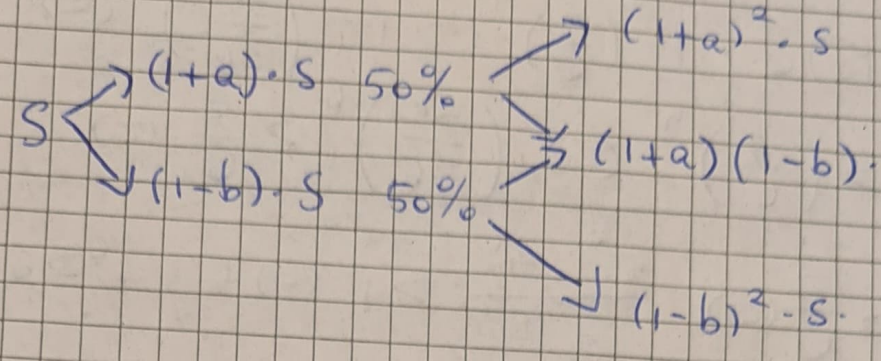
Temă P&S

2.



Așadar, cel mai probabil rezultat este

$$\left.\begin{array}{l}(1+a)^{\frac{n}{2}}(1-b)^{\frac{n}{2}}\cdot S\\ \text{Dacă aceste } \not S \Rightarrow \text{dezavantajos}\end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1+a)^{\frac{n}{2}}(1-b)^{\frac{n}{2}}\cdot S < S \Leftrightarrow (1+a)^{\frac{n}{2}}(1-b)^{\frac{n}{2}} < 1$$

$$\Leftrightarrow (1+a)(1-b) < 1 \Leftrightarrow 1+a < \frac{1}{1-b} \Leftrightarrow a < \frac{b}{1-b},$$

$b \neq 1$ (caz în care pierdem tot)

Așadar, este dezavantajos să jucăm de mai multe ori când $a < \frac{b}{1-b}$, $a \in [0,1]$, $b \neq 1$

4. Fie $\begin{cases} P_1 \text{ probabilitatea un 6 în 4 aruncări} \\ P_2 \text{ probabilitatea 2 de 6 în 24 aruncări} \end{cases}$

$\mathbb{P}(P_1) = 1 -$ probabilitatea să nu obținem un 6 în 4 ~~arun~~ aruncări $= 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^4$ *

Similar, $\mathbb{P}(P_2) = 1 - \left(\frac{35}{36}\right)^{24}$

Presupunem că $\mathbb{P}(P_1) > \mathbb{P}(P_2)$.

$\mathbb{P}(P_1) > \mathbb{P}(P_2) \Leftrightarrow 1-\left(\frac{5}{6}\right)^4 > 1-\left(\frac{35}{36}\right)^{24} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\frac{35}{36}\right)^{24} > \left(\frac{5}{6}\right)^4 \Leftrightarrow \left(\frac{35}{36}\right)^6 > \frac{5}{6} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{5^6 \cdot 7^6}{6^{12}} > \frac{5}{6} \Leftrightarrow \frac{5^5 \cdot 7^6}{6^{11}} > 1 \Leftrightarrow 5^5 \cdot 7^6 > 6^{11}$

$\Leftrightarrow 367.653.125 > 362.797.056$ (A)

49 · 49 = 2401; 2401 · 49 = 117649; 117649 · 625 = 73530625; 73530625 · 5 = 367653125

36 · 36 = 1296; 1296 · 36 = 46656; 46656 · 36 = 1679616; 1679616 · 36 = 60466176; 60466176 · 6 = 362797056

3. c) $\overline{(A \cup B)} = \overline{A} \cap \overline{B}$

Fie $x \in \overline{A \cup B} \Leftrightarrow x \notin A \cup B \Leftrightarrow x \notin A \wedge x \notin B \Leftrightarrow x \in \overline{A} \wedge x \in \overline{B} \Leftrightarrow x \in \overline{A} \cap \overline{B}$

ii) $\overline{(A \cap B)} = \overline{A} \cup \overline{B}$

Fie $A^c = \overline{A}$, $B^c = \overline{B} \Rightarrow A = \overline{A^c}$, $B = \overline{B^c}$

$\overline{\overline{A^c} \cap \overline{B^c}} = A^c \cup B^c \Leftrightarrow \overline{A^c} \cap \overline{B^c} = \overline{A^c \cup B^c}$ (A) (cf 2)

$\Rightarrow \overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$

iii) $\left(\bigcup_m A_m\right)^c = \bigcap_m A_m^c$

$(A_1 \cup A_2)^c = A_1^c \cap A_2^c$ (A) dim c)

Presupunem că $\left(\bigcup_n A_n\right)^c = \bigcap_n A_n^c$ și arătăm că

$\left(\bigcup_{n+1} A_{n+1}\right)^c = \bigcap_{n+1}^{c} A_{n+1}$

$\left(\bigcup_{n+1}\right)$

$\left(\bigcup_{n+1} A_{n+1}\right)^c = \left(\bigcup_n A_n \cup A_{n+1}\right)^c \overset{\text{cf ii)}}{=} \left(\bigcup_n A_n\right)^c \cap A_{n+1}^c$ (A)

cf inducției matematice $\Rightarrow \left(\bigcup_m A_m\right)^c = \bigcap_m A_m^c$

iv) Analog iii)