Regelungstechnik

Zusammenfassung

Joel von Rotz 2023-03-27

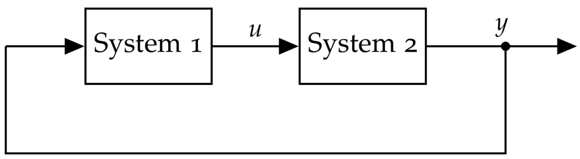
Quelldateien

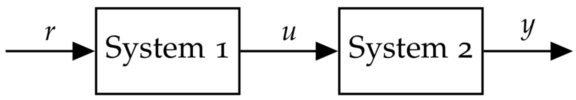
Inhaltsverzeichnis

1. Einführung

1.1 Rückkopplung

Rückkopplung beschreibt eine Anordnung, bei welcher zwei oder mehr dynamische Systeme Systeme untereinander so verbunden sind, dass sie sich gegenseitig beeinflussen.





Wird das Rückkopplungssignals des geschlossenen Kreises vom Eingangssignal entfernt, also die Leitung wird aufgebrochen, wird aus dem Kreis ein *offener* Kreis.

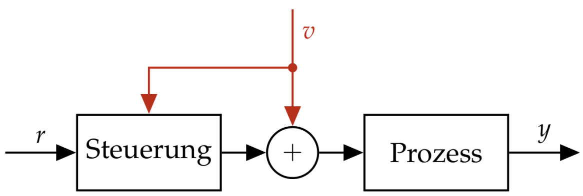
Vorsicht

Geschlossene Kreise sind schwieriger zum Berechnen und zum Untersuchen, da diese ein rückgekoppeltes Signal (mit dem Eingangssignal kombinierend) Teil des Eingangssignals zum System besitzen. **Offene** Kreise haben kein rückgekoppeltes Signal.

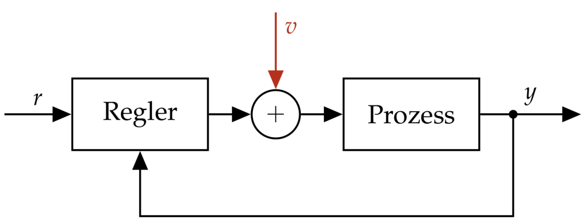
1.2 Mit- und Gegenkopplung

Beide beschriebenden Systeme arbeiten nach dem Prinzip der *Gegenkopplung*

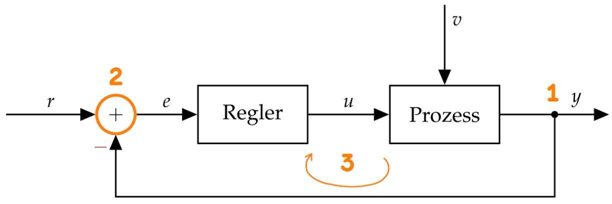
1.3 Steuerung (Feedforward Control)



1.4 Regelung (Feedback Control)



Ziel eines Reglers ist die Angleichung einer Regelgrösse y an eine Führungsgrösse r. Hauptmerkmal des Reglers ist die Rückkopplung und die Fehlergrösse e. Das System versucht die Fehlergrösse möglichst auf 0 zu behalten, was $r = y$ bedeutet, also die Ist-Grösse entspricht der Soll-Grösse.



r : Führungsgrösse (Soll-Wert)
e : Regelfehler
u : Stell-/Steuergrösse
y : Regelgrösse (Ist-Wert)
v : Störgrösse

Merkmale einer Regelung

Folgende Merkmale **muss** eine Regelung aufweisen. Liegt eines nicht vor, so handelt es sich nicht um eine Regelung.

1. Erfassung (Messen) der Regelgrösse
2. Vergleich von Regel- und Führungsgrösse
3. Geschlossener Wirkungskreis

$$y = R \cdot P \cdot e = R \cdot P\,(r - y) = R \cdot P \cdot r - R \cdot P \cdot y$$

$$y + R \cdot P \cdot y = R \cdot P \cdot r \quad \Rightarrow \quad \frac{y}{r} = \frac{R \cdot P}{1 + R \cdot P} \overset{!}{=} \underline{1}$$

1.4.1 Eigenschaften

- **Robustheit** –
- **Dynamik** –
- **Modularität** –
- **Genauigkeit** –
- **Herauserforderungen** –

2. Modellierung

2.1 Zustandsraum

2.2 Störverhalten

Das Störverhalten beschreibt den Einfluss der Störgrössen v auf die Regelgrösse y bei einer konstanten Führungsgrösse r. Ein gutes Störverhalten minimiert diese Einflüsse, wobei das letzendliche Verhalten des Systems abhängig auf das Zielsystem ist.

Beispiel

- Eine Beigemaschine darf keine Überschwingungen in der Regelgrösse haben, da dies zu einer Überbiegung führt, was ein *no-go* ist.
- Eine Saune kann sich dies eher noch erlauben, da eine Überschwingung nur einen kleinen Einfluss auf die Systemqualität hat.

i Merkmale

Die Störgrösse verfügt über vier Merkmale, welche für jedes System betrachtet soll:

- **Stabilität** –
- **Statischer Fehler / stationäre Genauigkeit** –
- **Überschwingen** –
- **Schnelles Erreichen des stationären Wertes** –

2.3 Führungsverhalten

Das Führungsverhalten beschreibt den Einfluss der Führungs-/Sollgrösse r auf die Regel-/Istgrösse y bei (idealerweise) einer konstanten Störungsgrösse e. Ein gutes Führungsverhalten minimiert die Ausschwingungen und Trägheit der Regelgrösse zur Führungsgrösse.

2.4 Vorsteuerung

2.5 Stationären Zustand (steady state)

3. Dynamik

3.1 Stabilität

Die Stabilität eines Systems wird in drei Zustände unterschieden:

stabil, falls alle Zustände (unterschiedliche Anfangspositionen) in der Nähe der Gleichgewichtslage x_e zu Lösungen führen. **asymptotisch stabil**, falls alle Zustände in der Nähe von x_e nach langer Zeit ($t \rightarrow \infty$) in x_e enden. **instabil**, falls der Zustand nie eine Gleichgewichtslage erreicht.

i Beispiel

Das Pendel, welches die gesamte Rotationsachse (360, rundherum) ausnützen kann, hat zwei Gleichgewichtslagen. Eine Lage ist wenn die Pendelmasse nach oben gerichtet ist und eine andere wenn die Masse nach unten gerichtet ist.
Wird das Pendel in diese beiden Lage gelegt, ist das System **stabil**. Wird es nach links oder nach rechts gerichtet losgelassen, dauert es eine Weile bis es die eine Gleichgewichtslage erreicht, dies nennt man **asymptotisch stabil**. Würde es einen Zustand geben, wo das Pendel nie "still steht", nennt man dies **instabil**.

4. Linearität & Zeitinvarianzen

4.1 Adjunkte adj(A)

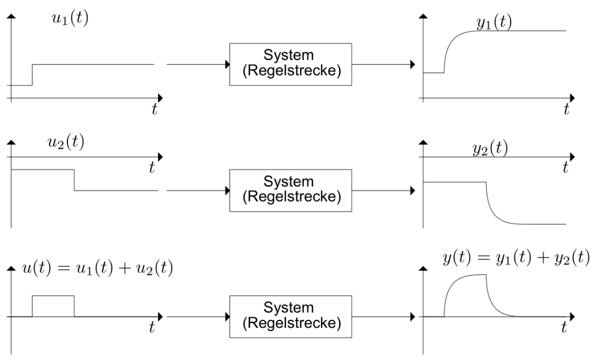
$$\mathrm{adj}(A) =$$

4.2 LTI-Systeme

4.2.1 Überlagerungsprinzip

! Definition

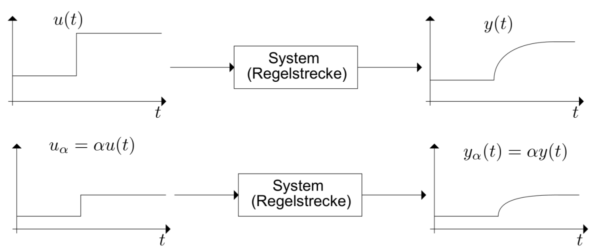
Wenn $y_1(t)$ die Antwort auf $u_1(t)$ ist und $y_2(t)$ die Antwort auf $u_2(t)$ ist, so ist $y_1(t)+y_2(t)$ die Antwort auf $u_1(t)+u_2(t)$.



4.2.2 Verstärkungsprinzip

! Definition

Wenn $y(t)$ die Antwort auf $u(t)$ ist, $\alpha \cdot y(t)$ ist die Antwort auf $\alpha \cdot u(t)$.



4.3 Linearisierung

Vorgehen Linearisieren

(@) Differentialgleichung gleich 0 setzen $f(\cdots) = 0$

$$M \cdot \frac{d^2h}{dt^2} + \alpha \frac{dh}{dt} + k \cdot h^3 - M \cdot g = 0 \quad \rightarrow \quad f(\ddot{h}, \dot{h}, h) = 0$$

(@) In Linearisierungsgleichung einsetzten

$$\left. \frac{\delta f}{\delta \ddot{h}} \right|_{h=\bar{h}}$$

5. Grundelemente

5.1 Elementare Glieder

$$G(s) = \frac{b_0 \cdot s^m + b_1 \cdot s^{m-1} + \cdots + b_m}{s^n + a_1 \cdot s^{n-1} + \cdots + a_n}$$
$$= b_0 \cdot (s + z_1) \cdot (s + z_2) \cdots (s + z_m) \cdot \frac{1}{s + p_1} \cdot \frac{1}{s + p_2} \cdots \frac{1}{s + p_r}$$

m : Nullstellen $z_{1 \ldots m}$
n : Polstellen $p_{1 \ldots m}$

5.1.1 Elementare Funktionen

Mit Parametern $k, a, \zeta, \omega_0, \tau \in \mathbb{R}$

$G(s) = k$: konstanter Faktor
$G(s) = s + a$: einfache reelle Nullstelle
$G(s) = s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_o^2$: konj. komplexe Nullstellen ($\zeta \leq 1$)
$G(s) = \frac{1}{s+a}$: einfacher reller Pol
$G(s) = \frac{1}{s^2+2\zeta\omega_0 s+\omega_o^2}$: konj. komplexe Pole ($\zeta \leq 1$)
$G(s) = e^{-s\tau}$: Totzeitglied $\tau > 0$

Die zugehörigen Nullstellen

$$\lambda = \begin{cases} -a & \text{einfach reell} \\ -\zeta\omega_0 \pm \omega_0\sqrt{\zeta^2 - 1} & konj.komplex \end{cases}$$

6. MATLAB

6.1 Vektoren

Vektoren werden mit `[...]` deklariert. Elemente werden Spaltenweise mit einem Leerschlag `' '` oder Komma `,` eingeteilt und mit einem Semikolon `;` Reihenweise geteilt.

```
data = [1,2,3;4,5,6;7,8,9]; % same as [1 2 3;4 5 6;7 8
↪ 9];
```

Grösse `size`

Mit `size` kann die Grösse einer Variable ermittelt werden. `size` gibt als Resultat ein 1x2 Vektor zurück ([Rows Columns])

```
>> a = 1
>> size(a)
     1     1  % rows, columns
```

```
a = 1
```

$$\begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix} \quad \text{oder einfach} \quad 1$$

Die `size`-Funktion gibt auch bei einzelnen Werte eine Grösse aus, nämlich $\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$

```
b = [1 2 3] % Linienvektor
```

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

```
c = [2;3;4] % Spaltenvektor
```

$$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

Slicing

Mit *Slicing* kann ein Teil einer Matrix **kopiert** werden und einer anderen Variable zugewiesen werden.

```
<matrix>(<rowStart>:<rowEnd>,<colStart>:<colEnd>)
```

6.2 Plotting

Figure-Separierung

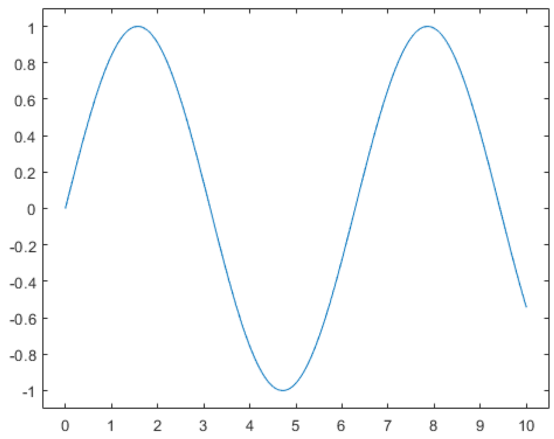
Mit `figure(n)` können mehrere Plot-Befehle in eigene Figuren geladen werden.

6.2.1 XY-Graph

```
figure(1);
t = 0:0.5:10;

y = sin(t);

plot(t,y);
xlim([-0.5 10.5]);
ylim([-1.1 1.1]);
```



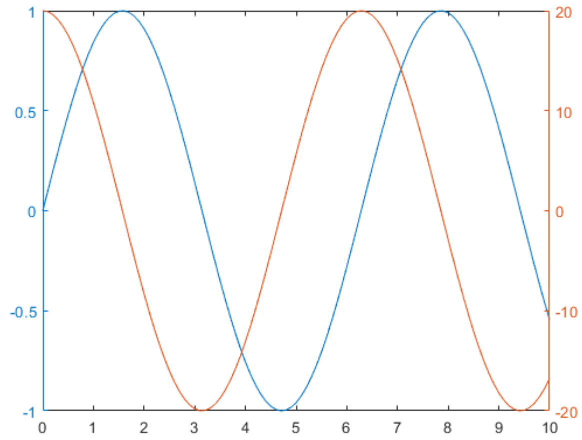
6.2.2 XYY-Graph

Mit `yyaxis` kann die Y-Achse beim selben Plot mit `left` & `right` gewechselt werden.

```
figure(1);
t = 0:0.5:10;

yyaxis left;
plot(t, sin(t));
xlim([-0.5 10.5]);
ylim([-1.1 1.1]);

yyaxis right;
plot(t, 20*cos(t));
xlim([-0.5 10.5]);
ylim([-20.5 20.5]);
```



6.3 Transferfunktion `tf(...)`

Mit dem Befehl `tf(...)` kann eine Transferfunktion deklariert werden mit Zähler- und Nenner-Zeilenvektoren.

```
sys = tf(numerator,denominator);
```

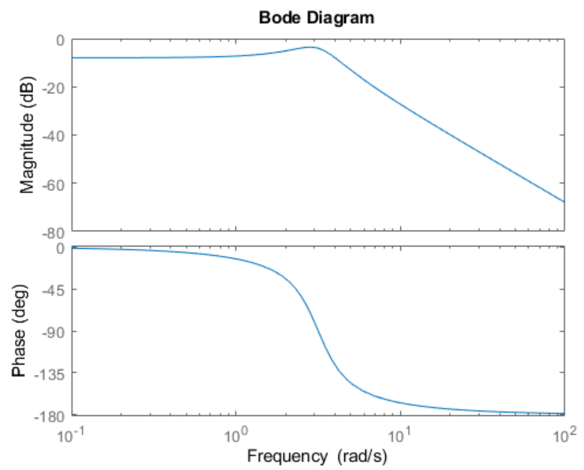
Die Transferfunktion kann in anderen Funktion wiederverwendet werden, wie zum Beispiel `step` oder `bode`. Folgende Beispiele sind mit der `sys`-Transferfunktion (folgende Gleichung) gemacht.

$$G_{\text{sys}}(s) = \frac{4}{s^2 + s + 10}$$

```
sys = tf(4,[1 2 10]);
```

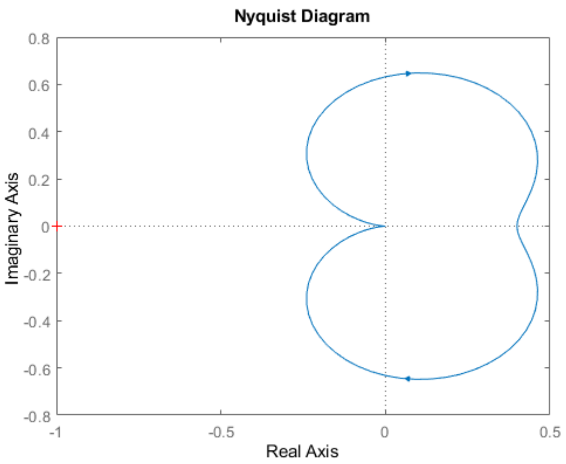
6.3.1 Bode-Diagramm

```
bode(sys,{0.1,100}); % or bode(sys);
% grid on; to enable Grid in Plot
```



6.3.2 Nyquist-Diagramm

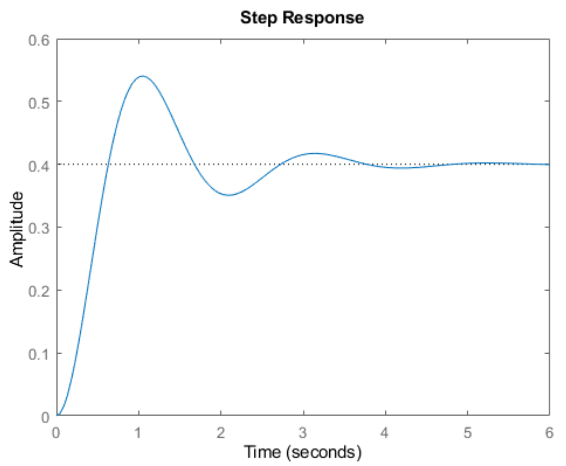
```
nyquist(sys)
```



6.3.3 Sprungantwort `step(...)`

Mit `step(...)` kann eine Transferfunktion mit der Sprungfunktion σ verwendet werden. Damit

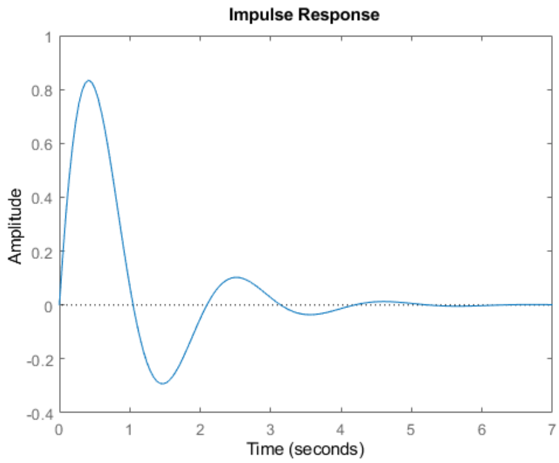
```
step(sys);
```



6.3.4 Impulsantwort `impulse(...)`

Mit `impulse(...)` kann die Impulsantwort der Transferfunktion ausgegeben werden.

```
impulse(sys);
```



6.4 Zustandsraumdarstellung `ss(...)`

Mit `ss(...)` können vier Matrizen A, B, C, D zu einer Zustandsraumdarstellung zusammengeführt werden.

```
A = [0 1;-5 -2];
B = [0;3];
C = [0 1];
D = 0;
Ts = 0.25;
sys = ss(A,B,C,D,Ts);
```

Es kann ebenfalls `bode`, `nyquist`, `step`, etc. angewendet werden, da die ZRD eine andere Darstellung der Übertragungsfunktion ist.

7. Simulink

8. Glossar

- *SISO* – **S**ingle **I**nput **S**ingle **O**utput
- *MIMO* – **M**ultiple **I**nput **M**ultiple **O**utput