

CONCURS MATE-INFO aprilie 2016
INFORMATICĂ
VARIANTA II

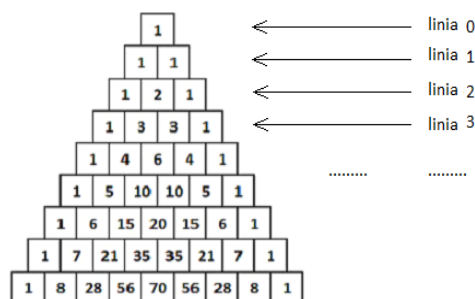
În atenția concurenților:

1. Rezolvările se vor scrie în *pseudocod* sau într-un limbaj de programare (Pascal/C/C++).
2. Primul criteriu în evaluarea rezolvărilor va fi **corectitudinea** algoritmului, iar apoi **performanța** din punct de vedere al timpului de executare și al spațiului de memorie utilizat.
3. Este necesară folosirea **comentariilor** pentru a ușura înțelegerea rezolvării date (se va explica semnificația identificatorilor și se vor descrie **ideile principale pe care se bazează rezolvarea**).
4. Nu se vor folosi funcții sau biblioteci predefinite (de exemplu: *STL*, funcții predefinite pe șiruri de caractere etc.).

Subiectul I (50 puncte)

1. Triunghiul lui Pascal (20 puncte)

Triunghiul lui Pascal este un triunghi isoscel cu mai multe linii orizontale formate din numere naturale astfel: laturile egale conțin doar cifra 1, iar fiecare număr de pe o linie n reprezintă suma celor două numere vecine de pe linia superioară $n - 1$, pentru $n > 1$. Liniile sunt numerotate de sus în jos începând de la 0, ca în figura alăturată:



Scrieți un subalgoritm care generează numerele aflate pe linia r ($2 \leq r \leq 32$), *fără a folosi structuri de date bidimensionale*. Parametrul de intrare este numărul natural r , iar parametrul de ieșire va fi șirul numerelor de pe linia r .

2. Viruși (10 puncte)

În cadrul unui experiment, o populație de n ($3 \leq n \leq 1\,000$) viruși poate evolua astfel:

- a. dacă la începutul unei ore populația este formată dintr-un număr *par* de viruși, atunci la sfârșitul orei populația va fi mai mică cu 50%;
- b. dacă la începutul unei ore populația este formată dintr-un număr *impar* de viruși, atunci la sfârșitul orei populația de viruși va crește cu 1 virus;
- c. dacă la sfârșitul unei ore populația este formată dintr-un număr de viruși *strict mai mic decât un număr critic de supraviețuire*, atunci populația dispare.

Scrieți un subalgoritm care determină numărul de ore, notat **nrOre**, necesar distrugerii unei populații inițiale de n viruși, cunoscând numărul critic de supraviețuire k ($2 \leq k < n$). Parametrii de intrare sunt n și k , iar **nrOre** va fi parametru de ieșire.

Exemplu: dacă $n = 11$ și $k = 3$, populația se distruge în **nrOre** = 5.

3. Produs maxim (20 puncte)

Se consideră un șir x cu n ($3 \leq n \leq 10\,000$) elemente numere întregi mai mari decât -30000 și mai mici decât 30000.

Scrieți un subalgoritm care determină trei elemente din șirul x al căror produs este *maxim*. Parametrii de intrare ai subalgoritmului sunt n și x , iar cei de ieșire vor fi a , b și c , reprezentând trei elemente din șirul x , având proprietatea cerută. Dacă problema are mai multe soluții, determinați una singură.

Exemplu: dacă $n = 10$ și $a = (3, -5, 0, 5, 2, -1, 0, 1, 6, 8)$, cele trei numere sunt: $a = 5$, $b = 6$, $c = 8$.

Subiectul II (15 puncte)

Se dă următorul subalgoritm, unde parametrul de intrare este numărul natural a ($0 < a \leq 30\,000$):

Subalgoritm $F(a)$:

$b \leftarrow 0$

$p \leftarrow 1$

CâtTimp $a > 0$ **execută**

$c \leftarrow a \bmod 10$

{ **mod** calculează restul împărțirii întregi a lui a la 10 }

Dacă $c \bmod 2 \neq 0$ **atunci**

$b \leftarrow b + p * c$

$p \leftarrow p * 10$

SfDacă

$a \leftarrow a \div 10$

{ **div** calculează câtul împărțirii întregi a lui a la 10 }

SfCâtTimp

returnează b

SfAlgoritm

- Enunțați problema pe care o rezolvă subalgoritmul dat.
- Ce valoare returnează apelul $F(2103)$?
- Scrieți o variantă *recursivă* a subalgoritmului, respectând antetul subalgoritmului din varianta iterativă.

Subiectul III (25 puncte)

Un șir de numere naturale se numește *palindrom* dacă se citește la fel de la stânga la dreapta și de la dreapta la stânga. De exemplu, șirul (1, 2, 3, 2, 1) este *palindrom*, iar șirul (1, 2, 3, 2, 4) nu este *palindrom*. Un șir de numere naturale se numește *palindrom ciclic* dacă se transformă în *palindrom* printr-o serie de permutări ciclice ale elementelor sale. O permutare ciclică a elementelor șirului reprezintă deplasarea lor cu o poziție spre stânga (cu excepția primului element, care trece pe ultima poziție).

Scrieți un program care decide dacă un șir a , având n ($1 \leq n \leq 1\,000$) elemente numere naturale este un *palindrom ciclic* sau nu, și afișează un mesaj corespunzător (*Da/Nu*). În caz afirmativ, programul va determina numărul de permutări ciclice care transformă șirul dat în palindrom.

Exemple:

- șirul $a = (1, 1, 2, 2)$ se transformă în palindromul (1, 2, 2, 1) printr-o singură permutare ciclică.
- șirul $a = (3, 4, 3, 2, 1, 1, 2)$ se transformă în palindrom prin cinci permutări ciclice astfel:
(4, 3, 2, 1, 1, 2, 3); (3, 2, 1, 1, 2, 3, 4); (2, 1, 1, 2, 3, 4, 3); (1, 1, 2, 3, 4, 3, 2); (1, 2, 3, 4, 3, 2, 1).
- șirul $a = (1, 2, 3)$ nu se poate transforma în palindrom prin permutări ciclice.

Scrieți subprograme pentru:

- citirea șirului a de la tastatură;
- afișarea pe ecran a mesajului *Da/Nu*; în caz afirmativ, afișarea numărului de permutări ciclice necesare;
- verificarea proprietății de palindrom;
- determinarea numărului de permutări ciclice necesare.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Rezolvările trebuie scrise detaliat pe foile de examen (ciornele nu se iau în considerare).
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.