

Rossby Wellen



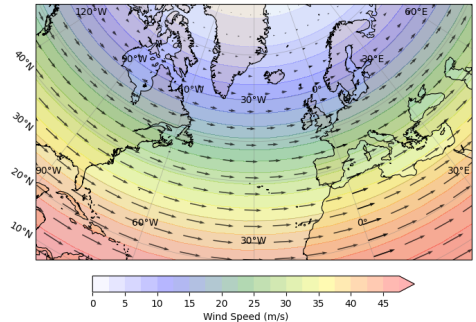
Michael Schmid

ICAI Interdisciplinary Center for Artificial Intelligence

June 2, 2025

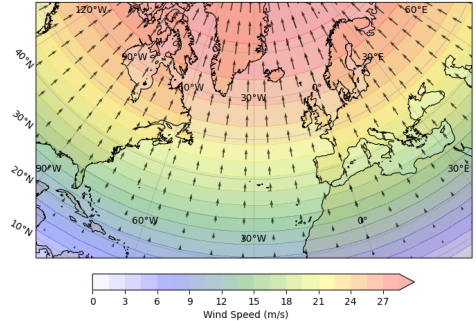
Idealisiertes zonales Windfeld

- Gezeigt ist ein simuliertes **zonales Windfeld**:
 - Reine Ost-West-Strömung ($v = 0$)
 - Geschwindigkeit abhängig von der Breite:
$$u = U_0 \cdot \sin^2(\theta)$$
 - Keine Druckgradienten oder vertikale Struktur
- Dieses idealisierte Feld dient als Basis zur Untersuchung großskaliger atmosphärischer Prozesse.
- Zonale Winde treten z. B. in der Realität als **Jetstreams** auf.



Idealisiertes meridionales Windfeld

- Gezeigt ist ein simuliertes **meridionales Windfeld**:
 - Reine Nord-Süd-Strömung ($u = 0$)
 - Geschwindigkeit abhängig von der Breite:
$$v = V_0 \cdot \cos(\theta)$$
- Die Darstellung ist idealisiert, ohne Rückkopplung durch Coriolis oder Druckgradienten.



Corioliskraft: Grundprinzip

- Die **Corioliskraft** ist eine Scheinkraft, die in rotierenden Bezugssystemen wie der Erde wirkt.
- Sie verursacht eine Ablenkung von bewegten Luft- und Wassermassen:
 - **Nordhalbkugel:** Ablenkung nach rechts
 - **Südhalbkugel:** Ablenkung nach links
- Maximale Wirkung an den Polen, null am Äquator.

Mathematische Formulierung

$$\vec{F}_C = -2m(\vec{\Omega} \times \vec{v})$$

- m : Masse des Körpers
- $\vec{\Omega}$: Rotationsvektor der Erde
- \vec{v} : Geschwindigkeit relativ zur Erdoberfläche

Breitenabhängigkeit und Coriolis-Parameter

- Der **Coriolis-Parameter** beschreibt die Breitenabhängigkeit:

$$f = 2\Omega \sin(\phi)$$

- Seine Änderung mit der Breite ergibt den β -**Parameter**:

$$\beta = \frac{\partial f}{\partial y} = \frac{2\Omega \cos(\phi)}{a}$$

- a : Erdradius, y : Nord-Süd-Koordinate

Bedeutung für Rossby-Wellen

- Rossby-Wellen entstehen durch:
 - Erhaltung der absoluten Vorticity
 - Variation der Corioliskraft mit der Breite (β -Effekt)
- Bewegung nach Norden: Zunahme von f , erzeugt zyklonale Vorticity
- Rückstellende Wirkung \rightarrow wellenartige Westwärts-Ausbreitung

- Die Corioliskraft lenkt Luftmassen ab und hängt von der geographischen Breite ab.
- Ihre Breitenänderung ist die physikalische Grundlage für Rossby-Wellen.
- Ohne Corioliskraft gäbe es keine großskaligen planetaren Wellen wie Jetstreams.

Was ist die β -Ebene?

- Die β -**Ebene** ist eine lokale Approximation der Erdkugel nahe einer bestimmten Breite ϕ_0 .
- Ziel: Vereinfachung der Corioliskraft für mathematische Modelle großskaliger Strömungen.
- Der Coriolisparameter f wird linearisiert:

$$f(y) = f_0 + \beta y$$

mit:

- $f_0 = 2\Omega \sin(\phi_0)$: Coriolisparameter an der Referenzbreite
- $\beta = \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\phi_0} = \frac{2\Omega \cos(\phi_0)}{a}$
- y : meridionale Entfernung vom Referenzbreitenkreis

Warum ist die β -Ebene wichtig?

- Ermöglicht analytische Lösungen für Rossby-Wellen:

$$\text{Wellengleichung: } \frac{\partial \zeta}{\partial t} + \beta v = 0$$

- Führt zur Dispersionsrelation für barotrope Rossby-Wellen:

$$\omega = -\frac{\beta k}{k^2 + l^2}$$

- Die Wellen bewegen sich **westwärts**, auch wenn der Wellenvektor ostwärts zeigt!

Zusammenfassung β -Ebene

- Lokale Näherung, um Breitenabhängigkeit von f zu berücksichtigen.
- Ideal für theoretische Untersuchungen von großskaliger Dynamik.
- Grundlage für das Verständnis von Rossby-Wellen, atmosphärischer Stabilität und großräumiger Zirkulation.

Vorticity – Wirbelstärke in der Atmosphäre

- **Relative Vorticity** ζ : Rotation der Strömung relativ zur Erde

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y}$$

- **Absolute Vorticity** q : Summe aus relativer Vorticity und planetarer Vorticity

$$q = \zeta + f$$

- **Satz zur Erhaltung der absoluten Vorticity** (ohne Reibung):

$$\frac{D}{Dt}(\zeta + f) = 0$$

Physikalische Interpretation

- Ein Luftpaket, das sich in meridionaler Richtung bewegt, erlebt Änderung in f .
- Um die totale Vorticity konstant zu halten, ändert sich ζ – es wird zyklonal oder antizyklonal.
- **Das erzeugt eine rückstellende Kraft** → wellenförmige Bewegung entsteht.

Dies ist die physikalische Grundlage der Rossby-Wellen!

Linearisierte Vorticity-Gleichung (auf β -Ebene)

- Wir betrachten kleine Störungen u' , v' über einer zonalen Grundströmung U .
- Einsetzen in die Vorticity-Gleichung ergibt:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla^2 \psi') + U \frac{\partial}{\partial x}(\nabla^2 \psi') + \beta \frac{\partial \psi'}{\partial x} = 0$$

- Dabei ist ψ' das Stromfunktion-Störungsfeld:

$$u' = -\frac{\partial \psi'}{\partial y}, \quad v' = \frac{\partial \psi'}{\partial x}$$

Dispersionsrelation für barotrope Rossby-Wellen

- Lösung mit Wellenansatz: $\psi' \propto e^{i(kx+ly-\omega t)}$
- Einsetzen ergibt die Dispersionsrelation:

$$\omega = Uk - \frac{\beta k}{k^2 + l^2}$$

- **Folge:** Rossby-Wellen bewegen sich in einem ruhenden System stets **westwärts** (wenn $U = 0$).

Zusammenfassung

- Die **Corioliskraft** nimmt mit der Breite zu $\rightarrow \beta$ -Effekt.
- Die **absolute Vorticity** ist entlang eines Stromfadens erhalten.
- Kleine Störungen führen zu **planetaren Wellen** mit westwärts gerichteter Ausbreitung.
- Diese Wellen heißen **Rossby-Wellen** und sind fundamental für die großräumige atmosphärische Dynamik.

Tilted Earth with 3D Spin

