



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ

«Информатика и системы управления»

КАФЕДРА

«Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

## **ОТЧЁТ**

По лабораторной работе № 1

По курсу: «Планирование эксперимента»

Тема: «Имитационная модель одноканальной СМО»

Вариант: 4

**Студент:** Андреев А. А.

**Группа:** ИУ7-84Б

**Преподаватель:** Куров А. В.

2023 г.

## 1 Задание

Разработать имитационную модель функционирования СМО.

СМО представляет собой одноканальную разомкнутую систему (один генератор заявок и один обслуживающий аппарат). Буфер имеет бесконечную емкость.

Закон поступления (генерации заявок) и закон распределения времени обслуживания заявок задается в таблице 1 и выбирается в соответствии с номером в списке группы.

Таблица 1 — Законы распределений

№ варианта	Первый закон	Второй закон
4	Равномерный	Вейбулла

В качестве исходных данных пользователь задает интенсивность поступления заявок и интенсивность обслуживания заявок. Программа должна выводить расчетную загрузку системы и фактическую, полученную по результатам моделирования. Пользователь должен иметь возможность задавать время моделирования.

Если параметры законов распределения отличны от интенсивности, то предусмотреть ввод интенсивностей с дальнейшим пересчетом в программе этих величин в параметры закона. В случае двухпараметрических законов пользователь задает интенсивность и ее разброс (среднеквадратическое отклонение).

Построить график зависимости выходного параметра (ср. время ожидания (пребывания) в зависимости от загрузки системы).

Предусмотреть наращивание системы путем добавления новых генераторов и обслуживающих аппаратов.

## 2 Теоретическая часть

Коэффициент загрузки одноканальной СМО и среднее время ожидания определяются формулами:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \quad \overline{t_{\text{ож}}} = \frac{\rho}{(1 - \rho)\lambda} \quad (1)$$

где  $\lambda$  — интенсивность входящего потока заявок,  $\mu$  — интенсивность обслуживания.

Интервалы времени между приходом заявок распределены по равномерному закону ( $X \sim R(a, b)$ ):

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}. \quad (2)$$

Математическое ожидание и дисперсия равномерного распределения:

$$\mu_R = \frac{a+b}{2}, \quad \sigma_R^2 = \frac{(b-a)^2}{12}, \quad (3)$$

отсюда

$$\begin{aligned} a &= \mu_R - \sqrt{3}\sigma_R, \\ b &= \mu_R + \sqrt{3}\sigma_R. \end{aligned} \quad (4)$$

Времена обслуживания заявок распределены по закону Вейбулла ( $X \sim W(k, \lambda)$ ):

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{k}{\lambda} \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}. \quad (5)$$

Для избежания путаницы, в дальнейшем интенсивности будут помечаться штрихом:  $\lambda', \mu'$ .

Математическое ожидание и дисперсия распределения Вейбуллы:

$$\mu_W = \lambda \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right), \quad \sigma_W^2 = \lambda^2 \Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \mu_W^2. \quad (6)$$

Коэффициенты распределения Вейбулла не могут быть выражены в

элементарных функциях из формулы (6). Однако можно воспользоваться аппроксимацией:

$$k = \left( \frac{\sigma_W}{\mu_W} \right)^{-1,086}, \quad (7)$$

$$\lambda = \frac{\mu_W}{\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)}.$$

Интенсивность — величина, обратная математическому ожиданию:

$$\lambda' = \frac{1}{\mu_R}, \quad (8)$$

$$\mu' = \frac{1}{\mu_W}.$$

### 3 Реализация

На рисунке 1 представлен интерфейс программы.

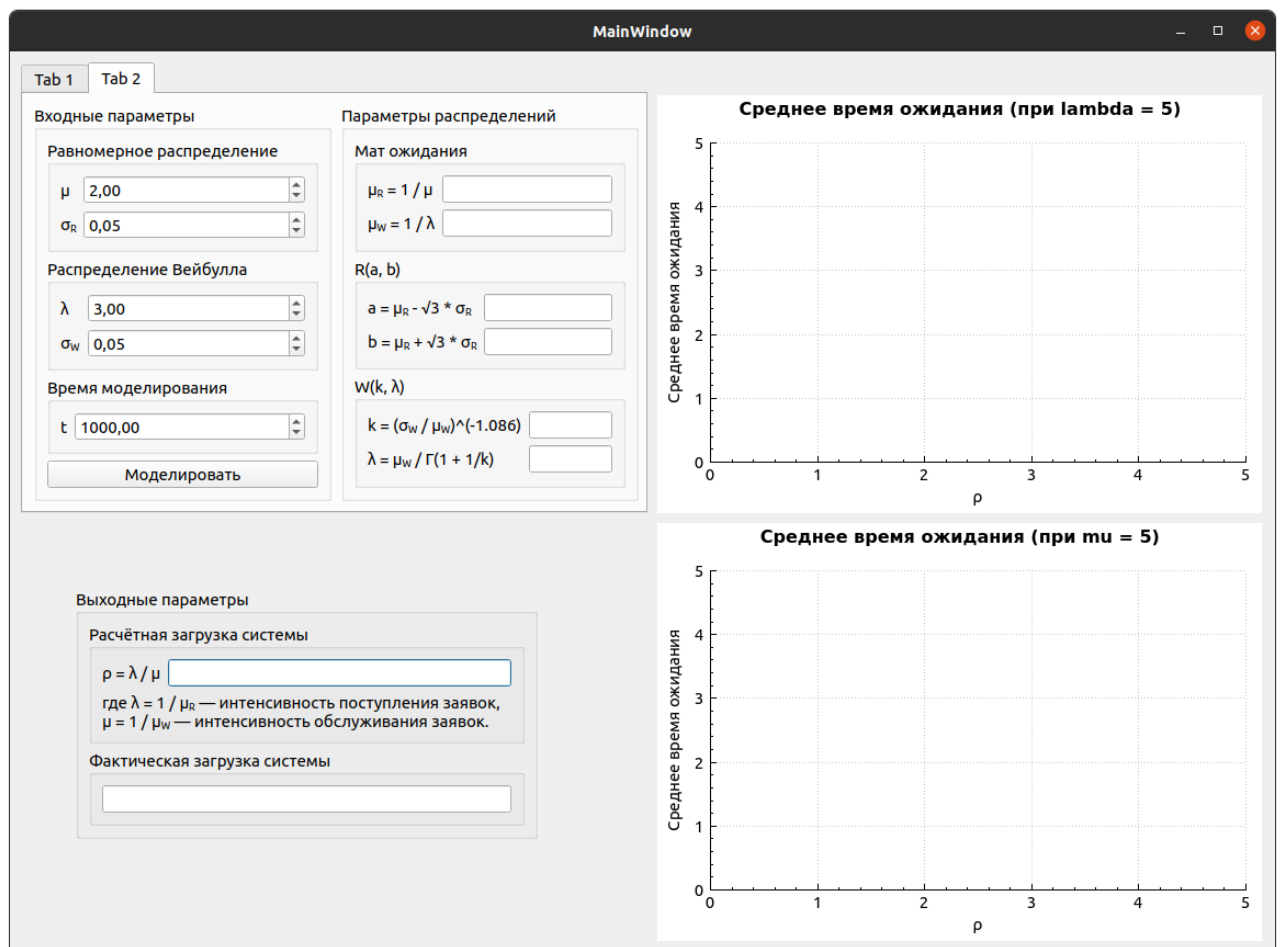


Рисунок 1 — Интерфейс программы

## 4 Моделирование

Результат работы программы представлен на рисунке 2.

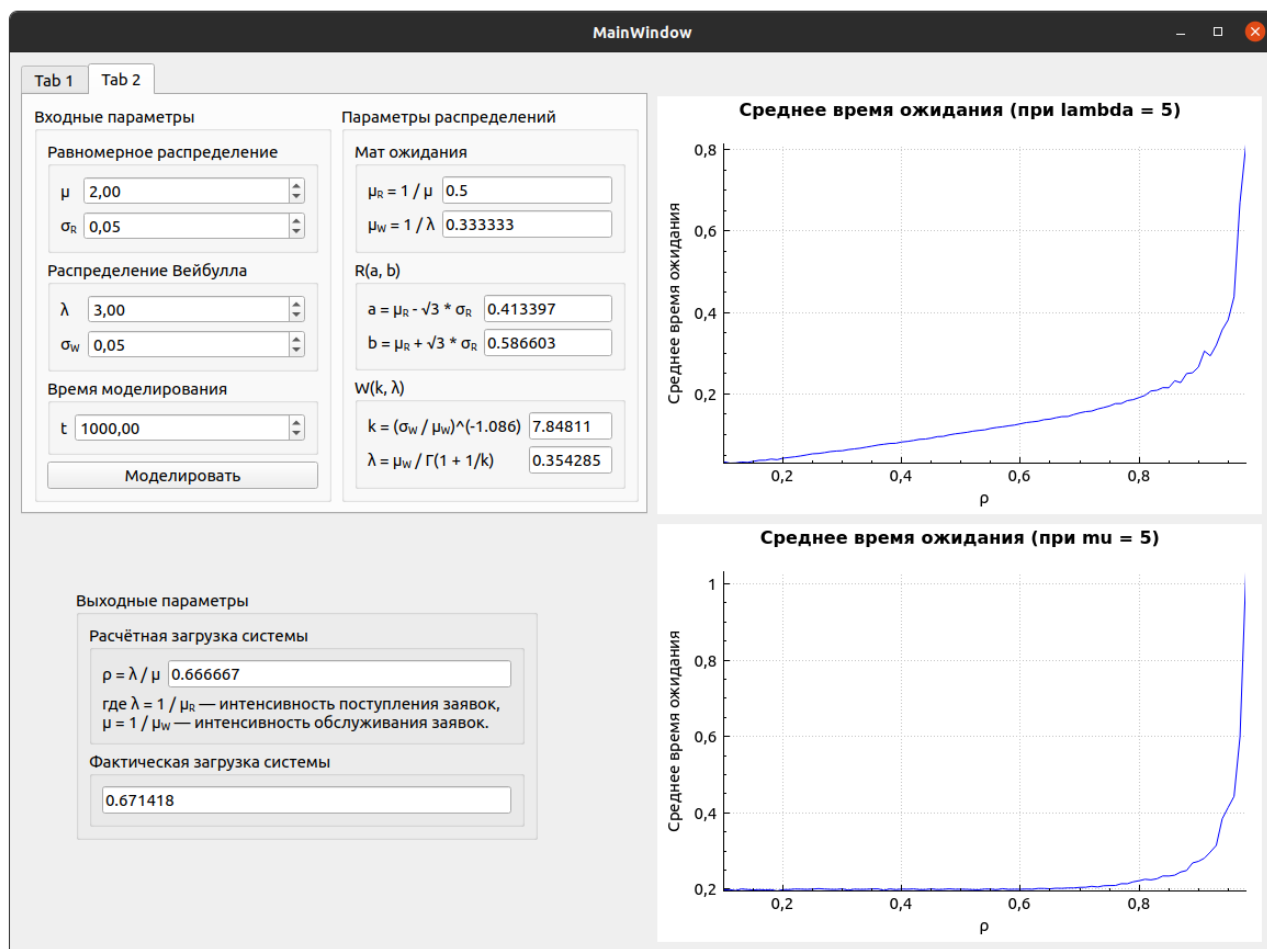


Рисунок 2 — Результат работы программы

## 5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была разработана и программно реализована имитационная модель функционирования одноканальной СМО.

Результаты моделирования подтверждают теоретические расчёты: фактическая нагрузка системы и среднее время ожидания приближаются к своим аналитическим формулам (1). При стремлении коэффициента загрузки к единице, среднее время ожидания резко возрастает и стремится к бесконечности.