# Versuch 232 Michelson Interferometer

Frauendorfer Andreas

10.05.2022

## 1 Einleitung

### 1.1 Interferenz

Wenn zwei Wellen aufeinandertreffen, dass überlagern sie sich. Mathematisch gesehen kann man die Amplituden der Wellenfunktion addieren und die Amplitude der Überlagerung zu erhalten. Dabei ist die Phasendifferenz zwischen den beiden Wellen entscheidend. Licht kann als elektromagnetische Welle dargestellt werden, wobei hier nur der elektrische Anteil betrachtet wird.

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \vec{k}\vec{r} + \phi)} \tag{1}$$

$$\vec{E}_S(\vec{r}, t) = \vec{E}_1(\vec{r}, t) + \vec{E}_2(\vec{r}, t) \tag{2}$$

Da die Frequenz bei elektromagnetischen Wellen sehr groß ist, kann die Amplitude experimentell nicht aufgenommen werden, sonder nur der zeitliche Mittelwert der Energie, der auf die Detektorfläche trifft. Man nennt diese Größe auch Intensität. Sie ist proportional zum Gesamtamplitudenquadrat und besitz einen Interferenzterm, da auch hier die Phasenverschiebung $\varphi = (k_1 - k_2)r + \phi_1 + \phi_2$ eine fundamentale Rolle spielt.

$$\vec{I}_S(\vec{r}, t) \propto |\vec{E}_S(\vec{r}, t)|^2 = |\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2 + 2\vec{E}_0 1 \vec{E}_0 2 cos\varphi \tag{3}$$

Dabei ergibt sich maximale Intensität für $\varphi = 2m\pi$ und minimale Intensität für $\varphi = (2m + 1)\pi$, jeweils mit der ganzen Zahl m.
Ausgedrückt durch den Gangunterschied ergibt sich für die Phasenverschiebung:

$$\varphi = \tfrac{2\pi}{\lambda}\Delta \tag{4}$$

mit der Wellenlänge $\lambda$ des Teilchens und dem Gangunterschied $\Delta = s_1 - s_2$

Innerhalb eines Medium ist die Wellenlänge n mal kleiner als die Vakuumlichtgeschwindigkeit.

### 1.2 Kohärenz

Um Interferenz beobachten zu können, müssen die Lichtquellen kohärent sein, also eine konstante Phasenbeziehung haben, sonst mittelt sich der Interferenzterm statistisch raus.
Die Emission der zu betrachtenden Wellen muss in einer sehr kurzen Zeitraum $\tau$ (Kohärenzlänge geschehen und die Länge des Gangunterschieds darf auch höchstens der Kohärenzlänge $L = c\tau$ entsprechen. Dann sind die zwei betrachteten wellen im gleichen Emissionsakt und können eine konstante Phasenverschiebung besitzen.

### 1.3 Bandbreite

Perfekte Kohärenz ist auch nicht mit einer monochromatischen Lichtquelle zu erlangen, man bekommt immer einen gewissen Fehler. Nimmt mein eine Blende, die nur noch polychromatisches Licht mit rechteckformigen Spektrum duchlässt, dann erhält mein ein Wellenpaket, in sinc-Form. Fast die gesamte Intensität des Wellenpakets steckt im Hauptmaximum, deshalb nehmen wir die Breites des Wellenpakets nur über das gesamte Hauptmaximum an $(4\pi c/\Delta\omega)$. Für Wellenpakete dieser Art lässt sich die Koherenzlänge L zur halben Hauptmaximumsbreite bestimmen.

$$L = \frac{2\pi c}{\Delta\omega} = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} \tag{5}$$

Je breitbandiger die Lichtquelle, desto kleiner die Kohärenzlänge.

### 1.4 Interferenzen gleicher Neigung

Fallen parallele Lichtstrahlen auf eine Medium mit Brechungsindex n und Dicke d, dann wird ein Teil des einfallenden Strahls reflektiert und der Rest nach dem Snellius´schen Brechungsgesetz im Medium abgelenkt. Dabei sind die Ausgangsstrahlen wieder parallel. Der Gangunterschied $\Delta$ zwischen zwei parallelen Lichtstrahlen ist:

$$\Delta = 2d\sqrt{n^2 - sin^2\alpha} - \tfrac{\lambda}{2} \tag{6}$$

Dabei ist das Brechungsgesetz miteingeflossen und die Tatsache, dass ein Phasensprung von $\pi$ auftritt, wenn er Lichtstrahl reflektiert wird.
Betrachtet man dieses Phenonmen in 3 Dimensionen, zieht man das konzentrische Ringsystem die Haidinger´schen Ringe, wenn man eine Sammellinse zwischen das Medium und den Detektor schaltet.

### 1.5 Interferenzen gleicher Dicke

Parallele Strahlen bleiben nachdem Auftreffen auf einem keilförmigen Medium nicht parallel. Der Gangunterschied hängt hier von Dicke des Keils an der jeweiligen Stelle ab. Mit der Kleinwinkelnäherung für den Sinus, also wenn man den Keil fast senkrecht (von oben) zur Oberfläche bestrahlt ergibt sich:

$$\Delta \approx 2d(x)n - \frac{\lambda}{2} \tag{7}$$

$d(x)$ ist dabei die Dicke des Keils an der Stelle x.

### 1.6 Michelson Interferometer

In Michelson Interferometer besteht aus einer Lichtquelle, die auf einen Strahlteiler strahlt. Der Strahlteiler ist so ausgerichtet, dass ein Teil des Strahls um 90 abgelenkt wird, der Rest passiert den Strahlteiler. Der abgelenkte Strahl wird von mit einem Kippbaren spiegel zurück auf den Strahlteiler gelenkt. Der unabgelenkte Strahl trifft auf einen beweglichen Spiegel und dann wieder auf den STrahlteiler. Die reflektierten Strahlen werden durch den Strahlteiler auf einen Detektor gegenüber von dem kippbaren Spiegel projeziert.

# Messprotokoll Versuch 232 Michelson Interferometer

## 1 Versuchsaufbau

- Michelson Interferometer
- Laser, Leuchtdiode
- Thermometer
- Vakuumpump

In Millimeter

Startlänge: 1.9865mm
Endlänge: 4.9695 mm Maximaanzahl: 11186

Startlänge: 0.9985
Endlänge: 4.1580 Maximaanzahl: 11251

Startlänge: 0.8045
Endlänge: 3.7770 Maximaanzahl: 11172

Startlänge: 0.6000
Endlänge: 3.5665 Maximaanzahl: 11171

Startlänge: 0.8005 Endlänge: 3.7735 Maximaanzahl: 11174

2. Aufgabe (immer 5 Interferenzringe Differenz) Druck in Thor
3. Messreihe
   Druckwert 1: 690
   Druckwert 2: 625
   Druckwert 3: 550
   Druckwert 4: 480
   Druckwert 5: 405
   Druckwert 6: 320
   Druckwert 7: 240
   Druckwert 8: 160
   Druckwert 9: 90
   Druckwert 10: 10

2. Messreihe
   Druckwert 1: 715
   Druckwert 2: 650
   Druckwert 3: 580
   Druckwert 4: 515
   Druckwert 5: 455
   Druckwert 6: 380
   Druckwert 7: 320
   Druckwert 8: 250
   Druckwert 9: 175
   Druckwert 10: 100

3. Messreihe
   Druckwert 1: 695
   Druckwert 2: 635
   Druckwert 3: 575
   Druckwert 4: 500
   Druckwert 5: 420
   Druckwert 6: 350
   Druckwert 7: 285
   Druckwert 8: 205
   Druckwert 9: 135
   Druckwert 10: 60

Fehler: 20 Thor

Zimmertemperatur 23.2 in Celsius
in Kelvin: 296,35 K

Fahrgeschwindigkeit:

Tutor: Nikolai Bolik gefällt das

t = np.array([0.000532,

In [ ]:

```
1
```

# 2 Auswertung

## 2.1 Bestimmung der Wellenlänge

Um die Wellenlänge zu berechnen, benötigen wir die Streckendifferenz $\Delta x$ und dessen Fehler. Der Fehler setzt sich aus dem Fehler der Messuhr $\Delta mess = 9\mu m$ und dem statistischen Fehler $6 \cdot 10^{-4} m$ zusammen.
Die Wellenlänge berechnet sich per:

$$\lambda = \frac{2x}{m} = (538 \pm 6 \pm 2,3) nm \tag{8}$$

mit dem statistischen Fehler zuerst genannt und dem systematischen Fehler als zweites. Der systematische Fehler berechnet sich so, wobei der Fehler der Streckemdifferenz genommen wurde.

$$\Delta\lambda = \frac{2\Delta x}{m} \tag{9}$$

Vergleicht man den Durchschnittswert $\lambda$ mit der Herstellerangabe $\lambda^* = (532 \pm 1)$ nm, so ergibt sich eine Abweichung von:

$$\frac{|\bar{\lambda} - \lambda^*|}{\sqrt{(\Delta\bar{\lambda})^2 + (\Delta\lambda^*)^2}} = 0,71\sigma \tag{10}$$

## 2.2 Bestimmung des Brechungsindex von Raumluft

Den Brechungsindex kann man mithilfe der Steigung des Diagramms berechnen mit $\frac{\Delta m}{p} = s_i$

$$n_0 = (n-1)\frac{p_0 T}{p T_0} + 1 = \frac{\lambda\ \Delta m\ p_0\ T}{2a\ p\ T_0} + 1 = s\frac{\lambda\ p_0\ T}{2a\ T_0} + 1 = 1,0003057 \pm 1,6 \cdot 10^{-5} \tag{11}$$

Wir berechnen den Mittelwert von $s_i$. Damit können wir $n_0$ ausrechnen. Der Fehler ist:

$$\Delta n_{Luft} = (n_{Luft} - 1)\sqrt{(\tfrac{\Delta\lambda}{\lambda})^2 + (\tfrac{\Delta a}{a})^2 + (\tfrac{\Delta s_i}{s_i})^2 + (\tfrac{\Delta T}{T})^2} \tag{12}$$

Hierbei wurde zur Fehlerberechnung die 1 abgezogen, das sich der Fehler nicht auf eine konstante Verschiebung bezieht. Beim Brechungsindex wurde dafür die 1 hinzugefügt.

Vergleicht man den errechneten Durchschnittswert $n_{Luft}$ mit dem Literaturwert $n_0 = 1,00028$, so erhält man eine Abweichung von:

$$\frac{|n_{Luft} - n_0|}{\Delta n_{Luft}} = 1,6\sigma \tag{13}$$

## 2.3 Bestimmung der Kohärenzlänge einer Leuchtdiode

Hier wird die Oszilloskopdarstellung der Leuchtdiodenkohärenz dargestellt.

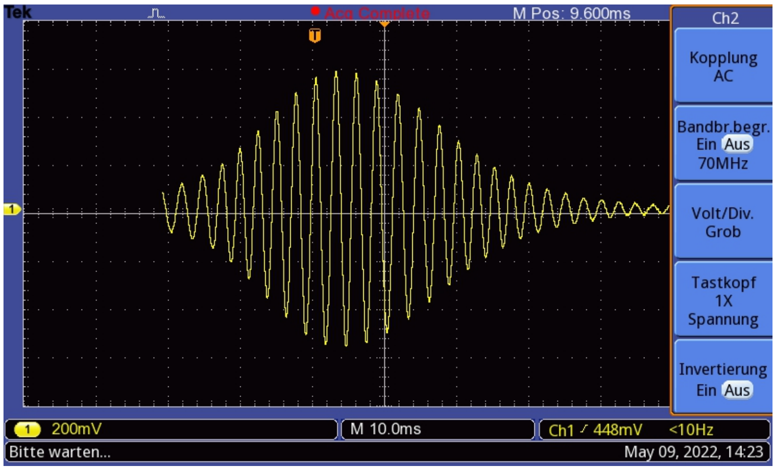



Figure 1: Interferogramm einer LED

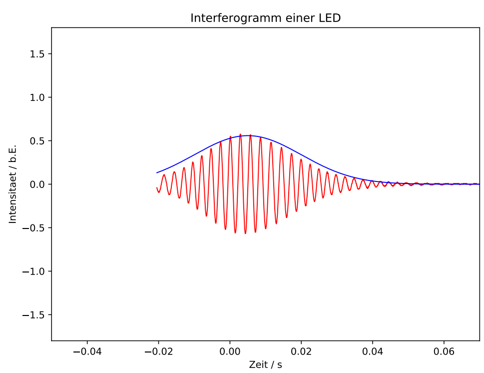



Figure 2: Interferogramm einer LED mit Gaußfit

Mit dem $\sigma$-Wert aus Abbildung 3 und der gegebenen Verfahrgeschwindigkeit $\nu = 0,1\ mm/s$, lässt sich die Kohärenzlänge $L$ berechnen. Dazu verwendet man die Halbwärtsbreite. Aus dem Gaußfit ergibt sich ein $\sigma = 0,015$

$$L = 4\sqrt{2ln(2)}\sigma\nu = (7,064 \pm 2,3)\mu m \tag{14}$$

Der Fehler $\Delta L$ lässt sich wie folgt berechnen: Für den Fehler von $\sigma$ wird eine Unischerheit durch händisches Ausprobieren von 0,005 angenommen.

$$\Delta L = L\frac{\Delta\sigma}{\sigma} \tag{15}$$

# 3 Diskussion

In diesem Versuch erlernten wir den Umgang mit dem Michelson-Interferometer und untersuchten einen Laser und eine Leuchtdiode mithilfe unterschiedlicher Messungen. Bei der Vermessung der Wellenlänge des grünen Lasers, erhielten wir einen Wert von $538,0 \pm 6 \ \pm 2,3 nm$ der eine nicht signifikante Abweichung von 0,71$\sigma$ zur vorgegebenen Herstellerangabe von $532 \pm 1$ $nm$ aufweist. Da wir sowohl Anfangs, als auch Endpunkt des Verfahrapparats protokollierten, konnten wir die Fehlerquellen enorm reduzieren. Sonst scheint der Versuch nicht sehr fehleranfällig, da moderne Apparaturen verwendet wurden.

Im zweiten Versuchsteil bestimmten wir den Brechungsindex von Luft, indem wir den Druck in einer vom Laser durchlaufenen Küvette variierten. Unser Wert für den Brechungsindex $n_{Luft}$ liegt mit $n_{Luft} = 1,0003057 \pm 1,6 \pm 10^{-5}$ in einer 1,6$\sigma$ Umgebung zum Literaturwert von $n_0 = 1,00028$. Dieser Versuch war jedoch auch relativ fehleranfällig, da sich bspw. das klare Erkennen der 5 durchlaufenen Ringe als schwer erwies, sowie auch das klare Bestimmen des Drucks zu diesem exakten Zeitpunkt. Es ist schwer zu sagen, ob der Literaturwert, bzw. die genaue Luftzusammensetzung bei welcher der Literaturwert festgelegt wurde, der Zusammensetzung der Luft in unserem Versuchsraum entspricht. Außerdem nahm der Druck während des Ablesens leicht ab und verfälschte somit die Geradensteigung. Da wir jedoch häufig mittelten, konnten wir den Fehler doch passabel reduzieren.

Im dritten Versuchsteil bestimmten wir die Kohärenzlänge L einer Leuchtdiode. Unser Ergebnis von $L = (7,064 \pm 2,3) \mu m$ entspricht hierbei unseren Erwartungen in Bezug auf die Größenordnung von einigen $\mu m$, jedoch steht uns keine Herstellerangabe o.Ä. zur Verfügung um eine qualifizierte Aussage über die Präzision unserer Messung tätigen zu können. Die Messung verlief reibungslos und Fehlerquellen sind hier ausschließlich bei der Apparatur, wie bspw. dem Verfahrmotor oder durch Erschütterungen des Versuchsaufbaus möglich.

Zusammenfassend sind wir sehr zufrieden mit unseren Messungen, trotz einer signifikanten Abweichung bei der Messung des Brechungsindex, da alle Experimente auf Anhieb gute Ergebnisse lieferten und der Umgang mit dem Michelson-Interferometer sehr lehrreich war.
Leider konnten wir den Äther nicht finden.

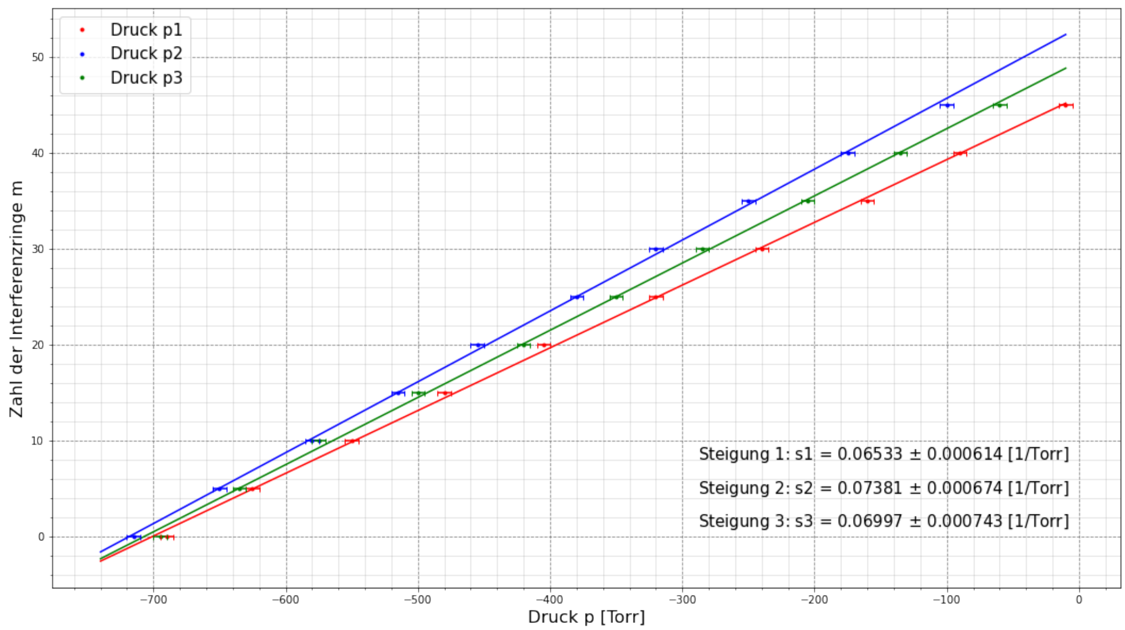
# Code 232

May 10, 2022

[1]:
```
# Zur aufgabe 4:
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy import signal
from scipy.optimize import curve_fit
import matplotlib.mlab as mlab
```

[2]:
```
dm = np.array([0,5,10,15,20,25,30,35,40,45])
p1 = np.array([-690,-625,-550,-480,-405,-320,-240,-160,-90,-10])
p2 = np.array([-715,-650,-580,-515,-455,-380,-320,-250,-175,-100])
p3 = np.array([-695,-635,-575,-500,-420,-350,-285,-205,-135,-60])
def Gerade(x,m,c):
    return m*x + c
popt_1, pcov_1 = curve_fit(Gerade, p1, dm, maxfev = 5000)
popt_2, pcov_2 = curve_fit(Gerade, p2, dm, maxfev = 5000)
popt_3, pcov_3 = curve_fit(Gerade, p3, dm, maxfev = 5000)
fehler1 = np.sqrt(np.diag(pcov_1)[0])
fehler2 = np.sqrt(np.diag(pcov_2)[0])
fehler3 = np.sqrt(np.diag(pcov_3)[0])

x = np.arange(-740, 0, 10)
plt.figure(figsize=(18,10))
plt.plot(p1, dm, label="Druck p1", marker='o', color='red', linewidth=0,␣
 ↪markersize=3)
plt.plot(p2, dm, label="Druck p2", marker='o', color='blue', linewidth=0,␣
 ↪markersize=3)
plt.plot(p3, dm, label="Druck p3", marker='o', color='green',linewidth=0,␣
 ↪markersize=3)
plt.legend(loc='upper left', prop={'size': 15})

plt.xlabel("Druck p [Torr]", size=16)
plt.ylabel('Zahl der Interferenzringe m', size = 16)
plt.text(-288, 8, (f"Steigung 1: s1 = {popt_1[0]:.5f} $\pm$ {fehler1:.6f} [1/
 ↪Torr]"), size = 15)
plt.text(-288, 4.5, (f"Steigung 2: s2 = {popt_2[0]:.5f} $\pm$ {fehler2:.6f} [1/
 ↪Torr]"), size = 15)
```

```
plt.text(-288, 1, (f"Steigung 3: s3 = {popt_3[0]:.5f} $\pm$ {fehler3:.6f} [1/
↪Torr]"), size = 15)
plt.plot(x, Gerade(x, popt_1[0], popt_1[1]), color="red")
plt.plot(x, Gerade(x, popt_2[0], popt_2[1]), color="blue")
plt.plot(x, Gerade(x, popt_3[0], popt_3[1]), color="green")
plt.errorbar(p1, dm , xerr= 5,ecolor ='red',capsize =2.5, fmt = 'none')
plt.errorbar(p2, dm , xerr= 5,ecolor ='blue',capsize =2.5, fmt = 'none')
plt.errorbar(p3, dm , xerr= 5,ecolor ='green',capsize =2.5, fmt = 'none')
plt.grid(b=True, which='major', color='#666666', linestyle='--', alpha=0.8)
plt.minorticks_on()
plt.grid(b=True, which='minor', color='#999999', linestyle='-', alpha=0.3)
#plt.savefig('232.1a.png', bbox_inches='tight')
```




[3]:
```
print(f"Steigung 1: s1 = {popt_1[0]:.6f} +/- {fehler1:.6f} ")
print(f"Steigung 2: s2 = {popt_2[0]:.6f} +/- {fehler2:.6f} ")
print(f"Steigung 3: s3 = {popt_3[0]:.6f} +/- {fehler3:.6f} ")
```

```
Steigung 1: s1 = 0.065326 +/- 0.000614
Steigung 2: s2 = 0.073809 +/- 0.000674
Steigung 3: s3 = 0.069971 +/- 0.000743
```

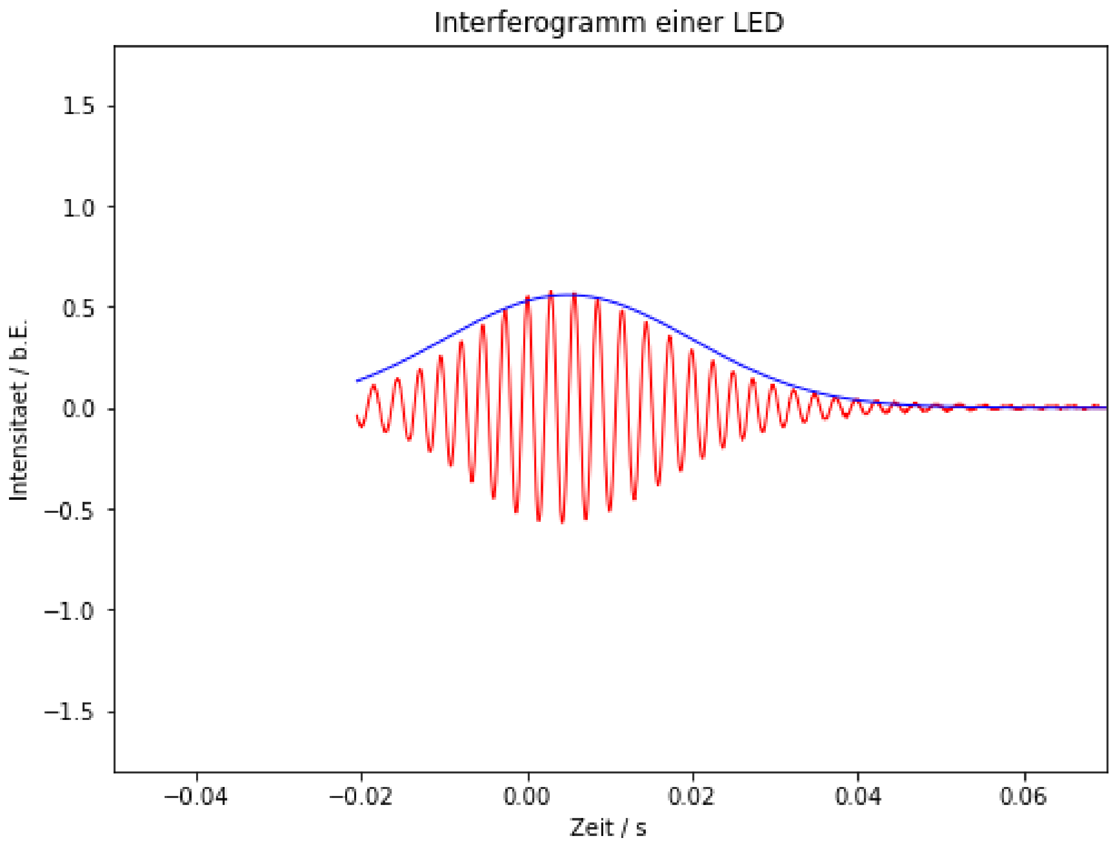
[4]:
```
l = np.array([popt_1[0], popt_2[0], popt_3[0]])
print(np.mean(l))
print(np.std(l)/np.sqrt(3))
```

```
0.06970212311156058
0.0020024565816179627
```

[5]:

```
data=np.genfromtxt('F0001CH1.CSV',delimiter=",",skip_header=18)
print(data)

t=data[:,3:4] # 4. Spalte ausschneiden
t=t[:, 0] # in 1D array wandeln
U=data[:,4:5] # 5. Spalte ausschneiden
U = U[:, 0]

plt.figure(figsize=(8,6))
plt.plot(t,U, color='red', linewidth=1)
plt.xlabel('Zeit / s')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('Interferogramm einer LED')
plt.axis([-0.05, 0.07, -1.8, 1.8]) # hier die Achsenbereiche
# anpassen


a = 0.021 # Flaeche Gauss
mu=0.0050 # Lage des Maximums
sig=0.015 # Sigmabreite

def gauss(t):
    return a/np.sqrt(2*np.pi)/sig*np.exp(-(t-mu)**2/(2*sig**2))


plt.plot(t,gauss(t), color='blue', linewidth=1)
plt.savefig('interferogramm.pdf')
```

```
[[     nan      nan      nan -0.02048 -0.04          nan]
 [     nan      nan      nan -0.02044 -0.048         nan]
 [     nan      nan      nan -0.0204  -0.056         nan]
 …
 [     nan      nan      nan  0.07868  0.            nan]
 [     nan      nan      nan  0.07872  0.008         nan]
 [     nan      nan      nan  0.07876  0.            nan]]
```




[6]:
```
b = np.array([5.321, 5.333, 5.616, 5.321, 5.311])*10**(-4)
print(b)
print(np.mean(b))

np.std(b)/np.sqrt(5)
```

```
[0.0005321 0.0005333 0.0005616 0.0005321 0.0005311]
0.0005380399999999999
```

[6]: 5.277393295936921e-06

[ ]:

[ ]: