

EXAMEN CALCUL DIFERENTIAL SI INTEGRAL  
SERIA 13

OFICIU: **1 punct**

SUBIECTUL 1. (2 puncte)

Sa se studieze natura seriei  $\sum_{n=0}^{+\infty} \frac{1.5.9 \dots (4n+1)}{2.6.10 \dots (4n+2)} \cdot \frac{1}{n+1}$ .

SUBIECTUL 2. (2 puncte)

Sa se determine punctele de extrem local ale functiei  $f : \mathbb{R} \times (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x, y) = y \ln(x^2 + y^2) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R} \times (0, +\infty)$ .

SUBIECTUL 3. (2 puncte)

Sa se demonstreze inegalitatea  $\ln(1+x) < x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} \quad \forall x \in (0, +\infty)$ .

SUBIECTUL 4. (3 puncte)

a) Sa se calculeze  $\iint_D \sqrt{x+y} dx dy$ , unde  $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \leq x+y \leq 1, y \geq -1\}$ .

b) Se considera o functie derivabila  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  cu proprietatea că  $\exists \lim_{x \rightarrow \infty} (3f(x) + xf'(x)) = l \in \mathbb{R}$ . Sa se demonstreze ca  $\exists \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{l}{3}$ .