Bilet numărul 13

1. Algebre booleene

a) Fie mulţimea $M = \{n, s, p\} \subseteq FB$, unde $n(x) = \overline{x}$, $s(x, y) = x + y$, $p(x, y) = x \cdot y$. Arătaţi că $f \in FB^{(4)}$, $f(x, y, z, t) = x \cdot y + x \cdot y \cdot t + \overline{z \cdot t} + y \cdot \overline{z} \cdot t$ este un element din $\overline{M}$. *(2 puncte)*

b) Noţiunile de „axiomă” şi/sau „teoremă” în contextul algebrelor booleene. Metode sintactice şi semantice pentru verificarea veridicităţii acestora. Dualitate în algebre booleene. Principiul dualităţii. *(1 punct)*

2. LP

a) Teorema de substituţie pentru LP (enunţ şi demonstraţie constructivă). *(2 puncte)*

b) Arătaţi că funcţia $f \in FB^{(2)}$, dată prin $f(x, y) = x + y \cdot x$, este monotonă. *(1 punct)*

3. LP1

a) Definiţia generală, formală, a unei structuri $\mathrm{S} = \langle \mathrm{U_S}, I_S \rangle$. *(1 punct)*

b) Fie formula: $F = (\forall x)(\exists y)(\exists u)(\forall t)(\exists v)\Big(P\big(x, g(y), b\big) \vee \Big(\neg Q(u) \wedge \neg R\big(f(v,t), t\big)\Big)\Big)$. Să se aducă această formulă la FNSC. *(2 puncte)*