Examen la Calcul Diferenţial şi Integral
29.01.2022

Oficiu: 1 punct

1. (2 puncte) a) Determinaţi mulţimea de convergenţă pentru seria de puteri

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n!}}{75^n \cdot \left(75+\sqrt{1}\right) \cdot \left(75+\sqrt{2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(75+\sqrt{n}\right)} \cdot (x+1)^n.$$

(1 punct) b) Studiaţi convergenţa simplă şi uniformă pentru şirul de funcţii $(f_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, unde

$$f_n : [1,29] \to \mathbb{R},\ f_n(x) = \frac{[nx^{56}]}{n},$$

$[\alpha]$ reprezintă partea întreagă a numărului real α.

2. Fie funcţia $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2y^2}{\sqrt{x^4+y^{10}}} & \text{, dacă } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{, dacă } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

(0,5 puncte) i) Studiaţi continuitatea funcţiei f.

(1 punct) ii) Determinaţi $\dfrac{\partial f}{\partial x}$ şi $\dfrac{\partial f}{\partial y}$.

(0,5 puncte) iii) Studiaţi diferenţiabilitatea funcţiei f.

(2 puncte) **3.** Fie $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y) = 4x^2 + 3xy + 8y^2.$$

Determinaţi punctele de extrem global ale funcţiei $f|_{\overline{B}((0,0),1)}$, unde

$$\overline{B}\left((0,0),1\right) = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2+y^2 \leq 1\}.$$

(2 puncte) **4.** Determinaţi

$$\iint_A x\,dx\,dy,$$

unde $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid x \geq y^2 - 3,\ x \leq 9+y,\ x \leq 9-y\}$.