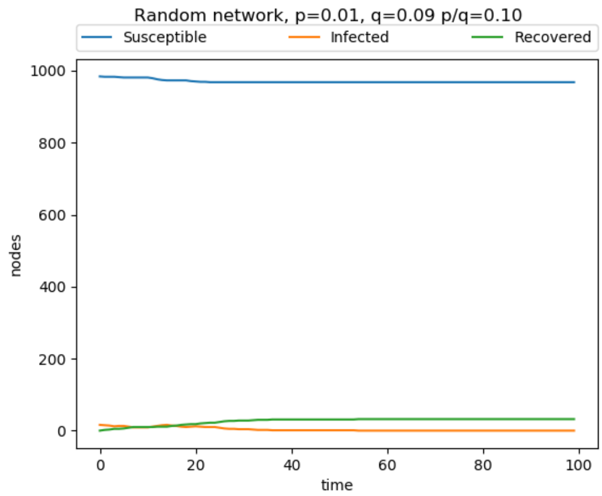
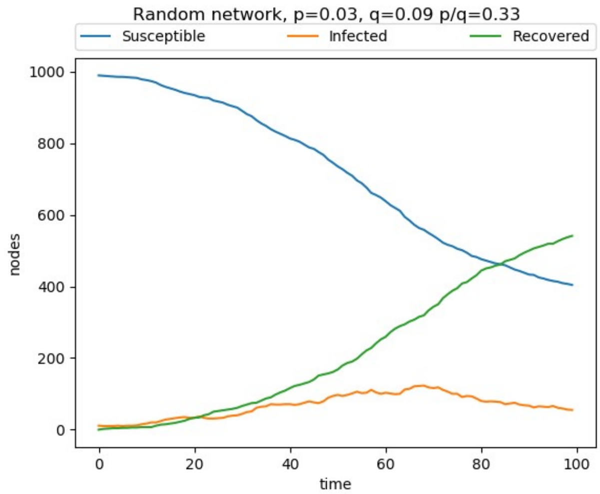
Εργασία 1: Διάδοση σε πολύπλοκα δίκτυα

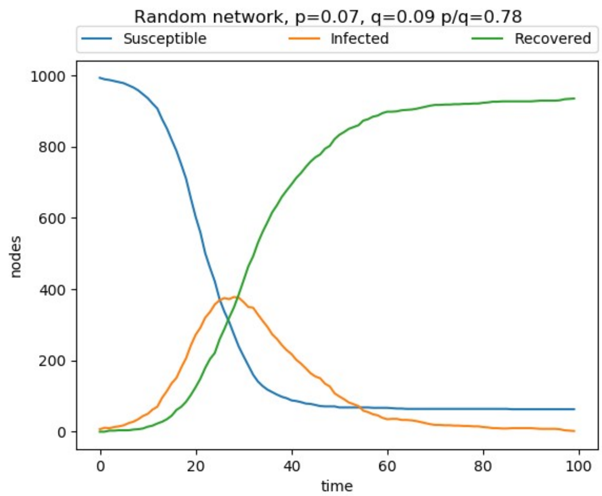
Κατασκευάσαμε συνάρτηση σε python3 που προσομοιώνει το ζητούμενο σύστημα όταν το δίκτυο είναι τυχαίο και όταν το δίκτυο είναι Barabasi-Albert. Το δίκτυο και οι ζητούμενες γραφικές παραστάσεις υλοποιήθηκαν με τα πακέτα NetworkX και Matplotlib της python3. Δεν έχει γίνει υλοποίηση του εμβολιασμού αρχικά κάποιων κόμβων. Το εύρος του λόγου p/q είναι από 0.1 μέχρι 10.

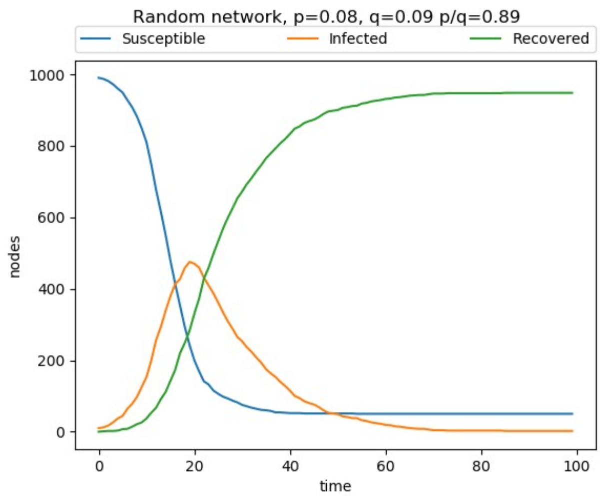
Πιο συγκεκριμένα, στα πειράματα που υλοποιήθηκαν κάθε φορά το q είναι 0.09, δηλαδή κάθε κόμβος σε κατάσταση I μπορεί με πιθανότητα 0.09 στην επόμενη χρονική στιγμή της προσομοίωσης να αναρρώσει. Η τιμή του p διακυμένεται με τιμές από 0.009 μέχρι 0.9, έτσι ώστε να καλύπτουμε για το p/q το φάσμα από 0.1 ως 10. Το p είναι η πιθανότητα που έχει κάθε ασθενής κόμβος να μεταδώσει την κατάστασή του (ασθένεια) σε κάθε χρονική στιγμή σε έναν υγιή κόμβο με τον οποίο συνδέεται. Όταν ο λόγος p/q είναι χαμηλός, η ανάρρωση είναι γρηγορότερη από την μετάδοση της ασθένειας στο δίκτυο. Όταν ο λόγος είναι μεγάλος (μεγαλύτερος του 1), τότε η μετάδοση είναι ταχύτερη από την ανάρρωση.

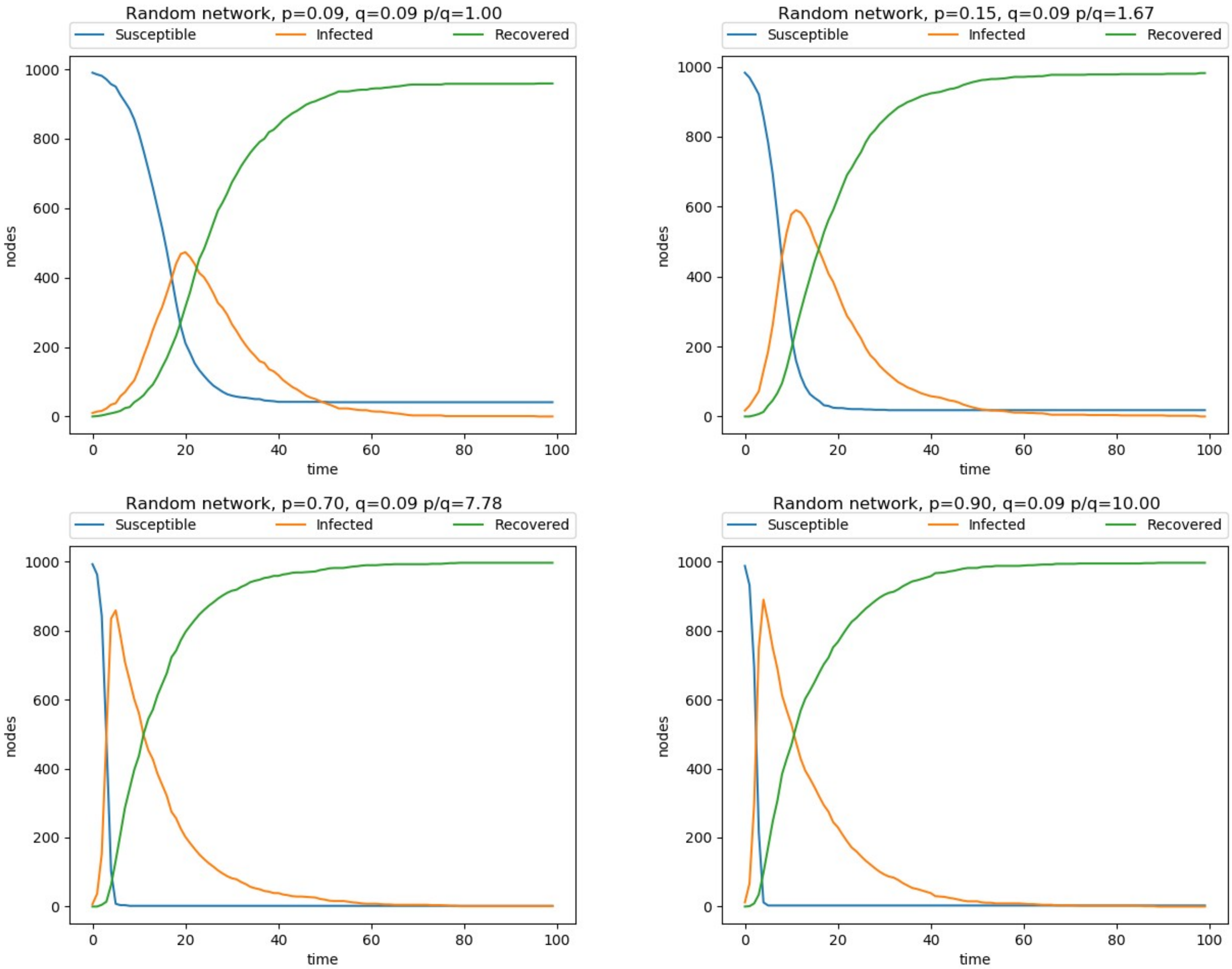
Οι γραφικές παραστάσεις για το τυχαίο δίκτυο είναι οι εξής:







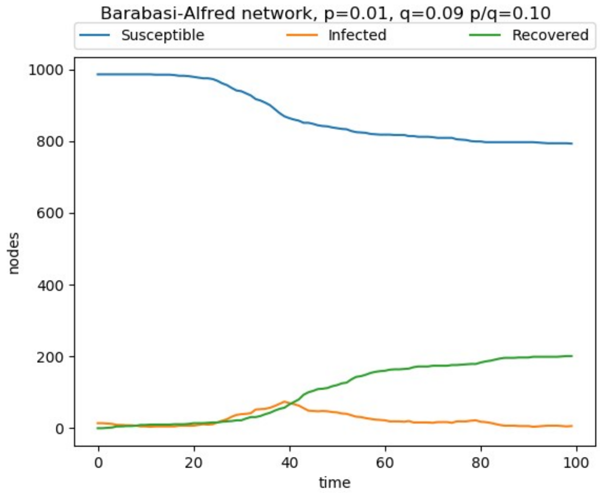


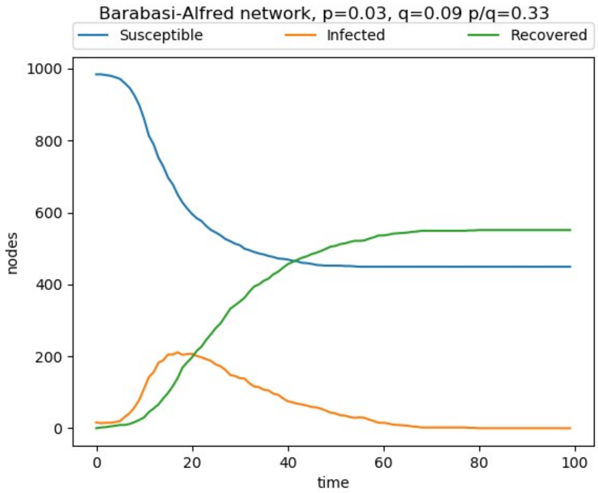


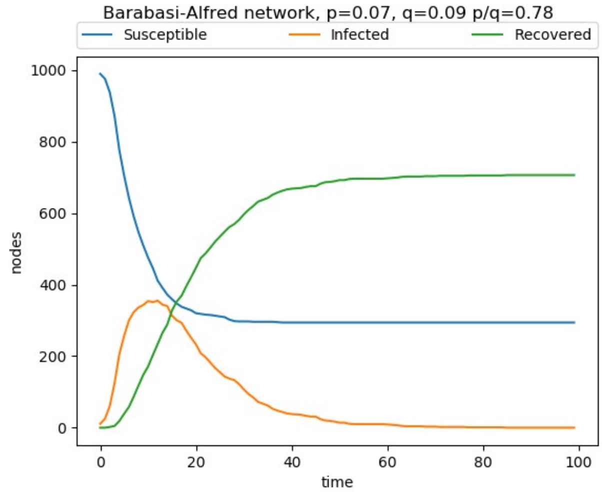
Καταρχήν παρατηρούμε ότι σε κάθε περίπτωση οι κόμβοι σε κατάσταση I αρχικά αυξάνονται και τελικά εξαφανίζονται. Αυτό προφανώς συμβαίνει γιατί ζητάμε μέσω του q να υπάρχει ανάρρωση, αλλά για το γεγονός ότι υπάρχει εξαφάνιση της κατάστασης I υπάρχουν δύο μηχανισμοί. Όταν ο λόγος p/q είναι μικρότερος από 1, είναι πιο πιθανό κάποιος κόμβος να αναρρώσει (κατάσταση R), παρά να μεταδόσει την ασθένεια σε έναν άλλο κόμβο. Στις περιπτώσεις αυτές παρατηρούμε ότι το σύστημα φτάνει σε μια ισορροπία στην οποία υπάρχουν κόμβοι σε καταστάσεις S και R, αλλά προφανώς όχι σε I, εφόσον υπάρχουν υψηλές πιθανότητες ανάρρωσης. Το τελικό σημείο ισορροπίας εξαρτάται προφανώς από τον λόγο p/q. Όσο πλησιάζει ο λόγος την μονάδα τόσο η κατάσταση R τείνει να επικρατήσει στο δίκτυο. Προφανώς για μικρές τιμές p/q οι ασθνείς κόμβοι αναρρώνουν πιο γρήγορα χωρίς να έχουν μεταδόσει την ασθενή κατάστασή τους I, οπότε φαίνεται να υπάρχει η κατάσταση S, που επικρατεί περισσότερο όσο μικρότερος είναι ο λόγος p/q.

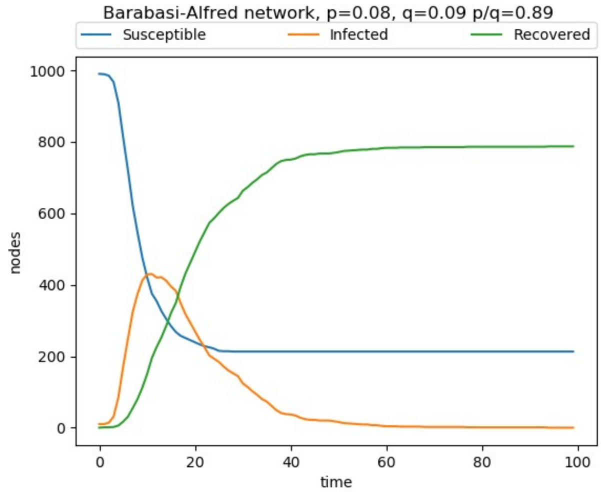
Αν ο λόγος p/q γίνει μεγαλύτερος της μονάδας, τότε κάθε ασθενής κόμβος έχει περισσότερες πιθανότητας να μεταδόσει την ασθένεια, παρά να αναρρρώσει. Επομένως είναι λογικό να ασθενεί όλος ο πληθυσμός και τελικά να μην υπάρχιε καθόλου η κατάσταση S. Δηλαδή υπάρχει μια ροή καταστάσεων S --> I --> R από όλους τους κόμβους και τελικά να εξαφανίζονται οι διαθέσιμοι και κόμβοι ασθενείς με συσσώρευση κόμβων στην κατάσταση R. Καθώς απομακρυνόμαστε από το 1 προς μεγαλύτερα p/q, τόσο πιο σύντομη είναι η μετάβαση και επίσης κάποια στιγμή τόσο μεγαλύτερο μέρος του δικτύου είναι μολυσμένο (πανδημία). Επειδή όμως στο μοντέλο υπάρχει ανάρρωση τελικά όλοι οι κόμβοι αναρρώνουν.

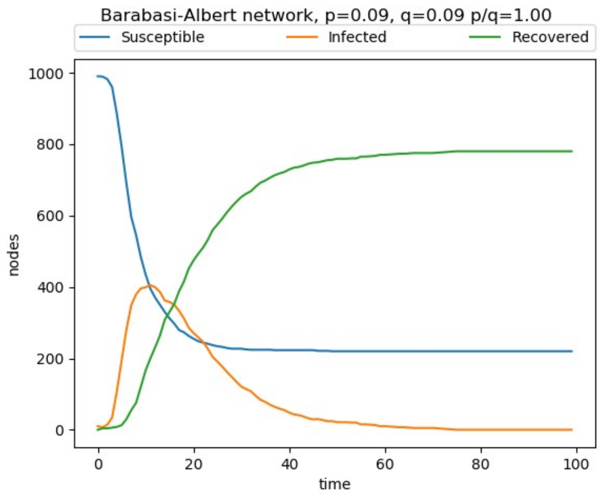
Τα αποτελέσματα στα δίκτυα Barabasi-Albert είναι η εξής:

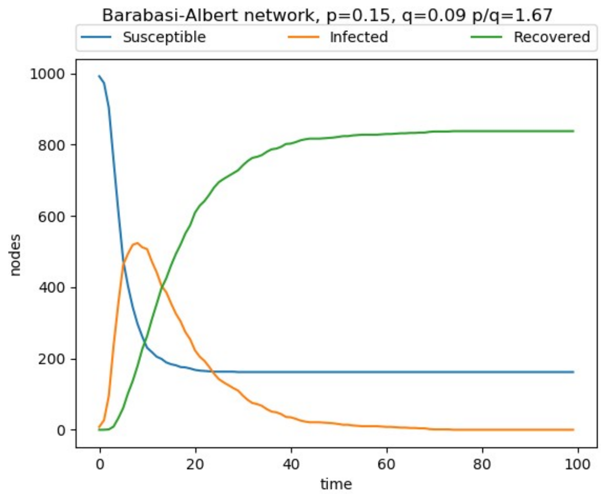

Barabasi-Alfred network, p=0.01, q=0.09 p/q=0.10
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100

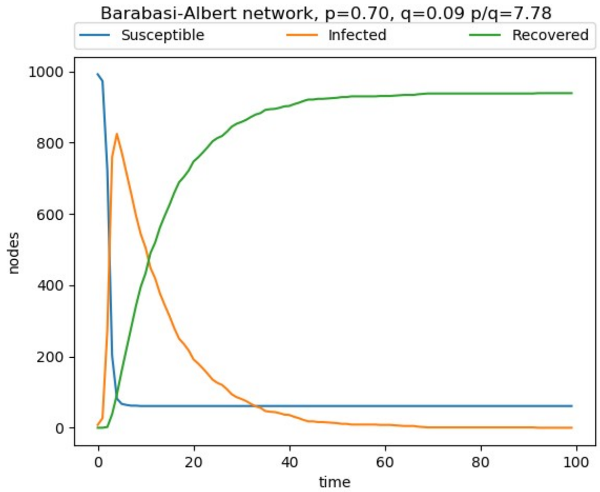

Barabasi-Alfred network, p=0.03, q=0.09 p/q=0.33
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100

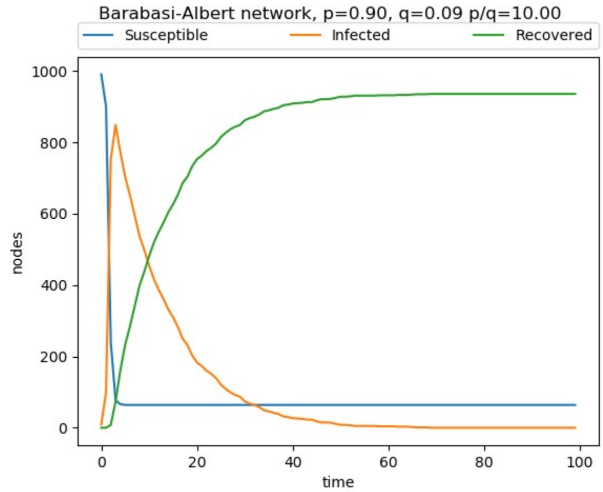

Barabasi-Alfred network, p=0.07, q=0.09 p/q=0.78
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100


Barabasi-Alfred network, p=0.08, q=0.09 p/q=0.89
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100


Barabasi-Albert network, p=0.09, q=0.09 p/q=1.00
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100


Barabasi-Albert network, p=0.15, q=0.09 p/q=1.67
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100


Barabasi-Albert network, p=0.70, q=0.09 p/q=7.78
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100


Barabasi-Albert network, p=0.90, q=0.09 p/q=10.00
Susceptible
Infected
Recovered
nodes
time
0
200
400
600
800
1000
0
20
40
60
80
100

Στα δίκτυα Barabasi-Albert υπάρχουν κάποιοι κόμβοι που συνδέονται μεταξύ τους με πολλούς δυνατούς τρόπους, έτσι ώστε ο βαθμός κάθε κόμβου να υπερβαίνει κατά πολύ τον μέσο όρο. Στο δικό μας πείραμα, κατασκευάσαμε έναν πυρήνα από 30 κόμβους που συνδέονται όλοι μεταξύ τους με απευθείας συνδέσεις. Οπότε καθένας από αυτούς έχει βαθμό 29. Στη συνέχεια οι υπόλοιποι νέοι κόμβοι συνδέονται στους υπάρχοντες του δικτύου με πιθανότητα ο κάθε νέος κόμβος να συνδεθεί με τον υπάρχον κόμβο i με πιθανότητα:

$$\prod(k_i)=k_i/\sum_j k_j$$

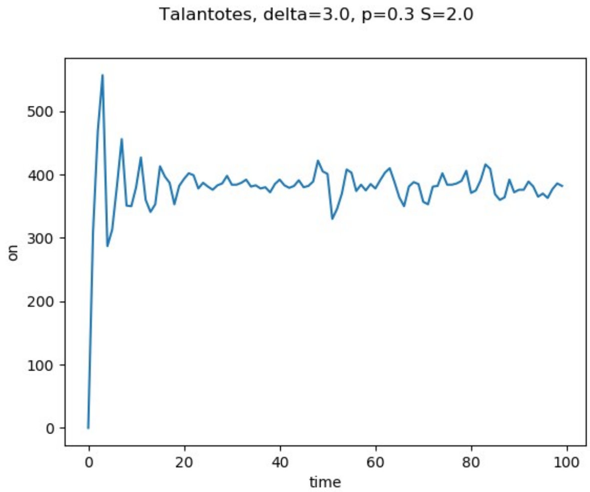
Όπου k το ο βαθμός του κάθε κόμβου. Φαίνεται δηλαδή από τον τύπο ότι υπάρχουν περισσότερες πιθανότητες σχηματισμού ακμής με κόμβους που έχουν ήδη πολλές ακμές. Με άλλα λόγια ευνοούνται οι κόμβοι του πυρήνα. Οι υπόλοιποι κόμβοι συνδέονται με λιγότερες συνδέσεις με άλλους κόμβους, ώστε να ισχύει ο περιορισμός της εκφώνησης για μέσο όρο ακμών 3 στο δίκτυο συνολικά.

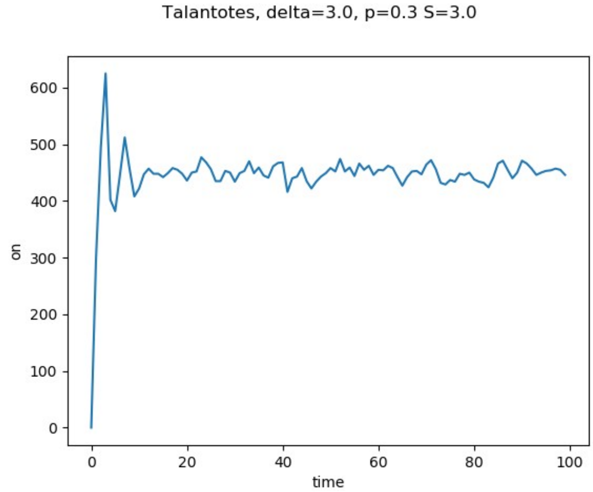
Η ιδιαιτερότητα αυτή που έχει το δίκτυο έχει ως αποτέλεσμα την γρηγορότερη μετάδοση της κατάστασης I και τελικά το δίκτυο να φτάνει γρηγορότερα σε ισορροπία. Η γρηγορότερη μετάδοση έχει ως αποτέλεσμα να αλλάξουν και οι θέσεις ισορροπίας γενικότερα. Δηλαδή σε κάθε περίπτωση για το ίδιο χρονικό διάστημα στην περίπτωση δικτύου Barabasi-Albert οι κόμβοι που βρίσκονται σε κατάσταση R είναι περισσότεροι. Εξαιτίας της γρηγορότερης μετακίνησης παρατηρείται ότι οι κλίσεις των καμπυλών είναι μεγαλύτερες.

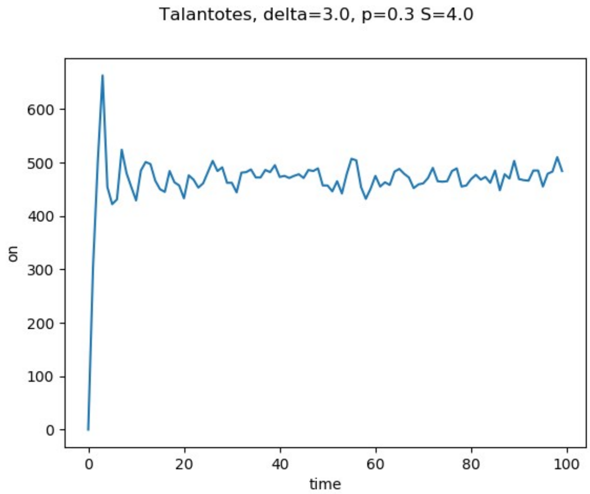
Τα υπόλοιπα συμπεράσματα σχετικά με την συμπεριφορά του δικτύου ως προς τις μεταβάσεις στις καταστάσεις των κόμβων είναι τα ίδια. Δηλαδή το νέο στοιχείο που προκύπτει από τα δίκτυα Barabasi-Albert είναι ότι η ύπαρξη ενός πυρήνα πλήρως συνδεδεμένων κόμβων έχει ως αποτέλεσμα την γρηγορότερη μετάβαση των κόμβων από τις διαδοχικές τους καταστάσεις. Επομένως ένα δίκτυο με μια συγκεκριμένη τοπολογία θα μπορούσε να επηρεάσει την ταχύτητα μετάδοσης ενός μικροβίου, μιας είδησης ή μιας πληροφορίας.

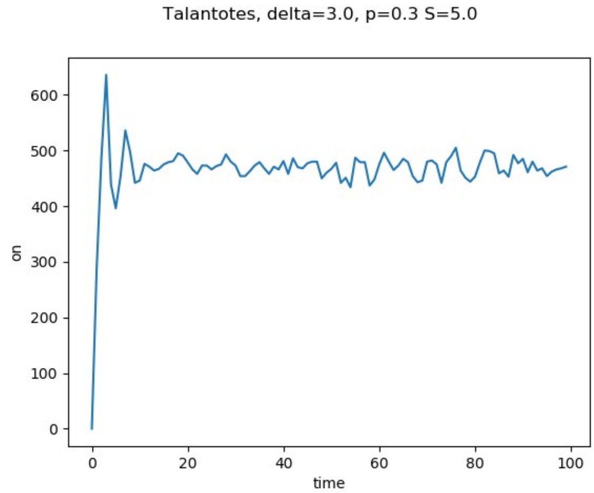
Εργασία 2: Αυθόρμητος συγχρονισμός σε πολύπλοκα δίκτυα

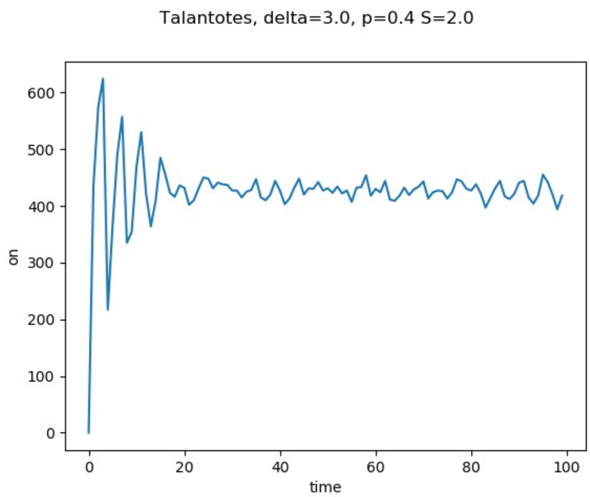
Κατασκευάσαμε συνάρτηση σε python3 που προσομοιώνει το ζητούμενο σύστημα και την εκτελέσαμε για διάφορες παραμέτρους των Δ, p και S. Οι γραφικές παραστάσεις που προκύπτουν εμφανίζονται στη συνέχεια. Στην γραφική παράσταση αναγράφονται οι τιμές των παραμέτρων Δ, p και S με την βοήθεια των οποίων προκύπτουν συγκεκριμένα συμπεράσματα.

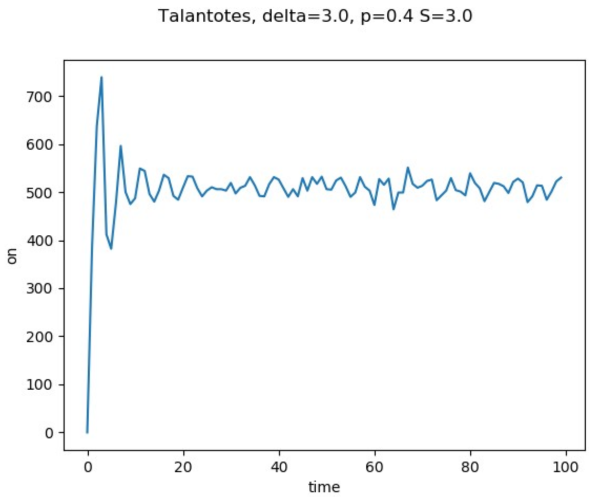


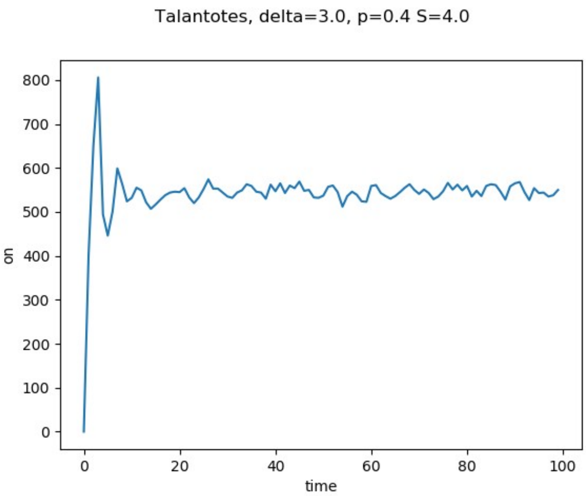


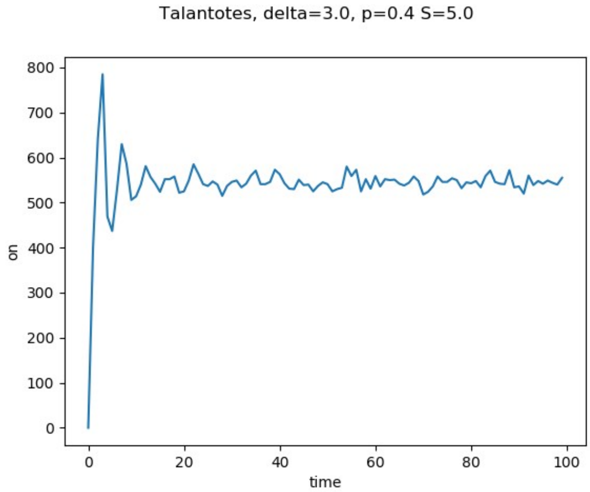


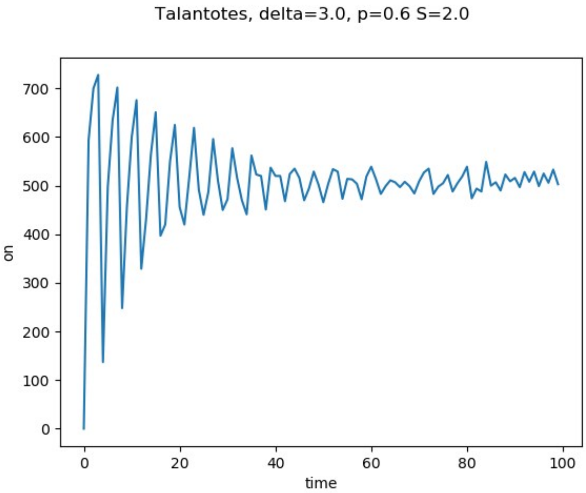


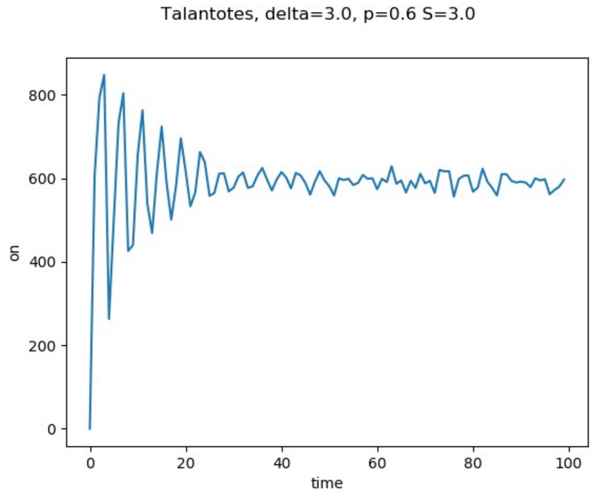


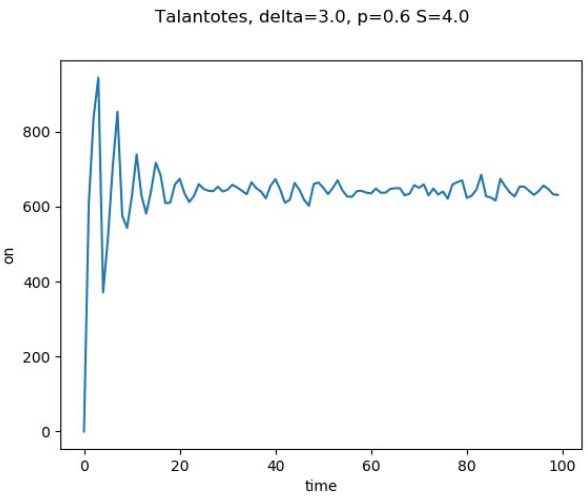


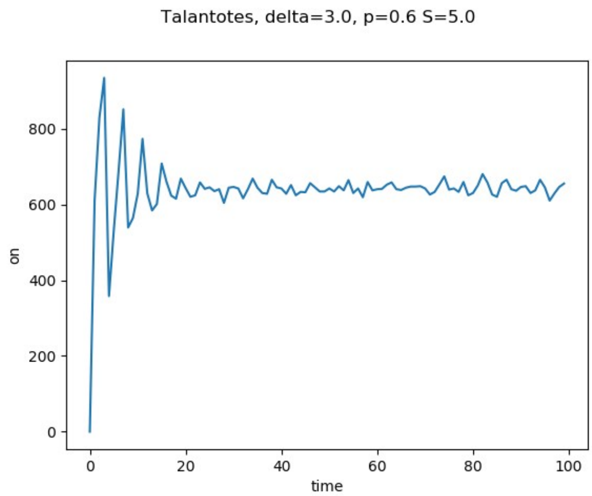

Talantotes, delta=3.0, p=0.4 S=4.0
on
time

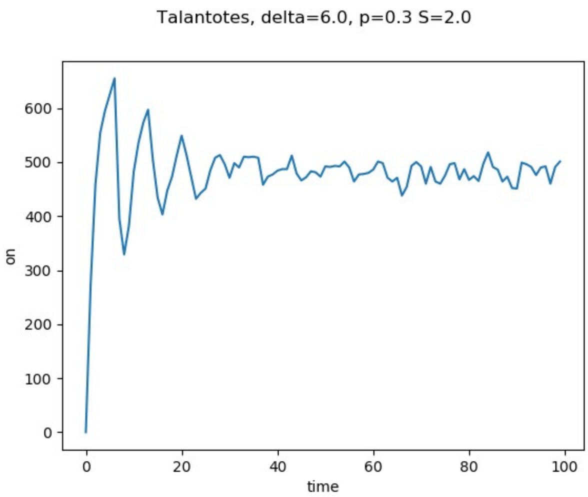

Talantotes, delta=3.0, p=0.4 S=5.0
on
time

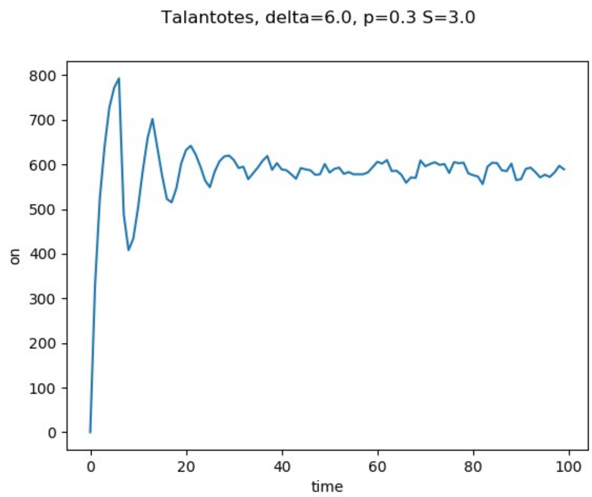

Talantotes, delta=3.0, p=0.6 S=2.0
on
time


Talantotes, delta=3.0, p=0.6 S=3.0
on
time

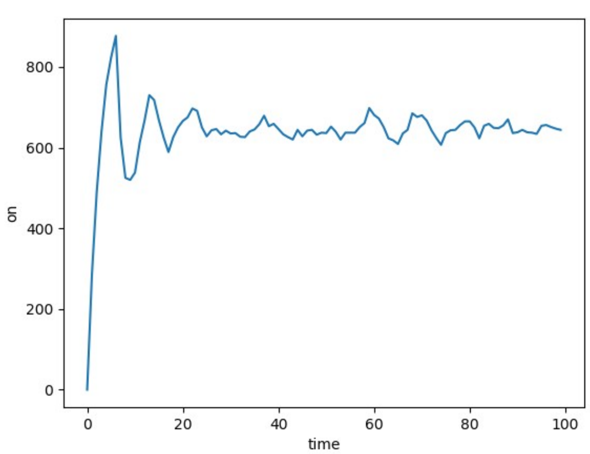

Talantotes, delta=3.0, p=0.6 S=4.0
on
time


Talantotes, delta=3.0, p=0.6 S=5.0
on
time

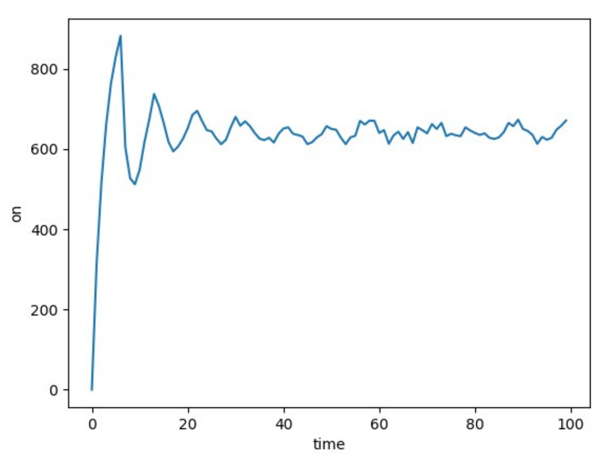

Talantotes, delta=6.0, p=0.3 S=2.0
on
time


Talantotes, delta=6.0, p=0.3 S=3.0
on
time

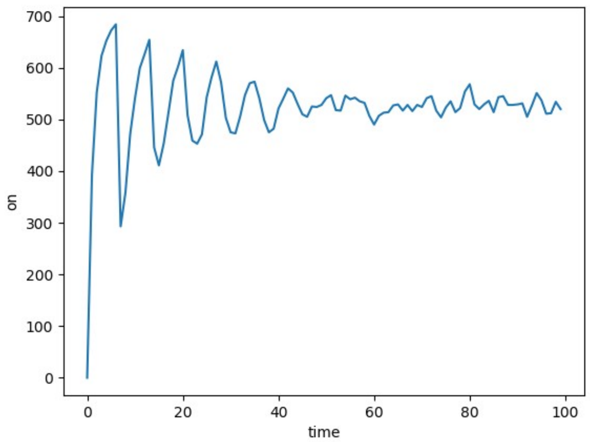
Talantotes, delta=6.0, p=0.3 S=4.0



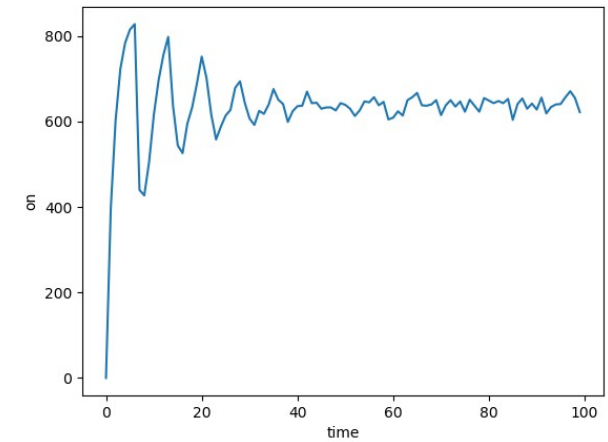
Talantotes, delta=6.0, p=0.3 S=5.0



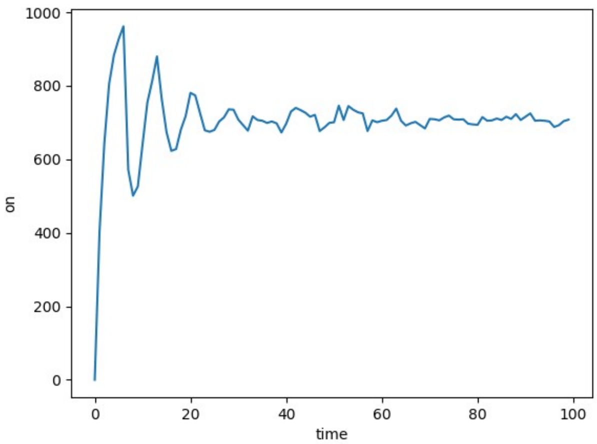
Talantotes, delta=6.0, p=0.4 S=2.0



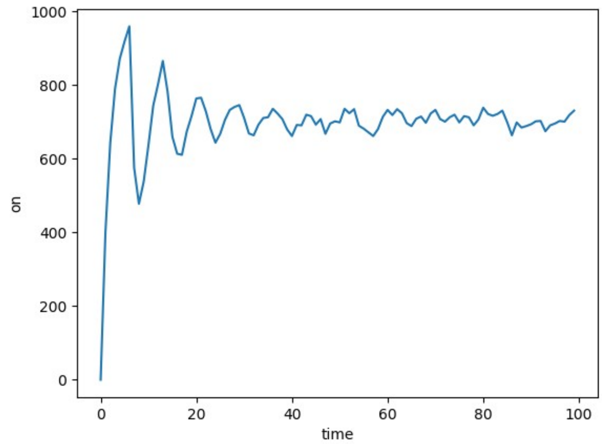
Talantotes, delta=6.0, p=0.4 S=3.0



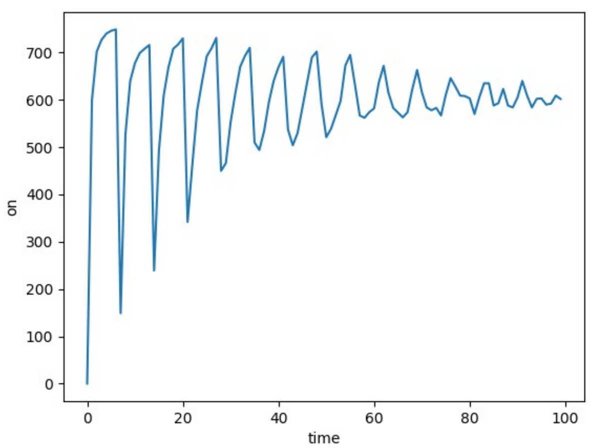
Talantotes, delta=6.0, p=0.4 S=4.0



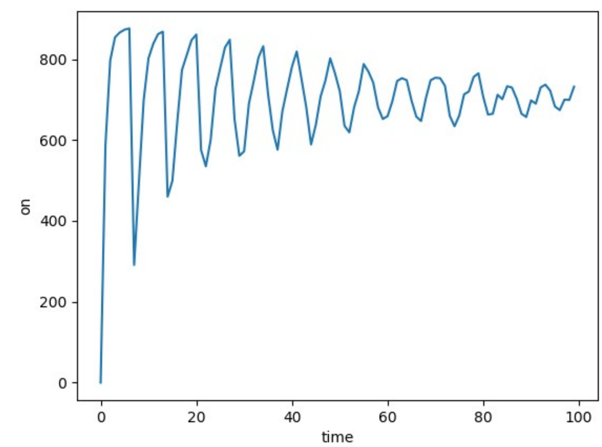
Talantotes, delta=6.0, p=0.4 S=5.0

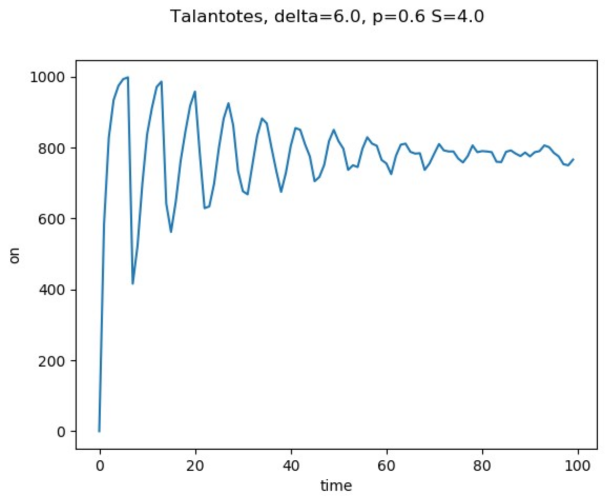


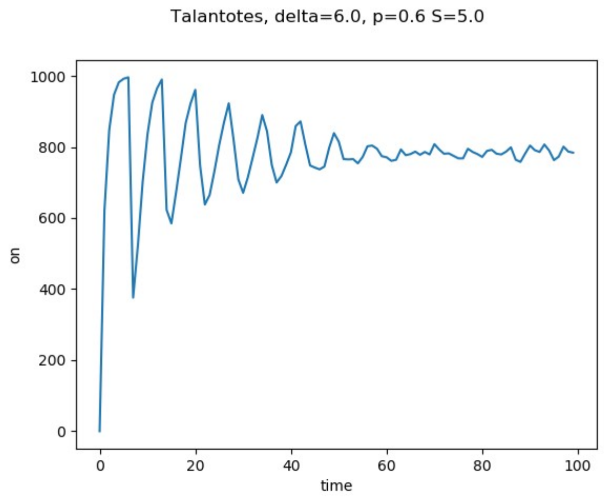
Talantotes, delta=6.0, p=0.6 S=2.0



Talantotes, delta=6.0, p=0.6 S=3.0







Τα αποτελέσματα εμφανίζονται με τιμές για το Δ 3 και 6 για το p με τιμές 0.3, 0.4 και 0.6 ενώ το S παίρνει τιμές 2, 3, 4 και 5. Σε όλες τις περιπτώσεις παρατηρούμε ότι το S επηρεάζει το πλήθος των ταλαντωτών που μπορούν να είναι αναμμένοι σε μια συγκεκριμένη χρονική στιγμή. Σε χαμηλές τιμές του S υπάρχει λιγότερος φωτισμός, δηλαδή λιγότεροι αναμμένοι ταλαντωτές. Αυτό φαίνεται και από το μέγιστο της καμπύλης κάθε φορά, αλλά και από την μέση τιμή που φαίνεται να ισορροπεί το σύστημα κάθε φορά. Το αποτέλεσμα αυτό είναι αναμενόμενο καθώς όσο μεγαλώνει το S τόσο πιο εύκολα μπορεί να ανάψει ένας ταλαντωτής.

Το p όπως είναι επίσης αναμενόμενο επηρεάζει σε κάθε χρονική στιγμή το ποσοστό των ταλαντωτών που είναι σβυστοί και μπορούν να ανάψουν εφόσον ο φωτισμός στο περιβάλλον τους το επιτρέπει. Όταν το p έχει μικρή τιμή το εύρος των ταλαντώσεων είναι μικρότερο, καθώς λιγότεροι ταλαντωτές ανάβουν στην επόμενη χρονική στιγμή. Αντιθέτως καθώς το p αυξάνεται, η ταλαντώσεις γίνονται πιο ‘ελαστικές’ και το εύρος τους αυξάνεται.

Τέλος η παράμετρος Δ επηρεάζει για πόσο χρόνο θα είναι ένας ταλαντωτής αναμμένος. Είναι λογικό σε μεγαλύτερες τιμές Δ, οι ταλαντωτές να είναι αναμμένοι για περισσότερο χρόνο. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα και να μεγαλώνει το μέγιστο της ταλάντωσης, αλλά και να απαιτείται περισσότερος χρόνος μέχρι οι ταλαντωτές να μειώσουν το πλάτος των ταλαντώσεων για να φτάσουν σε έναν μέσο όρο.

Παρατηρούμε τελικά ότι οι καμπύλες της προσομοίωσης συμφωνούν με τα θεωρητικά αποτελέσματα.