Logică Matematică şi Computaţională

LISTE DE SUBIECTE DATE LA EXAMENUL FINAL

Claudia MUREŞAN

UNIVERSITATEA DIN BUCUREŞTI, FACULTATEA DE MATEMATICĂ ŞI INFORMATICĂ

c.muresan@yahoo.com, cmuresan@fmi.unibuc.ro, claudia.muresan@unibuc.ro

2020–2021, semestrul I

Lista 1 de subiecte

În următoarele exerciţii, enunţurile ψ şi χ pentru fiecare student sunt indicate în lista studenţilor participanţi la examen, iar, în exerciţiul 2, cuantificatorul $\mathcal{Q}$ este determinat de numărul n al subiectului individual al fiecărui student din această listă.

Exerciţiul 1. Fie V mulţimea variabilelor propoziţionale, E mulţimea enunţurilor, iar T mulţimea teoremelor formale ale logicii propoziţionale clasice.

Fie $p, q, r \in V$, două câte două distincte, $\theta, \zeta \in T$, iar $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi, \psi, \chi \in E$, definite ca mai jos:

$\alpha = [(p \vee q) \rightarrow \theta] \leftrightarrow (\zeta \rightarrow r)$, $\beta = [\theta \rightarrow (p \wedge q \wedge r)] \leftrightarrow (\neg\, p \rightarrow \neg\, \zeta)$,
$\gamma = (p \vee \neg\, q \vee \neg\, r) \rightarrow [(\theta \leftrightarrow p) \leftrightarrow \zeta]$, $\delta = [(\theta \leftrightarrow p) \rightarrow (\zeta \leftrightarrow q)] \rightarrow (p \wedge \neg\, q \wedge r)$,
$\varepsilon = [(p \vee q) \rightarrow \theta] \leftrightarrow \neg\, (r \rightarrow \zeta)$, $\varphi = [(\neg\, p \wedge \neg\, q) \rightarrow \theta] \rightarrow \neg\, (\zeta \rightarrow r)$,
iar ψ şi χ date în lista de la finalul acestui set de subiecte.

Să se determine dacă:

① mulţimea $\{\psi, \chi\}$ e consistentă;

② $\{\psi, \chi\} \vdash p \vee q \vee r$.

Exerciţiul 2. Considerăm o signatură de ordinul I $\tau = (1; 2; 0)$, un simbol de operaţie unară f, unul de relaţie binară R şi unul de constantă c, o mulţime $A = \{x, y, z\}$ având $|A| = 3$ şi o structură de ordinul I de signatură τ (cu mulţimea suport A şi înzestrată cu următoarea operaţie unară, relaţie binară şi constantă corespunzătoare simbolurilor f, R, respectiv c): $\mathcal{A} = (A, f^{\mathcal{A}}, R^{\mathcal{A}}, c^{\mathcal{A}})$, unde:

$f^{\mathcal{A}} : A \rightarrow A$, $R^{\mathcal{A}} = \{(x, x), (x, y), (y, z)\}$, $c^{\mathcal{A}} = z$,

u	x	y	z
$f^{\mathcal{A}}(u)$	y	z	x

precum şi două variabile distincte $v, w \in Var$ şi enunţurile $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \varphi, \psi, \chi \in Form(\mathcal{L}_\tau)$ definite ca mai jos, unde $\mathcal{Q}$ este un cuantificator determinat de numărul n care precede numele fiecărui student în lista studenţilor participanţi la examen, astfel: $\mathcal{Q} = \begin{cases} \forall, & \text{dacă } n \text{ este par,} \\ \exists, & \text{dacă } n \text{ este impar;} \end{cases}$

$\alpha = \forall\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [R(f(v), w) \rightarrow (R(v, f(w)) \wedge R(c, f(f(c))))]$,
$\beta = \forall\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [(R(f(v), f(w)) \vee R(f(c), c)) \rightarrow R(v, w)]$,
$\gamma = \exists\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [R(f(f(v)), v) \rightarrow (R(v, f(f(w))) \wedge R(c, c))]$,
$\delta = \exists\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [(R(f(v), f(w)) \vee R(c, c)) \rightarrow \neg\, R(f(w), f(v))]$,
$\varepsilon = \exists\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [(R(v, w) \leftrightarrow R(f(v), f(w))) \rightarrow R(c, f(c))]$,
$\varphi = \forall\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [R(v, w) \rightarrow (R(f(v), f(w)) \wedge R(f(f(v)), f(f(c))))]$,
iar ψ şi χ date în lista de la finalul acestui set de subiecte.

Să se determine dacă $\mathcal{A} \vDash \psi \wedge \chi$.

Perechile de enunţuri (ψ, χ) din subiectele individuale: $(\neg\,\alpha, \varphi)$, $(\neg\,\beta, \varepsilon)$, $(\neg\,\gamma, \delta)$, $(\neg\,\delta, \beta)$, $(\neg\,\varepsilon, \alpha)$, $(\neg\,\varphi, \gamma)$, (ε, φ), (δ, φ), (δ, ε), (γ, φ), (γ, ε), (γ, δ), (β, φ), (β, ε), (β, δ), (β, γ), (α, φ), (α, ε), (α, δ), (α, γ), (α, β), $(\neg\,\alpha, \delta)$, $(\neg\,\beta, \gamma)$, $(\neg\,\gamma, \varepsilon)$, $(\neg\,\delta, \varphi)$, $(\neg\,\varepsilon, \delta)$, $(\neg\,\varphi, \beta)$.

Lista 2 de subiecte

În următoarele exerciţii, enunţurile φ, ψ şi χ pentru fiecare student sunt indicate în lista studenţilor participanţi la examen, iar, în exerciţiul 4, cuantificatorul $\mathcal{Q}$ este determinat de numărul n al subiectului individual al fiecărui student din această listă.

Exerciţiul 3. Fie V mulţimea variabilelor propoziţionale, E mulţimea enunţurilor, iar T mulţimea teoremelor formale ale logicii propoziţionale clasice.

Fie $p, q, r \in V$, două câte două distincte, $\theta \in T$, iar $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \psi, \chi \in E$, definite ca mai jos:

$\alpha = p \to [(q \vee r) \leftrightarrow \theta]$, $\quad \beta = (p \wedge q \wedge r) \to \theta$, $\quad \gamma = \theta \leftrightarrow [p \to (q \wedge r)]$,
iar φ, ψ şi χ date în lista de la finalul acestui set de subiecte.

Să se determine dacă:

① $\{\varphi, \psi\} \vdash \chi$;

② mulţimea $\{p, q, r, \varphi, \psi, \chi\}$ e consistentă.

Exerciţiul 4. Considerăm o signatură de ordinul I $\tau = (1, 1; 2; \emptyset)$, două simboluri distincte de operaţii unare f şi g şi unul de relaţie binară R, o mulţime $A = \{a, b, c\}$ având $|A| = 3$ şi o structură de ordinul I de signatură τ (cu mulţimea suport A şi înzestrată cu următoarea operaţie unară, relaţie binară şi constantă corespunzătoare simbolurilor f, g, respectiv R): $\mathcal{A} = (A, f^{\mathcal{A}}, g^{\mathcal{A}}, R^{\mathcal{A}})$, unde:

$f^{\mathcal{A}} : A \to A$, $g^{\mathcal{A}} : A \to A$, $\qquad R^{\mathcal{A}} = \{(a, b), (b, c), (c, a)\}$,

u	a	b	c
$f^{\mathcal{A}}(u)$	a	a	b
$g^{\mathcal{A}}(u)$	b	c	c

precum şi două variabile distincte $v, w \in Var$ şi enunţurile $\alpha, \beta, \gamma, \varphi, \psi, \chi \in Form(\mathcal{L}_\tau)$ definite ca mai jos, unde $\mathcal{Q}$ este un cuantificator determinat de numărul n care precede numele fiecărui student în lista studenţilor participanţi la examen, astfel: $\mathcal{Q} = \begin{cases} \forall, & \text{dacă } n \text{ este par,} \\ \exists, & \text{dacă } n \text{ este impar;} \end{cases}$

$\alpha = \mathcal{Q}\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [R(f(v), g(w)) \to R(v, w)]$,
$\beta = \mathcal{Q}\, v\, \exists\, w\, [R(f(v), w) \to R(v, g(w))]$,
$\gamma = \forall\, v\, \mathcal{Q}\, w\, [R(f(f(v)), v) \to R(w, g(g(w)))]$,
iar φ, ψ şi χ date în lista de la finalul acestui set de subiecte.

Să se determine dacă $\mathcal{A} \vDash \varphi \to (\psi \leftrightarrow \chi)$.

Tripletele de enunţuri (φ, ψ, χ) din subiectele individuale: (α, β, γ), $(\neg\,\beta, \gamma, \alpha)$, $(\neg\,\gamma, \alpha, \beta)$, $(\neg\,\alpha, \gamma, \beta)$, $(\beta, \alpha, \neg\,\gamma)$, $(\gamma, \alpha, \neg\,\beta)$, $(\neg\,\beta, \neg\,\alpha, \neg\,\gamma)$.

Lista 3 de subiecte

În enunţurile următoare, pentru fiecare student, j este prima cifră, iar k este a doua cifră a numărului sau perechii de cifre care precedă numele studentului în lista studenţilor participanţi la examen.

Exerciţiul 5 (punctaj: **2 puncte**; fiecare cerinţă: **1 punct**)**.** Fie V mulţimea variabilelor propoziţionale, E mulţimea enunţurilor, iar T mulţimea teoremelor formale ale logicii propoziţionale clasice.

Fie $p, q, r \in V$, două câte două distincte, $\alpha, \beta \in T$, iar $\varphi_0, \varphi_1, \varphi_2, \psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_9 \in E$, astfel încât:

$$\varphi_0 = [(\alpha \leftrightarrow \neg\, p) \wedge (\beta \leftrightarrow q)] \to r, \qquad \varphi_1 = p \to [(q \leftrightarrow \alpha) \vee (r \to \neg\, \beta)],$$
$$\varphi_2 = (p \wedge q) \leftrightarrow [(\alpha \to r) \wedge [\beta \to (p \vee q \vee r)]];$$

$$\psi_0 = (p \wedge q) \to (\neg\, p \leftrightarrow r), \qquad \psi_1 = (p \wedge q) \to (\neg\, q \leftrightarrow r), \qquad \psi_2 = (p \wedge q) \to [\neg\, r \leftrightarrow (p \vee q)],$$
$$\psi_3 = (p \wedge r) \to (\neg\, p \leftrightarrow q), \qquad \psi_4 = (p \wedge r) \to (\neg\, r \leftrightarrow q), \qquad \psi_5 = (p \wedge r) \to [\neg\, q \leftrightarrow (p \vee r)],$$
$$\psi_6 = (q \wedge r) \to (\neg\, q \leftrightarrow p), \qquad \psi_7 = (q \wedge r) \to (\neg\, r \leftrightarrow p), \qquad \psi_8 = (q \wedge r) \to [\neg\, p \leftrightarrow (q \vee r)],$$
$$\psi_9 = (p \wedge q) \to [\neg\, r \to \neg\, (p \vee q)].$$

Să se determine dacă:

① $\{\varphi_j\} \vdash \psi_k$;

② $\{\psi_k\} \vdash \varphi_j$.

Exerciţiul 6 (punctaj: **1 punct**; fiecare cerinţă: **0,5 puncte**)**.** Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $\mathcal{Q}_n$ va fi un cuantificator, definit astfel: $\mathcal{Q}_n = \begin{cases} \forall, & 2 \mid n, \\ \exists, & 2 \nmid n. \end{cases}$

Considerăm o signatură de ordinul I $\tau = (1; 2, 2; \emptyset)$, un simbol de operaţie unară f, două simboluri distincte de relaţii binare R şi S, două variabile distincte $x, y \in Var$, o mulţime $A = \{a, b, c\}$ având $|A| = 3$ şi, pentru fiecare $j \in \overline{0,2}$ şi fiecare $k \in \overline{0,9}$:

- următorul enunţ $\varepsilon_{j,k} \in Form(\mathcal{L}_\tau)$:

$$\varepsilon_{j,k} = \mathcal{Q}_j\, x\, \mathcal{Q}_k\, y\, [S(x, y) \to (R(f(x), y) \wedge R(f(y), x))]$$

- şi o structură de ordinul I de signatură τ (înzestrată cu următoarele operaţii unare, relaţii binare şi constantă corespunzătoare simbolurilor de operaţii unare, simbolurilor de relaţii binare, respectiv simbolului de constantă de mai sus): $\mathcal{A}_{j,k} = (A, f^{\mathcal{A}_{j,k}}, R^{\mathcal{A}_{j,k}})$, unde:

$$f^{\mathcal{A}_{j,k}} = f_j : A \to A,$$
$$R^{\mathcal{A}_{j,k}} = R_k \subseteq A^2,$$
$$S^{\mathcal{A}_{j,k}} = R_j \circ R_k \subseteq A^2,$$

u	a	b	c
$f_0(u)$	b	c	a
$f_1(u)$	c	a	b
$f_2(u)$	c	b	a

$$R_0 = \{(a, a), (a, b), (b, c)\}$$
$$R_1 = \{(a, a), (a, c), (b, c)\}$$
$$R_2 = \{(a, a), (a, c), (c, b)\}$$
$$R_3 = \{(a, a), (b, c), (c, c)\}$$
$$R_4 = \{(a, a), (b, a), (b, c)\}$$
$$R_5 = \{(a, a), (b, a), (c, b)\}$$
$$R_6 = \{(a, a), (b, a), (c, c)\}$$
$$R_7 = \{(a, a), (c, b), (c, c)\}$$
$$R_8 = \{(a, b), (b, c), (c, c)\}$$
$$R_9 = \{(a, b), (b, b), (b, c)\}$$

① Să se deseneze diagramele prin graf orientat ale relaţiilor binare $R^{\mathcal{A}_{j,k}}$ şi $S^{\mathcal{A}_{j,k}}$.

② Să se determine dacă structura algebrică $\mathcal{A}_{j,k}$ satisface sau nu enunţul $\varepsilon_{j,k}$.

Lista 4 de subiecte

În enunţurile următoare, pentru fiecare student, j este prima cifră, iar k este a doua cifră a numărului sau perechii de cifre care precedă numele studentului în lista studenţilor participanţi la examen.

Exerciţiul 7 (punctaj: **2 puncte**; fiecare cerinţă: **1 punct**). Fie V mulţimea variabilelor propoziţionale, E mulţimea enunţurilor, iar T mulţimea teoremelor formale ale logicii propoziţionale clasice.

Fie $p, q, r \in V$, două câte două distincte, $\alpha, \beta \in T$, iar $\varphi_0, \varphi_1, \ldots, \varphi_7, \psi_0, \psi_1, \ldots, \psi_9 \in E$, astfel încât:

$$\begin{array}{ll}
\varphi_0 = r \to [(\alpha \leftrightarrow p) \to (\neg\, q \leftrightarrow \beta)], & \varphi_1 = [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \neg\, \alpha] \to (\beta \leftrightarrow r), \\
\varphi_2 = [\alpha \leftrightarrow (p \leftrightarrow \beta)] \leftrightarrow (q \leftrightarrow \neg\, r), & \varphi_3 = [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow r] \to [\alpha \leftrightarrow (\beta \leftrightarrow p)], \\
\varphi_4 = [\alpha \leftrightarrow (p \vee q \vee r)] \leftrightarrow [\beta \leftrightarrow (p \to r)], & \varphi_5 = p \to [\alpha \leftrightarrow [q \to (\beta \leftrightarrow r)]], \\
\varphi_6 = [\alpha \leftrightarrow (\beta \leftrightarrow (p \vee q))] \leftrightarrow (p \vee r), & \varphi_7 = [\alpha \leftrightarrow (p \vee q)] \to [\neg\, \beta \leftrightarrow (r \to (p \wedge q))],
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\psi_0 = [\neg\, (p \wedge q \wedge r) \to p] \to (q \vee r), & \psi_1 = [(p \vee q) \leftrightarrow (q \vee r)] \leftrightarrow [(p \vee r) \wedge (r \to q)], \\
\psi_2 = [(p \to \neg\, q) \to \neg\, r] \leftrightarrow [p \to (q \vee (r \to p))], & \psi_3 = [p \to (q \leftrightarrow r)] \vee [(p \leftrightarrow q) \to (p \leftrightarrow r)], \\
\psi_4 = [p \leftrightarrow (q \leftrightarrow r)] \leftrightarrow [(\neg\, p \leftrightarrow q) \to r], & \psi_5 = (\neg\, p \leftrightarrow q) \to [p \to (q \to r)], \\
\psi_6 = [(p \to q) \to (q \to \neg\, r)] \leftrightarrow [p \to (q \to r)], & \psi_7 = [(p \leftrightarrow q) \leftrightarrow \neg\, r] \leftrightarrow [r \to (p \wedge q)], \\
\psi_8 = p \leftrightarrow [(q \leftrightarrow r) \to (\neg\, p \leftrightarrow (q \wedge r))], & \psi_9 = [\neg\, (p \vee (q \to r)) \leftrightarrow \neg\, r] \leftrightarrow [(p \vee r) \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)].
\end{array}$$

Să se determine dacă:

① $\{p, q, r\} \vdash \varphi_j \vee \psi_k$;

② $\{\varphi_j, \psi_k\} \vdash p \vee q \vee r$.

Exerciţiul 8 (punctaj: **1 punct**). Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, $\mathcal{Q}_n$ va fi un cuantificator, definit astfel: $\mathcal{Q}_n = \begin{cases} \forall, & 2 \mid n, \\ \exists, & 2 \nmid n. \end{cases}$

Considerăm o signatură de ordinul I $\tau = (1; 2; \emptyset)$, un simbol de operaţie unară f şi unul de relaţie binară R, două variabile distincte $x, y \in Var$, o mulţime $A = \{a, b, c\}$ având $|A| = 3$ şi, pentru fiecare $j \in \overline{0,7}$ şi fiecare $k \in \overline{0,9}$:

- următorul enunţ $\varepsilon_{j,k} \in Form(\mathcal{L}_\tau)$:

$$\varepsilon_{j,k} = \mathcal{Q}_j\, x\, \mathcal{Q}_k\, y\, [R(f(f(x)), y) \to \neg\, R(f(y), x)]$$

- şi o structură de ordinul I de signatură τ (înzestrată cu următoarele operaţii unare, relaţii binare şi constantă corespunzătoare simbolurilor de operaţii unare, simbolurilor de relaţii binare, respectiv simbolului de constantă de mai sus): $\mathcal{A}_{j,k} = (A, f^{\mathcal{A}_{j,k}}, R^{\mathcal{A}_{j,k}})$, unde:

$f^{\mathcal{A}_{j,k}} = f_j : A \to A$,
$R^{\mathcal{A}_{j,k}} = R_k \subseteq A^2$,

u	a	b	c
$f_0(u)$	b	c	a
$f_1(u)$	c	a	b
$f_2(u)$	c	b	a
$f_3(u)$	b	a	a
$f_4(u)$	c	c	b
$f_5(u)$	b	a	b
$f_6(u)$	c	a	c
$f_7(u)$	b	c	c

$R_0 = \{(a,b), (b,c), (c,c)\}$
$R_1 = \{(a,c), (b,b), (b,c)\}$
$R_2 = \{(a,c), (c,b), (c,c)\}$
$R_3 = \{(b,a), (b,b), (c,c)\}$
$R_4 = \{(a,a), (b,a), (b,c)\}$
$R_5 = \{(b,b), (c,a), (c,c)\}$
$R_6 = \{(a,a), (a,b), (c,b)\}$
$R_7 = \{(a,c), (b,a), (c,b)\}$
$R_8 = \{(b,c), (c,a), (c,b)\}$
$R_9 = \{(a,b), (b,b), (c,a)\}$

Să se determine dacă structura algebrică $\mathcal{A}_{j,k}$ satisface sau nu enunţul $\varepsilon_{j,k}$.

Lista 5 de subiecte

Exercițiul 9 (punctaj: **2 puncte**; fiecare cerință: **1 punct**). Fie V mulțimea variabilelor propoziționale, E mulțimea enunțurilor, iar T mulțimea teoremelor formale ale logicii propoziționale clasice.

Fie $p, q, r \in V$, două câte două distincte, $\alpha \in T$, iar $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \xi, \varphi_1, \ldots, \varphi_{18}, \psi_1, \ldots, \psi_8 \in E$, astfel încât:

$$\gamma = (p \to \neg\,\alpha) \vee (q \leftrightarrow (r \wedge \beta)), \quad \delta = (\beta \to p) \to (\alpha \leftrightarrow (q \to r)),$$
$$\varepsilon = p \to (q \to (r \to \neg\,(\alpha \wedge \beta))), \quad \xi = p \leftrightarrow ((\alpha \leftrightarrow q) \to \beta),$$

$$\begin{array}{lll}
\varphi_1 = \gamma \to \delta, & \varphi_7 = \delta \to \gamma, & \varphi_{13} = \gamma \leftrightarrow \delta, \\
\varphi_2 = \gamma \to \varepsilon, & \varphi_8 = \varepsilon \to \gamma, & \varphi_{14} = \gamma \leftrightarrow \varepsilon, \\
\varphi_3 = \gamma \to \xi, & \varphi_9 = \xi \to \gamma, & \varphi_{15} = \gamma \leftrightarrow \xi, \\
\varphi_4 = \delta \to \varepsilon, & \varphi_{10} = \varepsilon \to \delta, & \varphi_{16} = \delta \leftrightarrow \varepsilon, \\
\varphi_5 = \delta \to \xi, & \varphi_{11} = \xi \to \delta, & \varphi_{17} = \delta \leftrightarrow \xi, \\
\varphi_6 = \varepsilon \to \xi, & \varphi_{12} = \xi \to \varepsilon, & \varphi_{18} = \varepsilon \leftrightarrow \xi,
\end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
\psi_1 = \beta \to \gamma, & \psi_5 = \gamma \to \beta, \\
\psi_2 = \beta \to \delta, & \psi_6 = \delta \to \beta, \\
\psi_3 = \beta \to \varepsilon, & \psi_7 = \varepsilon \to \beta, \\
\psi_4 = \beta \to \xi, & \psi_8 = \xi \to \beta.
\end{array}$$

Pentru fiecare $j \in \overline{1,18}$ și fiecare $k \in \overline{1,8}$, notăm cu $\Sigma_{j,k} = \{\varphi_j, \psi_k\}$.

Să se determine dacă mulțimea de enunțuri $\Sigma_{j,k}$ este consistentă în cazul în care:

① $\beta \in T$,

② $\beta \in V \setminus \{p, q, r\}$,

unde numerele j și k sunt indicate în lista studenților participanți la examen.

Exercițiul 10 (punctaj: **1 punct**). Considerăm o signatură de ordinul I $\tau = (1,1,1,1;2,2,2,2;0)$, patru simboluri de operații unare f, g, h, k, patru simboluri de relații binare P, Q, R, S, un simbol de constantă o, două variabile distincte $x, y \in Var$, o mulțime $A = \{a, b, c\}$ având $|A| = 3$ și, pentru fiecare $i, j, l, m, n \in \overline{1,3}$:

■ un enunț $\varepsilon_{i,j,l,m,n} \in Form(\mathcal{L}_\tau)$ definit astfel:

- dacă măcar unul dintre numerele naturale $i + j$ și $l + m$ se divide cu n, atunci:

$$\varepsilon_{i,j,l,m,n} = \forall\, x\, \exists\, y\, [(k(o){=}h(x)) \wedge (R(k(x), y) \to S(y, h(h(o))))]$$

- dacă niciunul dintre numerele naturale $i + j$ și $l + m$ nu se divide cu n, atunci:

$$\varepsilon_{i,j,l,m,n} = \exists\, x\, \forall\, y\, [(h(o){=}k(y)) \vee (R(o, k(h(x))) \leftrightarrow S(k(o), y))]$$

■ și o structură de ordinul I de signatură τ (înzestrată cu următoarele operații unare, relații binare și constantă corespunzătoare simbolurilor de operații unare, simbolurilor de relații binare, respectiv simbolului de constantă de mai sus):

$$\mathcal{A}_{i,j,l,m,n} = (A, f^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, g^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, h^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, k^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, P^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, Q^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, R^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, S^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}}, o^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}})$$
$$\overset{\text{(notație mai scurtă)}}{=} (A, f_i, g_j, h_{i,j}, k_{i,j}, P_l, Q_m, R_{l,m}, S_{l,m}, o_n),$$

unde:

$$f^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = f_i : A \to A,$$
$$g^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = g_j : A \to A,$$
$$h^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = h_{i,j} : A \to A,$$
$$k^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = k_{i,j} : A \to A,$$

definite prin:

u	a	b	c
$f_1(u)$	b	c	a
$f_2(u)$	c	a	b
$f_3(u)$	c	b	a
$g_1(u)$	b	a	a
$g_2(u)$	c	a	a
$g_3(u)$	b	b	a

$$P^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = P_l \subseteq A^2,$$
$$Q^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = Q_m \subseteq A^2,$$
$$R^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = R_{l,m} \subseteq A^2,$$
$$S^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = S_{l,m} \subseteq A^2,$$

definite astfel:

$$P_1 = \{(a,b),(b,c)\}$$
$$P_2 = \{(a,c),(c,b)\}$$
$$P_3 = \{(b,a),(a,c)\}$$
$$Q_1 = \{(a,a),(b,c)\}$$
$$Q_2 = \{(b,b),(a,c)\}$$
$$Q_3 = \{(c,c),(a,b)\}$$

$$o^{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}} = o_n \in A,$$

$$o_1 = a,$$
$$o_2 = b,$$
$$o_3 = c.$$

$$h_{i,j} = f_i \circ g_j,\ k_{i,j} = g_j \circ f_i, \quad R_{l,m} = P_l \circ Q_m,\ S_{l,m} = Q_m \circ P_l.$$

Să se:

- scrie tabelele de definiţie ale funcţiilor $h_{i,j}$ şi $k_{i,j}$;
- reprezinte grafic (prin grafuri orientate) relaţiile binare P_l, Q_m, $R_{l,m}$ şi $S_{l,m}$;
- calculeze valoarea de adevăr a enunţului $\varepsilon_{i,j,l,m,n}$ în structura algebrică $\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}$,

$$||\varepsilon_{i,j,l,m,n}||_{\mathcal{A}_{i,j,l,m,n}},$$

unde numerele i, j, l, m şi n sunt indicate în lista studenţilor participanţi la examen.