

Tema 1 - Structuri de Date

1/3 din nota finala

Alex Popa

Deadline: vineri 24 aprilie, 2020 ora 20:00. Temele vor fi incarcate ca un PDF pe platforma Moodle. Vor fi editate in Latex / Word (si salvate ca PDF). Va rog nu scrieti de mana!

Suport de curs:

- **Introduction to Algorithms, Third Edition.** Autori: Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest, Clifford Stein
- <https://web.stanford.edu/class/cs166/>

1 punct din oficiu

1 1,5 puncte

Demonstrati ca orice algoritm care construiesc un arbore binar de cautare cu n numere ruleaza in timp $\Omega(n \log n)$.

2 1,5 puncte

Demonstrati ca daca $f(n) = \Theta(g(n))$ si $g(n) = \Theta(h(n))$ atunci $f(n) = \Theta(h(n))$.

3 1,5 puncte

Demonstrati ca $\log n = o(\sqrt{n})$.

4 1,5 puncte

Se da un sir cu n numere de la 1 la n , cu exceptia unui numar care apare de 2 ori. Determinati numarul care apare de doua ori. Pentru un algoritm de complexitate $O(n^2)$ se acorda 0,5 puncte. Pentru un algoritm de complexitate $O(n \log n)$ veti primi 1 punct, iar pentru un algoritm de complexitate $O(n)$ care foloseste doar $O(1)$ spatiu suplimentar (adica fara vector de frecvente) veti primi 1,5 puncte.

Exemplul 1: 2 1 3 3 4

Elementul duplicat este: 3

Exemplul 2: 4 1 5 5 2 3

Elementul duplicat este: 5

5 1,5 puncte

Fie $X[1 :: n]$ si $Y[1 :: n]$ doi vectori, fiecare continand n numere *sortate*. Prezentați un algoritm care sa gaseasca mediana celor $2n$ elemente. Mediana unei multimi de n elemente este elementul de pe pozitia $\lceil n/2 \rceil$ in sirul sortat. De exemplu, mediana multimii 3, 1, 7, 6, 4, 9 este 4.

In functie de timpul de rulare al algoritmului veti primi urmatoarele punctaje: $O(n \log n)$ - (0,25 puncte); $O(n)$ - (0,5 puncte); $O(\log^2 n)$ - (1 punct); $O(\log n)$ - (1,5 puncte).

6 1,5 puncte

Sa presupunem urmatoarele. Ati castigat la loterie si v-ati cumparat o vila pe care doriti sa o mobiliati. Deoarece Ferrari-ul dvs. are capacitate limitata, doriti sa faceti cat mai putine drumuri de la magazin la vila. Mai exact, Ferrari-ul are capacitate n , iar dumneavoastra aveti de cumparat k bunuri de dimensiune x_1, x_2, \dots, x_k .

Fie urmatorul algoritm greedy. Parcurgem bunurile in ordinea $1, 2, \dots, k$ si incercam sa le punem in masina. In momentul in care un bun nu mai incapa in masina, efecutam un transport si continuam algoritmul.

1. Demonstarti ca algoritmul prezentat mai sus nu este optim. (0.5 puncte)
2. Fie OPT, numarul de drumuri in solutia optima. Demonstrati ca algoritmul greedy prezentat mai sus efectueaza cel mult $2OPT$ drumuri. (1 punct).