

Versuch 241, 341

Frauendorfer Andreas

22.01.2022

1 Einleitung

RCL-Glieder finden reichhaltige Anwendungen als Zeitbasis, Frequenzbandfilter und Signalaufbereitungsmittel. Außerdem lassen sich viele Parallelen zu anderen Bereichen der Physik ziehen, z.B. aufgrund der Resonanzeigenschaften einer RLC-Schaltung.

In diesem Versuch werden wir die Wechselstromeigenschaften passiver Bauelemente nachweisen und charakteristische Größen nachprüfen.

Im zweiten Teil werden wir RLC-Schaltungen anwenden, indem wir Nutzsignale extrahieren. Außerdem bauen wir einen Mittelwellen-Radio.

2 Theorie

2.1 RC-Glied

Ein RC-Glied ist eine Schaltung mit einem Kondensator C und einem Widerstand R, die über einen Schalter an einer Gleichspannungsquelle U_E angeschlossen werden. Schließt man den Schalter, lädt sich der Kondensator auf also steigt die Spannung langsam an bis sie U_E erreicht. Da diese Spannung dem Ladestrom entgegenwirkt, nimmt der Strom immer langsamer ab, bis er 0 wird. Die Kirchhoffschen Regeln erlauben folgende Beschreibung:

$$U_E = U_C + U_R = U_C + RI \quad (1)$$

Für den Strom gilt:

$$I = \dot{Q} = C\dot{U}_C \quad (2)$$

eingesetzt in (1) ergibt das die Differentialgleichung (DGL)

$$U_E = U_C + RC \dot{U}_C = U_C + \tau \dot{U}_C \quad (3)$$

mit der Anfangsbedingung, dass der Schalter zum Zeitpunkt t=0 geschlossen ist, ergibt sich die Kondensatorspannung:

$$U_C(t) = U_E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) \quad (4)$$

Für den Strom gilt mit dem Ohmschen Gesetz:

$$I(t) = U_R(t)/R = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (5)$$

mit $I_0 = U_E/R$.

Die Zeitkonstante τ kann wie beim Kernzerfall durch die Halbwertszeit bestimmt werden.

$$\frac{U_E}{2} = U_E(1 - e^{-\frac{T_{1/2}}{\tau}}) \quad (6)$$

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \quad (7)$$

Wird eine Rechteckspannung angelegt, lädt sich der Kondensator abwechselnd auf und entlädt sich wieder. Der Strom fließt beim Entladen in die entgegengesetzte Richtung.

2.2 Impedanz

Liegt Wechselspannung $U_E(t) = U_0 e^{i\omega t}$ mit der Amplitude U_0 und der Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ an einem R, C, oder L-Glied an, dann gilt: Für den Strom:

$$I(t) = I_0 e^{i\omega t} \quad (8)$$

Für den ohmschen Widerstand:

$$Z_R = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U_0}{I_0} = R \quad (9)$$

Für einen Kondensator:

$$U_E(t) = \frac{Q}{C} \quad (10)$$

$$\dot{U}_E(t) = \frac{I(t)}{C} \quad (11)$$

$$i\omega U_E(t) = \frac{I(t)}{C} \quad (12)$$

$$Z_C = \frac{U_E}{I(t)} = \frac{1}{i\omega C} = -\frac{i}{\omega C} \quad (13)$$

Hier eilt der Strom der Spannung um $\pi/2$ voraus. Die imaginäre Impedanz wird auch Blindwiderstand genannt, da sie keine elektrische Leistung verbraucht. Ist die Frequenz groß, verschwindet die Impedanz, ist sie verschwindend klein, also gleichspannungsähnlich, dann wird die Impedanz unendlich groß.

Für Spulen:

$$U_E(t) = L\dot{I}(t) = i\omega L I(t) \quad (14)$$

$$Z_L = \frac{U_E}{I(t)} = i\omega L \quad (15)$$

Die Spannung eilt diesmal dem Strom um $\pi/2$ voraus.

2.3 Frequenzverhalten von RC-Gliedern

Wir betrachten eine Wechselspannung

$$U_E(t) = U_0 e^{i\omega t} \quad (16)$$

Schalten wir zwei Widerstände in Reihe, gilt:

$$U_{R2}(t) = \frac{R2}{R1 + R2} U_E(t) \quad (17)$$

Die Spannung die abfällt hat also die gleiche Frequenz wie die Eingangsspannung, nur die Amplitude wird geringer.

2.3.1 Tiefpassfilter

Wird der zweite Widerstand R2 nun durch einen Kondensator ausgetauscht, dann ersetzen wir in Gleichung (17) R2 durch die Impedanz des Kondensators Z_C

$$U_C(t) = \frac{Z_C}{R1 + Z_C} U_E(t) = \frac{-i/\omega C}{R1 - i/\omega C} U_E(t) \quad (18)$$

$$|U_C| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (19)$$

$$\tan \varphi = -\omega RC \quad (20)$$

Für große Frequenzen wird die Spannung U_C , die am Kondensator abfällt sehr klein. Greift man also diese Spannung ab, erhält man nur die Spannungen von kleinen Frequenzen. (Tiefpassfilter)

2.3.2 Hochpassfilter

Vertauscht man den ohmschen Widerstand und den Kondensator und greift die Spannung ab, die über den Widerstand abfällt, dann werden tiefe Frequenzen herausgefiltert:

$$|U_R| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}} \quad (21)$$

$$\tan \varphi = \frac{1}{\omega RC} \quad (22)$$

Die Frequenz, bei der die Spannungsamplitude auf das $1/\sqrt{2}$ Fache abgefallen/angestiegen ist, heißt Grenzfrequenz:

$$\omega_g = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \quad (23)$$

2.4 RC-Glied als Differenzier- und Integrierglied

Bei einem Tiefpass ist für $\tau \gg T$ die Ausgangsspannung U_A gleich dem Integral über die Eingangsspannung.

$$U_A \approx \frac{1}{RC} \int U_E dt \quad (24)$$

Bei einem Hochpass ist für $\tau \ll T$ (also Frequenzen viel kleiner als die Grenzfrequenz) die Ausgangsspannung U_A gleich der Ableitung der Eingangsspannung.

$$U_A \approx RC \frac{d}{dt} U_E \quad (25)$$

So ergibt zum Beispiel ein dreieckiges Eingangssignal ein Parapelförmiges Ausgangssignal.

2.5 Elektrischer Schwingkreis (RLC-Glied)

Ein Schwingkreis ist eine Schaltung die, aus einer Spule und einem Kondensator besteht. Ein realer Schwingkreis hat stets auch Verluste durch Widerstände in Form von Wärme und dielektrische und magnetische Verluste, weshalb ein entsprechender Widerstand dafür stellvertretend eingebaut ist. Mit der Kirchhoff'schen Maschenregel muss die Summe aller Teilspannung verschwinden:

$$U_R + U_C - U_L = 0 \quad (26)$$

mit elementaren Ersetzungen der Spannungen erhalten wir die Differentialgleichung:

$$L\ddot{I} + R\dot{I} + \frac{1}{C}I = 0 \quad (27)$$

Die allgemeine Lösung davon ist:

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \left(c_1 e^{\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t} + c_2 e^{-\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t} \right) \quad (28)$$

mit den anfangsbedingungsabhängigen Konstanten c_1 und c_2 .

Falls gilt

$$\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC} \quad (29)$$

haben wir den Schwingfall des gedämpften harmonischen Oszillators. Denn das Argument der Wurzel wird negativ und somit der Exponent imaginär, was über die Eulerformel eine Rotation im komplexen bedeutet.

Wir setzen:

$$\omega_f = \sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}} \quad (30)$$

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} e^{i(\omega_f t + \varphi)} \quad (31)$$

Die Frequenz ω_f ist immer kleiner als die Eigenfrequenz $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ des Oszillators.

Wir definieren außerdem die Dämpfungskonstante δ :

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (32)$$

und die Relaxationszeit τ_r

$$\tau_r = \frac{1}{\delta} \quad (33)$$

Die Dämpfungskonstante kann man durch das logarithmische Dekrement bestimmen.

$$\Lambda = \ln \left(\frac{A_n}{A_{n+1}} \right) = \delta T \quad (34)$$

Dabei ist A_n die mit jeder Schwingung abnehmende Amplitude.

2.6 Frequenzabhängigkeit eines Schwingkreises

Einschwingkreis kann durch eine Wechselspannung $U_E(t) = U_0 e^{i\omega t}$ mit einer Anregungsfrequenz ω angeregt werden. Der Schwingkreis oszilliert nach einiger Zeit mit dieser Frequenz. Die Amplituden hängen ebenfalls davon ab.

Wir betrachten den Betrag der Ausgangsspannung $U_i(\omega)$, der jeweils über verschiedenen Bauteilen abgegriffen wird.

Die Gesamtempedanz ist:

$$Z_g = Z_R + Z_C + Z_L = R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \quad (35)$$

Für den Strom folgt damit nach dem ohmschen Gesetz:

$$I = \frac{E}{Z_g} = \frac{1}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} U_0 e^{i(\omega t - \varphi)} \quad (36)$$

$$|I(\omega)| = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (37)$$

Die Amplitude wird bei der Resonanzfrequenz ω_R maximal.

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (38)$$

Einsetzen in (37) ergibt

$$I_0(\omega_R) = \frac{U_0}{R} \quad (39)$$

Die Interpretation des Resonanzfalls in der Elektrotechnik ist, dass eine Kapazität und eine Induktivität in Reihe geschaltet im Resonanzfall einen Kurzschluss verursachen. Dieses Verhalten ist dann ausschließlich vom ohmschen Widerstand abhängig.

Die Phase ist:

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} \quad (40)$$

Im Resonanzfall ist die Phase also 0. Mit dieser Kenntnis lassen sich die Amplituden der Spannungen berechnen, die über die verschiedenen Bauteile abfällt:

$$|U_R| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (41)$$

$$|U_C| = \frac{1/(\omega C)}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (42)$$

$$|U_R| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (43)$$

(44)

IM Resonanzfall verschwindet die Gesamtmpedanz von L und C.

Der Resonanzfall hat außerdem Bandpass-Charakteristik. Je kleiner R ist, desto schmäler ist die Resonanzkurve und der Phasensprung ist steiler. Um die Bandbreite $\Delta\omega$ zu quantifizieren benutzen wir die Halbwertsbreite, also die jeweiligen Frequenzen, bei denen die Amplitude auf das $\sqrt{2}$ -fache abgesunken ist.

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L} = 2\delta \quad (45)$$

Je kleiner also die Dämpfung ist, desto kleiner ist die Bandbreite. Außerdem beschreibt die Güte Q die Breite der Resonanzkurve:

$$Q = \frac{\omega_R}{\Delta\omega} \quad (46)$$

Die Resonanzfrequenzen der Spannungen, die über die Spule und den Kondensator abfallen sind nicht identisch mit ω_R :

$$\omega_C = \sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2} \quad (47)$$

$$\omega_L = \sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2} \quad (48)$$

(49)

Das Phänomen, dass die Amplituden der Spannungen U_C und U_L deutlich höher als die Amplitude der Eingangsspannung sind, nennt man Resonanzüberhöhung. Je kleiner der Widerstand R ist, desto größer ist die Resonanzüberhöhung. Für $R=0$ kommt es zur Resonanzkatastrophe.

2.7 Resonanzkurve eines Parallelschwingkreises

Ein Parallelschwingkreis ist ein RLC-Glied, das in Reihe zu anderen R, L oder C-Gliedern geschaltet wurde. Seine Impedanz ist:

$$\frac{1}{Z_P} = \frac{1}{Z_C} + \frac{1}{Z_L} \quad (50)$$

$$Z_P = \left| \frac{1}{\omega L - \frac{1}{\omega C}} \right| \quad (51)$$

Im Resonanzfall ist die Impedanz des LC-Parallelkreises unendlich und wirkt somit wie ein Isolator. Somit lassen sich Bandsperren realisieren.

3 Anwendungen

3.1 Mittelwellenradio

Ein Mittelwellenradio empfängt mithilfe eines Bandpassfilters eine bestimmte Trägerfrequenz eines Senders. Musik und Sprache wird bei 20Hz - 20kHz übertragen (niederfrequent). Zur Übertragen per Hochfrequenz wird das Signal moduliert.

Die Amplitudenmodulation nimmt ein hochfrequentes Trägersignal und verändert es, so dass seine Einhüllende die Information der niederfrequenten Frequenz trägt.

Das empfangene Signal ist symmetrisch um die Null und es muss deshalb demoduliert werden, also nur die positiven oder negativen Anteile des Signals mithilfe einer Diode herausgeschnitten werden. Der HF-Anteil ist nicht hörbar und schwingt zu schnell für die träge Lautsprechermembran.

Um nur ein Programm zu empfangen, muss die Resonanzfrequenz des LC-Parallelkreises auf die entsprechende Trägerfrequenz abgestimmt sein. Wenn zwei Programme auf Trägerfrequenzen dicht nebeneinander übertragen werden, muss die Bandbreite des LC-Parallelkreises klein sein, um sie unterscheiden zu können.

3.2 Messtechnik

In diesem Versuch wird ein PC-gesteuertes Speicheroszilloskop und ein programmierbarer Funktionsgenerator verwendet. Damit können Signale auch im Frequenzbereich untersucht werden, zu Beispiel die Fouriermoden.

Der Frequenzgenerator kann sehr viele Ausgangssignale kreieren. Hier werden Sinussignale verwendet.

4 Auswertung

L

Philippe Zehnter

12.1.22

Ferrit Niedenhoff

Andreas Fruendorfer

Messprotokoll V241

1. Best. d. Zeitkonstante I

Generatorkreisfrequenz: $f = 120,00 \text{ Hz}$

Halbwertszeit gemessen anhand Spannungsauffall über Kondensator

$C [\mu\text{F}]$	$R [\text{k}\Omega]$	$T_{1/2} [\mu\text{s}]$
$4 \geq 0$	1	320 ± 20
$4,7$	10	39 ± 2
$4,7$	1	35 ± 2

Tabelle 1 : Halbwertszeit anhand Kondensator

Halbwertszeit gemessen anhand Spannungsauffall über Widerstand

$C [\mu\text{F}]$	$R [\text{k}\Omega]$	$T_{1/2} [\mu\text{s}]$
$4,7$	1	35 ± 2

Tabelle 2 : Halbwertszeit anhand Widerstand



Abbildung 1



Abbildung 2

2. Differenziator und Integriator

$$f = 15 \text{ kHz} \quad C = 47 \text{ nF} \quad R = 5 \text{ k}\Omega$$

Mit Erhöhung des Widerstands nähert sich das Ausgangssignal dem Integral des Eingangssignals.

Die Kondensatorspannung wird zum Integral-Treppenspannung.

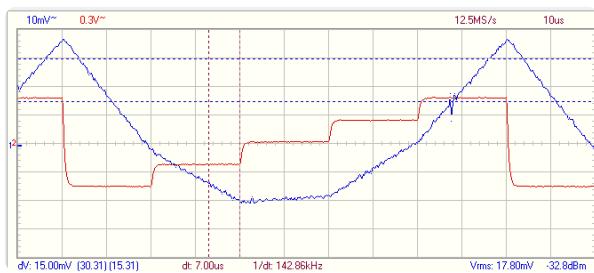


Abbildung 3

Für den Differenziator fänschen wir den Potentiometer und Kondensator.

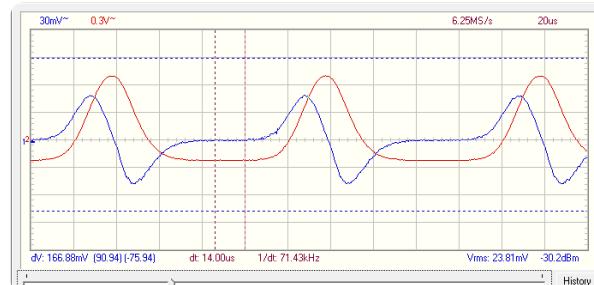
Mit Erhöhung des Widerstands nähert sich das Ausgangssignal der Ableitung des Eingangssignals.



Abbildung 4

Die Kondensatorspannung wird zur Ableitung der Rechteckspannung für größere Widerstände

Abbildung 5: Gaußsignal



3. Frequenzgang und Phasengang eines RC-Glieds

Mit dem Circuit-Analyser wird der Frequenzgang des Hoch & Tiefpasses gemessen:

$$U_{pp} = 1V \quad (\text{abgeleitet von PAP Analyse})$$

$$V_{range} = 1V$$

Grenzfrequenzen:

$$f_{g,T} = (3,08 \pm 0,10) \text{ kHz}$$

$$f_{g,H} = (2,85 \pm 0,10) \text{ kHz}$$

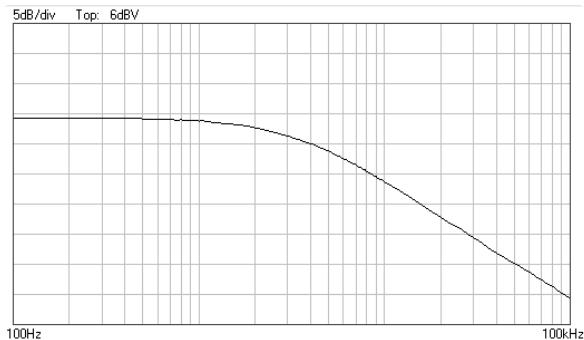


Abbildung 6

Tiefpass

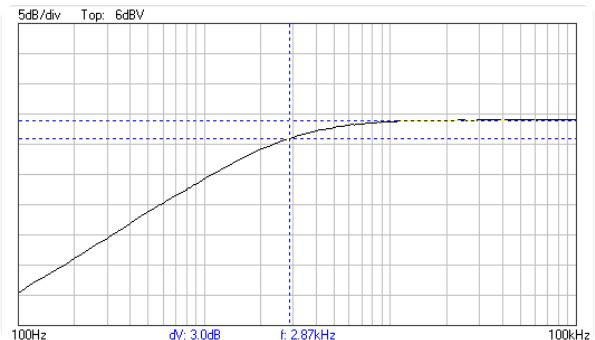


Abbildung 7

Hochpass

Phasenmessung Hochpass

$f [k\text{ Hz}]$	Phasenverschiebung $\varphi [^\circ]$
1	69,8
2	55,6
3	44,8
4	36,7
5	31,2
6	26,7
7	23,2
8	20,2
9	18,5
10	16,7

Tabelle 3: Phasenverschiebung

4. Frequenzgang Schwingkreis

$$C = 47 \mu F$$

L_1

$$R_1 = 1 k\Omega$$

$$R_2 = 220\Omega$$

$$R_3 = 47\Omega$$

$$U = 3V_{pp}$$

Resonanzfrequenz f_R

Bandbreite Δf

Effektivwert Ausg. Spannung: U_A^{eff}
 U_E^{eff}

$R(\Omega)$	1000	220	47
$f_R(kHz)$	$4,00 \pm 0,10$	$3,82 \pm 0,10$	$3,80 \pm 0,10$
$f_1(kHz)$	$2,09 \pm 0,04$	$2,22 \pm 0,04$	$3,50 \pm 0,04$
$f_2(kHz)$	$7,62 \pm 0,04$	$4,67 \pm 0,04$	$4,05 \pm 0,04$
$\Delta f(kHz)$	$5,53 \pm 0,06$	$1,35 \pm 0,06$	$0,59 \pm 0,06$
$U_E^{eff}[V]$	$0,92 \pm 0,01$	$0,90 \pm 0,01$	$0,90 \pm 0,01$
$U_A^{eff}[V]$	$0,93 \pm 0,01$	$0,76 \pm 0,01$	$0,37 \pm 0,01$

Tabelle 4

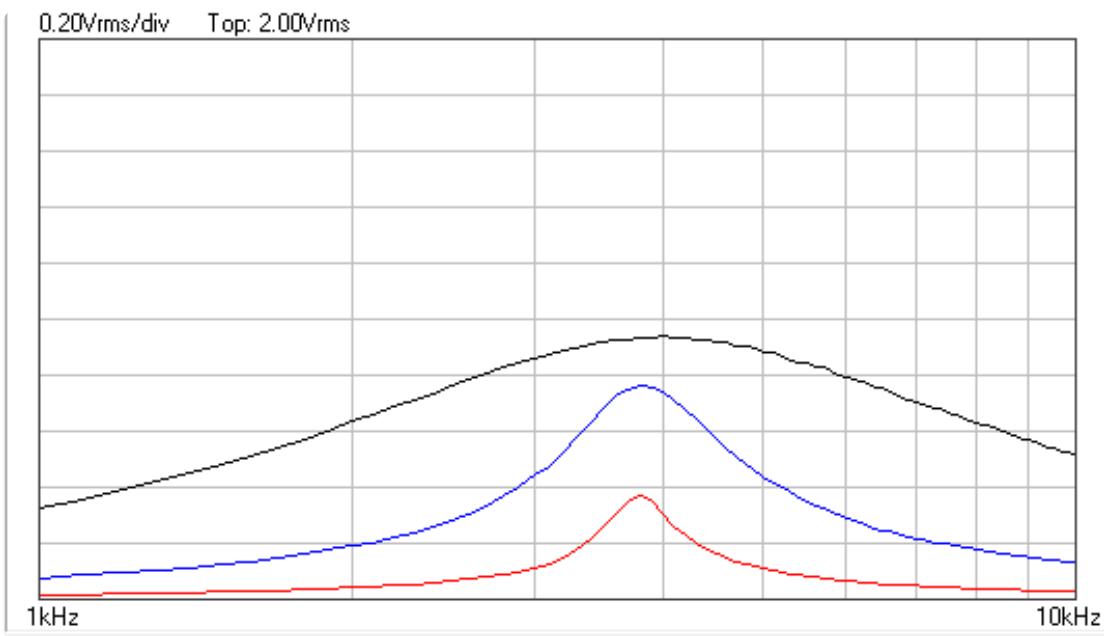


Abbildung 8 : Frequenzgang RCL-Kreis

19. 1. 2022

8 G 1 (2. ZeiC)

5. Bestimmung Dämpfungsconst. für freien
gedämpften Schwingkreis

Auch aus Transistorarten

$f = 100 \text{ Hz}$

kompletter Schwingungsgang beobachtbar

Justin Steinmetz

$$R = 47 \Omega$$

$$C = 47 \text{nF}$$

L Spule

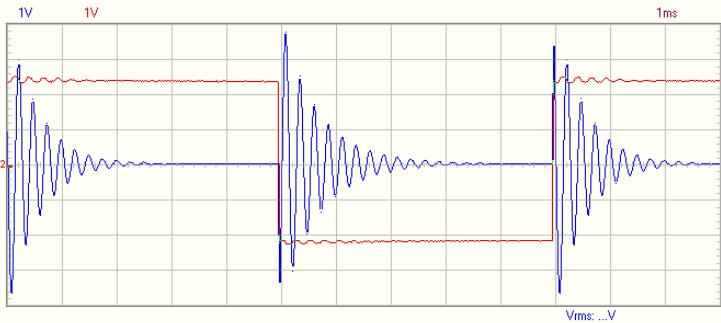


Abbildung 9

Amplitude Nr.	1	2	3	4	5
Zeitdifferenz Δt [ms]	0,25	0,26	0,26	0,26	—
Ampl. f. 1; [V]	$6,70 \pm 0,10$	$3,00 \pm 0,05$	$1,91 \pm 0,05$	$1,19 \pm 0,05$	$0,72 \pm 0,02$

Tabelle 5

Zeitdif. gemessen von Peak i bis Peak $i+1$; $i \in \{1, 2, 3, 4\}$

Fehl. Δt : 0,02 ms

$$\overline{\Delta t} = 0,2575 \text{ ms}$$

R wird durch Potentiometer ersetzt und Schwingung gedämpft.



Abbildung 10

6. Resonanzüberhöhung

Spannungsabgriff (Diagramm farbe)	Resonanzfrequenz f_R [kHz]
$R = 22 \Omega$ (rot)	$3,93 \pm 0,05$
$C = 470 \text{ pF}$ (schwarz)	$3,80 \pm 0,05$
L_1 (blau)	$4,00 \pm 0,05$

Tabelle 6

$$\text{Frequenzbereich: } (1 - 10) \text{ kHz}$$

$$U = 0,9 \text{ Vpp}$$

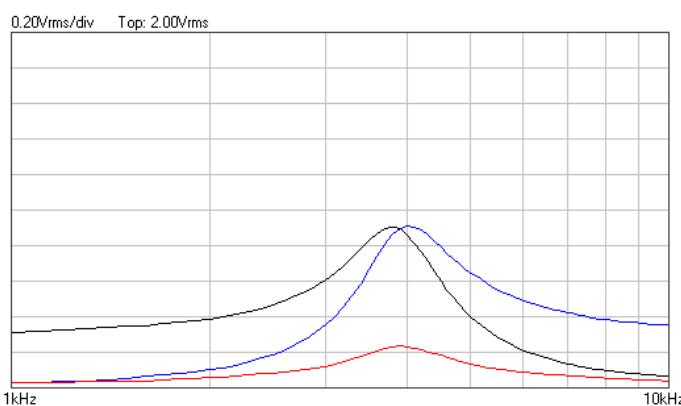


Abbildung 17 : Resonanzfrequenz Serienschwingkreis

schwarz: Kondensator
 blau: Spule
 rot: Widerstand

7. Parallelschwingkreis - Bandspur

$$C = 47 \text{ nF}$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega$$

L_1 Spule

Frequenzbereich: 100Hz - 100 kHz

U_A wird über R abgegriffen

Resonanzfrequenz: $f_0 = (595 \pm 0,05) \text{ kHz}$

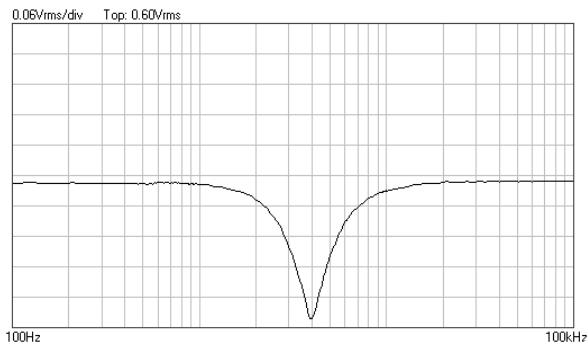


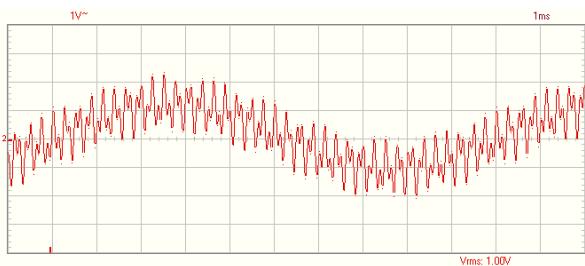
Abbildung 72: Parallelschwingkreis - Bandspur

8. Signalformung

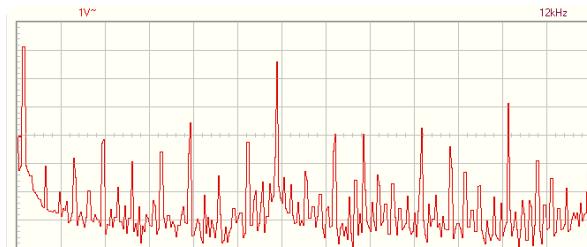
Störsignal erzeugen: 3 sinus fcls

$$A = 5 \text{ Vpp}$$

$$f = 100 \text{ Hz}$$



a) Oszilloskop Bild



b) Spektrum (Fourier)

Abbildung 13:

frequenz bereich: 12 kHz

Signallanteil	1	2	3
Frequenz $f_R [\text{Hz}]$	100 ± 15	3600 ± 20	8000 ± 20
Amplitude $A [\text{dBV}]$	$-2,75 \pm 0,10$	$-8,06 \pm 0,10$	$-9,00 \pm 0,10$

Tabelle 7: Messung der stärksten Signallanteile

$$\text{dB} = \log\left(\frac{U_A}{U_0}\right) \cdot 10$$

Hochpassfilter:

$$C = 47 \text{nF}$$

$$R = 1 \text{k}\Omega \quad \text{nicht ausreichend -}$$

LC-Tiefpass:

$$C = 47 \text{nF}$$

$$L$$

Bandpassfilter: (RLC) \rightarrow filtert 100 Hz, 8 kHz Signal

$$C = 47 \text{nF}$$

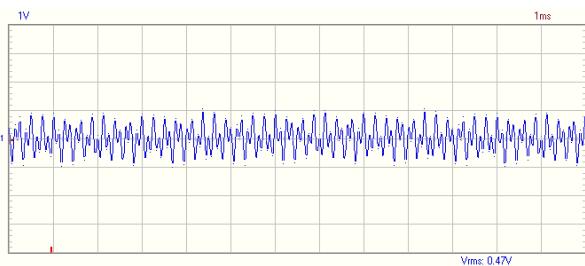
$$R = 1 \text{k}\Omega$$

$$L$$

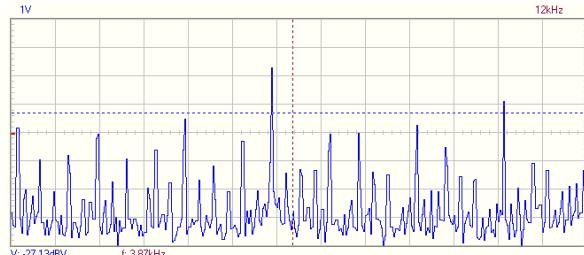
NR:	$f_R [\text{kHz}]$	$A [\text{dB V}]$
RC-Hochpassfilter $C = 47 \text{nF}$ $R = 1 \text{k}\Omega$ Referenzwkt: 1V	1 100 2 3600 3 8000	-32, 13 -10, 88 -9, 63
RC-Tiefpass $C = 47 \text{nF}$ $R = 1 \text{k}\Omega$	1 100 2 3600 3 8000	-2, 25 -11, 81 -17, 13
LC-Tiefpass $C = 47 \text{nF}$ $R = 1 \text{k}\Omega$	1 100 2 3600 3 8000	-2, 87 -10, 25 -19, 12
gemessen mit SV Skalab. Referenzwkt		

$R\text{LC- Bandpass}$	1	100	- 32,44
$C=47\text{nF}$	2	3600	- 8,69
$R=1k\Omega$	3	8000	- 13,06
$R\text{LC - Bandpass}$	1	100	- 57,44
$C=47\text{nF}$	2	3600	- 18,06
$R=47k\Omega$	3	8000	- 38,38

Tabelle 8.

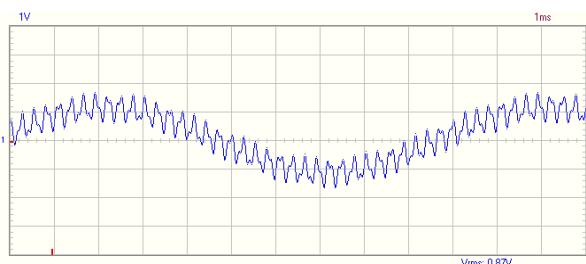


a) Oszilloskopbild



b) Spektrum

Abbildung 14: RC- Hochpass

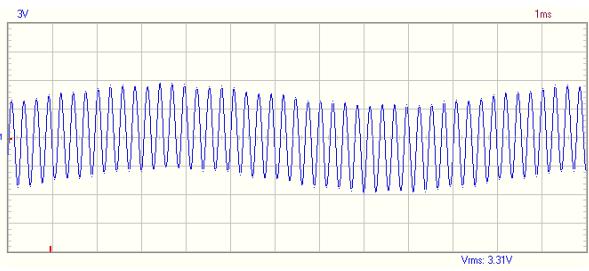


a) Oszilloskopbild

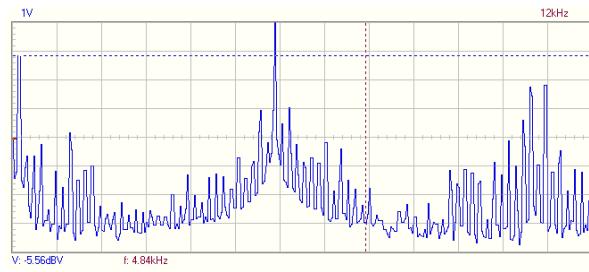


b) Spektrum

Abbildung 15: RC- Tiefpass

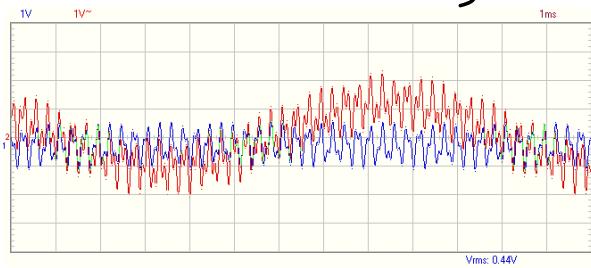


a) Osilloskopbild

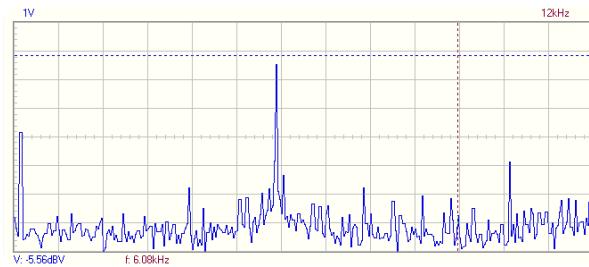


b) Spektrum

Abbildung 16 : LC - Tiefpass

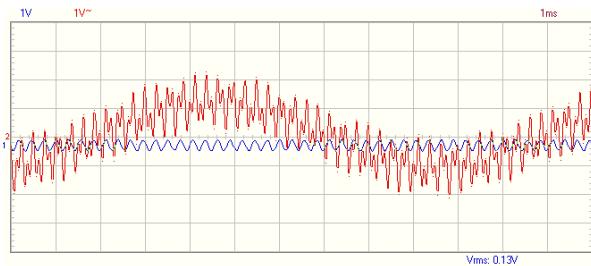


a) Osilloskopbild



b) Spektrum

Abbildung 17 . RLC - Bandpass mit $R = 1k\Omega$



a) Osilloskopbild



b) Spektrum

Abbildung 18 . RC - Bandpass mit $R = 47\Omega$

4.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

Zur Berechnung der Dämpfungskonstante wurde für die Widerstände ein Fehler von 5% angenommen und für die Kondensatoren ein Wert von 10%. Es wurde folgende Gleichung benutzt:

$$\tau = \frac{T_{1/2}}{\ln 2} \quad (52)$$

mit dem Fehler:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta T_{1/2}}{\ln 2} \quad (53)$$

Der theoretische Wert wurde über:

$$\tau = RC \quad \Delta\tau = \tau \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2} \quad (54)$$

bestimmt.

Aufbau Nr.	1	2	3
C [nF]	470 \pm 47	4.70 \pm 0.47	47.0 \pm 4.7
R [k Ω]	1.00 \pm 0,005	10.0 \pm 0.5	1.00 \pm 0.005
f [Hz]	120	120	120
τ_{theo} [s]	470 \pm 50	47 \pm 5	47 \pm 5
τ [s]	462 \pm 28	49,1 \pm 2,9	50,5 \pm 2,9

Tabelle 42: Dämpfungskonstanten

Dabei weichen die theoretische Dämpfungskonstante von den experimentell bestimmten Werten jeweils innerhalb des 1σ -Bereichs voneinander ab. Außerdem wurde überprüft, ob die Zeitkonstante für Anordnung 3 die Gleiche ist, wenn man die Stromstärke misst. Hier ermittelten wir einen Wert von

$$T_{1/2} = (35 \pm 2)s \quad \tau = (50 \pm 3)s \quad (55)$$

mit analoger Fehlerberechnung wie oben. Der Wert weicht innerhalb eines 1σ Bereichs von dem Wert ab, der über die Spannung bestimmt wurde und kann deshalb als die gleiche Zeitkonstante betrachtet werden.

4.2 RC-Gleid als Integrator und Differentiator



Figure 1: Integrator

In Abbildung 1 ist zu sehen, dass sich das Ausgangssignal (rot) dem Integral des Eingangssignals (blau) annähert, wie es Gleichung (24) vorraussagt.

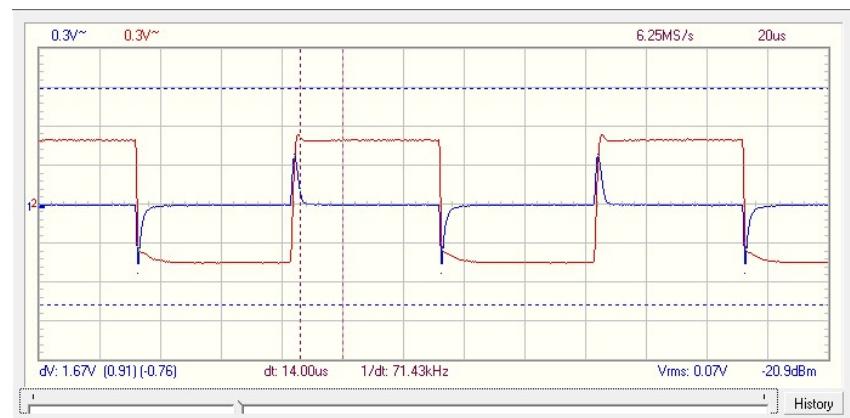


Figure 2: Differentiator Rechteckspannung

Die Treppenstufenfunktion (Eingangssignal, rot) die zu sehen ist, hat ein Integral (Ausgangssignal, blau), dessen Steigung mit jeder Treppenstufe größer wird. Hier wurde der Widerstand entsprechend erhöht, sodass die Dämpfungskonstante τ entsprechend größer als T wird.
Für Abbildung (2) bestätigt sich Gleichung (25). Das Ausgangssignal (rot) wird für $\tau \gg T$ zur Ableitung der Treppenfunktion, dem Eingangssignal (rot).

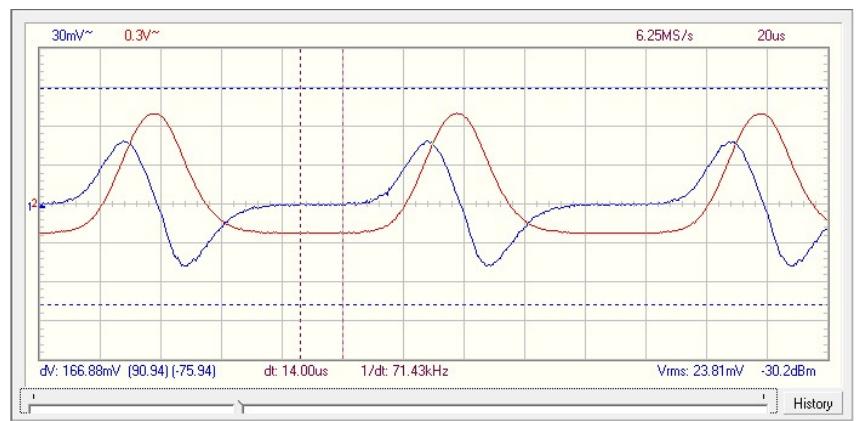


Figure 3: Differentiator Gaußsignal

In Abbildung (5) bleibt das Signal beim Ableiten ein Gaußsignal. Also ist das Eingangssignal gaußförmig, genauso wie das Ausgangssignal.

4.3 Frequenz-und Phasengang eines RC-Glieds

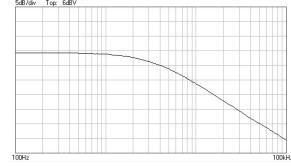


Figure 4: Frequenzgang Tiefpass

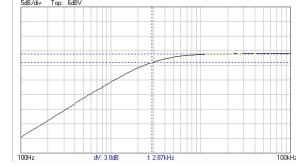


Figure 5: Frequenzgang Hochpass

Im dritten Teil der Durchführung haben wir die Grenzfrequenz des Hoch- und Tiefpasses aus dem Abfall der Ausgangsspannung auf ihr $1/\sqrt{2}$ -faches bzw. den Anstieg gemessen.

$$f_{g,T} = (3.08 \pm 0.10) \text{kHz} \quad (56)$$

$$f_{g,H} = (2,85 \pm 0.10) \text{kHz} \quad (57)$$

$$(58)$$

Statt des graphischen Ablesen, kann die Grenzfrequenz als Schnittpunkt der linearen Anteile des Frequenzgangs ermittelt werden. Die Phasenverschiebung ist dabei: $\phi = 360 \cdot f \cdot \Delta t$. Die Zeit Δt wurde mit der Cursorfunktion gemessen. Diese Berechnung konnte vom Computerprogramm übernommen werden. Wir haben für den Hochpassfilter außerdem die Phase gegen die Frequenz aufgetragen. Dazu haben wir folgende Fitfunktion verwendet (Best-Fit Parameter siehe Python skript):

$$\phi = a \log(x) + b \quad (59)$$

Dabei wurde der Fehler des Frequenzgenerators als vernachlässigbar klein angenommen. Da das Programm die Messwerte berechnet hat, liegen auch für ϕ keine Fehler vor. Die Grenzfrequenz konnte dann mit Python bei $\phi = 45^\circ$ bestimmt werden .

$$f_{g,H} = 2,903 \text{kHz} \quad (60)$$

Der theoretische Wert berechnet sich über:

$$f_{g,theo} = \frac{1}{2\pi\tau} \quad \Delta f_{g,theo} = f_{g,theo} \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2} \quad (61)$$

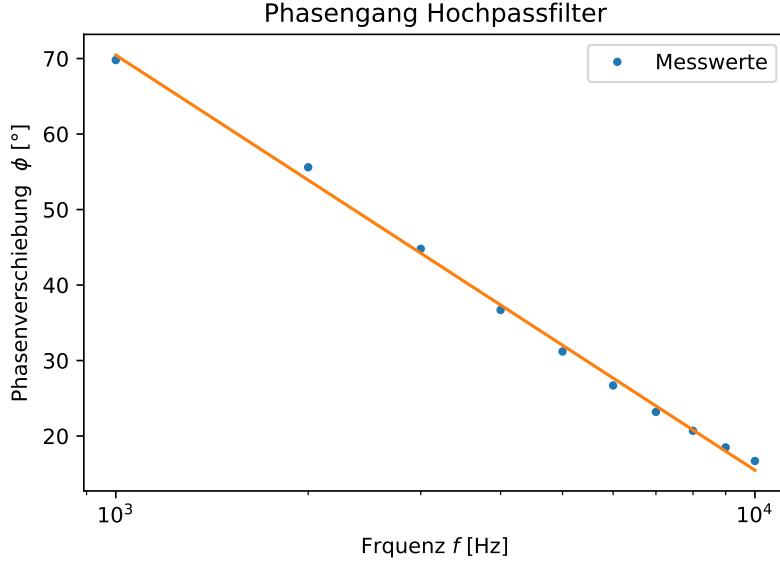


Figure 6: Phasengang RC-Glied

Damit erhalten wir:

$$f_{g,\text{theo}} = (3,4 \pm 0,4) \text{kHz} \quad (62)$$

Damit weicht die ermittelte Frequenz des Tiefpasses im 1σ -Bereich vom theoretischen Wert ab, die ermittelte Frequenz des Hochpasses im 2σ -Bereich und die mit Python bestimmte Frequenz im 2σ -Bereich. Die Werte sind vergleichbar, da für den Tief- und den Hochpassfilter jeweils die gleichen Widerstände und Kondensatoren verwendet wurden.

4.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises

Hier wurde ein Serienschwingkreis mit den im Messprotokoll angegebenen Parametern aufgebaut. Zuerst wurde dann die Induktivität der Spule aus den Resonanzfrequenzen f_R bestimmt.

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f_R^2 \cdot C} \quad \Delta L = L \frac{\Delta C}{C} \quad (63)$$

Mittelt man die Induktivitäten, die für die 3 Verschiedenen Widerstände bestimmt wurde, dann erhält man:

$$\bar{L} = (0.0398 \pm 0.0009) \text{H} \quad (64)$$

Da bei diesem Schwingkreis Verluste auftreten, ist die Amplitude der Ausgangsspannung bei der Resonanzfrequenz deutlich kleiner als die Eingangsspannung. Wir nehmen an, dass diese Verluste hauptsächlich durch die Spule

verursacht werden und bauen einen theoretischen Verlustwiderstand in Reihe in den Schwingkreis ein. Der gesamte Widerstand berechnet sich also mit der Bandbreite Δf (siehe Messprotokoll, Tabelle 4):

$$R_G = 2\pi\Delta f L \quad (65)$$

$$\Delta R_G = R_G \sqrt{\left(\frac{\Delta(\Delta f)}{\Delta f}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2} \quad (66)$$

Daraus ergeben sich Werte von:

$$R_{G1} = (1170 \pm 18)\Omega \quad (67)$$

$$R_{G2} = (322 \pm 15)\Omega \quad (68)$$

$$R_{G3} = (138 \pm 14)\Omega \quad (69)$$

$$(70)$$

Die Verlustwiderstände berechnen sich dann mit:

$$R_V = R_G - R \quad (71)$$

$$R_{V1} = (170 \pm 18)\Omega \quad (72)$$

$$R_{V2} = (102 \pm 18)\Omega \quad (73)$$

$$R_{V3} = (91 \pm 18)\Omega \quad (74)$$

$$(75)$$

Dabei ist der Fehler der Gleiche wie für den Gesamtwiderstand, da für R kein Fehler angenommen wurde.

Der Verlustwiderstand lässt sich jedoch auch auf andere Weise berechnen: Man kann den Schwingkreis im Resonanzfall aufgrund des Verschwindens der Impedanz mit der Spannungsteilerformel betrachten, da alle Widerstände dann als ohmische Widerstände angenommen werden können.

$$U_A = \frac{R}{R + R_{sV}} U_E \quad (76)$$

$$R_{sG} = \frac{R}{U_A} U_E \quad (77)$$

$$R_{sV} = R \left(\frac{1}{U_A} U_E - 1 \right) \quad (78)$$

$$\Delta R_{sV} = \sqrt{(\Delta R \cdot (U_E/U_A - 1))^2 + (\Delta U_E R/U_A)^2 + (\Delta U_A R U_E/U_A^2)^2} \quad (79)$$

Daraus ergibt sich:

$$R_{sV1} = (-10 \pm 15)\Omega \quad (80)$$

$$R_{sV2} = (40 \pm 5)\Omega \quad (81)$$

$$R_{sV3} = (67 \pm 4)\Omega \quad (82)$$

Damit ergibt sich eine σ -Abweichung der unterschiedlich bestimmten Verlustwiderstände von: 8σ für den ersten Schaltkreis, 5σ für den zweiten Schaltkreis und 2σ für den dritten Schaltkreis. Die große Abweichung kann damit erklärt werden, dass bei der Berechnung des Verlustwiderstandes über den Spannungsteiler im ersten Schaltkreis die Ausgangsspannung größer war als die Eingangsspannung. $(0,93 > 0,92)V$. Da dies aufgrund von Spannungsfluktuationen möglich ist, ist das theoretisch bestimmte Ergebnis negativ und somit weniger aussagekräftig.

Es fällt auf, dass die Verlustwiderstände nicht konstant sind, sondern sehr starken Abweichungen unterliegen. Die erste Bestimmung ergab einen abnehmenden Verlustwiderstand mit abnehmendem Gesamtwiderstand. Die zweite Ermittlung ergab hingegen einen Anstieg des Verlustwiderstands bei abnehmendem Gesamtwiderstand.

Diese großen Varianzen könne davon kommen, dass sehr viele Messgrößen und deren Fehler berücksichtigt werden mussten. Außerdem wurde der Widerstand des Kondensators vernachlässigt, das heißt, hier kann die Quelle der Unsauberheit liegen, da wir keinen Anhaltspunkt haben, inwiefern der Verlustwiderstand in Wirklichkeit zwischen Spule und Kondensator aufgeteilt ist.

4.5 Bestimmung der Dämpfungskonstante eines freien, gedämpften Schwingkreises

Es wird wider die Induktivität diesmal über die Periodendauer bestimmt.

$$L = \frac{T^2}{4\pi^2 \cdot C} \quad \Delta L = L \frac{\Delta C}{C} \quad (83)$$

Dabei wurde T gemittelt zu $\bar{T} = 0.2575ms$ und dessen Fehler aufgrund von Geringfügigkeit vernachlässigt, weshalb die gleiche Fehlerfortpflanzung wie in der vorherigen Induktivitätsbestimmung benutzt werden konnte.

$$L = (0.03573 \pm 0.0004)H \quad (84)$$

Dieser Wert und der in Teil 4 bestimmte Wert weichen um 0.26σ voneinander ab (siehe Python skript) Das logarithmische Dekrement ist:

$$\Lambda = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}} \quad \Delta \Lambda = \sqrt{\left(\frac{\Delta A_n}{A_n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A_{n+1}}{A_{n+1}}\right)^2} \quad (85)$$

Für die ersten 4 Schwingungsmaxima erhält man folgende einzelne Dekrete:

$$\Lambda_1 = 0.449 \pm 0.027 \quad (86)$$

$$\Lambda_2 = 0.45 \pm 0.03 \quad (87)$$

$$\Lambda_3 = 0.473 \pm 0.05 \quad (88)$$

$$\Lambda_4 = 0.50 \pm 0.05 \quad (89)$$

Mittelt man diese Werte erhält man:

$$\bar{\Lambda} = 0.469 \pm 0.008 \quad (90)$$

Hieraus kann der Gesamtwiderstand ermittelt werden, wobei die Resonanzfrequenz durch die Periodendauer ausgedrückt wurde (siehe Phyton):

$$R_G = 2\Lambda L f_R \quad (91)$$

$$\Delta R_G = R_G \sqrt{\left(\frac{\Delta \Lambda}{\Lambda}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f_R}{f_R}\right)^2} \quad (92)$$

Daraus ergibt sich ein Wert von:

$$R_G = (130 \pm 10) \quad (93)$$

Die beiden Werte, die für den Gesamtwiderstand des Schaltkreises (bei $R = 47$) berechnet wurden, weichen um weniger als 1σ voneinander ab.

4.6 Resonanzüberhöhung und Bandsperre

Die Werte die hier gemessen wurden (siehe Tabelle 6), werden mit den theoretischen Werten verglichen. Dazu werden die theoretischen Werte berechnet. Die Resonanzfrequenz des Schwingkreises, wenn die Spannung über den Widerstand abgegriffen wird ist:

$$\omega_{R,\text{theo}} = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (94)$$

$$\Delta\omega_{R,\text{theo}} = \omega_R \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{2C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta L}{2L}\right)^2} \quad (95)$$

$$f_{R,\text{theo}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (96)$$

$$\Delta f_{R,\text{theo}} = \frac{1}{2\pi} \Delta\omega_R \quad (97)$$

Für die Resonanzfrequenz, wenn die Spannung über den Kondensator beziehungsweise die Spule abgegriffen wird, berechnet sich folgendermaßen:

$$f_{C,\text{theo}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_{R,\text{theo}}^2 - \frac{R^2}{2L^2}} \quad (98)$$

$$\Delta f_{C,\text{theo}} = \sqrt{\left(\Delta\omega_{R,\text{theo}}\omega_{R,\text{theo}}\right)^2 + \left(\frac{R \cdot \Delta R}{L^2}\right)^2 + \left(\frac{R^2 \cdot \Delta L}{L^2}\right)^2 / 2\omega_{C,\text{theo}}} \quad (99)$$

$$f_{L,\text{theo}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\omega_{R,\text{theo}}^2 + \frac{R^2}{2L^2}} \quad (100)$$

$$\Delta f_{L,\text{theo}} = \sqrt{\left(\Delta\omega_{R,\text{theo}}\omega_{R,\text{theo}}\right)^2 + \left(\frac{R \cdot \Delta R}{L^2}\right)^2 + \left(\frac{R^2 \cdot \Delta L}{L^2}\right)^2 / 2\omega_{L,\text{theo}}} \quad (101)$$

Die Fehler für den Frequenzgang der Spule und es Kondensators sind also die Gleichen. Damit ergeben sich die Werte, wobei B die Bandfrequenz darstellt, die in Aufgabe 7 gemessen wurde.

$$f_{R,\text{theo}} = (3870 \pm 31)\text{Hz} \quad (102)$$

$$f_{C,\text{theo}} = (3808 \pm 99)\text{Hz} \quad (103)$$

$$f_{L,\text{theo}} = (3930 \pm 96)\text{Hz} \quad (104)$$

$$f_{B,\text{theo}} = (3870 \pm 31)\text{Hz} \quad (105)$$

$$(106)$$

Die Resonanzfrequenz für die Bandsperre (Paralellschwingkreis) ist die Gleiche wie die des Widerstandes im Serienschwingkreis.

	$f_R[\text{Hz}]$	$f_C[\text{Hz}]$	$f_L[\text{Hz}]$	$f_B[\text{Hz}]$
gemessen	3930 ± 50	3800 ± 50	4000 ± 50	3940 ± 50
theoretisch	3870 ± 31	3808 ± 99	3930 ± 96	3870 ± 31
σ -Abweichung	1.03	0.08	0.65	1.19

Resonanzfrequenzen in verschiedenen RLC Schwingkreisen

4.7 Signalformung

In diesem Versuchsteil haben wir zuerst ein Signal synthetisch aus drei verschiedenen Sinusschwingungen generiert und dann verschiedene Filterschaltungen ausprobiert. Das Eingangssignal wurde am Frequenzgenerator auf die Frequenzen 100Hz, 4kHz und 8kHz eingestellt. Ohne Filter wurden bei der mittleren Frequenz etwas kleinere Werte als Ausgangssignal ausgegeben (3600Hz). (siehe Abbildung 13, Tabelle 7)

Die Amplituden sind ebenfalls in Tabelle 7 einsichtlich.

Wie gut die verschiedenen Filter die 3 Frequenzen filtern wurde in dB V in Tabelle 8 eingetragen.

Der RC-Hochpassfilter konnte die tiefe Frequenz (100Hz) gut herausfiltern, lies jedoch die hohe Frequenz unberührt. In Aufgabe 3 konnten wir folgende Ergebnisse messen:

$$f_{g,T} = (3.08 \pm 0.10)\text{kHz} \quad (107)$$

$$f_{g,H} = (2,85 \pm 0.10)\text{kHz} \quad (108)$$

$$(109)$$

Da heißtt, dass auch in dem RC-Glied, das in Aufgabe 3 verwendet wurde das gleiche Dämpfungsverhalten zu erwarten wäre, denn hier würden von einem Hochpassfilter auch die 100Hz Frequenz unterdrückt werden. Von einem Tiefpassfilter würden die beiden höheren Frequenzen unterdrückt werden und die 100Hz Frequenz nicht.

Im Aufbau dieses Versuchsteils konnte der Tiefpass die hohen Frequenzen herausfiltern. Allerdings war die Dezibeldifferenz des 8000kHz Signals nur um 8,13dB V kleiner als das Signal, das ohne Filter gemessen wurde. Auch das Signal, das unberührt bleiben solle (4kHz) wird mit gefiltert (3,75dB V) was nicht wünschenswert ist.

Der LC-Tiefpass hingegen (siehe Abbildung 16) filtert das hohe Frequenzband und schwächt das mittlere Frequenzband etwas weniger ab (nur um 2,19dB V). Da diese Skala logarithmisch ist, ist dieser Unterschied zum normalen RC-Tiefpass nicht unerheblich.

Der Bandpass, bei dem ein Widerstand von $1k\Omega$ verwendet wurde filterte die tiefe Frequenz hervorragend, allerdings wurde die hohe Frequenz nicht zufriedenstellend unterdrückt. Die Differenz zum Signal, das ohne Filter gemessen wurde, beträgt nur 4,06dB V.

Der Bandpass mit dem Widerstand $47k\Omega$ konnte die beiden Störfrequenzen sehr gut herausfiltern: Die tiefe Frequenz wurde um 54,69dB V unterdrückt und die 8kHz Frequenz um 29,38dB B. Die mittlere erwünschte Frequenz wurde dageben nur um 10dB V gedämpft und kann trotz vergleichsweise großer Dämpfung so besser aufgenommen werden, da das Rauschen relativ dazu viel kleiner ist.

5 Diskussion

Im ersten Teil des Versuchs bestimmten wir die Dämpfungskonstante für verschiedene Schaltkreise aus Widerständen und Kondensatoren.

Aufbau Nr.	1	2	3
C [nF]	470 ± 47	4.70 ± 0.47	47.0 ± 4.7
R [$k\Omega$]	1.00 ± 0.005	10.0 ± 0.5	1.00 ± 0.005
f [Hz]	120	120	120
τ_{theo} [s]	470 ± 50	47 ± 5	47 ± 5
τ [s]	462 ± 28	49.1 ± 2.9	50.5 ± 2.9

Tabelle 42: Dämpfungskonstanten

Die Ergebnisse spiegeln die lineare Skalierung der Dämpfungskonstante mit dem Widerstand und dem Kondensator wider. Die experimentellen Werte wichen nicht signifikant von dem theoretischen Wert ab.

Im zweiten Teil des Versuchs haben wir bestätigt, dass ein RC-Glied also Differenzierator bzw. als Integrator des Eingangssignals wirkt. Wir konnten durch Variation der Dämpfungskonstante unterschiedlich gute Approximationen dieser Theorie beobachten, wenn auch nur qualitativ.

Im dritten Teil des Experiments, untersuchten wir die Abhängigkeit des Frequenzgangs von der Eingangssignalfrequenz. Wir bestimmten graphisch die

Grenzfrequenzen und beim Hochpass auch mit Python.

$$f_{g,T} = (3.08 \pm 0.10) \text{kHz} \quad (110)$$

$$f_{g,H} = (2,85 \pm 0.10) \text{kHz} \quad (111)$$

$$f_{g,H} = 2,903 \text{kHz} (\text{Python}) \quad (112)$$

$$f_{g,\text{theo}} = (3,4 \pm 0.4) \text{kHz} \quad (113)$$

Auch hier waren die Abweichungen nicht signifikant und es wurde bestätigt, dass ein Elektromagnetischer Schwingkreis als lineares, zeitinvariantes System mit Frequenzgang angenommen werden kann. Die graphischen Fehler hätten durch eine numerische Auswertung verringert werden können, was jedoch mit mehr Aufwand verbunden gewesen wäre. Außerdem konnte das Computerprogramm sehr viele Berechnungen selbst durchführen, was jedoch auch die Fehleranalyse undurchsichtiger machte. Da jedoch die Werte im zu bestätigenden Bereich liegen, kann dies an dieser Stelle tolerieret werden.

Im vierten Teil des Versuchs haben wir die Induktivität eines Schwingkreises durch Mittelung für 3 verschiedene Widerstände berechnet worden.

$$\bar{L} = (0.0398 \pm 0.0009) \text{H} \quad (114)$$

Offiziell (Formel 62) hängt L nicht von der Stärke des Widerstandes ab, der Gesamtwiderstand hingegen schon, wie Gleichung (64) zeigt. Diese Inkohärenz lässt auf eventuelle unbeachtete Effekte schließen.

Der Gesamtwiderstand für die 3 verschiedenen Widerstände R ist zu

$$R_{G1} = (1170 \pm 18) \Omega \quad (115)$$

$$R_{G2} = (322 \pm 15) \Omega \quad (116)$$

$$R_{G3} = (138 \pm 14) \Omega \quad (117)$$

$$(118)$$

bestimmt worden. Der Verlustwiderstand konnte auf zwei verschiedene Arten berechnet werden, die jedoch jeweils sehr stark von einander abweichende Werte ergaben: Zum einen wurde R einfach vom Gesamtwiderstand abgezogen:

$$R_{V1} = (170 \pm 18) \Omega \quad (119)$$

$$R_{V2} = (102 \pm 18) \Omega \quad (120)$$

$$R_{V3} = (91 \pm 18) \Omega \quad (121)$$

$$(122)$$

zum Anderen wurde die Spannungsteilerformel für ohmsche Widerstände verwendet:

$$R_{sV1} = (-10 \pm 15) \Omega \quad (123)$$

$$R_{sV2} = (40 \pm 5) \Omega \quad (124)$$

$$R_{sV3} = (67 \pm 4) \Omega \quad (125)$$

Die Genaugkeit der zweiten Methode bleibt abzuwarten, auch, da es möglich ist, dass nicht genau der Resonanzfall gemessen wurde, sondern nur 10 diskrete Messungen gemacht wurden und davon der größte als Resonanzfrequenz angenommen wurde. Außerdem ist die Bestimmung der Bandbreite mit sehr vielen Unsicherheiten behaftet. Zum einen das Ablesen der passenden x und y Werte, zum anderen das Errechnen der Differenz und die Fortpflanzung in der Berechnungsformel für den Widerstand.

Im fünften Teil des Versuchs, haben wir nochmals die Induktivität der Spule bestimmt, diesmal über die Periodendauer:

$$L = (0.03573 \pm 0.0004) H \quad (126)$$

Dieser Wert hat aufgrund der genau bestimmten Periodendauer einen kleinen relativen Fehler von 1,1% und weicht nur um 0.26 σ von dem in Teil 4 bestimmten Wert ab.

Das logarithmische Dekrement ist im Mittel zu

$$\bar{\Lambda} = 0.469 \pm 0.008 \quad (127)$$

bestimmt worden. Dies zeigt, dass die Amplitude relativ schnell abklingt, was mit der Dämpfungskonstante zusammen hängt.

Der Gesamtwiderstand konnte aus der Grenzfrequenz bzw. Periodendauer ermittelt werden und mit dem Gesamtwiderstand, der in Aufgabe 4 ermittelt wurde, verglichen werden:

$$R_G = (130 \pm 10) \Omega \quad (128)$$

$$R_{G3} = (138 \pm 14) \Omega \quad (129)$$

$$(130)$$

Die beiden Werte weichen um weniger als 1σ voneinander ab und sind somit gut bestimmt. Hier hätte der statistische Fehler der Periodendauer noch berücksichtigt werden können (über das Fehlerfortpflanzungsgesetz). Jedoch ist der Wert so genau nur mit dem Fehler des Mittelwerts bestimmt, dass diese Betrachtung angesichts der guten Übereinstimmung ausreicht.

In Aufgabenteil 6 und 7 (beide, siehe Kapitel 4.6) wurden die gemessenen Resonanzfrequenzen mit den theoretischen verglichen:

	$f_R [Hz]$	$f_C [Hz]$	$f_L [Hz]$	$f_B [Hz]$
gemessen	3930 ± 50	3800 ± 50	4000 ± 50	3940 ± 50
theoretisch	3870 ± 31	3808 ± 99	3930 ± 96	3870 ± 31
σ -Abweichung	1.03	0.08	0.65	1.19

Resonanzfrequenzen in verschiedenen RLC Schwingkreisen

Es fällt auf, dass die theoretischen Frequenzen tendenziell unter den experimentellen werden liegen, was an eventuelle vernachlässigte Innenwiderständen

liegen könnte.

In Aufgabenteil 8 (siehe Kapitel 4.7) wurde ein Signal synthetisch erzeugt und anschließend gefiltert. Hierbei fiel auf, dass ein RC-Tiefpass nicht gleichwertig mit einem LC-Tiefpass ist, da der RC-Tiefpass auch manche Frequenzen unerwünscht abdämpfte und der LC-Tiefpass dieses Frequenzspektrum unberührt lies. Als bester Filter konnte ein Bandpass mit $47k$ als Widerstand verwendet werden, da er zwar alle Signale stark dämpfte, jedoch auch die unerwünschten Signale relativ zum gewünschten Signal gut dämpfte, was entscheidend für die Signaldetektierung ist.

Als Abschluss konnten wir bestauen, dass ein Drehkondensator als Radioempfänger für Signale eines MP3-Player funktioniert. Außerdem lernten wir, dass eine Antenne nur ein spezifische Richtungen abstrahlt, indem wir eine fluoreszierdende Röhre in dessen Nähe hielten.

Versuch 241 Python code Andreas Frauendorfer

January 22, 2022

```
[1]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit

def sigma(a, b, da=0, db=0):
    return np.abs(a-b)/np.sqrt(da**2+db**2)
%matplotlib inline

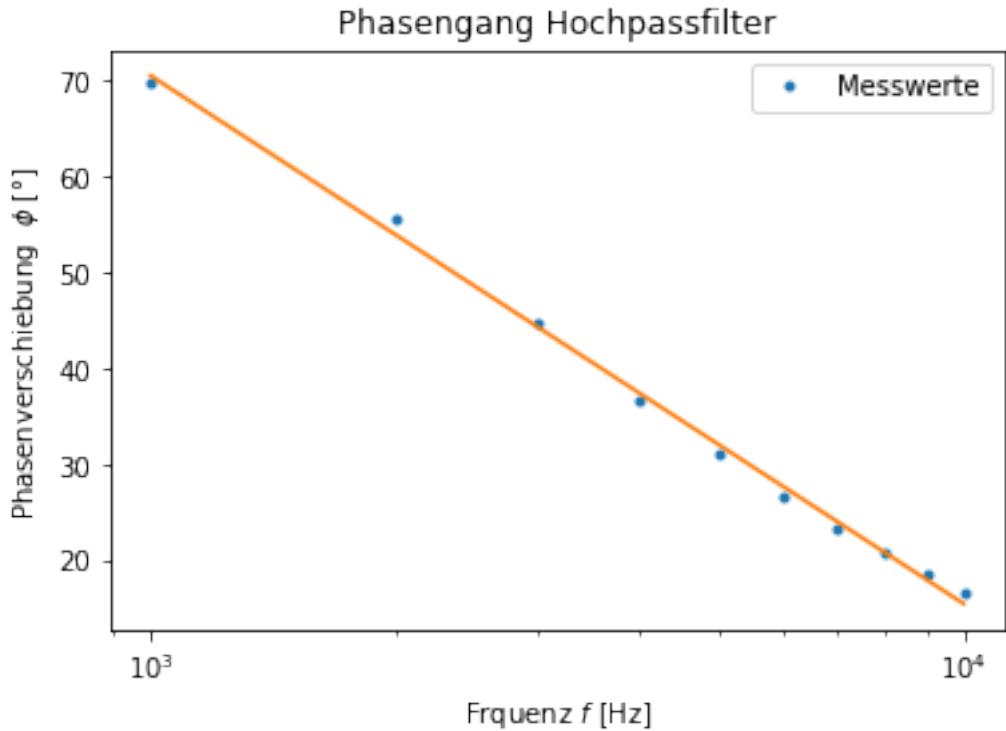
[2]: f = np.linspace(1000, 10000, 10) #Hz
phi = np.array([69.8, 55.6, 44.8, 36.7, 31.2, 26.7, 23.2, 20.7, 18.5, 16.7])

#delta_phi = delta_phi_exp

#Fit-Funktion
def linear(x, a, b):
    return a*np.log10(x) + b
popt, pcov = curve_fit(linear, f, phi)

#erstelle Plot
plt.xscale('log')
plt.plot(f, phi, linestyle = 'None', marker = '.', label = 'Messwerte')
plt.plot(f, linear(f, *popt))
plt.legend()
plt.xlabel('Frquenz $f$ [Hz]')
plt.ylabel('Phasenverschiebung $\phi$ [°]')
plt.title('Phasengang Hochpassfilter')
plt.savefig('Aufg_3_Phasengang_Hochpassfilter_logarithmisch.pdf', format = 'pdf')
plt.show()

#Gebe Fitparameter aus
a = popt[0]
delta_a = np.sqrt(pcov[0][0])
b = popt[1]
delta_b = np.sqrt(pcov[1][1])
print('Steigung der Geraden:', a, '+/-', delta_a)
print('y-Offset:', b, '+/-', delta_b) 35
```



Steigung der Geraden: -54.97594173676265 +/- 1.0528552351536558
y-Offset: 235.38074024052833 +/- 3.86232503651174

```
[5]: # Bestimmung des Wertes bei 45°
f = 10**((45-popt[1])/popt[0])
print('f = ', f)
```

f = 2903.9075948976442

```
[6]: # Berechne theoretische Grenzwellenlänge
C = 47 * 10**(-9)
delta_C = 4.7 * 10**(-9)
R = 1000
delta_R = 50

omega_theo = 1 / (R * C)
delta_omega_theo = omega_theo * np.sqrt((delta_R/R)**2 + (delta_C/C)**2)
f_theo = omega_theo/(2*np.pi)
delta_f_theo = delta_omega_theo/(2*np.pi)
print(omega_theo)
print(f_theo, delta_f_theo)
```

21276.59574468085
3386.2753849339433 378.59709756232826 36

```

[14]: #Aufgabe 4
f_R = np.array([4, 3.82, 3.8]) * 1000          #Fehler Resonanzfrequenz
delta_f_R = np.ones(3) * 0.1 * 1000            #Bandbreite
#delta_f = np.array([5.76, 1.43, 0.66]) *1000
delta_f = np.array([5.53, 1.39, 0.59]) * 1000   #Fehler Bandbreite
delta_delta_f = np.array([0.06, 0.06, 0.06]) * 1000 #Ausgangsspannung
U_A = np.array([0.93, 0.76, 0.37])             #Fehler Ausgangsspannung
delta_U_A = np.ones(3) * 0.01                   #Eingangsspannung
U_E = np.array([0.92, 0.90, 0.90])             #Fehler Eingangsspannung
delta_U_E = np.ones(3) * 0.01                   #Fehler Widerstand
R = np.array([1000, 220, 47]) # für 5. aufgabe 47 ohm!    □
→#Widerstand
delta_R = np.ones(3)                           #Fehler Widerstand
C = np.ones(3) * 47 * 10**(-9)                 #Kapazität
delta_C = np.ones(3) * 5 * 10**(-10)            #Fehler Kapazität

L_i = 1/(f_R**2 * C) *1/(4 * np.pi**2)
print(L_i)
print(L_i)
ML = (L_i[0]+L_i[1]+L_i[2] )/3
print(ML, 'mittlere Induktivität')

dL_i = L_i * delta_C/ C

R_G = 2*np.pi*delta_f*L_i
dR_G = R_G * np.sqrt((delta_delta_f/delta_f)**2 +(dL_i/L_i)**2)

print(R_G, dR_G, 'hello')

R_V = R_G - R
print(R_V)
dR_V = dR_G
print(dR_V)
#####
delta_omega = 2 * np.pi * delta_f
delta_delta_omega = 2 * np.pi * delta_delta_f

#Bestimme den Verlustwiderstand 2:
R_V2 = R * (U_E/U_A -1 )
delta_R_V2 = np.sqrt((delta_R * (U_E/U_A -1 ))**2 + ((R * delta_U_E)/ U_A)**2 + ((R * U_E * delta_U_A)/U_A**2)**2)
for i in range(len(R_V2)):
    print(i+1, 'Verlustwiderstand 2 = ', R_V2[i], '+/-', delta_R_V2[i])

```

```

print()

#Bestimme die Abweichung der Verlustwiderstände
Abw = abs((R_V2-R_V)/np.sqrt(delta_R_V2**2 + dR_V**2))
for i in range(len(Abw)):
    print(i+1, 'Abweichung Verlustwiderstände = ', Abw[i], 'sigma')

[0.0336839  0.03693309  0.03732289]
[0.0336839  0.03693309  0.03732289]
0.03597996086618396 mittlere Induktivität
[1170.38142992  322.55987946  138.35889731] [17.78417284  14.34006679  14.1471747
] hello
[170.38142992 102.55987946 91.35889731]
[17.78417284 14.34006679 14.1471747 ]
1 Verlustwiderstand 2 = -10.752688172043001 +/- 15.125066327051767
2 Verlustwiderstand 2 = 40.526315789473664 +/- 4.49048627322478
3 Verlustwiderstand 2 = 67.32432432432432 +/- 3.634914203294606

1 Abweichung Verlustwiderstände = 7.7586168636367745 sigma
2 Abweichung Verlustwiderstände = 4.128220209882863 sigma
3 Abweichung Verlustwiderstände = 1.6454505759332676 sigma

```

Aufgabe 5

```

[8]: T = np.array([0.25, 0.26, 0.26, 0.26])                      #Periodendauer
dT = 0.02 * 10**(-3)                                         #Fehler Periodendauer
C = 47 * 10**(-9)                                              #Kapazität
delta_C = np.ones(4) * 5 * 10**(-10)                            #Fehler Kapazität
A = np.array([4.70, 3.00, 1.91, 1.19, 0.72])                  #Amplitude in volt
delta_A = np.array([0.1, 0.05, 0.05, 0.05, 0.02])            #Fehler Amplitude
R = 47
delta_R = 0.5

T_bar = (0.25 + 0.26 + 0.26 + 0.26)*10**(-3)/4
print(T_bar)

#Bestimme Induktivität
L_1 = T_bar**2 / (4 * np.pi**2 * C)
print(L_1)

d_C = 5 * 10**(-10)                                         #Fehler Kapazität

d_L1 = L_1 * (d_C/C)
print(d_L1)

#sigmaabweichung5

```

```
0.035735253898323195  
0.00038016227551407653
```

```
[9]: print()  
#Bestimme logarithmisches Dekrement  
Lam = []  
delta_Lam = []  
for i in range(4):  
    Lamb = np.log(A[i]/A[i+1])  
    delta_Lamb = np.sqrt((delta_A[i]/A[i])**2 + (delta_A[i+1]/A[i+1])**2)  
    print(i+1, 'Lambda = ', Lamb, '+/-', delta_Lamb)  
    Lam.append(Lamb)  
    delta_Lam.append(delta_Lamb)  
  
Lam_quer = 1/4 * (Lam[0]+Lam[1]+Lam[2]+Lam[3])  
delta_Lam_quer = np.sqrt(1/30 * ((Lam_quer - Lam[0])**2 + (Lam_quer -  
    ↪Lam[1])**2 + (Lam_quer - Lam[2])**2 + (Lam_quer - Lam[3])**2 ))  
print('Lambda_gemittelt = ', Lam_quer, '+/-', delta_Lam_quer)  
  
#Gesamtwiderstand  
R_ges = 2 * L_1 * Lam_quer * (1/T_bar)  
dR_ges = R_ges * np.sqrt((d_L1/L_1)**2 + (delta_Lam_quer/Lam_quer)**2+ (dT/  
    ↪T_bar)**2)  
print('Gesamtwiderstand = ', R_ges, '+/-', dR_ges)  
  
#Vergleich mit Aufgabe 4: 3. Eintrag von R_G, und dR_G, da 47 ohm widerstand  
    ↪verwendet!  
print(R_G[2], dR_G[2])  
sigma(R_ges, R_G[2], dR_ges, dR_G[2] )
```

```
1 Lambda = 0.4489502200479032 +/- 0.02702723264154784  
2 Lambda = 0.45150904660957125 +/- 0.031033304851534167  
3 Lambda = 0.47314993493510055 +/- 0.04950454806785218  
4 Lambda = 0.502457374095474 +/- 0.05036880964886321  
Lambda_gemittelt = 0.46901664392201226 +/- 0.007841224096366492  
Gesamtwiderstand = 130.1780881793596 +/- 10.43480568540748  
138.35889730685778 14.147174699602596
```

```
[9]: 0.46536909644881086
```

Aufgabe 6

```
[10]: f_C = 3.80 * 1000  
delta_f_C = 0.05 * 1000  
f_R = 3.93 * 1000  
delta_f_R = 0.05 * 1000  
f_L = 4.00 * 1000
```

```

delta_f_L = 0.05 * 1000
C = 47 * 10**(-9)
delta_C = 4.7 * 10**(-9)
R = 220
L = ML

dL =(dL_i[0] + dL_i[1] + dL_i[2]) /3
delta_L = dL

#Bestimme theoretische Werte
f_R_theo = np.sqrt(1 / (L * C))*1/(2*np.pi)
delta_f_R_theo =1/(2*np.pi)* f_R_theo * np.sqrt((delta_C / (2 * C))**2 +  

→(delta_L / (2 * L))**2)

omega_R_theo = np.sqrt(1 / (L * C))
delta_omega_R_theo = omega_R_theo * np.sqrt((delta_C / (2 * C))**2 + (delta_L /  

→(2 * L))**2)

#
omega_C_theo = np.sqrt(omega_R_theo**2 - R**2 / (2 * L**2))
delta_omega_C_theo = (np.sqrt((delta_omega_R_theo*omega_R_theo)**2 + ((R *  

→delta_R)/(L**2))**2 + ((R**2 * delta_L)/(L**2))**2)) / (2 * omega_C_theo)

omega_L_theo = np.sqrt(omega_R_theo**2 + R**2 / (2 * L**2))
delta_omega_L_theo = (np.sqrt((delta_omega_R_theo*omega_R_theo)**2 + ((R *  

→delta_R)/(L**2))**2 + ((R**2 * delta_L)/(L**2))**2)) / (2 * omega_L_theo)

print('f_R_theo = ', f_R_theo, '+/-', delta_f_R_theo)
print('omega_R_theo = ', omega_R_theo, '+/-', delta_omega_R_theo)
print('omega_C_theo = ', omega_C_theo, '+/-', delta_omega_C_theo)
print('omega_L_theo = ', omega_L_theo, '+/-', delta_omega_L_theo)

f_C_theo = omega_C_theo *1/(2*np.pi)
df_C_theo = 1/(2*np.pi) *delta_omega_C_theo
f_L_theo = 1/(2*np.pi) *omega_L_theo
df_L_theo = 1/(2*np.pi) *delta_omega_L_theo

print('f_C_theo = ', f_C_theo, '+/-', df_C_theo)
print('f_L_theo = ', f_L_theo, '+/-', df_L_theo)

print()
#Bestimme experimentelle Werte
omega_R_exp = f_R * 2 * np.pi
delta_omega_R_exp = delta_f_R * 2 * np.pi
omega_C_exp = f_C * 2 * np.pi
delta_omega_C_exp = delta_f_C * 2 * np.pi
omega_L_exp = f_R * 2 * np.pi

```

```
delta_omega_L_exp = delta_f_L * 2 * np.pi

f_R_theo = 3870.2663976871004 +/- 30.97239018409161
omega_R_theo = 24317.600964818455 +/- 1222.7409538926695
omega_C_theo = 23930.14984515545 +/- 621.2717355888117
omega_L_theo = 24698.974913074544 +/- 601.932905293574
f_C_theo = 3808.601636786244 +/- 98.87846772224037
f_L_theo = 3930.9639467185298 +/- 95.800597287138
```

```
[11]: print(delta_L)
print(ML)
print(C)
print(delta_C)
print()
```

```
0.00038276554112961673
0.03597996086618396
4.700000000000004e-08
4.700000000000001e-09
```

```
[ ]:
```

```
[12]: print(delta_f_R_theo)
print(1/(2*np.pi))
```

```
30.97239018409161
0.15915494309189535
```

```
[ ]:
```

```
[ ]:
```

```
[ ]:
```