Exerciții

1. a) Studiați continuitatea funcției f;

b) Determinați $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$;

c) Studiați diferențiabilitatea funcției f,

unde:

i) $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^2+y^2} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0).\end{cases}$

ii) $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^6y^5}{x^{10}+y^{10}} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0).\end{cases}$

iii) $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=\begin{cases}\frac{x^3}{x^2+y^4} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0).\end{cases}$

iv) $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=\begin{cases}(x^2+y^2)\cos\frac{1}{x^2+y^2} & ;\ (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & ;\ (x,y)=(0,0).\end{cases}$

v) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^5 y^2}{\sqrt{x^{16}+y^8}} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0). \end{cases}$

vi) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x y^3}{\sqrt{x^4+y^4}} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0). \end{cases}$

vii) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x^2-y^2)^2}{x^2+y^2} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0). \end{cases}$

viii) $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y^2}{\sqrt{x^4+y^6}} & ; (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & ; (x,y) = (0,0). \end{cases}$

2. Fie $\varphi:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ o funcție diferențiabilă și $f:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = \varphi(x e^y \sin z,\ xyz)$.

Determinați $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$, $\dfrac{\partial f}{\partial z}$.

3. Fie $\varphi:\mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ o funcție diferențiabilă și $f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = \varphi(e^{x^2 y}, \sin(xy), x^2 e^{y^2})$.

Determinați $\dfrac{\partial f}{\partial x}$, $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.