

Mediana ponderată

Se dau – n valori **distincte** x_1, x_2, \dots, x_n

– **ponderi asociate** lor $w_1, w_2, \dots, w_n \in (0, 1]$ cu

$$w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1.$$

Să se determine **mediana ponderată (inferioară)** a acestor valori = acea valoare x_k cu proprietățile:

$$\sum_{x_i < x_k} w_i < 0,5$$

$$\sum_{x_i > x_k} w_i \leq 0,5$$

Observație: Dacă $w_1 = w_2 = \dots = w_n$

mediana ponderată (inferioară) = mediana inferioară

Mediana ponderată

Exemplu

▶ $\mathbf{x} =$ 5 1 3 2 9 6 11

▶ $\mathbf{w} =$ 0,1 0,12 0,05 0,1 0,2 0,13 0,3

Mediana ponderată este $x_k = 6$, deoarece

$$\sum_{x_i < x_k} w_i = 0,12 + 0,1 + 0,05 + 0,1 = 0,37$$

$$\sum_{x_i > x_k} w_i = 0,5$$

Mediana ponderată

Idee

pivot
↓

1	3	2	5	9	6	11
0,12	0,05	0,1	0,1	0,2	0,13	0,3

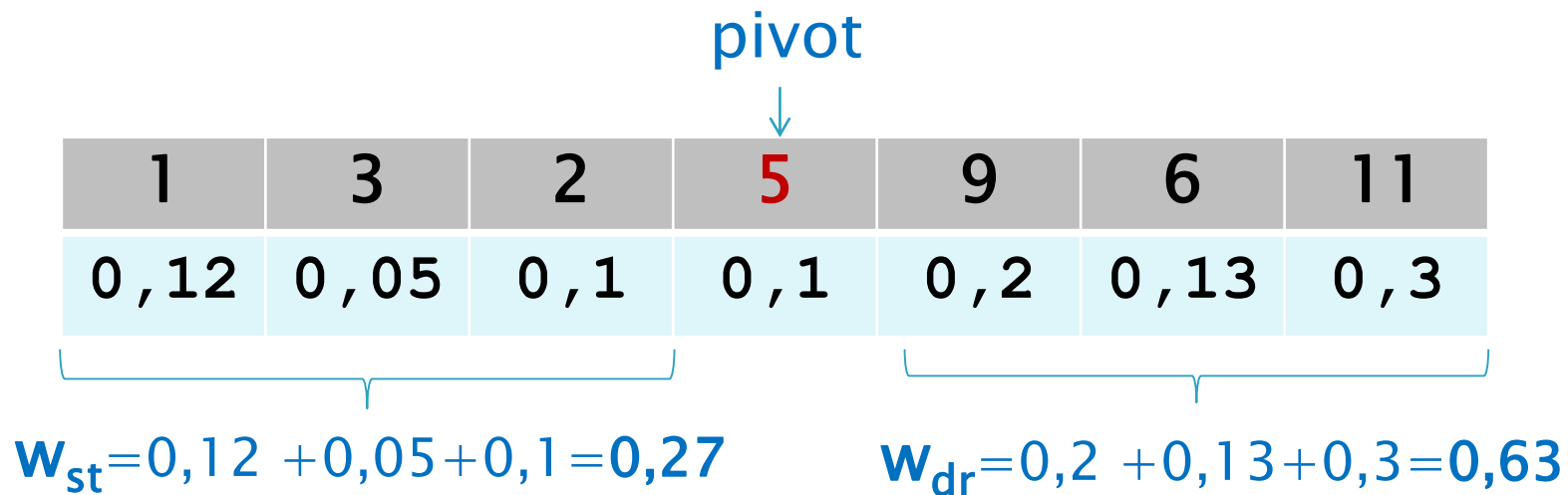
$w_{st} = 0,12 + 0,05 + 0,1 = 0,27$ $w_{dr} = 0,2 + 0,13 + 0,3 = 0,63$



Unde este mediana ponderată?

Mediana ponderată

Idee



Mediana ponderată este în dreapta pivotului ($w_{dr} > 0,5$)

Mediana ponderată

Idee

pivot
↓

1	3	2	5	9	6	11
0,12	0,05	0,1	0,1	0,2	0,13	0,3

$w_{st} = 0,12 + 0,05 + 0,1 = 0,27$ $w_{dr} = 0,2 + 0,13 + 0,3 = 0,63$



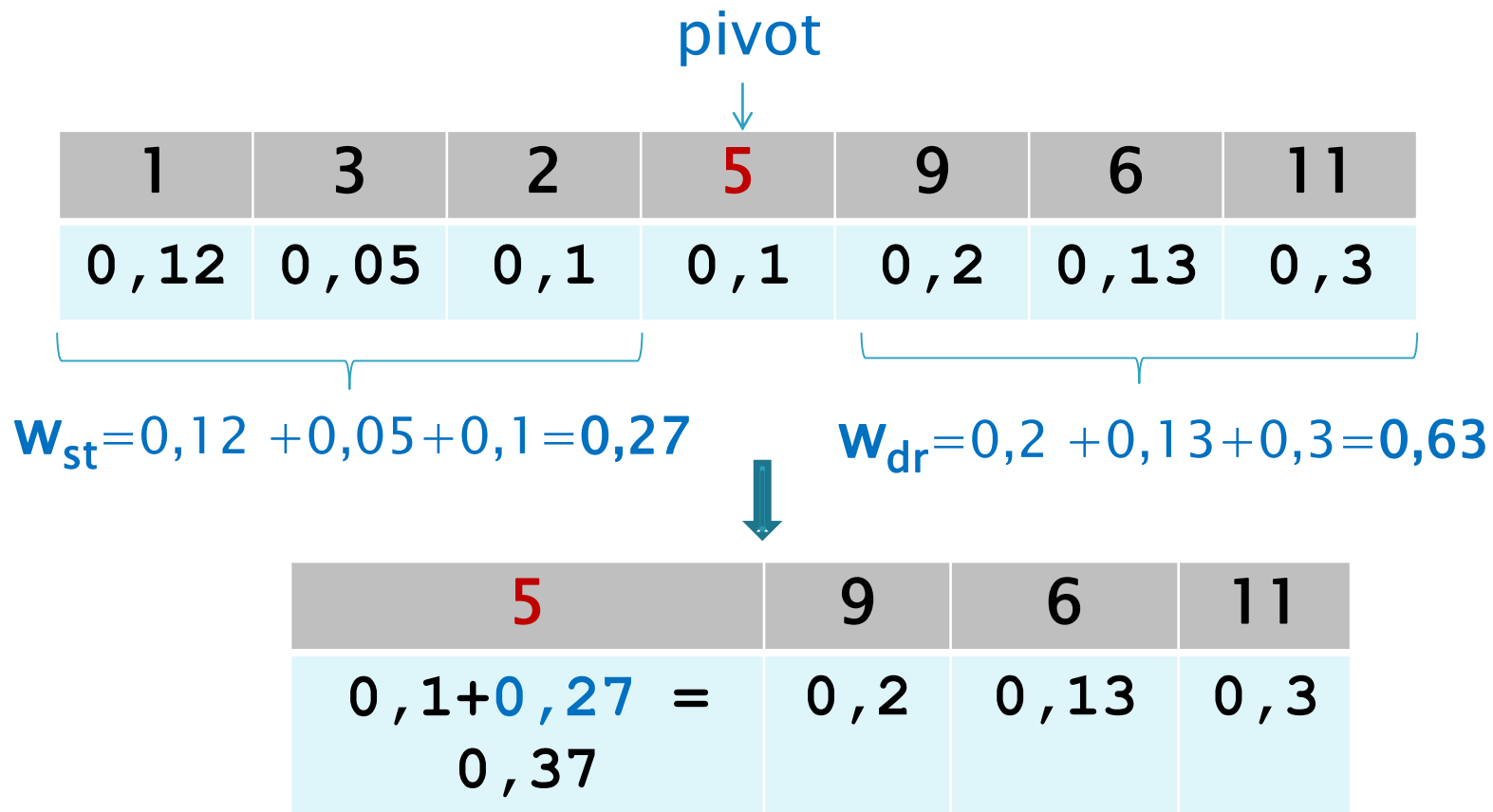
Mediana ponderată este în dreapta pivotului ($w_{dr} > 0,5$)



Ce subproblemă trebuie să rezolvăm atunci?

Mediana ponderată

Idee



Mediana problemei inițiale = mediana subproblemei

⇒ Corectitudine

Mediana ponderată

Idee



Cum alegem pivotul?

Mediana ponderată

Idee



Cum alegem pivotul?

- Cu pivot aleator \Rightarrow timp mediu $O(n)$
 - Ideal $T(n) = T(n/2) + O(n)$ (atunci $T(n) = O(n)$)
- \Rightarrow putem alege ca pivot mediana (neponderată)

Mediana ponderată

Schemă pseudocod

`Mediana_ponderata(x, w)`

`daca lungime(x) \leq 2 rezolva direct`

`altfel`

`determina m mediana inferioară a lui x`

`pozitioneaza pivotul m in x; fie poz poziția lui`

Mediana ponderată

Schemă pseudocod

`Mediana_ponderata(x, w)`

`daca lungime(x) ≤ 2 rezolva direct`

`altfel`

`determina m mediana inferioară a lui x`

`pozitioneaza pivotul m in x; fie poz poziția lui`

`calculează st= suma ponderilor elementelor din`

`stânga lui m (de pe pozițiile 1,..., poz-1)`

`calculează dr = suma... pozitiiile poz+1,...,n`

Mediana ponderată

Schemă pseudocod

`Mediana_ponderata(x, w)`

`daca lungime(x) \leq 2 rezolva direct`

`altfel`

`determina m mediana inferioară a lui x`

`pozitioneaza pivotul m in x; fie poz poziția lui`

`calculează st= suma ponderilor elementelor din`

`stânga lui m (de pe pozițiile 1,..., poz-1)`

`calculează dr = suma... pozitiile poz+1,...,n`

`dacă (st < 0.5 și dr \leq 0.5) return m (=xpoz)`

Mediana ponderată

Schemă pseudocod

`Mediana_ponderata(x, w)`

`daca lungime(x) \leq 2 rezolva direct`

`altfel`

`determina m mediana inferioară a lui x`

`pozitioneaza pivotul m in x; fie poz poziția lui`

`calculează st= suma ponderilor elementelor din`

`stânga lui m (de pe pozițiile 1,..., poz-1)`

`calculează dr = suma... pozitiiile poz+1,...,n`

`dacă (st < 0.5 și dr \leq 0.5) return m (=xpoz)`

`dacă st \geq 0.5`

`wpoz = wpoz + dr`

`return Mediana_ponderata(x[1..poz], w[1..poz])`

Mediana ponderată

Schemă pseudocod

`Mediana_ponderata(x, w)`

`daca lungime(x) \leq 2 rezolva direct`

`altfel`

`determina m mediana inferioară a lui x`

`pozitioneaza pivotul m in x; fie poz poziția lui`

`calculează st= suma ponderilor elementelor din`

`stânga lui m (de pe pozițiile 1,..., poz-1)`

`calculează dr = suma... pozitiile poz+1,...,n`

`dacă (st < 0.5 și dr \leq 0.5) return m (=xpoz)`

`dacă st \geq 0.5`

`wpoz = wpoz + dr`

`return Mediana_ponderata(x[1..poz], w[1..poz])`

`else`

`wpoz = wpoz + st`

`return Mediana_ponderata(x[poz..n], w[poz..n])`