n m

Curs 1

email: vladoiu@fmi.unibuc.ro

Bibliografie

T. Dumitrescu – Algebră (2006)

D. Dummit, R. Foote – Algebra (~2009)

C. Năstăsescu, C. Niță și C. Vraciu – Bazele algebrei (1986)

C. Băețica, S. Dăscălescu, G. Mincu – Probleme de algebră (2008)
C. Boboc
(multe prb numerice)

I. D. Ion, C. Niță, D. Popescu, N. Radu – Probleme de algebră (1981)
(probleme teoretice (mai grele))

Mulțimi. Funcții

Def O mulțime înseamnă o colecție de obiecte, numite elementele mulțimii.

A mulțime $a \in A$ ($\Leftrightarrow$ a este un element al mulțimii A)

Ex $A = \{1, 3, 34\}$ $3 \in A$, $4 \notin A$.

A este o submulțime a lui B $A \subseteq B$

$A \subset B$ ($\Leftrightarrow A \subseteq B$ și $A \neq B$)

Ex ① $A = \{1,2,3,4,\dots,100\}$ mulțime $= \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 100\}$

② $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 - 5x + 6 = 0\} = \{2,3\}$ $= \{x \in \mathbb{C} \mid (x-1)\cdot\ldots\cdot(x-100) = 0\}$

③ $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \mathbb{C}$; $\mathbb{N} \overset{not}{=} \{0,1,2,3,4,\dots\}$, $\mathbb{N}^* = \{1,2,\dots\}$

Operații cu mulțimi A, B mulțimi

① $A \cup B = \{x \mid x \in A$ sau $x \in B\}$

② $A \cap B = \{x \mid x \in A$ și $x \in B\}$

③ $A \setminus B = \{x \mid x \in A$ și $x \notin B\}$

Ex $A = \{1,2,3\}$, $B = \{2,3,5\}$ $A \cup B = \{1,2,3,5\}$, $A \cap B = \{2,3\}$

$A \setminus B = \{1\}$, $B \setminus A = \{5\}$

④ $A \subseteq M$ $\complement_M A = M \setminus A$ (complementara lui A în M)

Def 1) Mulțimea vidă este mulțimea care nu are niciun element, s.m. cu $\emptyset$. (Ex $\emptyset = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq -1\}$)

2) A, B s.m. disjuncte dacă $A \cap B = \emptyset$.

⑤ A, B mulțimi $A \times B = \{(a,b) \mid a \in A, b \in B\}$

* produsul cartezian a 2 mulțimi

Ex $A=\{1,2,3\} \subseteq M=\{1,2,3,4,5\}$; $B=\{6,7\}$.

$\complement_M A = M \setminus A = \{4,5\}$

$A \times B = \{(1,6),(1,7),(2,6),(2,7),(3,6),(3,7)\}$.

Obs $A \subseteq M$ $\quad A \cap \complement_M A = \emptyset$ ← A, B, C multimi

Propr

① $A \cup B = B \cup A$, $A \cap B = B \cap A$

② $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$, $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

③ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$ $\quad A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

④ $A, B \subseteq M$ $\quad \complement_M(A \cup B) = \complement_M A \cap \complement_M B$; $\complement_M(A \cap B) = \complement_M A \cup \complement_M B$.

Ex ① $A = \{x \mid x = \frac{a+1}{2a+1},\ a \in \mathbb{R} \setminus \{-\frac{1}{2}\}\} = \mathbb{R} \setminus \{1/2\}$ (Exc!)

② $\{3m+2 \mid m \in \mathbb{N}\} \cap \{5n+1 \mid n \in \mathbb{N}\} = \{15m+11 \mid m \in \mathbb{N}\}$ (Exc!)

$3\mathbb{N}+2$ $\quad 5\mathbb{N}+1$ $\quad 15\mathbb{N}+11$

apl. LCR