Test la INFORMATICĂ

Limbajul C/C++

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I (30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 1. Variabilele u, v, z, t memorează valori întregi astfel încât u < v și z < t. Precizați care dintre expresiile C/C++ de mai jos, atunci când este adevărată, implică faptul că intersecția intervalelor [u, v) și (z, t] este nevidă. (4p.)
 - A. (u > t) && (v > z)
- B. !((u > t) || (v > z))
- C. $(u \le t) \&\& (v == z)$
- D. !((u > t) || (t > u))

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

- 2. Se consideră subprogramul F de mai jos, descris în pseudocod. Subprogramul primește două numere naturale nenule în parametrii x și y și întoarce un număr natural când se oprește.
 - a. Care este valoarea returnată de subprogram pentru parametrii x = 52 şi y = 5? (6p.)
 - b. Care este cel mai mare număr prim y astfel încât
 F(x,y) să returneze 231? (6p.)
 - c. Înlocuiți instrucțiunea $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x}$ / 2 cu o secvență de pseudocod echivalentă și care folosește ca operații aritmetice doar adunări/scăderi repetate. (4p.)
 - d. Scrieți o funcție C/C++ care implementează subprogramul F alăturat. (10p.)

subprogram F(x, y)
 (x, y - numere naturale nenule)
| acc \leftarrow 0
| cât timp x \neq 0
| dacă x este impar atunci
| acc \leftarrow acc + y
| x \leftarrow x / 2
| y \leftarrow y * 2
| returnează acc

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii 1 și 2, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fie V mulțimea tuturor secvențelor de lungime 8, formate doar din cifrele 0 și 1. Graful neorientat G are drept vârfuri elementele lui V și muchii doar între vârfuri reprezentând secvențe care diferă exact într-una dintre cele 8 poziții. Care este numărul total de muchii din G? (5p.)

- A. 896
- B. 1024
- C. 1792
- D. 2048
- 2. Un graf este p-colorabil dacă p este cel mai mic număr pentru care putem colora (eticheta) vârfurile sale cu culori din mulțimea $\{1, \ldots, p\}$, astfel încât oricare două vârfuri adiacente să fie colorate diferit. Care este numărul minim de muchii ale unui graf 10-colorabil? (5p.)
 - A. 45
- B. 50
- C. 90
- D. 100

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. Considerăm o matrice A de dimensiune $n \times m$ $(n, m \in \mathbb{N}, n, m \ge 2)$ care conține numere naturale distincte. Matricea reprezintă terenul de joacă al unei broscuțe. Elementul de la linia i și coloana j din matrice este înălțimea terenului la acea poziție. Broscuța vizitează o succesiune de poziții din teren în felul descris în continuare. Broscuța se află inițial la linia L și coloana C $(1 \le L \le n, 1 \le C \le m)$. În orice poziție s-ar afla la un moment dat, broscuța efectuează un salt pe una dintre pozițiile vecine pe orizontală sau verticală (fiecare poziție are cel mult patru poziții vecine: deasupra, dedesubt, la dreapta, la stânga).

Dintre acestea, broscuţa va alege poziţia care are înălţimea cea mai apropiată de înălţimea de la poziţia curentă (diferenţa în modul dintre cele două înălţimi să fie minimă). În cazul în care sunt mai multe poziţii vecine cu această proprietate, ea alege să sară pe cea cu înălţimea cea mai mică dintre acestea. Broscuţa nu se oprește niciodată.

a) În exemplul de mai jos dimensiunea terenului este 4×5 . Broscuţa se află iniţial la coordonatele (L,C)=(2,4), unde înălţimea este 66. Scrieţi înălţimile primelor 10 poziţii vizitate de broscuţă, în ordinea vizitării acestora. (4p.)

$$\begin{pmatrix}
57 & 51 & 70 & 72 & 75 \\
56 & 58 & 60 & 66 & 77 \\
59 & 54 & 93 & 90 & 76 \\
88 & 52 & 61 & 79 & 68
\end{pmatrix}$$

- b) Scrieți o funcție C/C++ care primește ca parametri matricea A, dimensiunile acesteia n și m și numerele naturale L și C. Funcția trebuie să returneze cea mai mică înălțime a unei poziții vizitate de broscuță de cel puțin două ori. Nu este necesară validarea parametrilor de intrare. (6p.)
- **4.** Definim un *cuvânt* ca fiind un şir nevid format din cel mult 5 caractere ale alfabetului latin, {'a', 'b', ..., 'z'}.
 - a) Scrieți o funcție C/C++ cu numele value, care are ca argument de intrare un $cuv\hat{a}nt$ și returnează un număr natural. Pentru orice două $cuvinte\ s_1$ și s_2 , funcția trebuie să satisfacă proprietatea: $s_1 = s_2 \Leftrightarrow \text{value}(s_1) = \text{value}(s_2)$. În cazul în care argumentul primit nu este $cuv\hat{a}nt$, funcția va returna 0. (6p.)
 - b) Justificați faptul că implementarea funcției value este corectă. (4p.)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Câte șiruri distincte formate din exact o literă A, două litere B, trei litere C și patru litere D există? (5p.)

A. 151200

B. 7560

C. 12600

D. 1024

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

2. Se consideră funcția recursivă F de mai jos. Ce valoare va returna apelul F(53)? (5p.)

```
int F(int u) {
  if (u == 0) {
    return 0;
  }
  if (u % 2 != 0) {
    return 2 * F(u / 2);
  } else {
    return 1 + F(u / 2);
  }
}
```

3. Spunem că o matrice pătratică a, de dimensiune $n \geq 2$, având elemente numere naturale, are proprietatea T dacă îndeplinește următoarele condiții: (i) pentru orice $2 \leq p \leq n$, numărul de elemente nenule din submatricea formată din primele p linii și p coloane ale lui a este 2p-2; (ii) pentru orice $1 \leq j \leq i \leq n$, fie a[i][j] = a[j][i] = 0, fie a[i][j] = a[j][i] + 1; (iii) pe orice linie a matricii elementele nenule au aceeași valoare.

Exemplu: Matricea pătratică de mai jos, de dimensiune 5, are proprietatea T:

$$\left(\begin{array}{cccccc}
0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\
2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\
0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 0 & 0
\end{array}\right)$$

- a) Scrieți o funcție C/C++ care primește ca parametri un întreg $n \geq 2$ și o matrice pătratică de dimensiune n. Funcția va returna 1 dacă matricea satisface proprietatea T, 0 în caz contrar. (6p.)
- b) Demonstrați că într-o matrice pătratică de dimensiune $n \geq 2$ ce satisface proprietatea T există cel puțin două linii având un singur element nenul. (6p.)
- c) Scrieți o funcție C/C++ care primește ca argumente un întreg $n \geq 2$ și o matrice pătratică de dimensiune n care satisface proprietatea T. Funcția va afișa cea mai lungă secvență de indecși $(i_k, \ldots, i_2, i_1 = 1)$ care satisface relația $a[i_{j+1}][i_j] = a[i_j][i_{j+1}] + 1$, pentru orice $1 \leq j < k$. Nu este necesară validarea parametrilor de intrare. Justificați corectitudinea algoritmului. Pentru exemplul de mai sus, funcția va afișa: (4,3,1). Nu se acordă puncte pentru soluții de tip backtracking. (8p.)