avendo due punti appartenenti ad essa: in questo caso la velocità di sincronismo e la coppia del motore allo spunto.

Per calcolare la coppia massima corrispondente a $\omega_{\eta,max}$ è bastato inserire il valore $\omega_{\eta,max}$ nella curva caratteristica.

Per calcolare la massa dell'oggetto sollevato dal paziente ho applicato il bilancio di potenze tenendo conto però anche della potenza dissipata dalla trasmissione.

Per calcolare la potenza totale erogata dal motore elettrico nella condizione sopra descritta ho moltiplicato la coppia espressa per la velocità di rotazione del motore:

Dati in output:

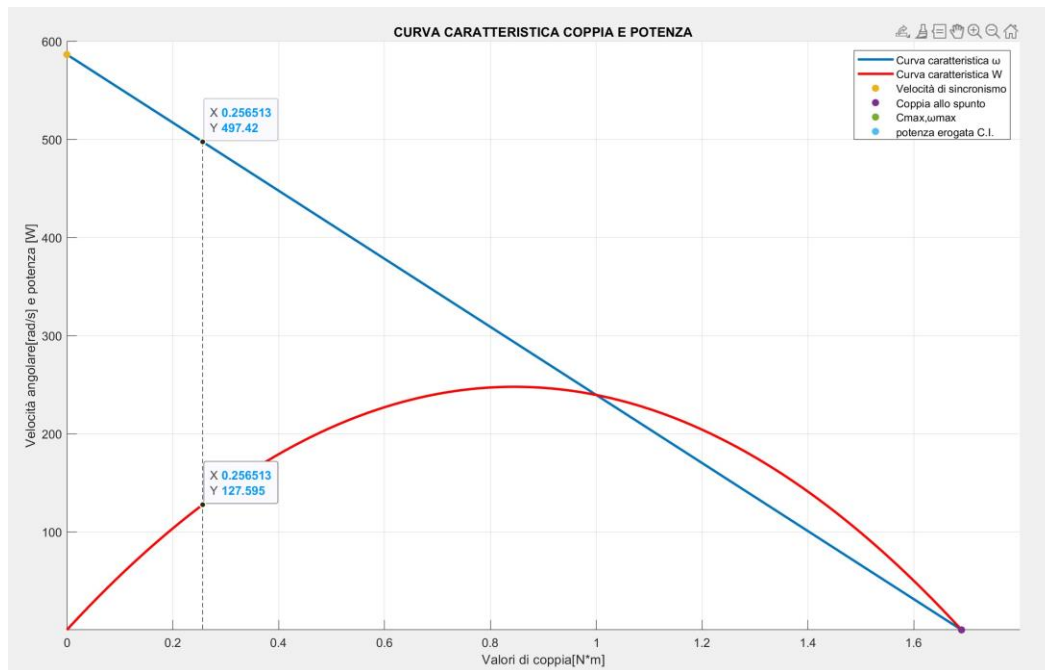


Figura 5: Curva caratteristica coppia e potenza. Sono evidenziati i punti di CoppiaMax e Potenza erogata

Massa dell'oggetto affinché lavori in condizioni ideali: 16.1288 [Kg]

Osservazioni:

Nel disegno oltre alla curva caratteristica vi è anche la curva che rappresenta la potenza EROGATA dal motore.

La potenza è EROGATA poiché si è in presenza di moto diretto e la potenza è positiva.

6) VIBRAZIONI

Richiesta:

1. l'equazione di moto del sistema usando come coordinata libera la rotazione del motore α
2. frequenza propria del sistema e smorzamento adimensionale.
3. la funzione di trasferimento tra i due input $C1(t)$ e $C2(t)$ e l'output $\alpha(t)$ (disegnare un solo grafico su Matlab).
4. discutere le caratteristiche principali della funzione di trasferimento ottenuta e specificare in quale range di frequenze bisognerebbe praticare l'elettrostimolazione al fine di ridurre al minimo le vibrazioni subite dalla protesi.
5. rappresentare graficamente su Matlab la risposta del sistema nel tempo nel caso in cui agisca su di esso solo la coppia $C1(t)$, solo la coppia $C2(t)$ ed entrambe le coppie $C1(t)$ e $C2(t)$ contemporaneamente.

Svolgimento:

Per risolvere le richieste di questa sezione, in primo luogo, ho calcolato gli elementi caratteristici dell'equazione di moto per i sistemi vibranti 1 grado di libertà: J_{eq} , k_{eq} e r_{eq} .

Da questi elementi ho potuto ricavare la frequenza propria del sistema e lo smorzamento adimensionale.

$$\Omega_{lib} = \sqrt{k_{eq}/J_{eq}};$$

$$h = r_{eq}/R_c, R_c = 2 * J_{eq} * \Omega_{lib};$$

Successivamente si può ottenere anche la funzione di trasferimento, elemento necessario per impostare la risoluzione della risposta in frequenza tramite l'applicazione dell'omonimo teorema.

Per ottenere la risposta in frequenza generata sia dalla $C1(t)$ che dalla $C2(t)$ si applica il "Principio di sovrapposizione degli effetti" e si sommano le relative risposte.

Per i sistemi vibranti 1 grado di libertà la risposta a regime ha la seguente forma:

$$a(t) = A_o * e^{(i * \Omega * t)};$$

Le sue derivate quindi diventano:

$$a_p(t) = i * A_o * e^{(i * \Omega * t)};$$

$$a_{pp}(t) = -A_o * e^{(i * \Omega * t)};$$

La coppia in ingresso ha una forma simile:

$$C(t) = C * e^{(i * \Omega * t)};$$

Sostituendo queste equazioni nella caratteristica equazione di moto si ottiene la funzione di trasferimento:

$$(a/C) = 1 / (-J_{eq} * \Omega^2 + i * r_{eq} * \Omega + k_{eq})$$

Dopo aver ottenuto tutti i dati richiesti non resta altro che plottare i grafici.

Dati in output:

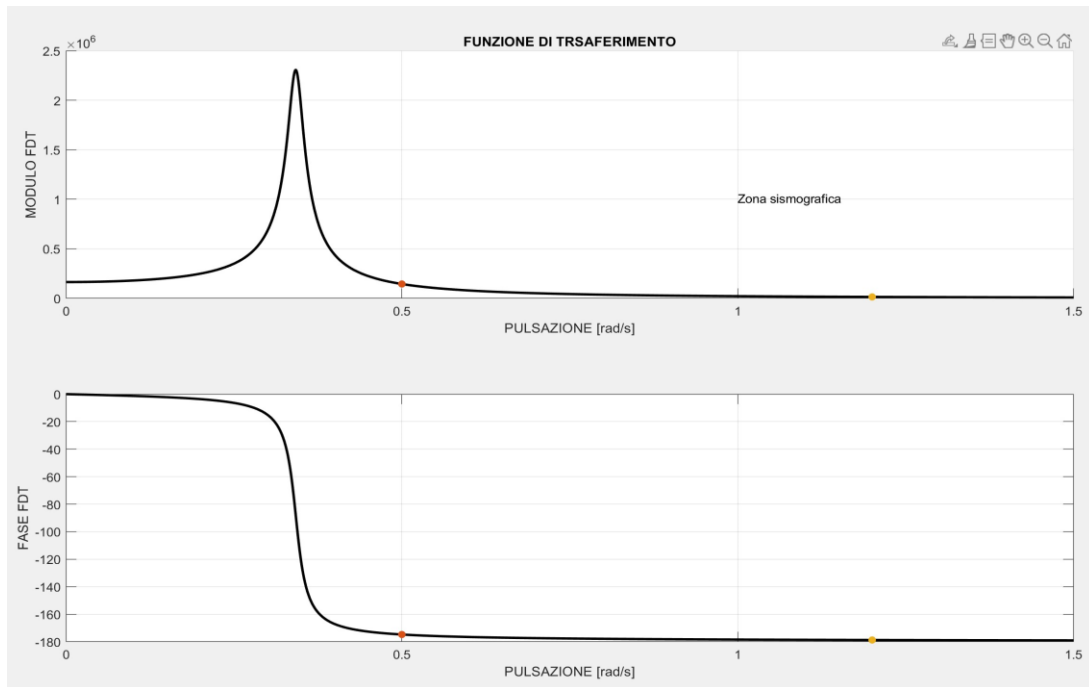


Figura 6: I due marker sono rispettivamente la pulsazione della coppia 1 e 2.

Nel grafico sono evidenziate le frequenze delle forzanti (C1 C2).

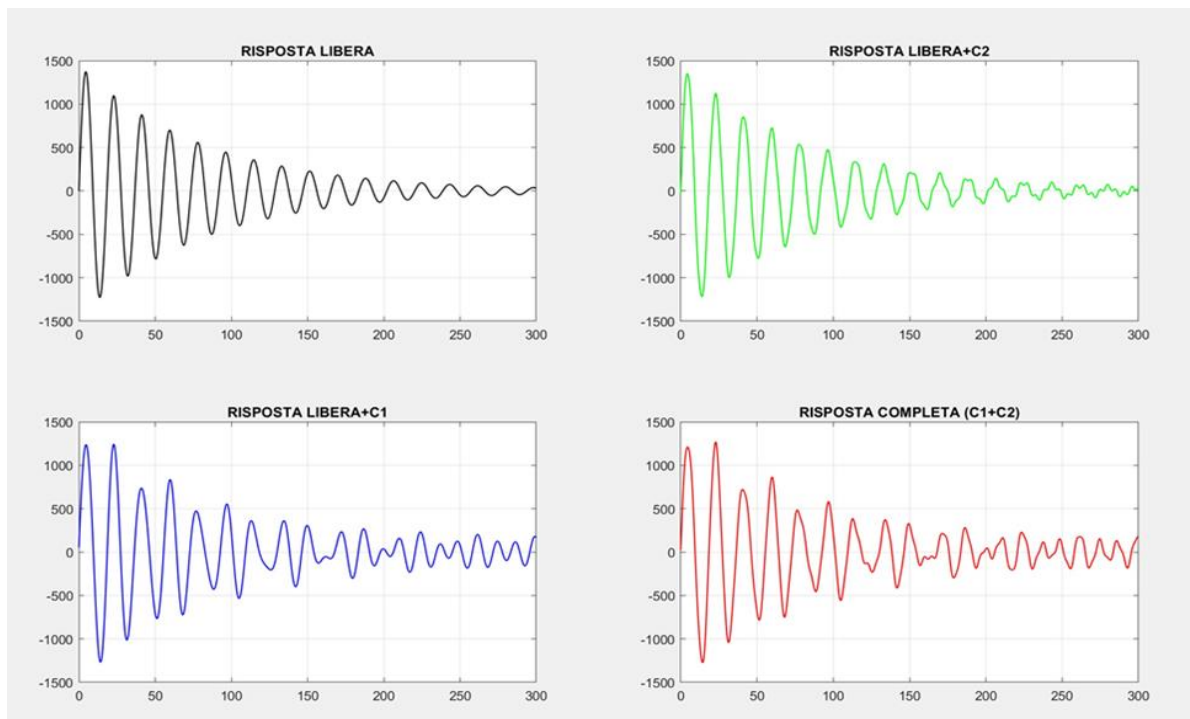


Figura 7

Pulsazione propria del sistema: 0.34246 [rad/s]

Frequenza propria del sistema: 0.054504 [Hz]

Smorzamento adimensionale: 0.035673 [N]

Osservazioni:

La risposta libera è ottenuta partendo dalle condizioni iniziali $a(0)=0$ e $\dot{a}(0)=\omega_m$.

Osservando la funzione di trasferimento si può osservare che:

- La frequenza adimensionale ha il valore 1 quando la pulsazione della forzante è uguale a 0.34 circa. Quando la frequenza adimensionale è uguale a 1 quando ci si trova nella zona di “risonanza”.
- Le pulsazioni delle due forzanti si trovano nella zona “sismografica”, infatti la loro pulsazione è maggiore alla pulsazione libera, dunque: $a > 1$.
Nella suddetta zona il rapporto fra forza d’inerzia e forze elastiche è uguale a a^2 (con $a > 1$), da ciò si deduce che $F_{in} > F_{el}$. Proprio per questo motivo è importante che $C1(t)$ e $C2(t)$ siano nella zona sismografica poiché le forzanti sono equilibrate dalle forze d’inerzia, così le vibrazioni trasmesse alla struttura possono essere le minori possibili.
- Per il teorema della risposta in frequenza l’ampiezza delle vibrazioni a regime è proporzionale al modulo della funzione di trasferimento. Dal grafico si può notare che il modulo della funzione di trasferimento corrispondente alla pulsazione di $C1$ è maggiore al modulo corrispondente alla pulsazione della $C2$, nella risposta a regime infatti il contributo $C2$ prevale sul contributo $C1$ (come si può vedere dal grafico della risposta complessiva e dal grafico della risposta a regime).

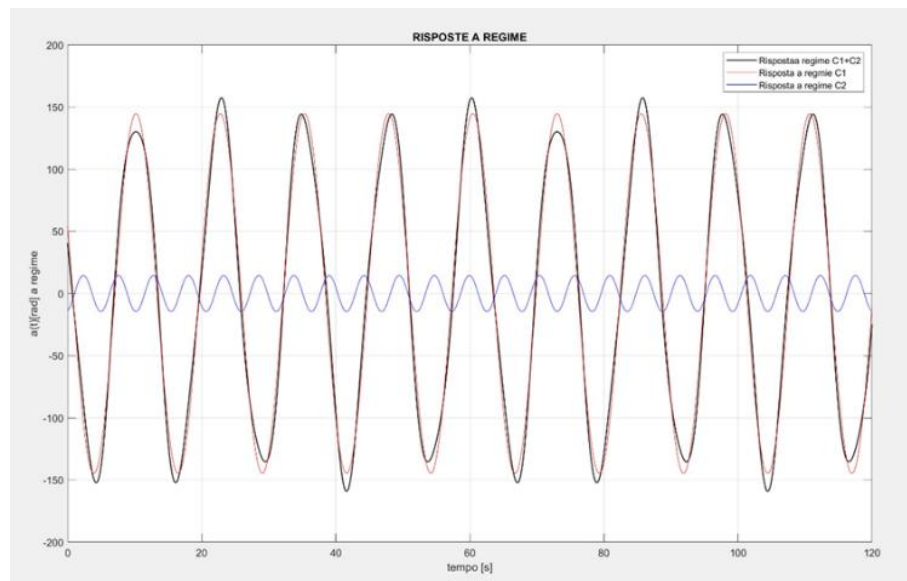


Figura 8: Risposta forzata di $C1+C2$ segue molto più fedelmente $C1$