

Lista 2

1. Fie multimea $A = \{1, 2, 3, 4\}$. Determinați toate partițiile multimei A . Identificați, la alegere, pentru câte o partiție cu 1, 2, 3, respectiv 4 mulțimi, relația de echivalență corespunzătoare.
2. Care dintre următoarele relații pe \mathbb{R} este o relație de echivalență : (a) $x \sim y$ dacă $x - y \in \mathbb{Z}$?
(b) $x \beta y$ dacă $|x - y| < 2$?
(c) $x \gamma y$ dacă $x + y \in \mathbb{Z}$?
3. Fie R multimea relațiilor binare pe $\{1, 2, 3\}$. Considerăm axiomele de : (1) reflexivitate ; (2) simetrie ; (3) tranzitivitate. Calculați imaginea funcției următoare : $g: R \rightarrow \{0, 1, \dots, 7\}$, unde $a_i = 1$ (resp. $a_i = 0$) dacă ρ satisface (resp. nu satisface) axioma (i).
4. Pe multimea \mathbb{C} definim relația " \sim ": $z \sim w \Leftrightarrow z - w \in \mathbb{R}$. Arătați că " \sim " este relație de echivalență, determinați clasele de echivalență și un SCR pentru " \sim ". Este funcția $f: \mathbb{C}/\sim \rightarrow \mathbb{R}$, bime definită ?
 $f(\widehat{a+bi}) = b^2 - 3b + 2$
($\widehat{a+bi}$ reprezintă clasa de echivalență a lui $a+bi$ modulo " \sim ").
5. Fie A multimea $\{1, 2, \dots, 2020\}$. Să se determine numărul relațiilor de echivalență pe A ale căror mulțimi factor sunt formate din 2 clase de echivalență.
6. Pe multimea \mathbb{R} definim relația " \sim ":
 $x \sim y \Leftrightarrow x^2 - x = y^2 - y$ sau $x^2 - 5x = y^2 - 5y$.
Verificați dacă " \sim " este o relație de echivalență, și în caz afirmativ determinați multimea factor și un SCR pentru " \sim ".
7. Fie \mathbb{Z}_{31} multimea factor a lui \mathbb{Z} modulo relația de echivalență " $\equiv (\text{mod } 31)$ ". Știind că $\{0, 1, \dots, 30\}$ este un SCR pentru " $\equiv (\text{mod } 31)$ ", determinați pentru fiecare din numerele :
 $2019^{2019}, 2020^{2020}, 2021^{2021}$ reprezentantul corespunzător.
Aceeași cerință pt aceleași numere în \mathbb{Z}_{100} .