Examen AG[1]

Student:
Grupa:

1. Se consideră graful $G = pK_n$ ($p, n \in \mathbb{N}$, $p \geqslant 2$, $n \geqslant 3$). Unul din vârfurile lui G se uneşte cu câte un vârf din fiecare graf complet care nu-l conţine, obţinându-se un graf conex H. Să se determine numărul arborilor parţiali ai grafului H.

2. Fie $G = (V, E)$ un graf dat prin liste de adiacenţă, cu n vârfuri şi cu gradul maxim 2. Descrieţi un algoritm de complexitate timp $\mathcal{O}(n)$ pentru aflarea numărului de stabilitate, $\alpha(G)$, al acestui graf.

3. Fie $D = (V, E)$ un digraf. Se consideră digraful $D_c = (V_c, E_c)$, unde V_c este mulţimea componentelor tari conexe ale lui D, iar $(C_1, C_2) \in E_c$ dacă şi numai dacă C_1 şi C_2 sunt componente tari conexe diferite ale lui D şi există $v \in C_1$, $u \in C_2$ astfel încât $vu \in E$. Demonstraţi că D_c este un digraf aciclic (nu are circuite).

4. Demonstraţi că pentru un graf oarecare G se poate construi în timp polinomial un graf bipartit H astfel încât G este hamiltonian dacă şi numai dacă H este hamiltonian.

5. Fie x^* un flux de valoare maximă în reţeaua $R = (G, s, t, c)$. Să se arate că se poate construi în $\mathcal{O}(|V| + |E|)$ o secţiune (S^*, T^*) astfel încât $v(x^*) = c(S^*, T^*)$.

[1] Baza = 10 puncte, fiecare exerciţiu = 10 puncte. Soluţiile se scriu pe propriile foi.

Examen AG[2]

Student:
Grupa:

1. Demonstraţi că graful lui Petersen nu este planar folosind formula lui Euler (şi corolariile formulei din curs).

2. Fie $G = (V, E)$ un graf dat prin liste de adiacenţă, cu n vârfuri şi cu gradul maxim 2. Descrieţi un algoritm care să determine ordinul maxim al unui subgraf conex al lui G.

3. Fie $G = (V, E)$ un graf conex şi $w : E \to \mathbb{R}$ o funcÅčie de cost pe muchiile sale. Presupunem că G este reprezentat prin liste de adiacenţă. Descrieţi un algoritm de complexitate timp $\mathcal{O}(|E| \log |V|)$ care să testeze dacă, pentru două noduri date, $x, y \in V$, există un drum de la x la y în G cu toate muchiile de acelaşi cost.

4. Valoarea fluxului maxim în reţeaua $R = (G, s, t, c)$ este v. Reţeaua R' se obţine din R considerând capacitatea fiecărui arc $e \in E(G)$ ca fiind $c'(e) = \lambda \cdot c(e)$, unde$\lambda$ este un număr real pozitiv. Este adevărat că valoarea fluxului maxim în reţeaua R' este $\lambda \cdot v$? (Justificaţi.)

5. Demonstraţi că dacă problema de mai jos se poate rezolva în timp polinomial, atunci se poate determina în timp polinomial numărul de stabilitate al unui graf oarecare.

Instanţă: G un graf şi $k \in \mathbb{N}^*$.

Întrebare: Există în G o clică de cardinal cel puţin k?

[2]Baza = 10 puncte, fiecare exerciţiu = 10 puncte. Soluţiile se scriu pe propriile foi.