

Versuch 251

Frauendorfer Andreas

21.11.2021

1 Einleitung

In diesem Versuch werden wir die Grundlagen Umgang mit der Radioaktivität erlernen und uns die Gesetzmäßigkeiten da mit dem Zerfall auftretenden Statistik anschauen. Dazu verwenden wir ein ^{60}Co Präparat und versuchen die auftretenden Verteilungen durch verschiedene Wahrscheinlichkeitsverteilungen Modelle zu beschreiben.

2 Geiger-müller-zählrohr

Das Geiger-Müller Zählrohr dient dem Nachweis ionisierender Strahlung. Es besteht aus einem Metallgehäuse (Kathode) und einem Anodendraht. Zwischen beiden liegt die Zählrohrspannung an. Fliegt nun ein ionisierendes Teilchen (α , β oder γ -Teilchen) durch das Fenster an einem Ende des Gehäuse in das Zählrohr und ionisiert das Füllgas, dann werden die freiwerdenden Elektronen zur Anode gezogen und können als Strom detektiert werden.

Ein Zählrohr braucht ca. 10^{-4} Sekunden nach einer Detektierung um wieder einsatzfähig zu sein, da die trägen positiven Atomrümpfe erst zur Anode wandern müssen und währenddessen die Messung verfälschen.

Der mittlere statistische Fehler von n detektierten Teilchen ist gegeben durch \sqrt{n} , der mittlere relative Fehler ist: $\sqrt{n}/n = 1/\sqrt{n}$.

Auch ohne Präparat werden ca 50 Ereignisse pro Minute aufgrund der Höhenstrahlung und der natürlichen Radioaktivität gemessen. Ist dieser Fehler klein gegenüber dem statistischen Fehler, muss er nicht extra abgezogen werden.

2.1 Plateau-Bereich

Die Anzahl der Elektronen, die die Anode erreichen ist abhängig von der Zählrohrspannung. Je größer die Vorspannung ist, desto schneller sind die bei höheren Spannungen aus dem Gas herausgeschlagenen Elektronen. So kann es zu einer Elektronenlawine kommen. Dem Gas ist ein Löschgas beigemischt, sodass die Elektronenlawine nach einigen 10^{-5} Sekunden erlischt. Dadurch erzeugt jedes einfallende Teilchen unabhängig von seiner Energie ein gleich großes Entladungssignal. Der Bereich, in dem die Vorspannung diesen Effekt erzielt,

nennt man Plateau-Bereich.

Bei weiterer Erhöhung der Zählrohrspannung, werden nicht mehr Elektronen ausglöst, weshalb die Zählrohrkennlinie plateau-artig flach verläuft. Ab einer gewissen Zählrohrspannung klingt die Elektronenlawine nicht mehr ab und das Zählrohr geht kaputt.

Realistisch betrachtet hat die Kennlinie eines Zählrohr trotzdem eine Steigung, am besten von wenigen Prozent pro 100V.

Die Zählrohrspannung darf die Einsatzspannung U_E nicht unterschreiten.

2.2 Binomial-Verteilung

Eine Binomialverteilung entsteht, wenn ein Ereigniss A mit der Wahrscheinlichkeit p in n Versuchen k mal eintritt und die Wahrscheinlichkeit für nicht A gleich (1-p) ist.

Da die k Detektierungen an beliebigen Stellen in n auftreten können gibt es $\binom{n}{k}$ Möglichkeiten unser Ereigniss A, k mal zu messen.

Die Wahrscheinlichkeit $B(k; n, p)$ ergibt sich also zu:

$$\binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k} \quad (1)$$

Die Binomialverteilung hat folgende Eigenschaften:

$$\sum_{k=0}^n B(k; n, p) = 1 \quad (2)$$

$$k = \sum_{k=0}^n k B(k; n, p) = np \quad (3)$$

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^n k^2 B(k; n, p) - \langle k^2 \rangle = np(1-p) \quad (4)$$

$$\sigma = \sqrt{np(1-p)} \quad (5)$$

$$(6)$$

Übertragen auf k Zerfälle von insgesamt n Atomen ist die Zerfallswahrscheinlichkeit abhängig vom Beobachtungszeitraum:

$$p(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (7)$$

wobei die Zerfallskonstante λ eine charakteristische Größe für ein Isotop ist.

2.3 Poisson-Verteilung

Wenn p sehr klein ist und n sehr groß, dann lassen sich statistische Sachverhalte mit der leichter auszurechnenden Poisson-Verteilung beschreiben.

$$P(k; \mu) = \frac{\mu^k e^{-\mu}}{k!} \quad (8)$$

Die Poissonverteilung ist diskret und hat einen Parameter μ .

$$\sum_{k=0}^n P(k; \mu) = 1 \quad (9)$$

$$\langle k \rangle = \sum_{k=0}^n k P(k; \mu) = \mu \quad (10)$$

$$\sigma^2 = \sum_{k=0}^n k^2 P(k; \mu) - \langle k^2 \rangle = \mu \quad (11)$$

$$\sigma = \sqrt{\mu} \quad (12)$$

Für $\mu < 1$ ist der wahrscheinlichste Wert stets Null. Die Poisson-Verteilung ist für $\mu > 1$ breiter als die Binomial-Verteilung.

Je größer der Mittelwert wird, desto symmetrischer wird die Verteilung um den Mittelwert.

2.4 Gauß-Verteilung

Ist der Mittelwert $\mu < 30$, dann kann man einen statistischen Sachverhalt auch mit der leicht zu handhabenden Gauß-Verteilung beschreiben.

$$G(k; \mu) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(\mu-k)^2}{2\sigma^2}} \quad (13)$$

Eigenschaften der Gauß-Verteilung sind:

$$\int_{-\infty}^{\infty} G(k; \mu, \sigma) dk = 1 \quad (14)$$

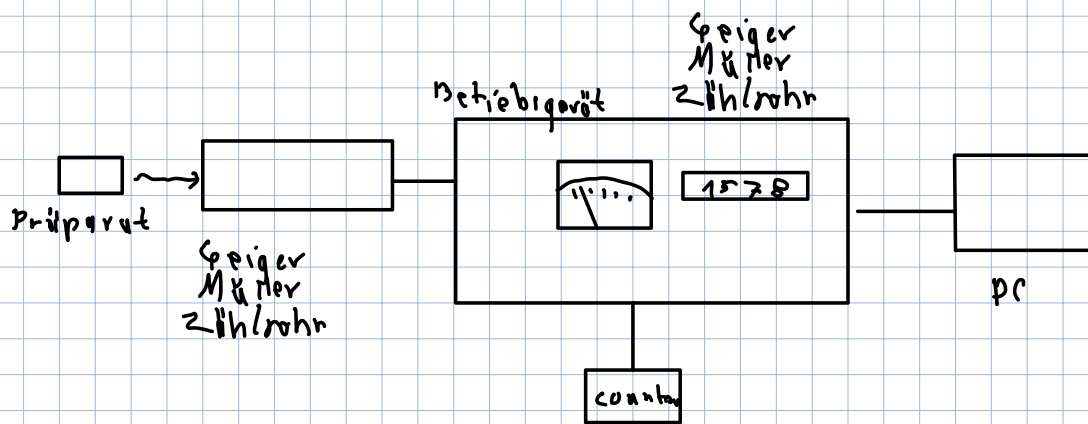
$$\int_{-\infty}^{\infty} k G(k; \mu, \sigma) dk = \mu \quad (15)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} k^2 G(k; \mu, \sigma) dk - \langle k^2 \rangle = \sigma^2 \quad (16)$$

$$(17)$$

Die Gaußverteilung ist kontinuierlich und hat zwei Parameter. μ gibt an, 68% der Werte bei einer gaußverteilten Zufallsgröße weichen um weniger als 1 vom Mittelwert ab. Die Breite der Gaußkurve auf halber Höhe des Maximums entspricht ungefähr 2,4. Entspricht die Varianz dem Mittelwert ist die Standardabweichung wie bei der Poissonverteilung die Wurzel des Mittelwerts.

Abbildung 1: Versuchsaufbau



Versuchsaufbau:



Geiger-Müller Zählrohr mit Betriebsgerät

externer Impulszähler

PC mit Drucker

Präparatehalterung mit Bleiabschirmung

Radioaktives Präparat (^{60}Co oder ^{137}Cs)

2) Einsatzspannung: 460V

Fehler der Spannungseinstellung: 10V

Tabelle 1: Messung der Zählrohrcharakteristik

U [V]	460	485	510	535	560	585	610
Zählrate	2101	2122	2141	2083 2195	2181	2189	2214

3) $U_0 = 535\text{V}$ Tabelle 2: Zählrate bei U_0

t (min)	1	3
Zählrate	8785	26650

Tabelle 3: Zählrate bei $U_0 + 100\text{V}$

t (min)	1	3
Zählrate	9037	27135

(Anmerkung: eventuell zu nah gestellt)

$$1\text{min: } n(U_0 + 100\text{V}) - n(U_0) = 252$$

$$, \frac{n(U_0 + 100\text{V}) - n(U_0)}{n(U_0)} = 0,0287$$

$$3\text{min } n(U_0 + 100\text{V}) - n(U_0) =$$

$$, \frac{n(U_0 + 100\text{V}) - n(U_0)}{n(U_0)} = 0,0287$$

Messprotokoll

Mo, 15. Nov 2021
15:30 Uhr

Torzeit: 0,5 s

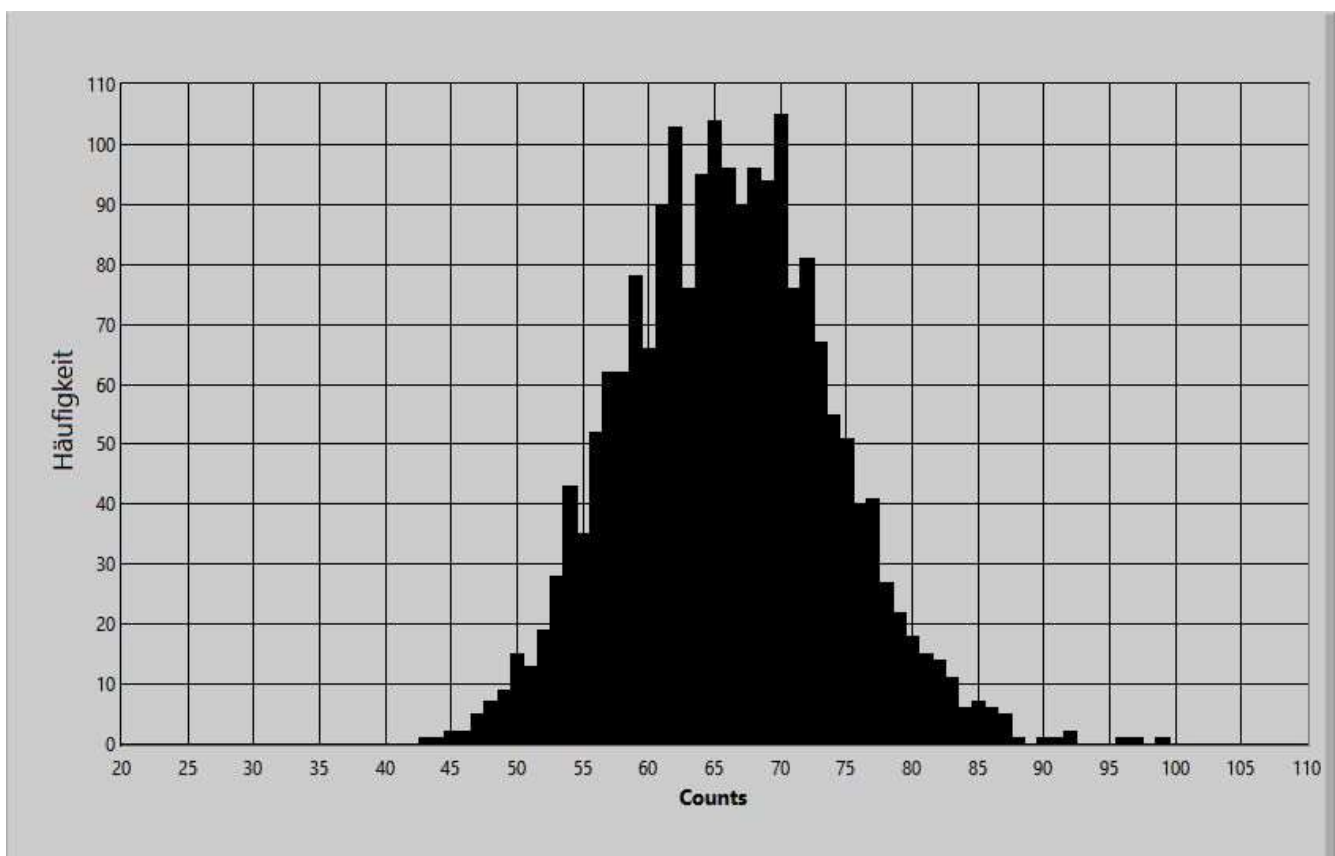
Mittelwert: 65,941

Standardabweichung (exp.): 7,894

Standardabweichung (theo.): 8,120

Anzahl der Messungen: 1999

Counts	Häufigkeit	Counts	Häufigkeit	Counts	Häufigkeit	Counts	Häufigkeit	Counts	Häufigkeit	Counts	Häufigkeit
43	1	53	28	63	76	73	67	83	11	93	0
44	1	54	43	64	95	74	55	84	6	94	0
45	2	55	35	65	104	75	51	85	7	95	0
46	2	56	52	66	96	76	40	86	6	96	1
47	5	57	62	67	90	77	41	87	5	97	1
48	7	58	62	68	96	78	27	88	1	98	0
49	9	59	78	69	94	79	22	89	0	99	1
50	15	60	66	70	105	80	18	90	1	0	0
51	13	61	90	71	76	81	15	91	1	0	0
52	19	62	103	72	81	82	14	92	2	0	0



Messprotokoll

Mo, 15. Nov 2021
15:44 Uhr

Torzeit: 0,1 s

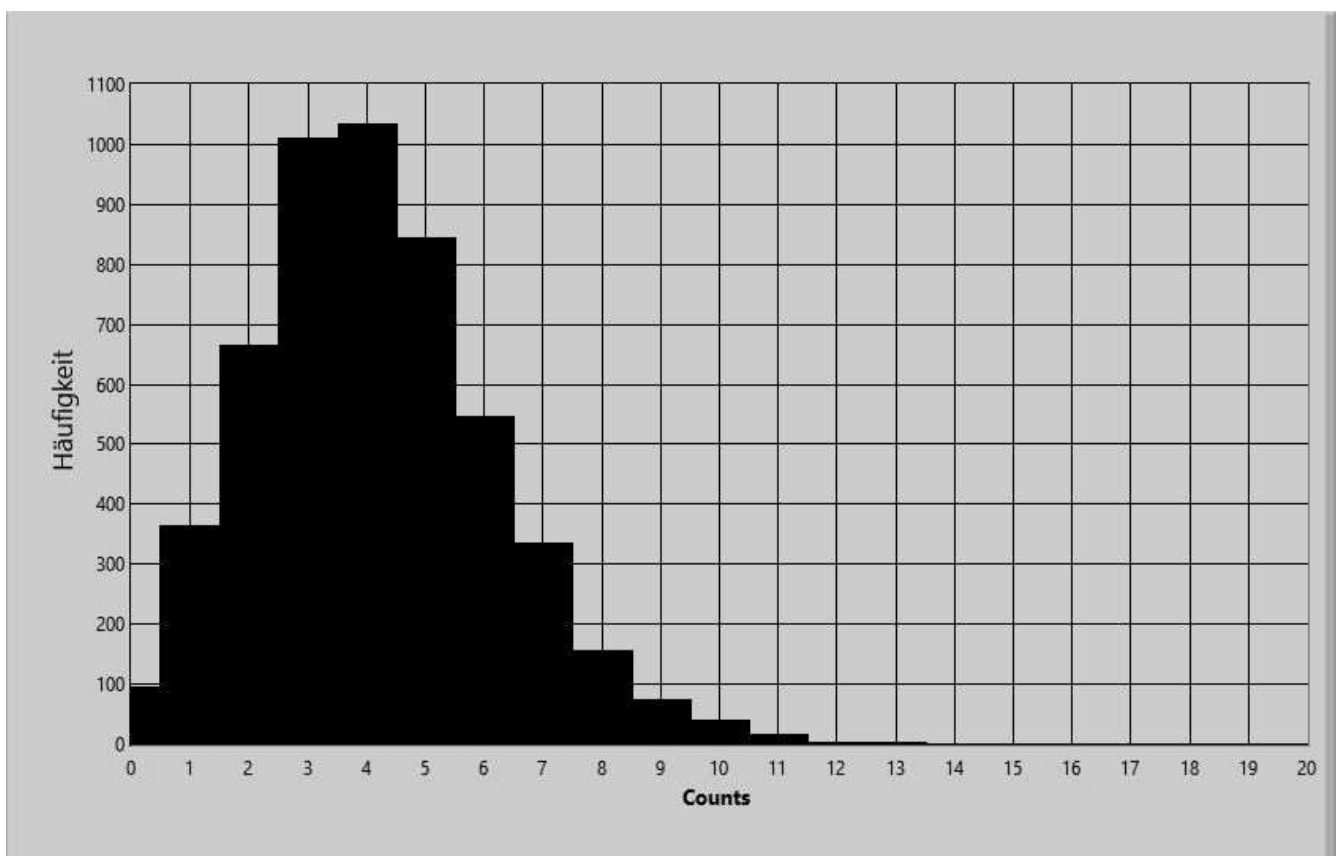
Mittelwert: 4,101

Standardabweichung (exp.): 2,034

Standardabweichung (theo.): 2,025

Anzahl der Messungen: 5182

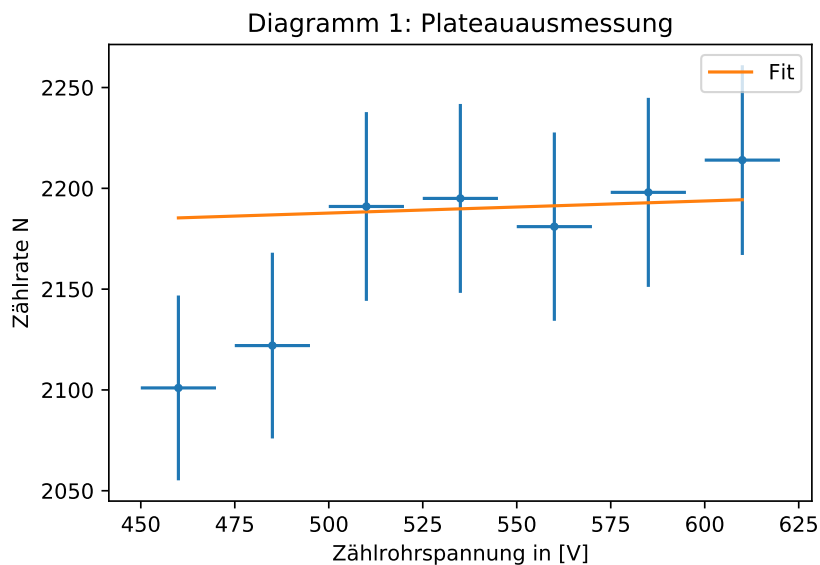
Counts	Häufigkeit	Counts	Häufigkeit
0	95	10	39
1	364	11	17
2	664	12	3
3	1010	13	3
4	1033	0	0
5	844	0	0
6	547	0	0
7	335	0	0
8	155	0	0
9	73	0	0



3 Auswertung

3.1 Plateau-Ausmessung

In diesem Versuchteil ermittelten wir den Plateau-Bereich des Geiger-Müller-Zählrohrs. Dazu ermittelten wir die Einsatzspannung, also die Spannung ab der ein Strom an der Anode des GM-Zählers gemessen wird: $U_E = (460 \pm 10)V$. Von dieser Spannung aus beginnend wurde die Zählrate für sukzessive sich erhöhende Spannungen aufgezeichnet.



Die Werte der Zählrate in Diagramm 1 sind über ca 100V konstant, wie der lineare Fit zeigt. Dabei wurden die offensichtlich nicht zum Plateau gehörenden Werte 1,2 und 7 nicht in den Fit miteinbezogen. Die Steigung der Fit-Geraden ist $c = (0,06 \pm 0,35) \frac{1}{V}$. Der Fehler ist sehr groß aufgrund der wenigen Messwerte, trotzdem ist unser Plateau erkennbar. Um innerhalb des Plateaubereichs zu bleiben, wird für folgende Versuchsteile die Spannung in der Mitte des Plateaubereichs verwendet:

$$U_0 = (535 \pm 10)V \quad (18)$$

Der grobe Fehler kommt aufgrund der groben Einstellungsmöglichkeiten auf Betriebsgerät zustande.

3.2 Untersuchung des Plateauanstiegs

Zur besseren Beschreibung des Plateauanstiegs wird das Präparat so dicht wie möglich vor das Geiger-Müller Zählrohr gebracht, und die Anzahl der Zerfälle

für in 1 und 3 min und für U_0 und $U_0 + 100V$ gemessen und die Differenz der Zählraten für die unterschiedlichen Spannungen ausgerechnet (siehe Messprotokoll).

So erab sich für die Steigung beider Zeitintervalle a_1 für 1min, a_2 für 3min:

$$a_1 = n(U_0 + 100V) - n(U_0) = 250 \pm 140 \quad (19)$$

$$a_2 = 490 \pm 230 \quad (20)$$

Mit dem Fehler der Zählraten $\Delta n = \sqrt{n}$:

$$\Delta a_1 = \sqrt{n(U_0 + 100V) + n(U_0)} = 133,5 \quad (21)$$

$$\Delta a_2 = 231,9 \quad (22)$$

Der prozentuale Anstieg ist (b_1 für eine Minute, b_2 für drei Minuten):

$$b_1 = \frac{n(U_0 + 100V) - n(U_0)}{n(U_0)} = 0,0287 \pm 0,6 = (2,87 \pm 60)\% \quad (23)$$

$$b_2 = 0,019 \pm 0,5 = (1,9 \pm 50)\% \quad (24)$$

Der Fehler setzt sich aus den Einzelfehlern der Zählrate n dem Fehler von U_0 zusammen. Er wird mit der Addition der relativen Fehler über Δa fortgepflanzt:

$$\Delta b_1 = \sqrt{\left(\frac{133,5}{250}\right)^2 + \frac{8785}{8785^2}} = 0,6 \quad (25)$$

$$\Delta b_2 = \sqrt{\left(\frac{231,9}{490}\right)^2 + \frac{1}{26650}} = 0,5 \quad (26)$$

Diese beiden Werte für den prozentualen Anstieg b weichen $0,02\sigma$ voneinander ab. Die gemessenen Anstiege sind somit nicht signifikant unterschiedlich voneinander. Auch die Abweichung von der Steigung wäre im 1σ bereich, somit ist das Plateau für eine große Spannungsamplitude gegeben. Da der Fehler trotzdem sehr groß ist, wären sogar negative Werte für die Steigung möglich, obwohl wir das so nicht erwartet haben.

Soll die Messgenauigkeit auf 1% genau sein, dann benutzt man:

$$\frac{\Delta b_2}{b_2} = 0,01 \quad (27)$$

$$t = \left(\frac{\Delta b_2}{b_2} \cdot \sqrt{t_M}\right)^2 = 62326869,81h \quad (28)$$

Dabei steht t_M für die Messzeit 1 min, da nur diese sinnvoll erscheint. Man müsste also unverhältnismäßig lange messen, um den Fehler sehr viel kleiner zu bekommen.

Betrachten wir die Standartabweichung des absoluten Anstiegs $\sqrt{a_1}$ und teilen dadurch den Wert der Steigung a_1 , dann erhalten wir die statistisch zugelassene Abweichung unsere Geradensteigung in einem Vertrauensbereich von 68%. So

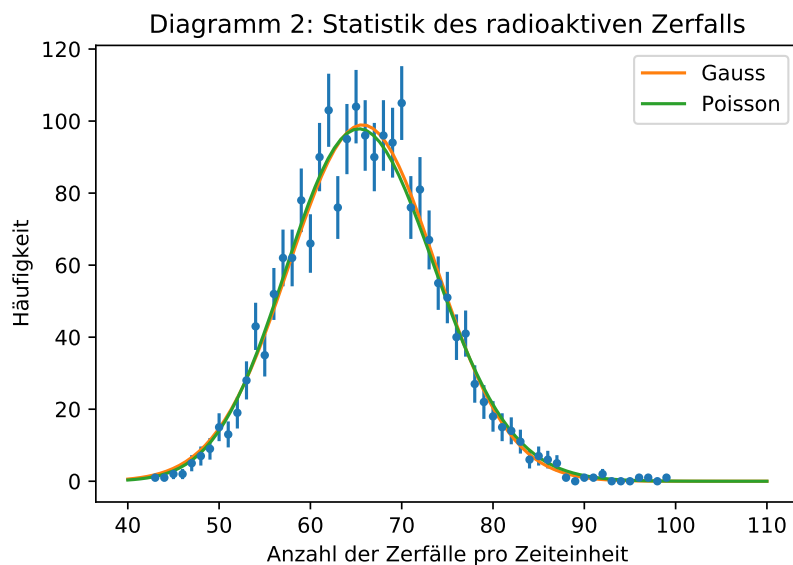
ergibt sich ein Wert für die prozentuale Variation der Zählrate um 100V von 6,324%.

Analog gilt für die 3Minuten lang ausgemessene Steigung eine prozentuale Variation um 4,5%.

Für das Vertrauensniveau von 95% also eine 2-Abweichung multiplizieren wir die Standardabweichung einfach mit 2. Also ergeben sich Werte für die prozentuale Variation der Zählrate für 95% von 12,6% Für die Messzeit 1min und 0,09% für die Messzeit 2min.

3.3 Fit einer Gaußfunktion und einer Poissonverteilung an Daten mit großem Mittelwert

In diesem Versuchsteil wurde die Statistik eines radioaktiven Zerfalls gemessen, bei dem der Mittelwert der Ereignisse in einer Zeit von 0,5s nicht groß war. Diese Messung konnte mithilfe von Python ausgewertet werden und als Diagramm dargestellt werden. Die Messung wurde schließlich mit einer Gaußverteilung und einer Poissonverteilung nach Gleichung (13) bzw. Gleichung (8) gefittet.



Um die Güte des Fits zu bestimmen, wurde der χ^2 -Wert, der χ^2_{red} -Wert sowie die Fitwahrscheinlichkeit der beiden Verteilungen bestimmt. Dafür ergaben sich folgende Werte:

An den Ergebnissen lässt sich erkennen, dass der Gaußfit einen etwas kleineren χ^2 -Wert liefert, jedoch der χ^2_{red} -Wert der Poissonverteilung etwas näher am optimalen Wert 1 ist. Die Fitwahrscheinlichkeit ist bei der Gaußkurve etwas höher als bei der Poissonverteilung. Dass jedoch beide Verteilungen annähernd

Verteilung	χ^2 -Wert	χ^2_{red} -Wert	Fitwahrscheinlichkeit
Gaussfit	21.51	0.72	87.0%
Possionfit	22.89	0.73	85.0%

Tabelle 1: Güte der Fits

gleich gut die Daten approximieren, liegt vermutlich an dem hinreichend großen Mittelwert (siehe Einleitung).

Die optimalen Fitparameter der Gaußverteilung sind (für Bezeichnungen siehe Python skript):

$$A = 1993 \pm 43 \quad (29)$$

$$\mu = 65.70 \pm 0.22 \quad (30)$$

$$sig = 8.04 \pm 0.19 \quad (31)$$

$$(32)$$

Für die Poissonverteilung:

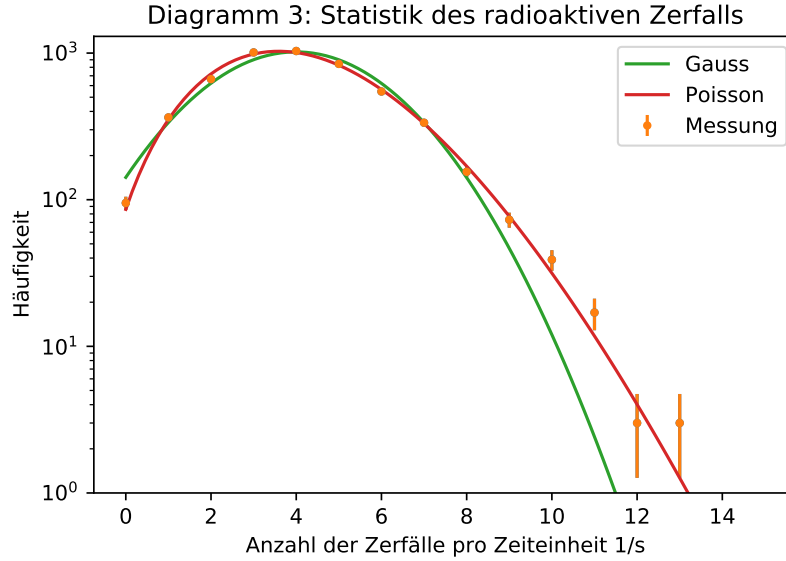
$$A_p = 1988 \pm 40 \quad (33)$$

$$\mu_p = 65.82 \pm 0.19 \quad (34)$$

$$(35)$$

3.4 Fits mit geringerer Zerfallsrate

Die Versuchsdurchführung wird nocheinmal genau so ausgeführt mit dem Unterschied, dass die Zerfallsrate diesmal deutlich geringer ist und somit der Mittelwert kleiner ist.



Auch dieses Mal wurde eine Poissonverteilung und eine Gaußverteilung an die Daten gefittet. Die Güte der Fits ergab sich zu:

Verteilung	χ^2 -Wert	χ^2_{red} -Wert	Fitwahrscheinlichkeit
Gaussfit	100,87	1,87	0,0%
Possionfit	14,25	1,19	28,0%

Tabelle 1: Güte der Fits

Anhand der Daten lässt sich erkennen, dass der Gaussfit deutlich schlechter die Daten beschreibt, da die χ^2_{red} -Wert und der χ^2 -Wert jeweils schlechter sind als bei der Poisson-Verteilung. Auch ist die Fitwahrscheinlichkeit bei der Poissonverteilung ungleich 0 und somit besser als bei der Gaußverteilung. Der Mittelwert μ ist hier eben kleiner als bei der vorausgegangenen Messung $4,00 \ll 65,70$ (für Gaußkurve, siehe Fitparametergleichungen 30 und 37). Somit nähert die Gaußkurve die Poissonverteilung nicht mehr so genau an. Die Fit-Parameter waren hier für die Gaußkurve:

$$A2 = (5140 \pm 220) \quad (36)$$

$$\mu_2 = 4,00 \pm 0,09 \quad (37)$$

$$sig2 = 2.01 \pm 0.08 \quad (38)$$

Für die Poissonverteilung ergab sich:

$$A_2 = 5168 \pm 78 \quad (39)$$

$$\mu_2 = 4,09 \pm 0,03 \quad (40)$$

$$(41)$$

4 Diskussion

In diesem Versuch ging es darum zu untersuchen, ob der radioaktive Zerfall statistische Natur ist und ob es somit durch Gauß- bzw Poissonverteilungen beschrieben werden kann. Darum untersuchten wir zunächst den Plateaubereich, um das Geiger-Müller-Zählrohr als Instrument zu betreiben.

Im ersten Versuchsteil tragen wir deshalb die Anzahl der Zerfälle gegen die angelegte Spannung auf, wofür wir einen Wert für die Steigung von $c = (0,06 \pm 0,35) \frac{1}{V}$ erhielten. Es fällt auch, dass der Fehler ein Vielfaches von dem Mittelwert ist, was daran liegt, dass wir nur 4 Messpunkte sinnvoll verwenden konnten und das Plateau zu fitten. Eine höhere Anzahl an Messungen hätte hier ein genaueres Ergebnis erzielt. Außerdem befinden wir uns im Bereich sehr kleiner Werte, weshalb relative Fehler größer wirken als absolute Fehler.

Diese niedrige Änderungsrate der Zählrate für einen großen Spannungsbereich ermöglicht uns, Messungen in diesem sog. Plateaubereich durchzuführen.

Um den Plateau-Anstieg noch genauer zu bestimmen rechneten wir den Prozentualen Anstieg des Plateaus aus einmal für eine 1 minütige Messung: $b_1 = (2,87 \pm 60)\%$ und einmal für eine 3 minütige Messung: $b_2 = (1,9 \pm 50)\%$. Der prozentuale Fehler ist hier sehr groß, da er auf sehr kleine Werte 2,87 und 1,9 bezogen ist. Somit ist die absolute Abweichung klein, aber im Verhältnis zu den geringen Mittelwerten groß. Die Fluktuationen könnten durch ein optimiertes Geiger-Müller Zählrohr behoben werden.

Will man diese Fehler statistisch minimieren, müsste man sehr lange messen, um entsprechend geringe Werte zu erhalten. Um den Plateauanstieg auf 1% genau zu kennen, muss man mehr als 62 Mio Stunden lang messen, was nicht durchführbar ist. Allerdings war der Fehler unserer Plateausteigung sehr groß, was natürlich auch dazu führt, dass es sehr lange braucht, ihn mit nur 4 Messungen zu minimieren.

Dann untersuchten wir die Statistik eines radioaktiven Zerfalls bei großem Mittelwert (ca $\mu = 65$). Beide Fits stimmen gut überein, was die mathematische Erwartung aus der Einleitung bestätigt, dass die Poissonkurve für große Mittelwerte in eine Gaußkurve übergeht. Beide Verteilungen beschrieben unsere Messwerte gut mit Fitwahrscheinlichkeiten von 87% für die Gaußverteilung und 85% für die Poissonverteilung. Die Messwerte streuen also wenig um den Fit. Mehr Messungen hätten die statistischen Streuungen minimiert.

Im letzten Versuchsteil vergleichen wir unsere beiden Fitfunktionen bei kleinem Mittelwert (ca $\mu = 4$). Dabei fittet die Poissonfunktion die Messdaten deutlich besser und erzielt eine Fitwahrscheinlichkeit von 28% im Gegensatz zu 0% Fitwahrscheinlichkeit der Gaußverteilung. Auch die geringere Totzeit kann diesen

Effekt nicht kompensieren.

Insgesamt kann gesagt werden, dass radioaktive Zerfälle dem Gesetz der Statistik unterliegen, was wir experimentell bestätigt haben. Weiterhin zeigte sich, dass die Verwendung einer Fitfunktion nicht nur von der Natur Daten abhängt, sondern auch von der Größe ihres Mittelwerts.

Auswertung Versuch 251

November 21, 2021

1 Auswertung Versuchh 251

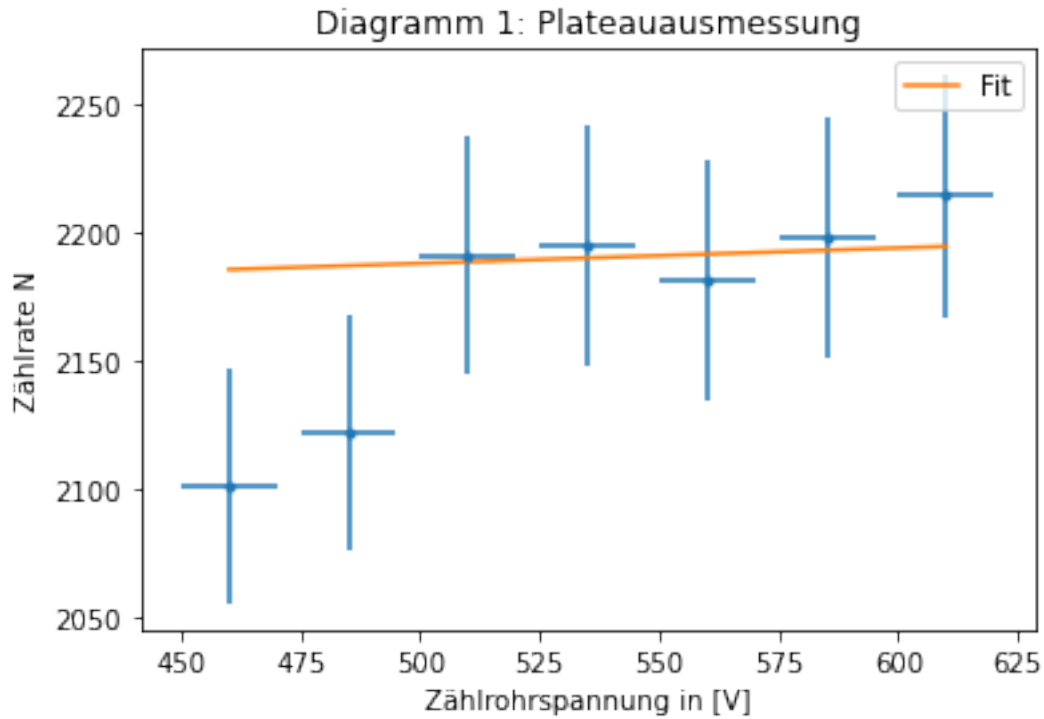
```
[37]: %matplotlib inline
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit

[38]: # Aufgabe 1, Ausmessung des Plateaus
U = np.array([460, 485, 510, 535, 560, 585, 610]) #in volt
dU = 10 #in volt
N = np.array([2101, 2122, 2191, 2195, 2181, 2198, 2214])
dN = np.sqrt(N)

plt.errorbar(U, N, xerr = dU, yerr = dN, linestyle = 'None' , fmt = '.' )
plt.xlabel('Zählrohrspannung in [V]')
plt.ylabel('Zählrate N')
plt.title('Diagramm 1: Plateauausmessung')

#fit
def linear(x,a,b):
    return a*x + b
popt, pcov = curve_fit(linear, U[3:-1], N[3:-1])
plt.plot(U, linear(U, *popt), label = 'Fit')
plt.legend(loc = 'best')
plt.savefig('Zählrohrcharakteristik.pdf', format = 'pdf')
print(popt)
print(pcov)
dfit = np.sqrt(pcov[0][0])
print(dfit)
#hierbei wurden die ersten beiden werte und der letzte wert vernachlässigt, da
↪ sie offensichtlich nicht zum plateau gehören

[6.00000000e-02 2.15773333e+03]
[[ 1.28135940e-01 -7.17561177e+01]
 [-7.17561177e+01  4.02368099e+04]]
0.35796080824548737
```



[]:

[]:

[]:

```
[39]: #Aufgabe 4a)
from numpy import exp, pi, sqrt
from scipy.special import gamma
from scipy.stats import chi2

anzahl, häufigkeit = np.loadtxt('251_A3', unpack = True)
fehler = np.sqrt(häufigkeit)

plt.errorbar(anzahl, häufigkeit, fehler, fmt='.')
plt.xlabel("Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit")
plt.ylabel('Häufigkeit')
plt.title('Diagramm 2: Statistik des radioaktiven Zerfalls')

def gaussian(x, A, mu, sig): #A ist Fläche der Gaussfunktion
    return A/(sqrt(2*pi)*sig)*exp(-(x-mu)**2/2/sig**2)
```



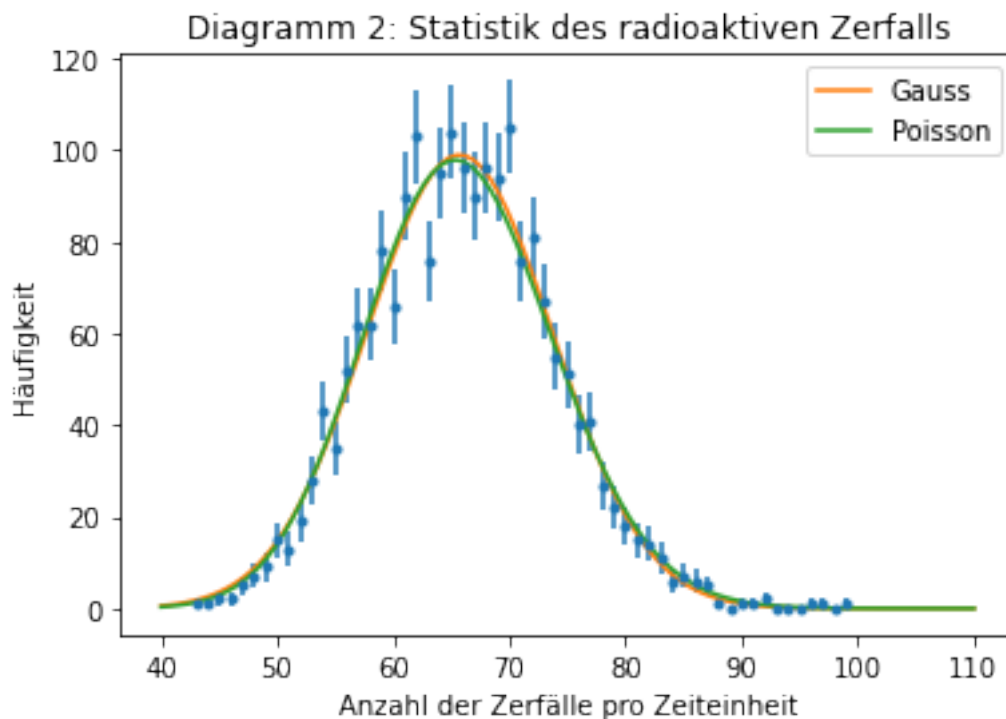
```

popt, pcov = curve_fit(gaussian, anzahl[12:-12], häufigkeit[12:-12], p0 = [2000, 75, 8], sigma = fehler[12:-12])

def poisson(x, A_p, mu_p):
    return A_p * exp(-mu_p) * mu_p ** x / gamma(x+1)
popt_p, pcov_p = curve_fit(poisson, anzahl[12:-12], häufigkeit[12:-12], p0=[2000, 75], sigma = fehler[12:-12])

x = np.linspace(40, 110, 100)
plt.plot(x, gaussian(x, *popt), label= 'Gauss')
plt.plot(x, poisson(x, *popt_p), label= 'Poisson')
plt.legend(loc = 'best')
plt.savefig('poisson_vs_gaussian.pdf', format = 'pdf')

```



```

[40]: print('Gaussfit:')
print("A = ", popt[0], ", Standartfehler=", np.sqrt(pcov[0][0]) )
print("mu = ", popt[1], ", Standartfehler=", np.sqrt(pcov[1][1]) )
print("sig = ", popt[2], ", Standartfehler=", np.sqrt(pcov[2][2]) )

print('Poissonfit')
print("A_p = ", popt_p[0], ", Standartfehler=", np.sqrt(pcov_p[0][0]) )
print("mu_p = ", popt_p[1], ", Standartfehler=", np.sqrt(pcov_p[1][1]) )

```

Gaussfit:

A = 1993.6770233201162 , Standartfehler= 43.39439084538537
mu = 65.70241557332481 , Standartfehler= 0.21923275600738884
sig = 8.036714655235308 , Standartfehler= 0.1880000585803785

Poissonfit

A_p = 1988.8694853512666 , Standartfehler= 40.52733570853875
mu_p = 65.8240254019241 , Standartfehler= 0.18846942148200316

```
[41]: #Gauss:
chi2_g = np.sum((gaussian(anzahl[12:-12], *popt)- häufigkeit[12:-12])**2/
    ↪ fehler[12:-12]**2)
dof_g = len(anzahl[12:-12]) -3 #dof:degrees of freedom, freiheitsgrade

#reduzierte Chi quadrat summe:
chi2_red_g = chi2_g/dof_g
print("chi2_g=", chi2_g)
print("chi2_red_g=", chi2_red_g)

#Poisson
chi2_p = np.sum((poisson(anzahl[12:-12], *popt_p)- häufigkeit[12:-12])**2/
    ↪ fehler[12:-12]**2)
dof_p = len(anzahl[12:-12]) -2 #Poisson hat nur zwei parameter

#reduzierte Chi quadrat summe:
chi2_red_p = chi2_p/dof_p
print("chi2_p=", chi2_p)
print("chi2_red_p=", chi2_red_p)
```

chi2_g= 21.50862878057784
chi2_red_g= 0.716954292685928
chi2_p= 22.89067635814771
chi2_red_p= 0.7384089147789584

```
[42]: #Fit wahrscheinlichkeit:
#Wahrscheinlichkeit, einen schlechteren Chi wert zu bekommen beinächstermessung
from scipy.stats import chi2
#Gauss:
prob_g = round(1-chi2.cdf(chi2_g, dof_g), 2)*100
#Poisson
prob_p = round(1-chi2.cdf(chi2_p, dof_p), 2)*100
print('Wahrscheinlichkeit Gauss=', prob_g, "%")
print('Wahrscheinlichkeit Poissoni=', prob_p, "%")
```

Wahrscheinlichkeit Gauss= 87.0 %
Wahrscheinlichkeit Poissoni= 85.0 %

2 Alles nochmal für mehr Messungen

Torzeit: 0.1s

```
[47]: #Alles nochmal für mehr messungen!
anzahl2, häufigkeit2 = np.loadtxt('251_A4', unpack = True)
fehler2 = np.sqrt(häufigkeit2)

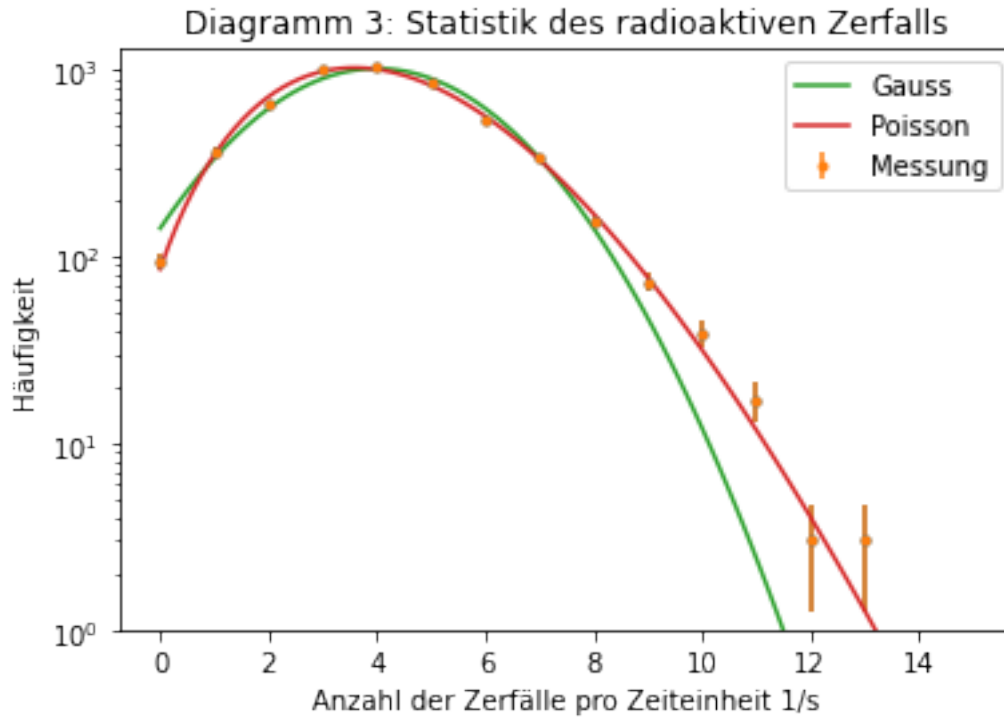
plt.errorbar(anzahl2, häufigkeit2, fehler2, fmt='.')
plt.xlabel('Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit [1/s]')
plt.ylabel('Häufigkeit')
plt.title('Diagramm 3: Statistik des radioaktiven Zerfalls')

#Gauss funktion
def gaussian2(x, A2, mu2, sig2): #A ist Fläche der Gaussfunktion
    return A2/(sqrt(2*pi)*sig2)*exp(-(x-mu2)**2/2/sig2**2)

popt2, pcov2 = curve_fit(gaussian2, anzahl2[:,], häufigkeit2[:,], p0 = [5204,4.
    ↪244, 2.060], sigma = fehler2[:,])

def poisson2(x, A_p2, mu_p2):
    return A_p2*exp(-mu_p2)*mu_p2**x/gamma(x+1)
popt_p2, pcov_p2 = curve_fit(poisson2, anzahl2[:,], häufigkeit2[:,], p0= [5204,4.
    ↪244],sigma = fehler2[:,])

plt.errorbar(anzahl2, häufigkeit2, fehler2, fmt = '.', label = 'Messung')
plt.yscale('log')
plt.ylim((1,1.3e3))
plt.xlabel("Anzahl der Zerfälle pro Zeiteinheit 1/s")
plt.ylabel('Häufigkeit')
plt.title('Diagramm 3: Statistik des radioaktiven Zerfalls')
x = np.linspace(0, 15, 100)
plt.plot(x, gaussian2(x, *popt2),label= 'Gauss')
plt.plot(x, poisson2(x, *popt_p2),label= 'Poisson')
plt.legend(loc = 'best')
plt.savefig('poisson_vs_gaussian2.pdf', format = 'pdf')
```



[]:

[]:

```
[44]: print('Gaussfit:')
print("A2 = ", popt2[0],", Standartfehler=", np.sqrt(pcov2[0][0]) )
print("mu2 = ", popt2[1],", Standartfehler=", np.sqrt(pcov2[1][1]) )
print("sig2 = ", popt2[2],", Standartfehler=", np.sqrt(pcov2[2][2]) )

print('Poissonfit')
print("A_p2 = ", popt_p2[0],", Standartfehler=", np.sqrt(pcov_p2[0][0]) )
print("mu_p2 = ", popt_p2[1],", Standartfehler=", np.sqrt(pcov_p2[1][1]) )
```

Gaussfit:

A2 = 5142.90620862266 , Standartfehler= 219.0245536071422

mu2 = 3.998118966242945 , Standartfehler= 0.08890224017939531

sig2 = 2.013868582720735 , Standartfehler= 0.07301147054592062

Poissonfit

A_p2 = 5168.246724096875 , Standartfehler= 78.3682081099226

mu_p2 = 4.097276537222718 , Standartfehler= 0.030741479789583942

```
[45]: #Gauss:
chi2_g2 = np.sum((gaussian2(anzahl2[:,20],*popt2)- häufigkeit2[:,20])**2/fehler2[:,20]**2)
```

```
dof_g2 = len(anzahl[:]) -3 #dof:degerees of freedom, freiheitsgrade

#reduzierte Chi quadrat summe:
chi2_red_g2 = chi2_g2/dof_g2
print("chi2_g2=", chi2_g2)
print("chi2_red_g2=", chi2_red_g2)

#Poisson
chi2_p2 = np.sum((poisson(anzahl2[:], *popt_p2)- häufigkeit2[:])**2/fehler2[:
↪]**2)
dof_p2 = len(anzahl2[:]) -2 #Poisson hat nur zwei parameter

#reduzierte Chi quadrat summe:
chi2_red_p2 = chi2_p2/dof_p2
print("chi2_p2=", chi2_p2)
print("chi2_red_p2=", chi2_red_p2)
```

```
chi2_g2= 100.87090077587429
chi2_red_g2= 1.8679796439976721
chi2_p2= 14.258546990243302
chi2_red_p2= 1.1882122491869418
```

```
[46]: #Gauss:
prob_g2 = round(1-chi2.cdf(chi2_g2, dof_g2), 2)*100 #dof_2
#Poisson
prob_p2 = round(1-chi2.cdf(chi2_p2, dof_p2), 2)*100
print('Wahrscheinlichkeit Gauss=', prob_g2, "%")
print('Wahrscheinlichkeit Gauss=', prob_p2, "%")
```

```
Wahrscheinlichkeit Gauss= 0.0 %
Wahrscheinlichkeit Gauss= 28.000000000000004 %
```

```
[ ]: 
```

```
[ ]: 
```

```
[ ]: 
```