

**Examen<sup>1</sup> la algebră, an I, sem. I, informatică  
(pentru studenții din anul I)**

**04.06.2020**

**Numele și prenumele .....**

**Grupa .....**

**Problema 1.** Definim pe mulțimea numerelor complexe  $\mathbb{C}$  următoarea relație binară:

$$x\rho y \iff x - y \in \mathbb{R}.$$

- (1) Să se arate că  $\rho$  este o relație de echivalență. **(5 pct.)**
- (2) Aflați clasa de echivalență a lui  $\pi$  în raport cu  $\rho$ . **(5 pct.)**
- (3) Aflați clasa de echivalență a lui  $1 + 2i$  în raport cu  $\rho$ . **(5 pct.)**
- (4) Aflați clasa de echivalență a lui  $a + bi$ , cu  $a, b \in \mathbb{R}$ , în raport cu  $\rho$ . **(5 pct.)**
- (5) Determinați un sistem complet și independent de reprezentanți pentru  $\rho$ . **(5 pct.)**
- (6) Folosind teorema de izomorfism pentru grupuri să se arate că grupul factor  $(\mathbb{C}/\mathbb{R}, +)$  este izomorf cu grupul  $(\mathbb{R}, +)$ . **(10 pct.)**

**Problema 2.** Fie permutarea  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 \\ 3 & 4 & 5 & 7 & 9 & 2 & 8 & 6 & 1 & 11 & 10 \end{pmatrix} \in S_{11}$ .

- (1) Descompuneți  $\sigma$  în produs de cicli disjuncți. **(5 p.)**
- (2) Descompuneți  $\sigma$  în produs de transpoziții. **(5 p.)**
- (3) Calculați  $\text{sgn}(\sigma)$  și  $\text{ord}(\sigma)$ . **(5 p.)**
- (4) Există permutări de ordin 35 în  $S_{11}$ ? **(5 p.)**
- (5) Rezolvați ecuația  $x^{2011} = \sigma$  în  $S_{11}$ . **(10 p.)**

**Problema 3.** Fie idealele  $I = (X^2)$ , respectiv  $J = (X^2 + 1)$  ale inelului de polinoame  $\mathbb{Q}[X]$ .

- (1) Dați un exemplu de polinom care aparține idealului  $I$  și are exact 3 termeni nenuli, respectiv un exemplu de polinom care nu aparține idealului  $J$  și are exact 3 termeni nenuli. **(5 p.)**
- (2) Determinați elementele nilpotente din inelul  $\mathbb{Q}[X]/I$ , respectiv  $\mathbb{Q}[X]/J$ . **(10 p.)**
- (3) Determinați elementele idempotente din inelul  $\mathbb{Q}[X]/I$ , respectiv  $\mathbb{Q}[X]/J$ . **(10 p.)**
- (4) Sunt izomorfe inelele  $\mathbb{Q}[X]/I$  și  $\mathbb{Q}[X]/J$ ? Justificați. **(5 p.)**

---

<sup>1</sup>Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 5 puncte din oficiu. Timp de lucru 3 ore. Succes!