Curs 1

Bibliografie • T. Dumitrescu – Algebră Abstract (2006)

D. Dummit, R. Foote – Algebra (2005, 3rd ed.)

C. Năstăsescu, C. Niță și C. Vraciu – Bazele Algebrei (1986)

C. Băețica, S. Dăscălescu, C. Boboc, G. Mincu – Probleme de algebră

multe → (2008)
probleme numerice

I.D. Ion, C. Niță, D. Popescu, N. Radu – Probleme de algebră

(1981)

probleme teoretice
mai grele

Mulțimi. Funcții

Def. O mulțime înseamnă o colecție de obiecte, numite elementele mulțimii.

A – mulțime $a \in A$ ($\overset{not}{\Longleftrightarrow}$ a este un element al mulțimii A)

B este o submulțime a lui A   Not $B \subseteq A$

($B \neq A$, $B \subseteq A \overset{NOT}{\leadsto} B \subsetneq A$)

Exemple ① $A = \{1, 2, \ldots, 300\} = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 300\}$

(Convenție $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \ldots, \ldots\}$)

② $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2, 3\}$

Exc Calc. $A = \{x \in \mathbb{C} \mid (x-1) \cdot \ldots \cdot (x-100) = 0\}$.

③ $\mathbb{N} \subsetneq \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \mathbb{C}$. $\qquad \mathbb{N}^* = \{1, 2, \ldots\}$

---

① Operații cu mulțimi $\qquad A, B$ mulțimi

① $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ sau } x \in B\}$

② $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \in B\}$

③ $A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ și } x \notin B\}$

diferența dintre A și B

④ $A \subseteq M \qquad \complement_M A = M \setminus A \quad \begin{pmatrix} \text{complementara} \\ \text{lui } A \text{ în } M \end{pmatrix}$

Def 1) Mulțimea vidă este mulțimea care nu are niciun element. Ea se notează cu $\emptyset$.

(Ex $\emptyset = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq -1\}$)

2) A, B s.m. disjuncte dacă $A \cap B = \emptyset$.

⑤ A, B mulțimi $\qquad A \times B = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B\}$

produsul cartezian al mulțimilor A și B

Ex

$$A = \{1, 2, 3\} \subseteq M = \{1, 2, 3, 4, 5\} \qquad B = \{6, 7\}$$

$$C_M A = \{4, 5\}$$

$$A \times B = \{(1,6), (2,6), (3,6), (1,7), (2,7), (3,7)\}$$

Obs $\quad A \subseteq M \qquad A \cap C_M A = \emptyset$

Ex $\quad A = \{1, 2, 3\}, \quad B = \{2, 3, 5\}$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5\}$$
$$A \cap B = \{2, 3\}$$
$$A \setminus B = \{1\}$$
$$B \setminus A = \{5\}$$

⑥ $\quad A, B$ multimi $\quad A \triangle B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

diferenta
simetrica
a lui A si B

$$A \triangle B = \{1, 5\}$$

Propr. (ale operatiilor cu multimi)

① $\quad A \cup B = B \cup A, \quad A \cap B = B \cap A$

② $\quad A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C, \quad A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

③ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C), \quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

④ $A, B \subseteq M \qquad C_M (A \cup B) \overset{def}{=} M \setminus (A \cup B) = C_M A \cap C_M B$

$$C_M (A \cap B) = \ldots = C_M A \cup C_M B.$$

Obs $\quad$ Pt a arăta o egalitate de multimi,
$\quad A = B$, dem. că $\quad A \subseteq B$ si $B \subseteq A$.

Exc① Să se arate că $\mathbb{R} \setminus \{1/2\} = \{x \mid x = \dfrac{a+1}{2a+1}, \ a \in \mathbb{R} \setminus \{-\tfrac{1}{2}\}\}$

② $(3\mathbb{N}+2) \cap (5\mathbb{N}+1) = 15\mathbb{N}+11$

$\uparrow$ LCR