

EXAMEN CALCUL DIFERENTIAL SI INTEGRAL  
SERIA 13

OFICIU: **1 punct**

SUBIECTUL 1. (2 puncte)

Sa se studieze natura seriei  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdots (2n)} \right]^{\alpha}$ , unde  $\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ .

SUBIECTUL 2. (2 puncte)

Sa se determine punctele de extrem local ale functiei  $f : (0 + \infty) \times (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + xy + 3 \ \forall (x, y) \in (0, +\infty) \times (0, +\infty)$ .

SUBIECTUL 3. (2 puncte)

Sa se calculeze  $\int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x^5}}{(1+x^2)^3} dx$ .

SUBIECTUL 4. (3 puncte)

a) Sa se calculeze  $\iint_D (x+y) dx dy$ , unde  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y \leq x, y+x \leq 2, y \geq 0\}$ .

b) Fie  $f : [0, +\infty) \rightarrow [0, +\infty)$  o functie continua cu  $f(0) = 0$  care verifica inegalitatea  $|f(x) - f(y)| \geq |\sqrt{x} - \sqrt{y}| \ \forall x, y \in [0, +\infty)$ . Sa se arate ca functia

$f$  este bijectiva.