Problema monedelor

- Avem la dispoziție un număr **nelimitat** de monede de valori $\{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ şi o sumă S care trebuie plătită.

Să se determine o modalitate de plată a sumei S folosind un număr minim de monede (știind că este posibil să plătim suma S).

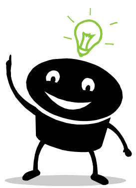
Exemplu: Pentru monedele {1, 8, 5, 4 } şi S = 11, plata optimă este 5 + 5 + 1

Problema monedelor

- Care este prima monedă dintr-o descompunere optimă pentru monedele {1, 8, 5, 4 } şi S =11 ?

Problema monedelor

- Care este prima monedă dintr-o descompunere optimă pentru monedele {1, 8, 5, 4 } şi S = 11 ?



Dacă începem cu moneda 1, mai trebuie să plătim S – 1 = 10
Dacă începem cu moneda 8, mai trebuie să plătim S – 8 = 3
Dacă începem cu moneda 5, mai trebuie să plătim S – 5 = 6
Dacă începem cu moneda 4, mai trebuie să plătim S – 4 = 7

Dacă am şti care dintre sumele 10, 3, 6, 7 se poate plăti cu un număr mai mic de monede, atunci am şti cu ce monedă să începem

$\Rightarrow$ Subprobleme utile:

Numărul minim de monede cu care se poate plăti o sumă $s \leq S$ – verifică principiu de optimalitate

Problema monedelor

- **Principiu de optimalitate**

Dacă prima monedă pe care o folosim pentru plata optimă a unei sume s este v_i, atunci restul monedelor folosite pentru această plată optimă constituie o soluție optimă pentru $s - v_i$.

- **Subproblemă:**

`nr[s]` = numărul minim de monede necesare pentru a plati o sumă $s \leq S$.

- **Soluție** **`nr[S]`**

Problema monedelor

- Ştim direct

- Relaţie de recurenţă

- Ordinea de calcul

- Memorarea unei soluţii

Problema monedelor

- **Ştim direct**

  $nr[0] = 0$

- **Relaţie de recurenţă**

  $$nr[s] = \min\{1 + nr[s - v_i],\ 1 \le i \le n,\ v_i \le s\}$$

- **Ordinea de calcul**

  $s = 1,\dots,S$ -> Complexitate $O(nS)$

- **Memorarea unei soluţii**

  `moneda[s]` = indicele **i** pentru care se realizează minimul din formula pentru **nr[s]**