

# Análisis de Datos Categóricos

## Fundamentos de Probabilidades

**Mauricio Bucca**

[github.com/mebucca](https://github.com/mebucca)

[mebucca@uc.cl](mailto:mebucca@uc.cl)

**06 August, 2024**

# Fundamentos de Probabilidades

# Experimentos aleatorios

Un **experimento aleatorio** es un experimento - real o hipotético - en el que todos los posibles resultados son conocidos *a priori*.

- Experimento: Tirar un dado
- Posibles resultados: números enteros entre 1 y 6

El conjunto de todos los posibles resultados de un experimento se llama "espacio muestral",  $\Omega$ .

En este caso:

$$\Omega : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

En palabras,  $\Omega : \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  significa que nuestro experimento, consistente en tirar un dado, puede resultar en: "1 o 2 o 3... o 6"

# Eventos

Un **evento** es un subconjunto bien definido de los posibles resultados de un experimento.

- Experimento: Tirar un dado
- "A" es el evento de "obtener un 1 o un 5"

Formalmente,

$$A : \text{dado}=1 \text{ o } \text{dado}=5$$

# Probabilidad

Para cualquier *evento* es posible asociar un número que cuantifique la *probabilidad* de ocurrencia de tal evento.

Continuando con nuestro ejemplo,

- Experimento: Tirar un dado
- Espacio muestral,  $\Omega: \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- A es el evento de "obtener un 1 o un 5"

¿Cuál es la probabilidad de que ocurra A?

Formalmente,

$$\mathbb{P}(A) = \mathbb{P}(\text{dado}=1 \text{ o dado}=5)$$

donde  $\mathbb{P}(.)$  refiere a la probabilidad de ocurrencia del evento y  $\mathbb{P}(.) \in [0, 1]$

# Probabilidad

## Ejercicio rápido:

- Supuesto: el dado es "justo", es decir, todos los valores tienen la misma probabilidad de ocurrencia

### Preguntas:

- 1) ¿Cuál es la probabilidad de ocurrencia de cada valor en el espacio muestral?
- 2) ¿Cuál es la probabilidad de ocurrencia del evento A (obtener un 1 o un 5)?

### Respuestas:

1)  $\frac{1}{6}$

2)  $\frac{2}{6}$

Detrás de estas respuestas hay una comprensión intuitiva de algunas propiedades importantes de la probabilidad.

# Reglas básicas de probabilidad

1) Las probabilidades están limitadas entre cero y uno. Si  $A$  es un evento, entonces:

$$0 \leq \mathbb{P}(A) \leq 1$$

2) La probabilidad de que dos eventos mutuamente excluyentes ocurran al mismo tiempo es cero. Si  $A$  y  $B$  son eventos mutuamente excluyentes, entonces:

$$\mathbb{P}(A \text{ y } B) = 0$$

Por ejemplo,

- si  $A$  : dado=1 o dado=5
- y  $B$  : dado=6

entonces  $\mathbb{P}(A \text{ y } B) = 0$

# Reglas básicas de probabilidad

3) Si  $A$  y  $B$  son dos eventos la probabilidad de que *al menos* uno de los dos ocurra es llamada la "unión" de ambos eventos y viene dada por:

$$\mathbb{P}(A \text{ o } B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \text{ y } B)$$

Por ejemplo,

- si  $A$  : dado=1 o dado=5
- y  $B$  : dado=5 o dado=6

entonces,

$$\mathbb{P}(A \text{ o } B) = \mathbb{P}(\text{dado}=1 \text{ o } \text{dado}=5) + \mathbb{P}(\text{dado}=5 \text{ o } \text{dado}=6) - \mathbb{P}(\text{dado}=5)$$



# Reglas básicas de probabilidad

## Ejercicio rápido:

- Experimento: tirar un dado
- Supuesto: el dado es "justo", es decir, todos los valores tienen la misma probabilidad de ocurrencia

### Pregunta:

¿Cuál es la probabilidad de obtener un 3 o un 4?

### Respuesta:

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\text{dado}=3 \text{ o dado}=4) &= \mathbb{P}(\text{dado}=3) + \mathbb{P}(\text{dado}=4) - \mathbb{P}(\text{dado}=3 \text{ y dado}=4) \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} - 0 = \frac{2}{6}\end{aligned}$$

# Reglas básicas de probabilidad

4) De los puntos 2 y 3 se deduce que la probabilidad de la unión de dos eventos desunidos,  $A$  y  $B$ , viene dada por:

$$\mathbb{P}(A \text{ or } B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B)$$

# Reglas básicas de probabilidad

5) La probabilidad del espacio muestral es uno.

Formalmente, si denotamos cada posible resultado de un experimento como  $A_i$ , entonces:

$$\mathbb{P}(\Omega) = \mathbb{P}(A_1 \text{ o } A_2 \dots \text{ o } A_n) = \sum_i \mathbb{P}(A_i) = 1$$

Por ejemplo

- Experimento: tirar un dado justo

Entonces,

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(\Omega) &= \mathbb{P}(\text{dado}=1 \text{ o } \dots \text{ o dado}=6) \\ &= \mathbb{P}(\text{dado}=1) + \dots + \mathbb{P}(\text{dado}=6) \\ &= \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{6} = 1\end{aligned}$$

# Reglas básicas de probabilidad

6) Se sigue de (5) que si dos eventos  $A$  y  $B$  dividen el espacio muestral en dos particiones mutuamente excluyentes entonces sus probabilidades son complementarias.

Formalmente,

$$\mathbb{P}(A) = 1 - \mathbb{P}(B)$$

Por ejemplo

- Experimento: tirar un dado justo
- $A$ : dado  $< 3$
- $B$ : dado  $\geq 3$

Entonces,

$$\begin{aligned}\mathbb{P}(A) &= 1 - \mathbb{P}(B) \\ &= 1 - \frac{4}{6} \\ &= \frac{2}{6}\end{aligned}$$

# Hasta la próxima clase. Gracias!

Mauricio Bucca  
<https://mebucca.github.io/>  
[github.com/mebucca](https://github.com/mebucca)