

(8)

Грунтовые условия, моделирование

$$\begin{aligned}
 & \frac{h_x \cdot \bar{\tau}}{R_2^2 \cdot \tilde{p}_i \cdot 2i} \cdot \hat{A}_{j-1/2, i} \cdot \hat{y}_{j-1, i} + \\
 & + \frac{h_u \cdot \bar{\tau}}{R_2^2 \cdot h_x} z_{i-1/2} \cdot \tilde{p}_{i-1/2} \cdot \hat{A}_{j, i-1/2} \cdot \hat{y}_{j, i-1} - \\
 & - \left(\frac{z_i \cdot h_x \cdot h_u}{\tilde{p}_i} \hat{e}_{ji} + \frac{h_u \cdot \bar{\tau} \cdot z_{i-1/2} \cdot \tilde{p}_{i-1/2}}{h_x \cdot R_2^2} \hat{A}_{j, i-1/2} + \right. \\
 & + \frac{h_u \cdot \bar{\tau} \cdot z_{i+1/2} \cdot \tilde{p}_{i+1/2}}{h_x \cdot R_2^2} \cdot \hat{A}_{j, i+1/2} + \frac{h_x \cdot \bar{\tau}}{R_2^2 \cdot 2i \cdot \tilde{p}_i} \hat{A}_{j-1/2, i} + \\
 & \left. + \frac{h_x \cdot \bar{\tau}}{R_2^2 \cdot 2i \cdot \tilde{p}_i} \hat{A}_{j+1/2, i} \right) \hat{y}_{ji} + \\
 & + \frac{h_u \cdot \bar{\tau} \cdot z_{i+1/2} \cdot \tilde{p}_{i+1/2}}{h_x \cdot R_2^2} \cdot \hat{A}_{j, i+1/2} \cdot \hat{y}_{j, i+1} + \\
 & + \frac{h_x \cdot \bar{\tau}}{R_2^2 \cdot z_i \cdot \tilde{p}_i} \cdot \hat{A}_{j+1/2, i} \cdot \hat{y}_{j+1, i} = \\
 & = - \left(\frac{z_i \cdot h_x \cdot h_u}{\tilde{p}_i} \hat{e}_{ji} \cdot \hat{y}_{ji} - \frac{z_i \cdot h_x \cdot h_u \cdot \bar{\tau}}{\tilde{p}_i} \hat{q}_{ji} \right), \quad ? \quad (9)
 \end{aligned}$$

м. е. соответствующие уравнения (9) представляются

$$\begin{aligned}
 & \text{базе} \quad - \hat{C} \cdot \hat{y}_{ji} + \hat{D} \cdot \hat{y}_{j, i+1} + \hat{E} \cdot \hat{y}_{j+1, i} \\
 & A \cdot \hat{y}_{j-1, i} + B \cdot \hat{y}_{j, i-1} - \quad - \hat{C} \cdot \hat{y}_{ji} + \hat{D} \cdot \hat{y}_{j, i+1} + \hat{E} \cdot \hat{y}_{j+1, i} \\
 & = -F.
 \end{aligned} \quad (10)$$

однако для вычислений необходимо нанести еще земные
грунты, залегающие в скважине, которые подвергаются некоторым
изменениям уравнений (9') на уравнения (10).

(9)

Frequenzspektrum untergliedert

$$\underline{x=0} \quad \int_{t-\tau}^{t+\tau} dt \int_{i-\frac{1}{2}}^i (\cdot) \frac{2dx dy}{\tilde{P}},$$

$$\underline{x=1} \quad \int_t^{t+\tau} dt \int_{x_{N_x}-\frac{1}{2}}^{x_{N_x}} (\cdot) \frac{2dx dy}{\tilde{P}},$$

$$\underline{\psi=0} \quad \int_t^{t+\tau} dt \int_{q_c-\frac{1}{2}}^{q_c} (\cdot) \frac{2dx dy}{\tilde{P}}$$

$$\underline{\psi=\pi} \quad \int_t^{t+\tau} dt \int_{q_{N_q}-\frac{1}{2}}^{q_{N_q}} (\cdot) \frac{2dx dy}{\tilde{P}}$$

Bei mehreren Max. kann abweichen Werte
 $x=0, x=1, \psi=0, \psi=\pi$ dann verschiedene Werte
 und NO (2)-(6)

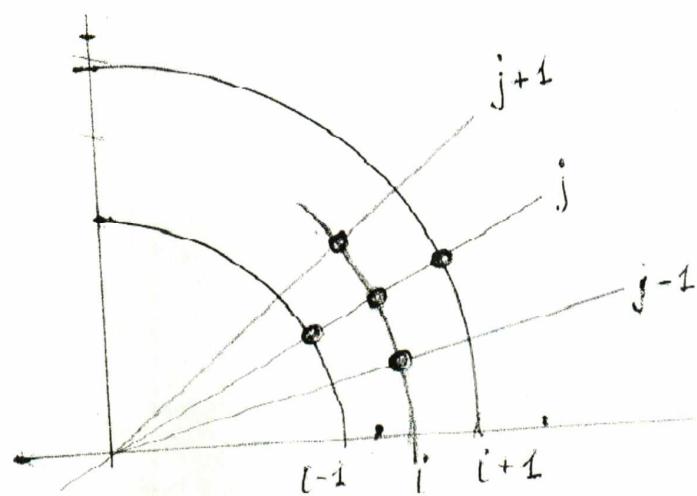
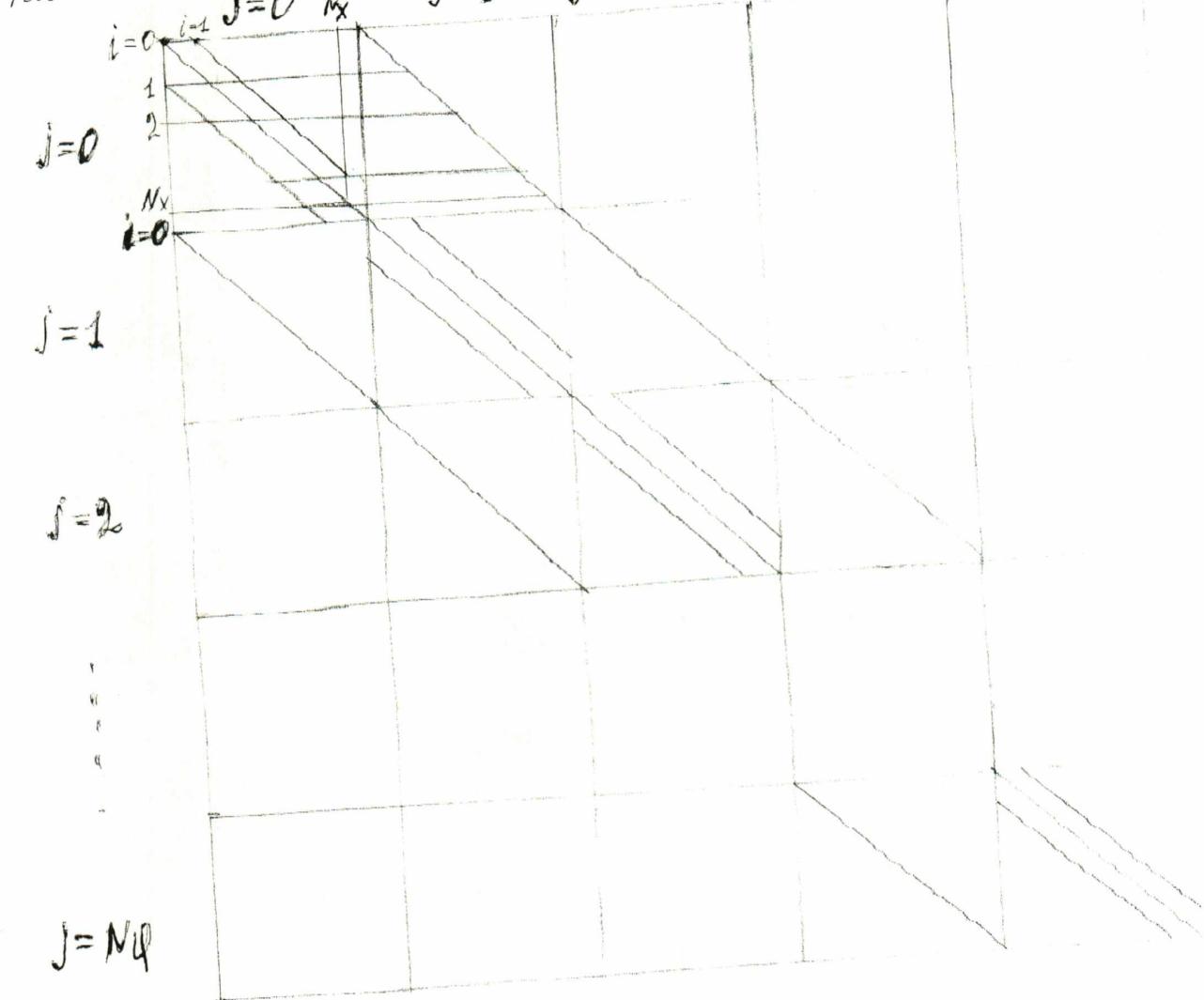


Рис. 2.

(10)

Из рисунка (10) изображаем most neighborhood в терминах, показанных на рис. 2.

Следующий разностный структура ТАКОУ



Исходные данные.

(11)

В качестве материала стекла берется кварцевое стекло.

Температуреское сопротивление кварцевого стекла.

1. Температура.

$$\sigma(T) = 2,049 + 0,563 \cdot 10^{-3} \cdot T - \frac{0,528 \cdot 10^5}{T^2}, \frac{\text{Дж}}{\text{см}^3 \cdot \text{К}}$$

2. Конформитет температуры

$$1 = 0,134 \cdot 10^{-1} (1 + 4,35 \cdot 10^{-4} \cdot T)$$

$$U_{ij} \propto \frac{1}{2}$$

3. Конформитет напряжений κ_p .

T, K	$\kappa_p, \text{см}^{-1}$
293	$2 \cdot 10^{-3}$
1278	$5 \cdot 10^{-3}$
1528	$7,8 \cdot 10^{-3}$
1677	$1 \cdot 10^{-2}$

$$n_p = 1,46.$$

4. Конформитет изменения
геометрии стекла.

$$R = 0,25 \text{ см}$$

$$R_1 = 0,40 \text{ см.}$$

5. Мониторинг температуры $\varphi(z, \psi, t)$ загазованности
в лаге

$$\varphi(z, \psi, t) = F_u(t) \cdot \frac{R}{\nu} \cdot k_p \cdot e^{-k_p(z-R)} - 4 \cdot k_p \cdot n_{np}^2 \cdot 5 T^4$$

где R — начальная
высота (5,68 10^{-12} $\text{BT}/\text{cm}^2 \text{K}^4$).

$$F_u(t) = F_{u0} \cdot t \exp(-\beta t/\tau_u),$$

Вспомогательно:

$$F_{u0} = 2000 \text{ BT/cm}^2,$$

$$\tau_u = 300 \cdot 10^{-6} \text{ с}$$

n_{np}, k_p — из задачи

$$\beta = 0,5 \div 1,5$$

при $t = R$ $F_u(t) = 0$

6. Краевое условие загазованности $F_T(\psi)$.

$$F_T(\psi, t) = F_1(\psi) \cdot F_2(t)$$

$$F_1(\psi) = A e^{-B\psi^2}$$

$$F_2(t) = t \cdot e^{-\beta t/\tau_u}$$

$$F_2(t) =$$

Коэффициенты A и B находятся из задачи

$$F_1(0) = \Phi_0 \rightarrow \Phi_0 = A e^{-B \cdot 0^2} \rightarrow B = -\frac{1}{\pi^2} \ln \frac{\Phi_1}{\Phi_0}$$

$$F_1(\pi) = \Phi_1 \rightarrow$$

$$\Phi_0 = 0,2 F_{u0}$$

$$\Phi_1 = 0,01 F_{u0}$$

Лабораторний практикум

маністрів

Система уравнений моделі

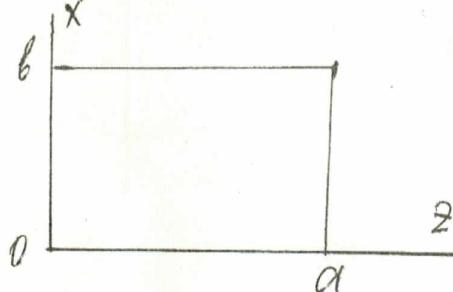
$$\begin{cases} \operatorname{div} \vec{F} = f(\vec{F}) \\ \vec{F} = -\lambda(u) \cdot \nabla u \end{cases}$$

Система доповідається краєвими умовами, наприклад

$$u(\vec{F})|_{\Gamma} = \mu(\vec{F}), \quad \Gamma - \text{гранична область.}$$

Варіант 1.

Розрізняємо статичного двумерного теплообмінного поля в пластині.



Навколо

$a = 2 \text{ см}$

$b = 3 \text{ см}$

$$\frac{\partial}{\partial x} (\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial z} (\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial z}) + f(x, z) = 0.$$

$\lambda(u)$ — координатна теплопровідність,

$$f(x, z) = F_0 \cdot e^{-kz^2}, \quad F_0 \text{ — заданий, } \text{Вт/см}^2, \quad k \text{ — координатний параметр.}$$

Краєві умови:

$$z=0, \quad -\lambda \frac{\partial u}{\partial z} = F_T, \quad F_T \text{ — заданий, } \text{Вт/см}^2$$

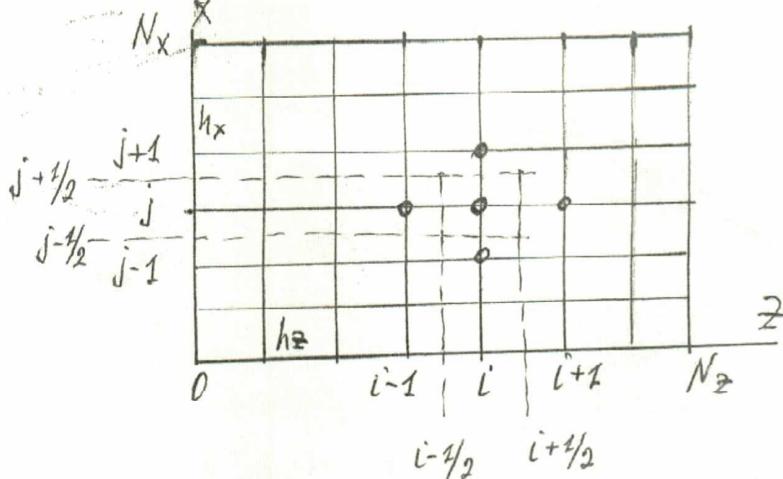
$$\left. \begin{array}{l} x=0 \\ x=b \end{array} \right\} -\lambda \frac{\partial u}{\partial x} = \alpha (u - u_{oc}), \quad u_{oc} \text{ — заданий, } \text{К} = 293 \text{ К} \quad \alpha \text{ — заданий, } \text{Вт/см}^2 \cdot \text{К}$$

$$z=a, \quad -\lambda \frac{\partial u}{\partial z} = \alpha (u - u_{oc}).$$

2

Математическое - квадрат.

1.1) Разностная схема для линейного однородного дифференциального уравнения, например.



Уравнение:

$$\frac{\lambda_{i,j-1/2}}{h_x^2} y_{i,j-1} - \left(\frac{\lambda_{i,j+1/2} + \lambda_{i,j-1/2}}{h_x^2} + \frac{\lambda_{i+1/2,j} + \lambda_{i-1/2,j}}{h_z^2} \right) y_{i,j} + \frac{\lambda_{i,j+1/2}}{h_x^2} y_{i,j+1} + \frac{1}{h_z^2} \lambda_{i+1/2,j} \cdot y_{i+1,j} + \frac{\lambda_{i-1/2,j}}{h_z^2} \cdot y_{i-1,j} + f(x_j, z_i) = 0. \quad (1)$$

Краевые условия

$$z=0, \quad i=0, \quad y_{0,j} - y_{1,j} = \frac{h_z}{\lambda_{0,j}} F_T, \quad (2)$$

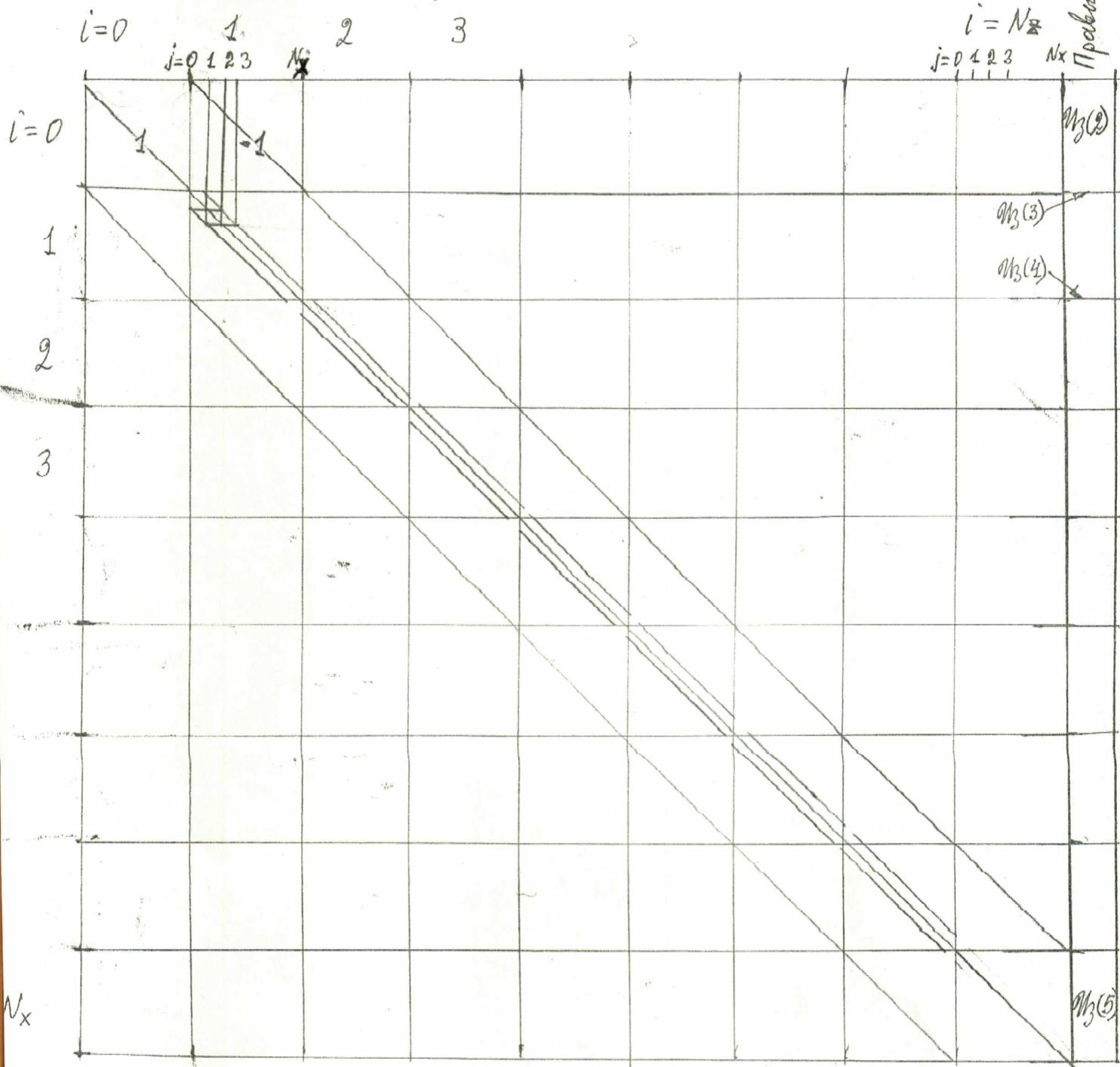
$$x=0, \quad j=0, \quad \left(1 - \frac{\lambda h_x}{\lambda_{i,0}} \right) y_{i,0} - y_{i,1} = - \frac{\lambda h_x}{\lambda_{i,0}} u_{oc}, \quad (3)$$

$$x=b, \quad j=N_x, \quad y_{i,N_x-1} - \left(1 + \frac{\lambda h_x}{\lambda_{i,N_x}} \right) y_{i,N_x} = - \frac{\lambda h_x}{\lambda_{i,N_x}} u_{oc}, \quad (4)$$

$$z=a, \quad i=N_2 \quad y_{N_2-1,j} - \left(1 + \frac{\lambda h_z}{\lambda_{N_2,j}} \right) y_{N_2,j} = - \frac{\lambda h_z}{\lambda_{N_2,j}} u_{oc}. \quad (5)$$

Ур-ния (1)-(5) образуют систему линейных уравнений. При итерационном методе решения, когда λ_{ij} зависит от предыдущих итераций, можно сказать.

Матрица коэффициентов уп-кии разности
 Схема в методе дуг ③



↑ подача рабочей

(1.2) Решение методом установившихся с использованием локально-одномерного метода. (4)

Уравнение приведено

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f(x, z)$$

Разностная схема строится следующим образом

$$\frac{\hat{y}_{ij} - y_{ij}}{\tau} = \frac{1}{h_x^2} \left[\lambda_{i,j+1/2} \cdot \hat{y}_{i,j+1} - (\lambda_{i,j+1/2} + \lambda_{i,j-1/2}) \hat{y}_{ij} + \lambda_{i,j-1/2} \cdot \hat{y}_{i,j-1} \right] + \frac{f_{ij}}{2}, \quad (6)$$

$$\frac{\hat{y}_{i,j} - \bar{y}_{ij}}{\tau} = \frac{1}{h_z^2} \left[\lambda_{i+1/2,j} \cdot \hat{y}_{i+1,j} - (\lambda_{i+1/2,j} + \lambda_{i-1/2,j}) \hat{y}_{ij} + \lambda_{i-1/2,j} \cdot \hat{y}_{i-1,j} \right] + \frac{f_{ij}}{2} \quad (7)$$

Уравнения (6) и (7) представляются системой с трехдиагональной матрицей. Для написания баз метод:

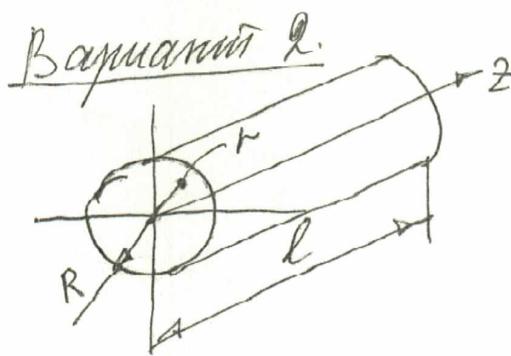
$$A_m y_{m-1} - B_m y_m + C_m y_{m+1} = -F_m.$$

Решение осуществляется методом прогонки.

Система (6) решается прогонкой по индексу (1) при фиксированных значениях $i = 1, 2, \dots, N-1$.
Краевые условия (3) и (4).

Система (7) решается прогонкой по индексу (1) при фиксированных значениях $j = 1, 2, \dots, M-1$.
Краевые условия (2) и (5).

(5)



$$\frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial r} \left(r A(u) \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(A(u) \frac{\partial u}{\partial z} \right) + f(r, z) = 0. \quad (8)$$

$$z=0, -A \frac{\partial u}{\partial z} = F_T$$

$$z=R, -A \frac{\partial u}{\partial r} = \lambda (u - u_{loc}),$$

$$z=l, -A \frac{\partial u}{\partial z} = \lambda (u - u_{loc}),$$

$$r=0, \frac{\partial u}{\partial r} = 0.$$

$$f(r, z) = F_0 \cdot e^{-\frac{r^2}{l^2}}$$

6

Вариант 3.

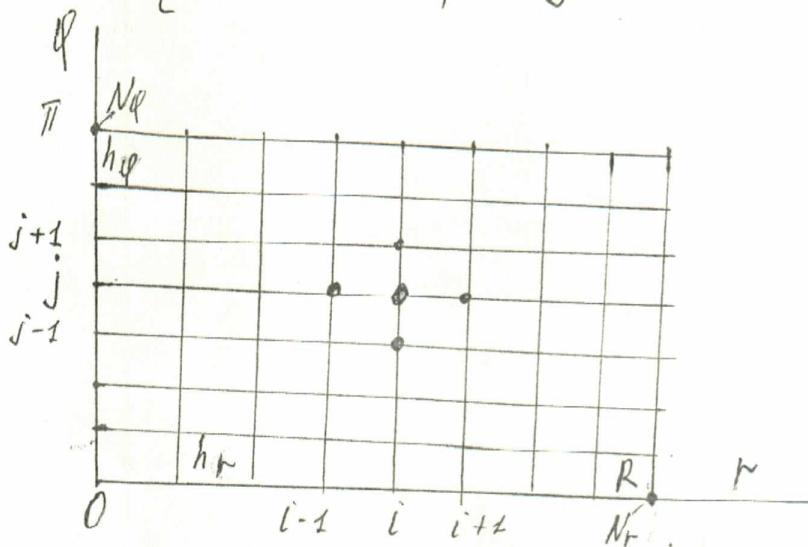
$$\frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial t} \left(r \lambda(u) \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + g(r, u) = 0,$$

$r=0$ — условие отравленности первого излучения

$$r=R, -\lambda \frac{\partial u}{\partial r} = \mathcal{L}(u - u_{loc}),$$

$$\varphi=0, \varphi=\pi, -\lambda \frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0,$$

$f(r, u)$ — задана симметрическая отравленность излучения, содержащая все условия, которые нарастают в областях $\{0 \leq r \leq R, 0 \leq \varphi \leq \pi\}$.



Вариант 4.

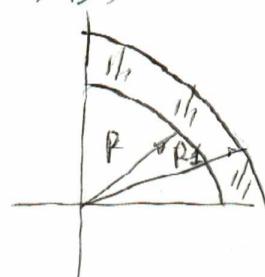
Конусо-радилярный загар

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{F} \frac{\partial}{\partial t} \left(r \lambda(u) \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\lambda(u) \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - g(r, u), \quad (g)$$

$$r=R, -\lambda \frac{\partial u}{\partial r} = F_r(\varphi, t)$$

$$r=R_1, -\lambda \frac{\partial u}{\partial r} = \mathcal{L}(u - u_{loc}),$$

$$\varphi=0, \varphi=\pi \quad \frac{\partial u}{\partial \varphi} = 0$$



Вводим безразмерные координаты

(7)

$$Z = \frac{z}{R_1},$$

уравнение примет вид

$$C \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{R_1^2 Z} \frac{\partial}{\partial Z} \left(Z \frac{\partial u}{\partial Z} \right) + \frac{1}{R_1^2 Z^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(Z \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) - f(Z, \varphi)$$

Переходим к координате X :

$$Z = 1 + \frac{1}{a} \arctg [(X-1) \cdot y_m], \quad X = [0, 1].$$

$$\text{где } \alpha = \frac{\frac{\pi}{2} - \delta}{1 - \frac{R_1}{R_2}}, \quad y_m = \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right), \quad \delta = 0,2..1.. -$$

- параметр
ориентации сечки

При этом

$$\frac{\partial}{\partial Z} = \frac{\partial}{\partial X} \tilde{P}, \quad \partial Z = \frac{\partial X}{\tilde{P}},$$

$$\left(\frac{\partial Z}{\partial X} \right)^{-1} = \frac{1}{\tilde{P}}$$

$$\text{где } \tilde{P} = \frac{\alpha}{y_m} \left[1 + (X-1)^2 \cdot y_m^2 \right]. \quad \frac{1}{\tilde{P}} = \frac{y_m}{\alpha} \cdot \frac{1}{(X-1)^2 + y_m^2}$$

Далее интегрируем исходное уравнение
на сечке сечке, где zero учитывается
все члены ур-ния на $Z \frac{\partial Z}{\partial \varphi} \frac{du}{dt} =$
 $= Z \cdot \frac{\partial X}{\tilde{P}} \frac{du}{d\varphi} dt$.

Предварительно преобразуем уравнение
к потоковому виду, для потоки

$$F_r = - \frac{1}{R_1} \frac{\partial t}{\partial X} \tilde{P}, \quad F_\varphi = - \frac{1}{R_1 \cdot Z} \frac{\partial u}{\partial \varphi}$$