



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ

«Информатика и системы управления»

КАФЕДРА

«Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЁТ

По лабораторной работе № 2

По курсу: «Планирование эксперимента»

Тема: «ПФЭ на имитационной модели одноканальной СМО»

Вариант: 4

Студент: Керимов А. Ш.

Группа: ИУ7-84Б

Преподаватель: Куров А. В.

2021 г.

1 Задание

Реализация ПФЭ на имитационной модели функционирования СМО.

Составить матрицу планирования для проведения ПФЭ для одноканальной СМО с одним генератором заявок.

Интервалы варьирования факторов выбрать на основе результатов первой л. р., в рамках которой исследовались зависимости выходной величины (среднего времени ожидания (пребывания)) от входных параметров (интенсивность поступления, интенсивность обслуживания). В итоге получить зависимость выходной величины от загрузки.

По результатам ПФЭ вычислить коэффициенты линейной и частично нелинейной регрессионной зависимости.

Предусмотреть возможность сравнения рассчитанной величины с реальной, полученной по результатам имитационного моделирования.

2 Теоретическая часть

Коэффициент загрузки одноканальной СМО и среднее время ожидания определяются формулами:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad \overline{t_{\text{ож}}} = \frac{\rho}{(1 - \rho)\lambda} \quad (1)$$

где λ — интенсивность входящего потока заявок, μ — интенсивность обслуживания.

Интервалы времени между приходом заявок распределены по равномерному закону ($X \sim R(a, b)$), коэффициенты a и b которого рассчитываются как

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{\lambda} - \sqrt{3}\sigma_\lambda, \\ b &= \frac{1}{\lambda} + \sqrt{3}\sigma_\lambda. \end{aligned} \quad (2)$$

Времена обслуживания заявок распределены по закону Вейбулла ($X \sim W(k, \lambda)$) с параметром $k = 2$. Коэффициент λ распределения

определяется по формуле

$$\lambda = \frac{1}{\mu \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)}. \quad (3)$$

Для проведения ПФЭ при трёх факторах необходимо $N = 2^3$ опытов. В таблице 1 представлена матрица планирования для проведения ПФЭ.

Таблица 1 — Матрица планирования

№ опыта	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	y
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	y_1
2	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_2
3	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	y_3
4	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_4
5	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	y_5
6	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8

Линейная регрессия для трёх факторов:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3. \quad (4)$$

Частично нелинейная регрессия для трёх факторов:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{123}x_1x_2x_3. \quad (5)$$

Однородность ряда дисперсий можно проверить по критерию Кохрена. При равномерном дублировании экспериментов однородность ряда дисперсий проверяют с помощью G -критерия Кохрена, представляющего собой отношение максимальной дисперсии к сумме всех дисперсий. Дисперсии однородны, если расчётное значение G_p -критерия не превышает табличного значения. Иначе исследуемая величина неоднородна и не подчиняется нормальному закону.

Если ряд дисперсий однороден, то дисперсию воспроизводимости вычисляют, как отношение суммы ряда дисперсий к числу строк матрицы

планирования.

Дисперсией воспроизводимости эксперимента D_y называется дисперсия наблюдаемой переменной. Эксперимент идеален при $D_y = 0$.

После расчёта коэффициентов модели и проверки их значимости определяют дисперсию $s_{ад}^2$ адекватности. Остаточная дисперсия, или дисперсия адекватности, характеризует рассеяние эмпирических значений y относительно расчётных \bar{y} , определённых по найденному уравнению регрессии.

Проверку гипотезы адекватности найденной модели производят по F -критерию Фишера, рассчитываемому как отношение дисперсии адекватности к дисперсии воспроизводимости.

3 Реализация

На рисунке 1 представлен интерфейс программы.

The screenshot shows a software window titled "MainWindow" with a tab labeled "ПФЭ". The main area contains a table with 10 columns: "№", "x1", "x2", "x3", "ȳ", "σ²", "Частично нелинейная", "Разница ЧН", "Линейная", and "Разница Л". There are 8 rows of data. Below the table, there are sections for "Коэффициенты" (Coefficients) with input fields for a0 through a123, and four statistical criteria: "Критерий Кохрена", "Дисперсия воспроизводимости", "Дисперсия адекватности", and "Критерий Фишера". At the bottom, there are three sections: "Равномерное распределение" (Uniform distribution) with parameters λ and σ(λ), "Распределение Вейбулла" (Weibull distribution) with parameters μ and μmax, and "Выходные параметры" (Output parameters) with fields for "Рассчитанное Eок" and "Фактическое Eок", along with a "Моделировать" button.

№	x1	x2	x3	\bar{y}	σ^2	Частично нелинейная	Разница ЧН	Линейная	Разница Л
1	0.5	0.01	5	0.201899	1.18751e-05	0.201899	0	0.201098	0.000801506
2	0.5	0.01	6	0.167179	1.59343e-05	0.167179	0	0.161146	0.00603319
3	0.5	0.1	5	0.201635	5.04053e-06	0.201635	0	0.206742	-0.00510697
4	0.5	0.1	6	0.165062	6.60961e-06	0.165062	5.55112e-17	0.16679	-0.00172773
5	3	0.01	5	0.207627	7.95688e-06	0.207627	2.77556e-17	0.211642	-0.00401546
6	3	0.01	6	0.168871	2.75235e-06	0.168871	2.77556e-17	0.17169	-0.00281923
7	3	0.1	5	0.225607	5.13581e-06	0.225607	2.77556e-17	0.217286	0.00832093
8	3	0.1	6	0.175848	4.6568e-06	0.175848	0	0.177335	-0.00148623

Коэффициенты

a0: 0.189216 a1: 0.00527232 a2: 0.00282217 a3: -0.0199759 a12: 0.00341735 a13: -0.00215273 a23: -0.00160698 a123: -0.00114387

Критерий Кохрена: 0.265742 **Дисперсия воспроизводимости:** 7.49517e-06 **Дисперсия адекватности:** 3.37038e-33 **Критерий Фишера:** 4.49673e-28

Равномерное распределение

λ — интенсивность: λ_{min} 0.5, λ_{max} 3, λ 1,75
σ(λ) — среднеквадратичное отклонение: σ_{min}(λ) 0.01, σ_{max}(λ) 0.1, σ(λ) 0,06

Распределение Вейбулла

μ — интенсивность: μ_{min} 5, μ_{max} 6, μ 5,50

Выходные параметры

Моделировать
Рассчитанное E_{ок}
Фактическое E_{ок}

Рисунок 1 — Интерфейс программы

4 Моделирование

Результат работы программы представлен на рисунке 2.

MainWindow

ПФЭ

№	x1	x2	x3	\bar{y}	σ^2	Частично нелинейная	Разница ЧН	Линейная	Разница Л
1	0.5	0.01	5	0.201899	1.18751e-05	0.201899	0	0.201098	0.000801506
2	0.5	0.01	6	0.167179	1.59343e-05	0.167179	0	0.161146	0.00603319
3	0.5	0.1	5	0.201635	5.04053e-06	0.201635	0	0.206742	-0.00510697
4	0.5	0.1	6	0.165062	6.60961e-06	0.165062	5.55112e-17	0.16679	-0.00172773
5	3	0.01	5	0.207627	7.95688e-06	0.207627	2.77556e-17	0.211642	-0.00401546
6	3	0.01	6	0.168871	2.75235e-06	0.168871	2.77556e-17	0.17169	-0.00281923
7	3	0.1	5	0.225607	5.13581e-06	0.225607	2.77556e-17	0.217286	0.00832093
8	3	0.1	6	0.175848	4.6568e-06	0.175848	0	0.177335	-0.00148623

Коэффициенты

a0: 0.189216 a1: 0.00527232 a2: 0.00282217 a3: -0.0199759 a12: 0.00341735 a13: -0.00215273 a23: -0.00160698 a123: -0.00114387

Критерий Кохрена: 0.265742 Дисперсия воспроизводимости: 7.49517e-06 Дисперсия адекватности: 3.37038e-33 Критерий Фишера: 4.49673e-28

Равномерное распределение

λ — интенсивность: λ_{\min} 0.5, λ_{\max} 3, λ 1,75

$\sigma(\lambda)$ — среднеквадратичное отклонение: $\sigma_{\min}(\lambda)$ 0.01, $\sigma_{\max}(\lambda)$ 0.1, $\sigma(\lambda)$ 0,06

Распределение Вейбулла

μ — интенсивность: μ_{\min} 5, μ_{\max} 6, μ 5,50

Выходные параметры

Моделировать

Рассчитанное $\bar{\tau}_{\text{ож}}$: 0.18953

Фактическое $\bar{\tau}_{\text{ож}}$: 0.181406

Рисунок 2 — Результат работы программы