Punktgruppen und Kristalle

Naoki Pross, Tim Tönz

Hochschule für Technik OST, Rapperswil

10. Mai 2021

Einleitung

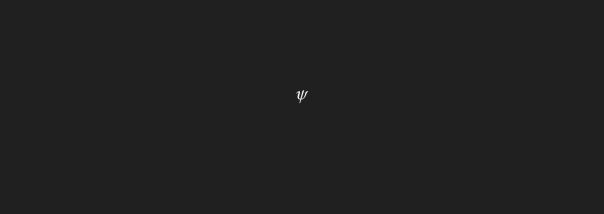
Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

Kristallen

Anwendungen

Einleitung



Geometrische Symmetrien

Algebraische Symmetrien

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-\mathbf{1} \cdot i = -i$$

$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$
 $i \cdot i = -\mathbf{1}$
 $-\mathbf{1} \cdot i = -i$
 $-i \cdot i = \mathbf{1}$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$
$$= \{1, i, i^2, i^3\}$$
$$Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$$

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$

$$i \cdot i = -1$$

$$-\mathbf{1} \cdot i = -i$$
$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

= $\{1, i, i^2, i^3\}$
 $Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$

Darstellung

$$\phi:Z_4\to G$$

$$\phi(\mathbb{1}) = \mathbf{1}$$
 $\phi(r^2) = i^2$ $\phi(r) = i$ $\phi(r^3) = i^3$

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$
$$i \cdot i = -\mathbf{1}$$

$$-\mathbf{1} \cdot i = -i$$
$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

= $\{1, i, i^2, i^3\}$
 $Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$

Darstellung

$$\phi: Z_4 \to G$$

$$\phi(\mathbb{1})=\mathtt{1} \qquad \qquad \phi(r^2)=i^2 \ \phi(r)=i \qquad \qquad \phi(r^3)=i^3$$

Homomorphismus

$$\phi(r \circ 1) = \phi(r) \cdot \phi(1)$$

$$= i \cdot 1$$

$$\mathbf{1} \cdot i = i$$
 $i \cdot i = -\mathbf{1}$
 $-\mathbf{1} \cdot i = -i$

$$-i \cdot i = \mathbf{1}$$

Gruppe

$$G = \{1, i, -1, -i\}$$

$$= \{1, i, i^{2}, i^{3}\}$$

$Z_4 = \{1, r, r^2, r^3\}$

Darstellung

$$\phi:Z_{\scriptscriptstyle A} o G$$

$$\phi(\mathbb{1})=\mathtt{1}$$
 $\phi(r^2)=i^2$ $\phi(r)=i$ $\phi(r^3)=i^3$

Homomorphismus

$$\phi(r \circ 1) = \phi(r) \cdot \phi(1)$$
$$= i \cdot 1$$

$$\phi$$
 ist bijektiv $\implies Z_4 \cong G$

Kristalle

Anwendungen