Logică pentru Informatică - Săptămâna 8
Sintaxa logicii de ordinul I
Exerciții pentru Seminar

November 30, 2017

1. Identificați o signatură pentru următoarele afirmații și modelați afirmațiile ca formule în logica de ordinul I:

   Ion este student. Orice student învață la Logică. Oricine învață la Logică trece examenul. Orice student este om. Există un om care nu a trecut examenul. Deci: nu toți oamenii sunt studenți.

2. Fie structura $S = (\mathbb{R}, Nat, Int, Prim, Par, >, +, 0, 1, 2)$, unde Nat, Int, $Prim$, Par sunt predicate unare cu următoarea semnificație: $Nat(u)$ = "u este număr natural", $Int(u)$ = "u este număr natural", $Prim(u)$ = "u este număr natural" și $Par(u)$ = "u este număr par". Predicatul binar $>$ este relația "mai mare" peste numere reale. Funcția $+$ este funcția de adunare a numerelor reale. Constantele $0, 1, 2$ sunt chiar numerele $0, 1, 2$.

   Modelați următoarele afirmații ca formule de ordinul I în signatura asociată structurii S de mai sus:

   (a) Orice număr natural este și număr întreg.

   (b) Suma oricăror două numere naturale este număr natural.

   (c) Oricum am alege un număr natural, există un număr prim care este mai mare decât numărul respectiv.

   (d) Dacă orice număr natural este număr prim, atunci zero este număr prim.

   (e) Oricum am alege un număr prim, există un număr prim mai mare decât el.

   (f) Suma a două numere pare este un număr par.

   (g) Orice număr prim mai mare decât 2 este impar.

   (h) Orice număr prim poate fi scris ca suma a patru numere prime.

   (i) Suma a două numere pare este un număr impar.

3. Dați exemplu de 5 termeni peste signaturile de la Exercițiul 2 și calculați arborele abstract al acestor termeni.

4. Dați exemplu de 5 formule peste signatura de la Exercițiul 2 și calculați arborele abstract al acestora.

5. Calculați arborele abstract al următoarelor formule (indicație: puneți paranteze în jurul formulelor, în ordinea de prioritate a conectorilor):

   (a) $P(x) \vee P(y) \wedge \neg P(z)$;

   (b) $\neg\neg P(x) \vee P(y) \rightarrow P(x) \wedge \neg P(z)$;

   (c) $\forall x.\forall y.\neg\neg P(x) \vee P(y) \rightarrow P(x) \wedge \neg P(z)$;

   (d) $\forall x.\forall y.\neg\neg P(x) \vee P(y) \rightarrow \exists z.P(x) \wedge \neg P(z)$;

   (e) $\forall x'.\neg\forall x.P(x) \wedge \exists y.Q(x,y) \vee \neg Q(z,z) \rightarrow \exists z'.P(z')$.