Bilet numărul 16

1. Algebre booleene

a) Fie funcţiile $f, g \in FB^{(3)}$, date respectiv prin $f(x, y, z) = \overline{x} \cdot \overline{z} + y$ şi $g(x, y, z) = (\overline{x} + y) \cdot (y + \overline{z}) + x \cdot y \cdot z$. Să se arate că $f = g$. *(1 punct)*

b) Să se demonstreze că orice funcţie $f \in FB$ admite o descompunere în produs de factori (sume de variabile). *(2 puncte)*

2. LP

a) Definiţi $Res(F)$, $Res^{(n)}(F)$ $(n \in \mathbb{N})$, $Res^{*}(F)$ şi $Resc(F)$, $F \in LP$. Ce legătură există între $Res^{*}(F)$ şi $Resc(F)$? Dar între apartenenţa la $Res^{*}(F)$ şi existenţa unei demonstraţii prin rezoluţie pornind cu „clauzele care reprezintă F”? *(1.5 puncte)*

b) Găsiţi valoarea de adevăr a afirmaţiei: „Dacă există petrol în Patagonia, atunci fie experţii au dreptate, fie guvernul minte. Nu există petrol în Patagonia sau experţii greşesc, aşadar guvernul nu minte.”. *(1.5 puncte)*

3. LP1

a) Găsiţi o structură S_1 astfel încât S_1 să fie model F şi o structură S_2 care să **nu** fie model pentru F, unde $F = (\forall x)(P(x)) \to (\forall y)(Q(x, y))$. *(2 puncte)*

b) Definiţi constructiv extensia S' a unei structuri $S = \langle U_S, I_S \rangle$, doar în cazul formulelor (se presupune deja cunoscută S' pentru mulţimea T – a termilor – şi At – a formulelor atomice). *(1 punct)*