### Punktgruppen und Kristalle

Naoki Pross, Tim Tönz

Hochschule für Technik OST, Rapperswil

10. Mai 2021

Einleitung

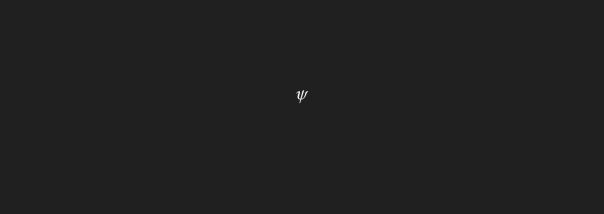
Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Kristalle

Anwendungen

## Einleitung



Geometrische Symmetrien

### Algebraische Symmetrien

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$
$$i \cdot i = -\mathbf{1}$$

$$-\mathbf{1} \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{1} \cdot i = i \\
i \cdot i = -\mathbf{1} \\
-\mathbf{1} \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

Gruppe

$$G = \{\mathbf{1}, i, -\mathbf{1}, -i\}$$
  
=  $\{\mathbf{1}, i, i^2, i^3\}$ 

$$= \{\mathbf{1}, i, i^2, i^3\}$$
 
$$Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$$

$$\mathbf{1} \cdot i = i \\
i \cdot i = -\mathbf{1}$$

$$\phi:Z_4\to G$$

$$-\mathbf{1} \cdot i = -i$$
$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

$$\phi(\mathbb{1})=\mathtt{1}$$
  $\phi(r^2)=i^2$   $\phi(r)=i$   $\phi(r^3)=i^3$ 

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$
  
=  $\{1, i, i^2, i^3\}$   
 $Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$ 

Produkt mit 
$$i$$

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$
$$i \cdot i = -\mathbf{1}$$

$$-\mathbf{1} \cdot i = -i$$
$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

#### $\operatorname{Gruppe}$

$$G = \{\mathbf{1}, i, -\mathbf{1}, -i\}$$
  
=  $\{\mathbf{1}, i, i^2, i^3\}$   
 $Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$ 

Darstellung

$$\phi:Z_4\to G$$

$$\phi(\mathbb{1})=\mathtt{1} \qquad \qquad \phi(r^2)=i^2 \ \phi(r)=i \qquad \qquad \phi(r^3)=i^3$$

Homomorphismus

$$\phi(r \circ 1) = \phi(r) \cdot \phi(1)$$

$$= i \cdot 1$$

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$
$$i \cdot i = -\mathbf{1}$$

$$-\mathbf{1} \cdot i = -i$$
$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

#### $\operatorname{Gruppe}$

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$
$$= \{1, i, i^2, i^3\}$$

$$Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$$

#### Darstellung

$$\phi: Z_4 \to G$$

$$\phi(\mathbb{1}) = \mathbf{1}$$
  $\phi(r^2) = i^2$   $\phi(r) = i$   $\phi(r^3) = i^3$ 

#### Homomorphismus

$$\phi(r \circ 1) = \phi(r) \cdot \phi(1)$$
$$= i \cdot 1$$

$$\phi$$
 ist bijektiv  $\implies Z_4 \cong G$ 

# Kristalle

### Anwendungen