



# UNIVERSITÀ DI PARMA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA E ARCHITETTURA

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica LM-33

Meccanica delle Vibrazioni

## Studio del comportamento vibrazionale di una lavatrice

Docente: Marco Amabili

Relazione di:

Andrea Sokol

Franco Del Mastro

Anno accademico 2020/21

# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Storia della lavatrice</b>	<b>4</b>
<b>3</b>	<b>Vibrazioni e classificazione</b>	<b>6</b>
3.1	Classificazione dei sistemi vibranti . . . . .	6
3.2	Componenti del sistema . . . . .	7
<b>4</b>	<b>Analisi lineare</b>	<b>9</b>
4.1	Modello bidimensionale . . . . .	10
4.2	Trasmissibilità al telaio . . . . .	15
4.3	Lavoro dissipato . . . . .	16
<b>5</b>	<b>Simulazione modello lineare</b>	<b>17</b>
5.1	Simulink . . . . .	17
5.2	Simscape . . . . .	22
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>25</b>

# 1 Introduzione

L'elaborato di seguito esposto è frutto di ricerche condotte attraverso diverse fonti. Grazie al materiale didattico gentilmente offerto dal prof. Marco Amabili, libri di testo ed alcune informazioni di cui si è usufruito online, dopo un'attenta analisi sulla veridicità e provenienza, si è riusciti a stilare la presente relazione incentrata sullo studio delle dinamiche facenti parte di un preciso sistema meccanico: la lavatrice.

Il corso di Meccanica delle Vibrazioni ha come obiettivo lo studio di sistemi meccanici soggetti al fenomeno, a volte sottovalutato, delle vibrazioni.

Alcuni degli inconvenienti avvenuti nel corso del tempo sono stati conseguenza di un'inosservanza da parte del personale tecnico su una questione di fondamentale importanza nell'ingegnerizzazione di alcuni prototipi. Tra questi vi è appunto la lavabiancheria, la quale è stata frutto di anni di studio e miglioramenti attuati nel corso del tempo per limitare quanto più possibile le fastidiose vibrazioni che, oltre che influire acusticamente, tendono a non ottimizzare la dinamica del sistema.

Il presente documento si prefigge lo studio di uno schema analitico semplificato e il confronto dei risultati con l'ausilio di software di modellazione di sistemi fisici.

## 2 Storia della lavatrice

Tra tutti gli elettrodomestici moderni, la lavatrice è quello che ha maggiormente cambiato il modo di vita di tutti i giorni, dal momento che prima della sua diffusione il lavaggio di indumenti assorbiva una grande quantità di tempo ed energia. Infatti, si trattava di una tecnica puramente manuale e piuttosto rudimentale, basata sull'utilizzo dell'acqua corrente e con impiego di sostanze naturali volte alla rimozione dello sporco (sabbia, grasso naturale) [3].

I primi prototipi di lavatrice arrivarono a metà del '700 proponendo di fatto una meccanizzazione del processo, attraverso lo sfregamento ripetuto dei panni e determinandone però una notevole usura. A Napoli, nel 1851 si riportano l'impiego di macchine ad energia idraulica per la pulizia di panni attraverso una soluzione alcalina e simulando meccanicamente il movimento manuale [3].

La vera rivoluzione arrivò con un dispositivo sviluppato in America da un mercante di nome William Blackstone. Si trattava di un barile di legno (Figura 1), riempito di acqua calda e sapone all'interno del quale i panni erano scossi da un asse dotato di lunghi pioli, che si muoveva manualmente in alto e in basso: chiamato agitatore. Il vantaggio consisteva nel forzare il detergente all'interno delle fibre sporche dei tessuti.



Figura 1: Prototipo sviluppato da William Blackstone.

Negli anni '20 ci fu anche la sperimentazione di tecniche nuove come l'introduzione delle lavatrici a cestello ad asse orizzontale, non in grado di garantire però un risultato elevato in termini qualitativi e per questo impiegate soprattutto in ambito industriale [1].

Con il termine del secondo conflitto mondiale, soprattutto in Europa venne a nascere un'esigenza di benessere e nuove esigenze che permisero, insieme allo slancio economico, lo sviluppo e la diffusione delle lavatrici anche a livello domestico. In Italia negli anni '60 si adottò inizialmente per una macchina avente un

agitatore ed una seconda vasca per la strizzazione, modello americano (Figura 2), per poi importare numerosi modelli dalla Germania basati però sul cestello ad asse orizzontale e migliorandoli ulteriormente dal punto di vista tecnologico [1].



Figura 2: Candy modello 50.

### 3 Vibrazioni e classificazione

Le vibrazioni sono oscillazioni meccaniche di un corpo rispetto ad un punto di equilibrio e vengono misurate attraverso uno strumento chiamato accelerometro. Esso rileva ampiezza, velocità e accelerazione delle oscillazioni applicate al corpo per effetto di una macchina vibrante.

Una vibrazione nel suo senso generale è un movimento periodico, cioè un moto che si ripete in tutti i suoi particolari dopo un certo intervallo di tempo  $T$ , chiamato periodo. Esso è solitamente misurato in secondi ed il proprio reciproco è pari alla frequenza  $f$ .

#### 3.1 Classificazione dei sistemi vibranti

Non tutti i sistemi vibranti sono uguali tra loro, essi possono avere diverse combinazioni di caratteristiche che vengono riportate di seguito.

**Numero di gradi di libertà** Il minimo numero di coordinate indipendenti necessarie per descrivere tutte le parti del sistema in ogni istante di tempo è detto *numero di gradi di libertà*. I sistemi con numero finito di gradi di libertà vengono detti *discreti*. Quelli con un numero infinito di gradi di libertà vengono detti sistemi *continui*.

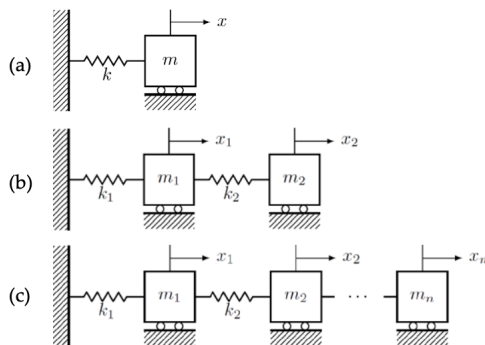


Figura 3: Esempi di sistemi vibranti ad uno (a), due (b) ed  $n$  (c) gradi di libertà.

**Lineari o Non lineari** Se le equazioni che descrivono il moto del sistema sono lineari, il sistema vibrante si dice *lineare*. Solitamente i sistemi di questo tipo sono quelli per cui l'ampiezza di vibrazione è ridotta, mentre sistemi con am-

piezza di vibrazioni rilevanti determinano fenomeni più complessi che vengono descritti da equazioni non lineari.

**Liberi o Forzati** Un sistema non influenzato da alcuna forza esterna, in seguito ad una perturbazione iniziale, vibra in modo *libero*. Se il sistema è soggetto ad una forza dinamica esterna, come una forza armonica generata da una massa rotante, il risultato è un sistema sottoposto a *vibrazione forzata*.

**Smorzati o Non smorzati** Lo smorzamento dissipa energia del sistema, causando una diminuzione della vibrazione. Se lo smorzamento è presente all'interno del sistema, la vibrazione risultante sarà chiamata *vibrazione smorzata*. Un certo grado di smorzamento è presente in ogni sistema, tuttavia, se il valore è trascurabile, può non comparire all'interno delle equazioni e il sistema risulta *non smorzato*.

**Discreti o Continui** In molti casi il sistema può essere schematizzato assumendo che la massa, la flessibilità e lo smorzamento, siano tutte caratteristiche concentrate all'interno di singoli componenti quali masse, molle e smorzatori. Sistemi di questo tipo vengono definiti sistemi *discreti*. Tuttavia, sono presenti anche sistemi meccanici in cui la massa e la flessibilità sono distribuite in modo continuo (es. travi).

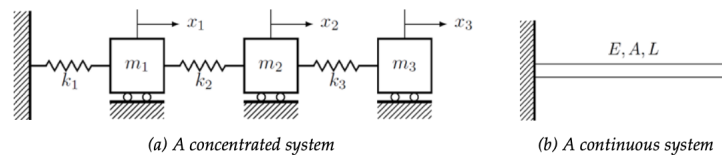


Figura 4: Sistema discreto e sistema continuo.

Il sistema oggetto di studio è un sistema *discreto, lineare, forzato*.

### 3.2 Componenti del sistema

**Molla** Le molle sono responsabili dell'immagazzinamento di energia potenziale all'interno di un sistema vibrante. In un'analisi ideale, le molle sono assunte senza massa e con un contributo di smorzamento nullo. La forza è funzione dello spostamento  $F = F(x)$ , e si oppone alla direzione dello spostamento applicato.

Per molle lineari l'espressione della forza corrisponde a

$$F = k\Delta x = k(x_2 - x_1) \quad (1)$$

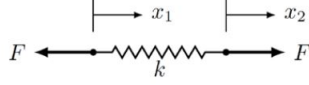


Figura 5: Molla lineare.

**Massa** La masse sono responsabili dell'immagazzinamento dell'energia cinetica del sistema. Per semplificare l'analisi, si considera la massa concentrata in un unico punto.

**Smorzatore** Lo smorzatore è un meccanismo responsabile della dissipazione di energia all'interno di un sistema vibrante attraverso la conversione in calore, suono o altre forme di energia. Quando è presente smorzamento in un sistema a vibrazione libera, l'ampiezza di vibrazione diminuisce nel tempo. Ciò non è più vero se il sistema è forzato. Questo elemento è caratterizzato da una forza di smorzamento  $F$  opposta in direzione ma proporzionale alla differenza di velocità relativa tra le due estremità ( $\Delta\dot{x}$ ). La costante che lega questi due termini è la *costante di smorzamento viscoso*  $c$ :

$$F = c\Delta\dot{x} = c(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \quad (2)$$

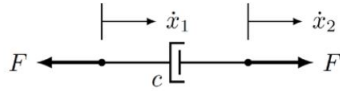


Figura 6: Smorzatore lineare.



## 4 Analisi lineare

Lo sviluppo tecnologico dei prodotti elettrodomestici si è tradotto, nel caso della lavatrice, in un incremento della velocità di rotazione, della capienza di cestello e una diminuzione del peso, in favore di un minor costo di impiego dei materiali. A causa di questi sviluppi, il problema delle vibrazioni risulta sempre più presente e la sua risoluzione acquisisce particolare interesse.

La seguente analisi tratta il modello più diffuso a livello europeo, ovvero la lavatrice a tamburo ad asse di rotazione orizzontale (Figura 7).

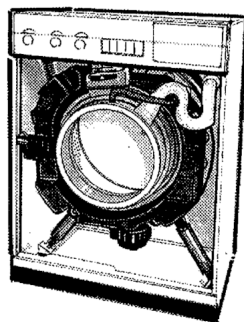


Figura 7: Illustrazione di un modello di lavatrice ad asse orizzontale.

Se il modello dinamico di una lavatrice a tamburo viene semplificato, può essere convertito in un modello di rotore tridimensionale (Figura 8)[2].

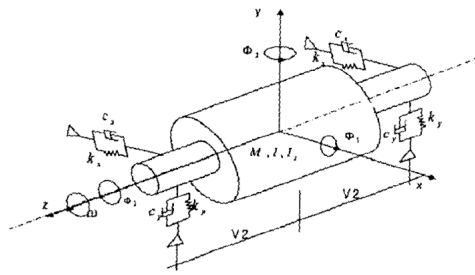


Figura 8: Modello dinamico di una lavatrice a tamburo.

Per comodità di analisi, supponendo che sia simmetrico rispetto all'asse  $y$  impostato, il problema si può ridurre ad un modello bi-dimensionale [2]. A questo punto si avrà un'idea del modello teorico, il quale è stato trattato per dare un'ottica generale del caso pratico oggetto di studio.

## 4.1 Modello bidimensionale

Lo schema rappresentato in Figura 9 vede il cestello perforato che contiene la biancheria posto all'interno di un involucro stagno, che contiene a sua volta acqua durante la fase di lavaggio, ed è vuoto durante la centrifugazione [5].

Per assorbire l'effetto delle oscillazioni dovute allo sbilanciamento del carico durante la centrifugazione, è previsto un sistema di 3 molle e 3 smorzatori viscosi.

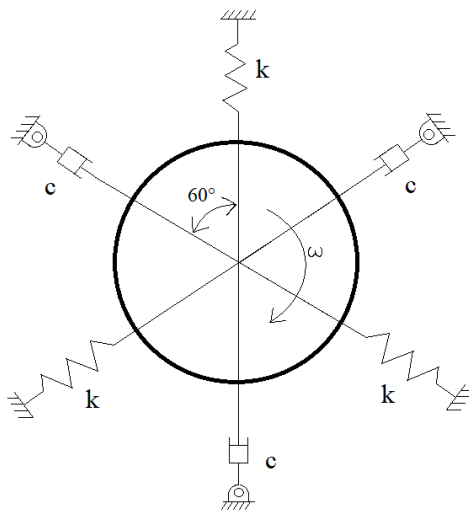


Figura 9: Schematizzazione 2D del sistema lavatrice.

I dati del problema sono:

- $m$  = massa della biancheria rotante attorno all'asse del cestello [kg];
- $M$  = massa totale sospesa [kg];
- $e$  = eccentricità massima delle masse rotanti [m];
- $n$  = velocità di rotazione della centrifuga [rpm];
- **Costanti delle molle** =  $k$  [N/m];
- **Costanti degli smorzatori** =  $c$  [Ns/m].

Scegliamo un sistema di coordinate come mostrato in Figura 10.

In un primo momento si considerano solo l'azione delle molle, ovvero la forza elastica da esse esercitata. Si considera un piccolo spostamento in direzione  $x$ .

La molla 1 si allunga, la molla 3 si comprime e la molla 2 è soggetta ad una variazione di lunghezza trascurabile.

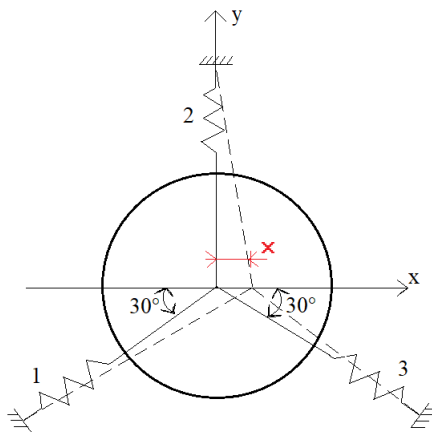


Figura 10: Sistema di coordinate e piccolo spostamento in direzione x.

Le forze delle molle sono in prima approssimazione come indicato in Figura 11. La somma delle componenti verticali è nulla mentre si sommano le componenti orizzontali.

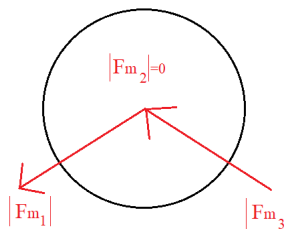


Figura 11: Forze delle molle agenti sul cestello .

La molla 1 si allunga di  $x \cos(30^\circ)$ , il che implica una forza  $F_1 = kx \cos(30^\circ)$ . La componente orizzontale di tale forza vale  $F_1 \cos(30^\circ) = kx \cos^2(30^\circ)$ .

La molla 3 si accorcia di  $x \cos(30^\circ)$ , per cui la forza esercitata corrisponde a  $F_3 = kx \cos(30^\circ)$ . La componente orizzontale vale  $F_3 \cos(30^\circ) = kx \cos^2(30^\circ)$ .

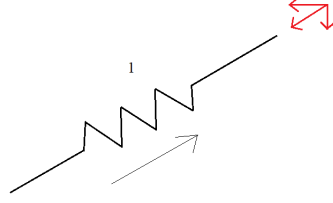


Figura 12: Allungamento e forze molla 1.

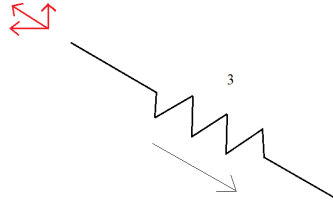


Figura 13: Allungamento e forze molla 3.

La risultante delle forze delle molle nella direzione  $x$  è:

$$|F_m|_x = 2 \cos^2(30^\circ) kx = 1.5kx \quad (3)$$

In altre parole la reale costante elastica in direzione  $x$  è  $1.5k$ .

Analogamente si arriva allo stesso valore della costante elastica effettiva in direzione  $y$ .



Figura 14: Forze delle 3 molle e rispettive componenti.

La molla 1 si accorcia di  $y \sin(30^\circ)$ , determinando una forza  $F_1 = ky \sin(30^\circ)$ .

La componente verticale di tale forza risulta  $F_1 \sin(30^\circ) = ky \sin^2(30^\circ)$ .

La molla 2 si allunga di una quantità  $y$ , determinando una forza  $F_2 = ky$ .  
 La molla 3 si accorcia di  $y \sin(30^\circ)$ , la cui forza corrisponde a  $F_3 = ky \sin(30^\circ)$ .  
 La componente verticale vale  $F_3 \sin(30^\circ) = ky \sin^2(30^\circ)$ .

La risultante delle forze delle molle nella direzione  $y$  è:

$$|F_m|_y = ky + 2ky \sin^2(30^\circ) = 1.5ky \quad (4)$$

Relativamente agli smorzatori bisognerà fare lo stesso tipo di ragionamento nelle due direzioni del piano oggetto di studio:

-lungo  $x$

$$|F_s|_x = 2c\dot{x} \cos^2(30^\circ) = 1.5c\dot{x} \quad (5)$$

-lungo  $y$

$$|F_s|_y = c\dot{y} + 2c\dot{y} \sin^2(30^\circ) = 1.5c\dot{y} \quad (6)$$

da cui è possibile ricavare il fattore di smorzamento effettivo del sistema lungo le due direzioni di riferimento, il quale sarà pari a  $1.5c$ .

È possibile quindi prendere in considerazione una sola equazione, visto che tutti i coefficienti delle equazioni differenziali del moto in direzione  $x$  ed  $y$  sono uguali:

$$M\ddot{y} + 1.5c\dot{y} + 1.5ky = m\omega^2 \sin \omega t \quad (7)$$

$$y = Y \sin(\omega t - \psi) \quad (8)$$

$$\tan \psi = \frac{\frac{2\xi\omega}{\omega_n}}{1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2} \quad (9)$$

dove  $M$ =massa totale sospesa,  $\omega_n = \sqrt{\frac{1.5k}{M}}$  pulsazione naturale,  $c_{cr} = 2\sqrt{1.5kM}$  smorzamento critico e  $\xi = \frac{1.5c}{c_{cr}}$  fattore di smorzamento.

L'espressione dell'ampiezza di oscillazione è:

$$Y = \frac{\frac{m\omega^2}{M\omega_n^2}}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + (2\xi\frac{\omega}{\omega_n})^2}} \quad (10)$$

Essendo la massa  $M$ , rappresentativa del cestello, un corpo rigido, tutti i punti appartenenti ad esso si sposteranno nel tempo della stessa quantità  $Y$ .

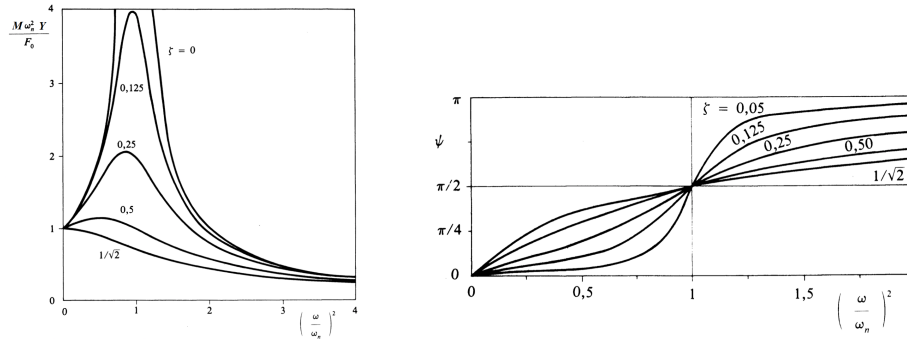


Figura 15: Ampiezza e fase della risposta ad una eccitazione sinusoidale di un sistema oscillante ad un grado di libertà.

Lo spostamento  $Y_{st} = \frac{F_0}{M\omega_n^2}$  espresso in Figura 15 assume il nome di *spostamento statico*, dove con  $F_0$  si è indicato l'ampiezza della forzante. L'ampiezza varia in funzione della pulsazione forzante (rapporto in ascissa). Nei due grafici si possono distinguere tre zone, rispettivamente:

- zona quasi statica;
- zona di risonanza;
- zona sismografica.

Il caso oggetto di studio vede una forzante proporzionale al quadrato della pulsazione. Si può quindi riscrivere l'espressione dello spostamento statico come compare in Figura 16, trovando un nuovo andamento grafico.

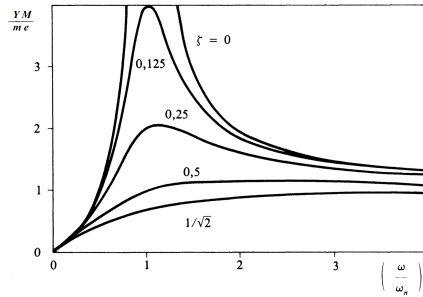


Figura 16: Ampiezza della risposta di un sistema ad un g.d.l. ad una eccitazione sinusoidale con ampiezza proporzionale al quadrato della pulsazione.

## 4.2 Trasmissibilità al telaio

Sul telaio della lavatrice agisce una forza eccitatrice periodica come nel caso precedente. Tale forza prende l'espressione

$$T = ky + c\dot{y}. \quad (11)$$

Inserendo all'interno l'espressione (8), diventa

$$T = Y [k \sin(\omega t - \psi) + c\omega \cos(\omega t - \psi)]. \quad (12)$$

Essendo  $T$  somma di due funzioni sinusoidali di pulsazione  $\omega$ , sarà anch'essa una funzione sinusoidale della medesima pulsazione. Più in dettaglio, può essere pensata come proiezione su una retta di una forza costante  $T_0$ , rotante con velocità angolare  $\omega$  attorno ad un asse perpendicolare alla sua retta d'azione.

Anche le due forze al secondo membro possono essere pensate come proiezioni di forze rotanti con velocità angolare  $\omega$ , sfasate tra loro di  $\pi/2$  e di ampiezze  $kY$  e  $c\omega Y$ .

Per il teorema di Pitagora si ottiene

$$T_0 = Y \sqrt{k^2 + c^2 \omega^2}. \quad (13)$$

Rielaborando con le espressioni di  $\omega_n$ ,  $\xi$  e le notazioni precedenti si ottiene:

$$T_o = M\omega_n^2 Y \sqrt{1 + (2\xi \frac{\omega}{\omega_n})^2} \quad (14)$$

Una volta sostituita l'espressione di  $Y$ :

$$\tau = \frac{T_o}{m\epsilon\omega^2} = \frac{\sqrt{1 + (2\xi \frac{\omega}{\omega_n})^2}}{\sqrt{[1 - (\frac{\omega}{\omega_n})^2]^2 + (2\xi \frac{\omega}{\omega_n})^2}} \quad (15)$$

si ottiene un'espressione significativa dell'efficacia della trasmissione della forza al telaio, detta *trasmissibilità* ( $\tau$ ). In presenza del nodo (Figura 17) la forza applicata è uguale alla forza trasmessa, quindi conviene lavorare in zona sismografica.  $\tau$  è pari all'unità per qualsiasi valore di  $\xi$ , sia per  $\omega/\omega_n = 0$  che per  $\omega/\omega_n = 2$ . Il rapporto risulta minore di 1 per  $(\omega/\omega_n)^2 > 2$ , campo nel quale la sospensione risulta efficace. La sua efficacia è tanto maggiore, quanto più è grande  $\omega/\omega_n$ , ovvero quanto più la sospensione è cedevole [4].

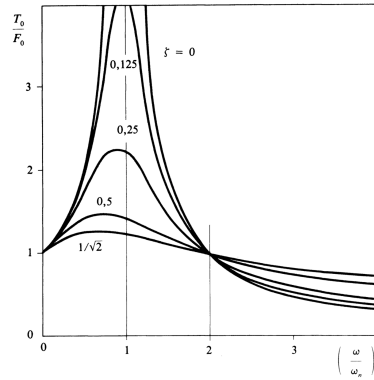


Figura 17: Andamento della trasmissibilità per diversi valori di  $\xi$ .

### 4.3 Lavoro dissipato

E' noto che il lavoro svolto dalla forza d'inerzia e da quella elastica nell'arco di un periodo è sempre nullo. Chiameremo allora  $L_p$  il *lavoro dissipato* a causa dell'attrito viscoso:

$$L_p = \int_0^T c \dot{x} \dot{x} dt = \int_0^T c \omega^2 X^2 \sin^2(\omega t - \psi) dt = \pi c \omega X^2 \quad (16)$$

Quest'ultimo, nelle condizioni di regime, è uguale al lavoro svolto dalla forza eccitatrice.



## 5 Simulazione modello lineare

Riprendendo l'equazione (7), l'analisi del sistema può essere schematizzata in forma ridotta attraverso l'equazione

$$M\ddot{y} + \bar{c}\dot{y} + \bar{k}y = F(t) \quad (17)$$

dove  $F(t) = m\omega^2 \sin(\omega t)$  rappresenta una forzante periodica sul sistema, mentre  $\bar{c} = 1.5c$  e  $\bar{k} = 1.5k$  rappresentano rispettivamente i coefficienti di smorzatore e molla equivalente del sistema.

Da questa espressione si può derivare graficamente il modello vibrazionale equivalente della lavatrice oggetto di studio (Figura 18).

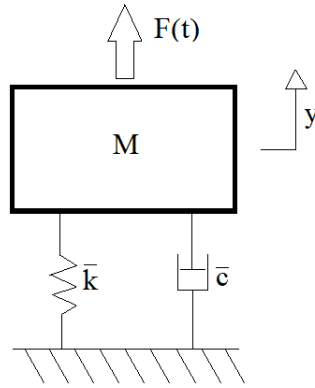


Figura 18: Modello vibrazionale semplificato.

Si è voluta arricchire la trattazione implementando in ambiente di calcolo il modello analitico-lineare precedentemente ottenuto. *Simulink* e *Simscape* sono i software utilizzati per tale scopo.

### 5.1 Simulink

Il software *Simulink* è un applicativo situato all'interno di *Matlab* e ne costituisce una potente e intuitiva interfaccia grafica. Mediante *Simulink* è possibile “programmare” l'esecuzione di calcoli in maniera molto più rapida ed error-free rispetto alla scrittura dei lunghi e complessi m-files.

Gli strumenti visuali disponibili in ambiente *Simulink* permettono di simulare dei sistemi anche molto complessi attraverso il tracciamento, su un foglio

di lavoro elettronico, di uno schema a blocchi rappresentativo del sistema in esame.

**Modello Simulink** Per modellare un sistema coerente con la trattazione fin qui svolta, è stata rielaborata l'equazione (17) in modo da ottenere al primo membro solo il termine contenente la massa  $M\ddot{y} = F(t) - \bar{c}\dot{y} - \bar{k}y$ .

Il modello ottenuto è visibile in Figura 19.

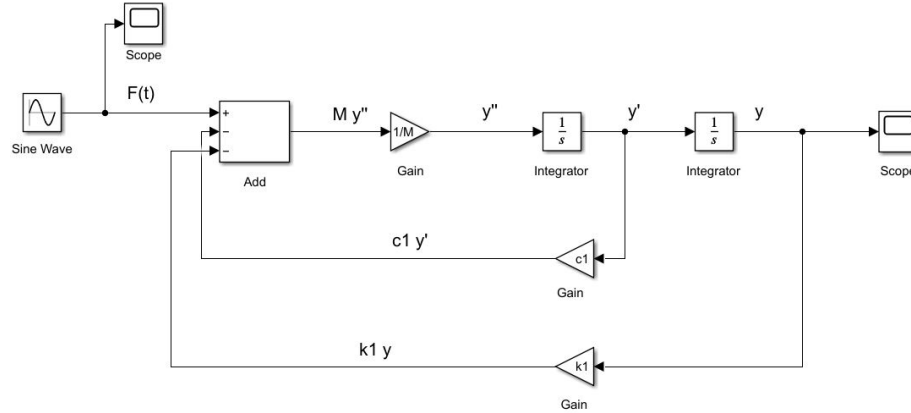


Figura 19: Modello Simulink.

Si è creato una forzante sinusoidale attraverso il blocco *Sine Wave*, la cui ampiezza è stata calcolata attraverso la variabile  $A = m * e * (\omega^2)$ . Successivamente si è aggiunto un blocco *Add* che sommasse le forze di molla equivalente, smorzatore equivalente e forzante, in modo tale da ottenere in uscita il termine in massa  $M\ddot{y}$ .

A questo punto, un blocco *Gain*, ha permesso di moltiplicare il termine in uscita da *Add* della quantità  $\frac{1}{M}$ , in modo da ottenere l'accelerazione dell'asse del cestello. Due blocchi *Integrator* posti in serie hanno premesso prima di ricavare la velocità e poi la posizione del cestello. Tali grandezze sono state moltiplicate attraverso blocchi *Gain* delle quantità rappresentative della molla e smorzatore equivalente, per ottenere le forze da aggiungere al blocco *Add* di cui si è parlato precedentemente, creando una sorta di sistema in retroazione.

Infine, il blocco *Scope* ha permesso di ottenere un grafico dello spostamento lungo il sistema di riferimento dell'asse del cestello nel tempo.

**Script di caricamento variabili** Per aggiungere maggiore generalità al modello, si è pensato di stilare uno script *Matlab* in cui inserendo le specifiche tecniche della lavatrice e del peso dei panni bagnati da lavare, la simulazione restituisce la corrispondente ampiezza di spostamento dell'asse del cestello in funzione del tempo.

I dati sono stati presi in input a seguito di una richiesta a display del programma di tipo:

```
prompt = 'Inserire_massa_in_kg_del_cestello: ';
prompt1 = 'Inserire_massa_in_kg_dei_panni_da_lavare: ';
prompt2 = 'Inserire_coeficienti_elastici_delle_molle_in
          N/m: ';
prompt3 = 'Inserire_coeficienti_di_smorzamento_viscoso_in
          Ns/m: ';
prompt4 = 'Inserire_raggio_del_cestello_in_m: ';
prompt5 = 'Inserire_giri_al_minuto_della_centrifuga';
```

Ai dati inseriti sono state collegate le variabili corrispondenti alle caratteristiche della lavatrice:

```
M = input(prompt);
m_asciutta = input(prompt1);
k = input(prompt2);
c = input(prompt3);
e = input(prompt4);
rpm = input(prompt5);
```

Per adattare i dati in input al modello studiato sono state svolte alcune operazioni elementari:

- considerata la massa dei panni da bagnata (m)
- considerato coefficiente elastico della molla equivalente (k1)
- considerato coefficiente di smorzamento viscoso equivalente (c1)
- convertito in radianti al secondo i giri al minuto della centrifuga ( $\omega$ )
- calcolato ampiezza della forzante sinusoidale (A)

```
m = 2*m_asciutta;  
k1 = 1.5*k;  
c1 = 1.5*c;  
omega = 0.14072*rpm;  
A = m*e*(omega^2);
```

La simulazione si serve quindi delle seguenti variabili:

- M
- m
- k1
- c1
- e
- omega
- A.

Come risultato dello studio del modello, si è provato a simulare attraverso parametri realistici il comportamento vibrazionale della lavatrice. Inserendo i seguenti dati:

- $M = 30$  [kg];
- $m_{\text{asciutta}} = 5$  [kg];
- $k = 5000$  [N/m];
- $c = 350$  [Ns/m];
- $e = 0.25$  [m];
- $\text{rpm} = 450$  [rpm];

si ottiene uno spostamento dell'asse del cestello nel tempo lungo il riferimento, come mostrato in Figura 20. A seguito di un transitorio iniziale, l'oscillazione si stabilizza secondo un andamento armonico. Attraverso l'equazione (10) è stato calcolato analiticamente uno spostamento  $Y = 0.085$  [m].

L'architettura della simulazione è tale da consentire di variare i parametri in ingresso per apprezzarne l'effetto sull'uscita, attraverso un riscontro grafico.

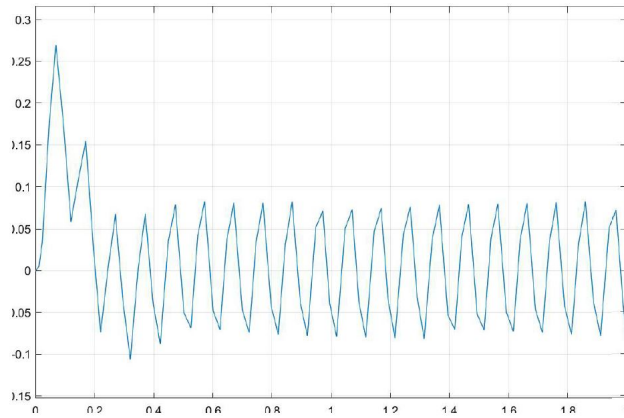


Figura 20: Oscillazione asse cestello lungo il riferimento.

A titolo di esempio si è voluta modificare la configurazione del sistema aumentando i coefficienti di smorzamento viscoso e i coefficienti elastici:

- $k = 10000 \text{ [N/m]}$ ;  $\rightarrow k1=15000 \text{ [N/m]}$ ;
- $c = 1000 \text{ [Ns/m]}$ ;  $\rightarrow c1=1500 \text{ [Ns/m]}$ ;

il risultato è apprezzabile in Figura 21. Anche in questo caso, attraverso l'equazione (10), è stato calcolato analiticamente uno spostamento  $Y = 0.07 \text{ [m]}$ .

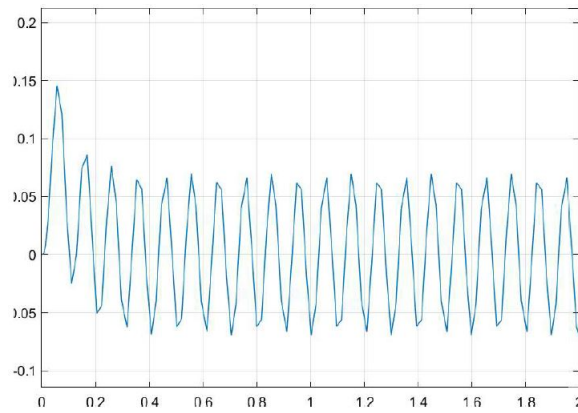


Figura 21: Oscillazione asse cestello lungo il riferimento.

## 5.2 Simscape

Con *Simscape* si possono creare rapidamente modelli di sistemi fisici all'interno dell'ambiente *Simulink*. *Simscape* consente di costruire modelli di componenti meccanici basati su collegamenti che si integrano direttamente con diagrammi a blocchi e altri paradigmi di modellazione.

Il modello fisico del sistema realizzato attraverso questo software vede blocchi corrispondenti direttamente ai componenti fisici del sistema. Questa caratteristica consente di rendere più intuitiva la modellazione a scapito della flessibilità di analisi. Più in dettaglio, se nel modello realizzato con *Simulink* le variabili rappresentative delle caratteristiche della lavatrice potevano essere cambiate direttamente utilizzando lo script di *Matlab*, con *Simscape* bisogna intervenire direttamente sul modello, inserendo manualmente il valore dei coefficienti equivalenti di molla e smorzatore.

**Modello Simscape** Il software in questione ha consentito lo sviluppo di un modello di calcolo del tutto simile a quello rappresentato in Figura 18.

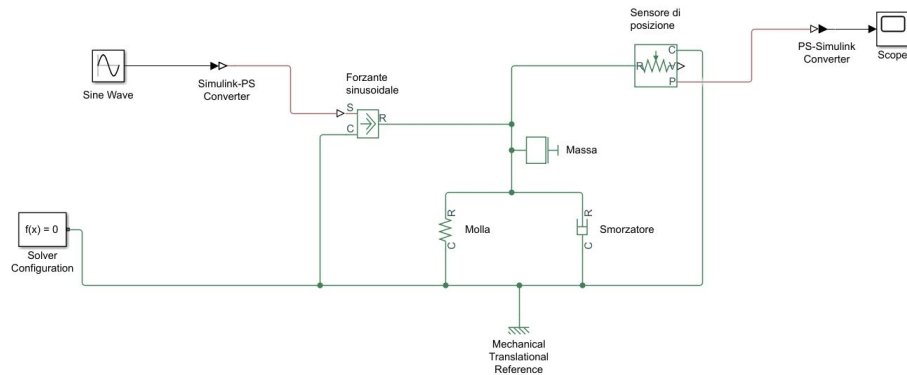


Figura 22: Modello Simscape.

In ambiente *Simscape* è importante identificare il riferimento e il modo in cui i vari blocchi vengono collegati tra loro. In questo caso si è partiti dal riferimento a terra (*Mechanical Traslational Reference*) per proseguire con l'inserimento in parallelo dei blocchi di molla e smorzatore.

Per la risoluzione del modello è necessario implementare un blocco risolutore chiamato *Solver Configuration* che può essere collegato ovunque all'interno del modello, per chiarezza è stato collocato a riferimento.

La massa rappresentativa del cestello rotante è collegata a molla e smorzatore equivalenti. Questi ultimi tre blocchi rappresentano i componenti fisici del modello oggetto di studio.

Alla massa è stata inoltre collegata una forzante del tutto identica a quella utilizzata nel modello *Simulink*. La traduzione del segnale generato dal blocco *Sine Wave*, ad opera dell'operatore *Simulink-PS Converter*, ha consentito attraverso l'utilizzo del blocco *Ideal Force Source* di generare una forza a partire dalle caratteristiche del segnale in ingresso.

Infine, per rilevare lo spostamento della massa del cestello nel tempo a causa della forzante, è stato inserito un blocco rappresentativo di un sensore di posizione. In uscita a quest'ultimo, il *PS-Simulink Converter* ha consentito una traduzione del segnale in ambiente *Simulink*, rendendo leggibile da un blocco *Scope* e consentendone la visualizzazione grafica dello spostamento nel tempo.

Quanto è stato svolto per la simulazione con modello *Simulink* è replicato in ambiente *Simscape*. Infatti, le variabili adottate attraverso lo script interattivo sono rimaste invariate in modo da poter comparare i due modelli. Come precedentemente spiegato, si sono dovuti inserire manualmente i coefficienti equivalenti comparsi nel *Workspace*.

Il risultato dello spostamento dell'asse del cestello nel tempo è visibile in Figura 23.

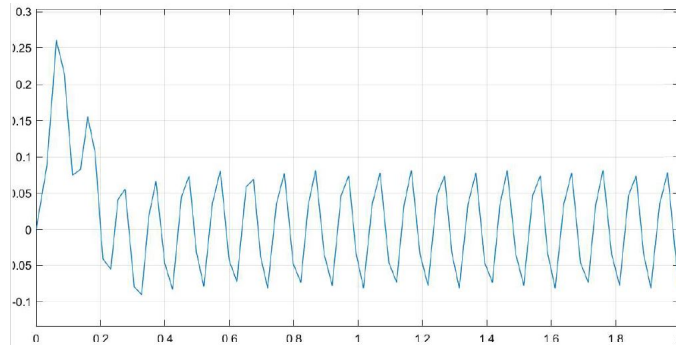


Figura 23: Oscillazione asse cestello lungo il riferimento.

Coerentemente con quanto elaborato precedentemente, si è voluto simulare un secondo modello variando unicamente i coefficienti equivalenti di molla e smorzatore, con valori analoghi a quelli di pagina 21 ( $k_1 = 15000$  N/m;  $c_1 = 1500$  Ns/m).

Il risultato ottenuto è visibile in Figura 24.

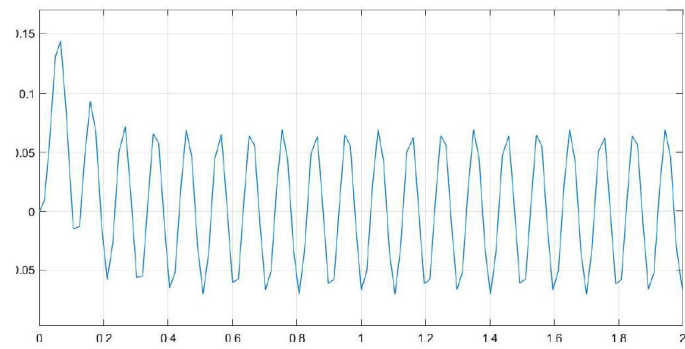


Figura 24: Oscillazione asse cestello lungo il riferimento.



## 6 Conclusioni

Lo studio analitico del sistema in esame ha portato alla formulazione di espressioni chiare e coerenti con il problema trattato.

Ciò ha permesso di stilare un modello semplificato e implementabile in ambiente di calcolo numerico. Il risultato di questa operazione si traduce in andamenti dell'oscillazione del tutto congruenti tra i tre modelli (Analitico, *Simulink* e *Simscape*).

A conferma di questo, si evidenzia il risultato analitico presente a pagina 20 corrispondente a Figura 20 e il risultato analitico presente a pagina 21 corrispondente a Figura 21. Si noti inoltre la congruenza tra i grafici ottenuti dai due modelli sviluppati in ambiente di calcolo.

## Riferimenti bibliografici

- [1] E. Asquer. *La rivoluzione candida: storia sociale della lavatrice in Italia (1945-1970)*. Le sfere. Carocci, 2007.
- [2] JY Choi, JM Lee, JS Lee, NC Park, and YP Park. A study on the dynamic behavior and comparative analysis of a suspension type pulsator/drum type washing machine. In *Journal of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering, Annual Spring Conference*, pages 1134–1139, 2003.
- [3] G. De Crescenzo. *Le industrie del Regno di Napoli*. Biblioteca napoletana. Grimaldi, 2002.
- [4] U. Meneghetti, A. Maggiore, and E. Funaioli. *Lezioni di meccanica applicata alle macchine*. Number v. 1 in *Lezioni di meccanica applicata alle macchine*. Pàtron, 2010.
- [5] Alessandro Tasora. *Esercitazione meccanica applicata alle macchine*. 2012.