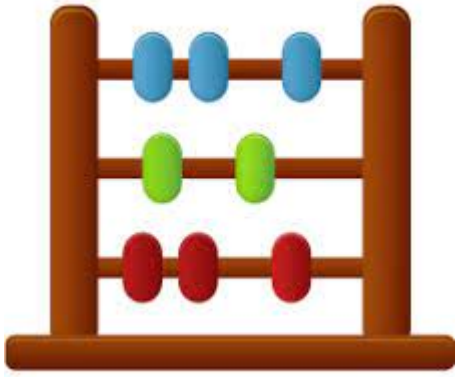
Pesquisa e Ordenação de Dados

Unidade 2.7:

Counting Sort



Ordenação por Comparação de Chaves

- Todos os algoritmos vistos até o momento utilizam comparações entre chaves
- Estes algoritmos possuem um limite inferior de complexidade de tempo **Ω(n log n)**
  - algoritmos com pior caso igual a O(n log n), como Merge Sort e Heap Sort, são ditos ótimos, pois assintoticamente não se pode usar menos comparações
- No entanto, podemos obter o tempo de **O(n)** sob certas circunstâncias, as quais tornam possível ordenar sem o uso de comparações

Counting Sort

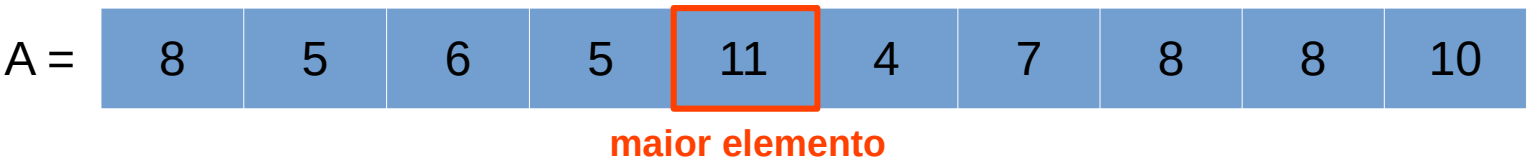
- Proposto por Harold H. Seward em 1954
- Ordenação por contagem
  - ao invés de comparar as chaves entre si, conta o número de ocorrências de cada chave
  - depois, distribui os elementos no vetor ordenado considerando a frequência das chaves
- As chaves devem ser números naturais, pois servirão como índices do vetor de contagem
  - ideal que estejam em um intervalo pequeno

Counting Sort
Funcionamento

- Supondo que temos um vetor **A** de **n** elementos a serem ordenados e que o maior elemento do vetor é **k**:
  1) Criar um array de contagem **count** com **k+1** posições (ou seja, com intervalo de 0 até k), todas inicializadas com 0;

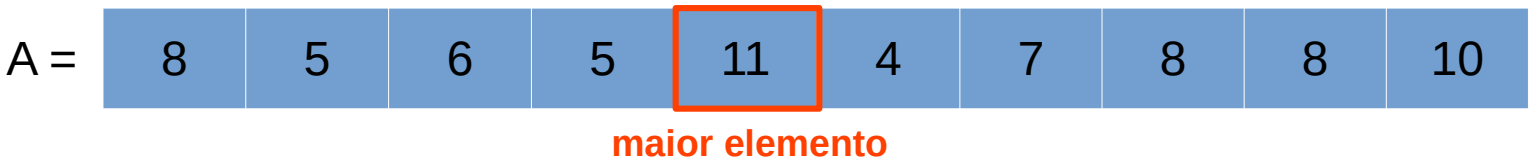
Counting Sort

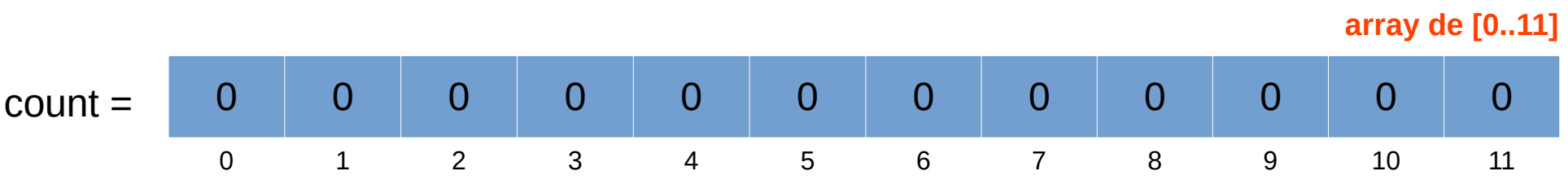
Exemplo (1)



Counting Sort

Exemplo (2)



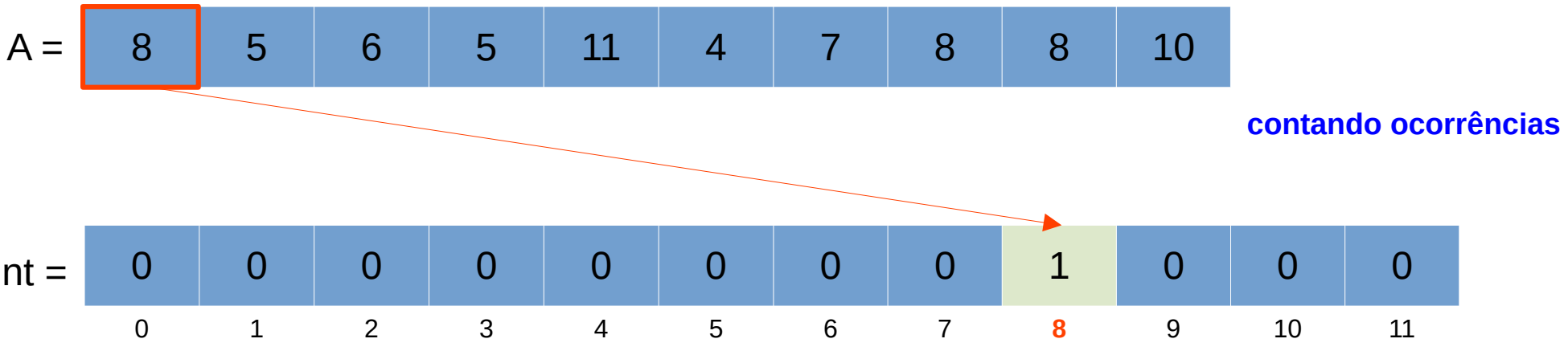


Counting Sort
Funcionamento

- Supondo que temos um vetor **A** de **n** elementos a serem ordenados e que o maior elemento do vetor é **k**:
  1) Criar um array de contagem **count** com **k+1** posições (ou seja, 0..k), todas inicializadas com 0;
  2) **Iterar sobre A e, a cada ocorrência de uma chave, incrementar em count o valor na posição cujo índice seja o próprio valor da chave A[i];**

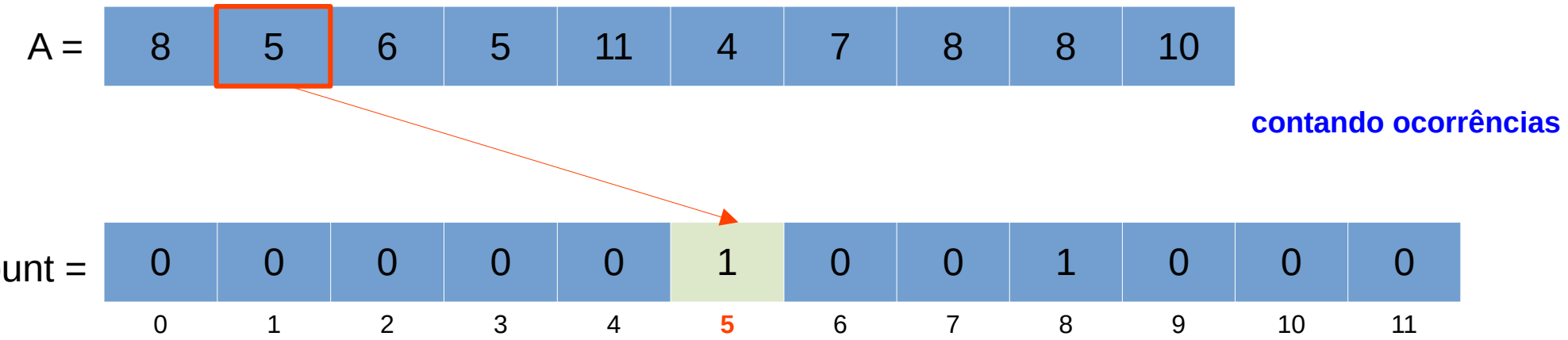
Counting Sort

Exemplo (3)



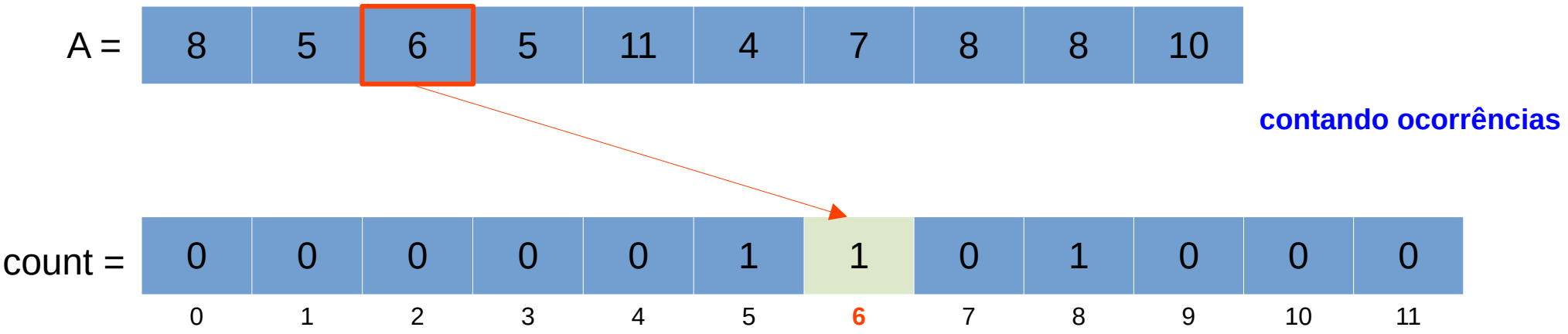
Counting Sort

Exemplo (4)



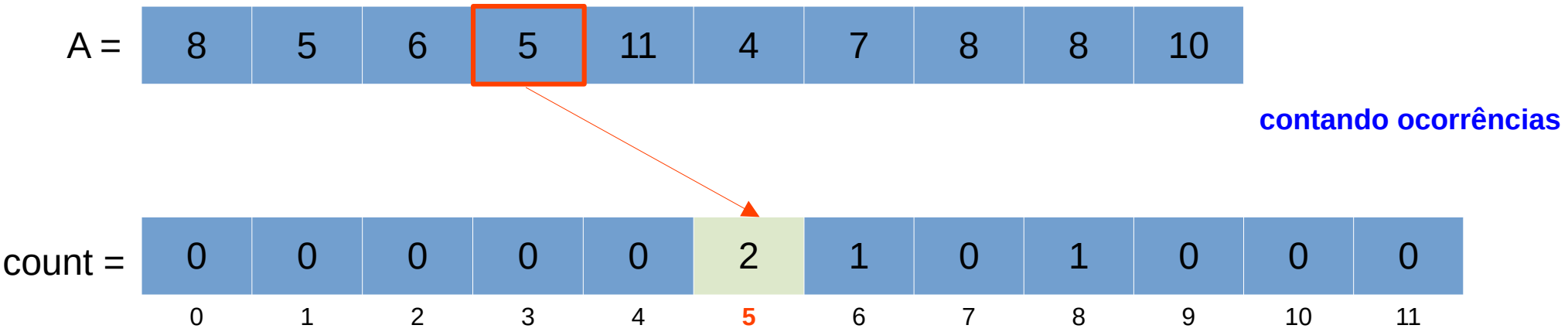
Counting Sort

Exemplo (5)



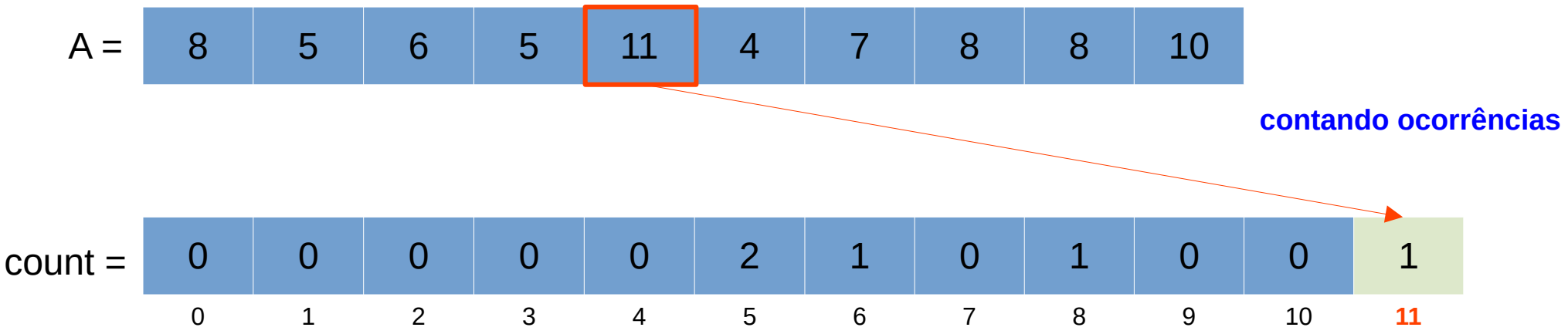
Counting Sort

Exemplo (6)



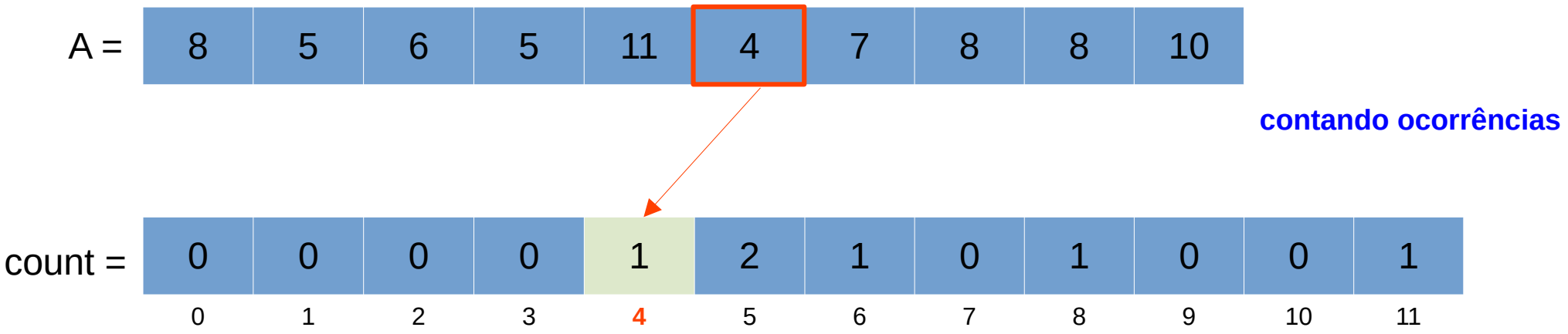
Counting Sort

Exemplo (7)



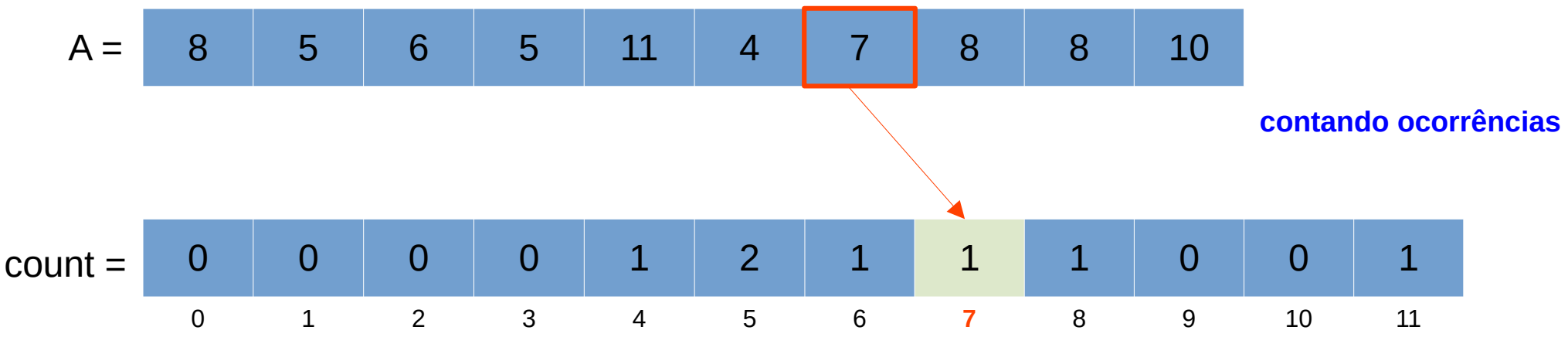
Counting Sort

Exemplo (8)



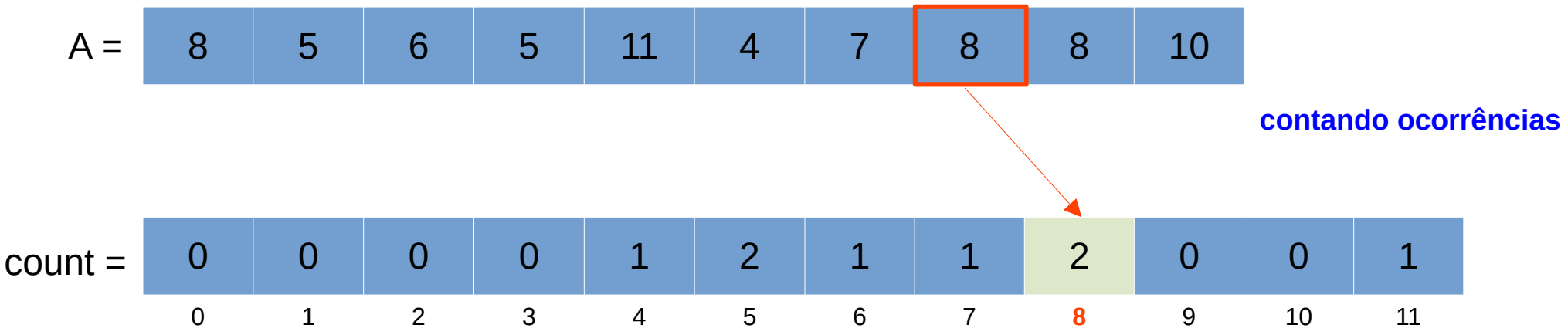
Counting Sort

Exemplo (9)



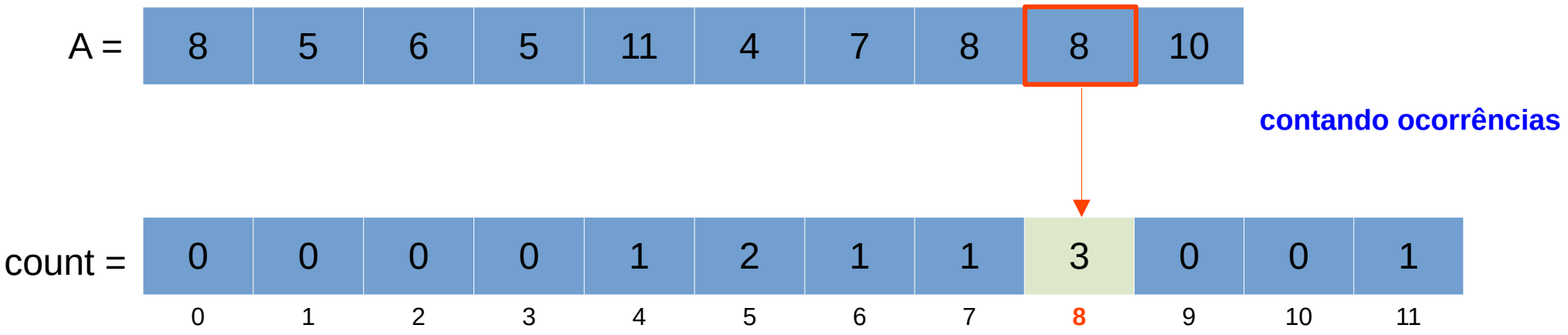
Counting Sort

Exemplo (10)



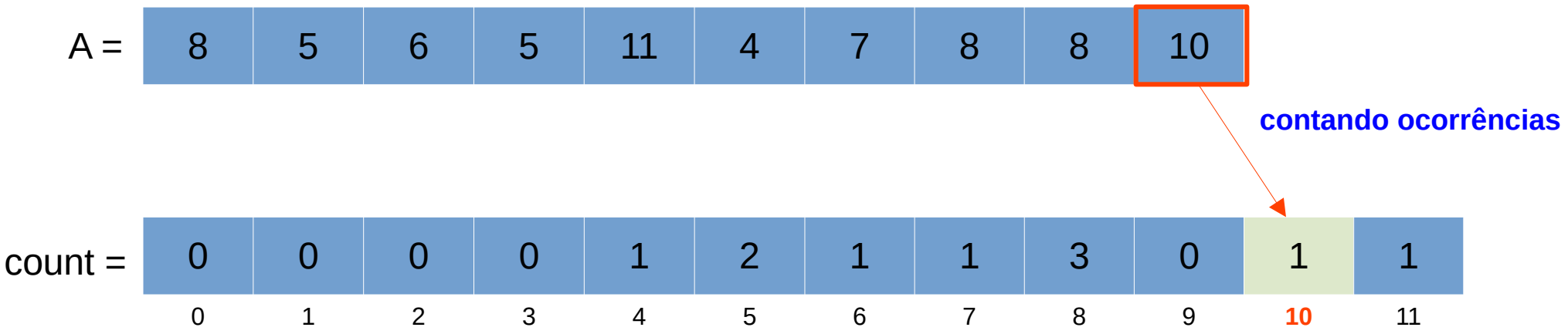
Counting Sort

Exemplo (11)



Counting Sort

Exemplo (12)



Counting Sort
Exemplo (12)

A =	8	5	6	5	11	4	7	8	8	10

contando ocorrências

count =	0	0	0	0	1	2	1	1	3	0	1	1
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

- Resumo:
  - não ocorrem: 0, 1, 2, 3 e 9
  - ocorrem 1 vez: 4, 6, 7, 10 e 11
  - ocorre 2 vezes: 5
  - ocorre 3 vezes: 8

Counting Sort
Exemplo (12)

A =	8	5	6	5	11	4	7	8	8	10

count =	0	0	0	0	1	2	1	1	3	0	1	1
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

Se o conjunto de entrada é uma lista simples de números, neste ponto, basta iterar sobre count: todo o índice cujo valor for diferente de 0 é copiado para A o número de vezes armazenado naquele índice.

4	5	5	6	7	8	8	8	10	11
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

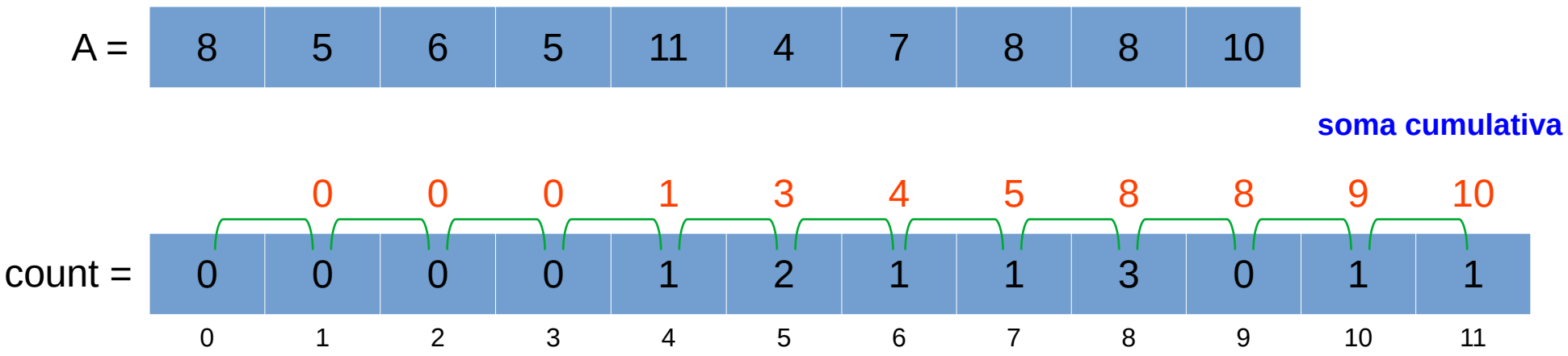
Porém, se o conjunto de entrada é uma lista que contém mais campos além da chave numérica? Neste caso, seguimos os próximos passos...

Counting Sort
Funcionamento

- Supondo que temos um vetor **A** de **n** elementos a serem ordenados e que o maior elemento do vetor é **k**:
  1) Criar um array de contagem **count** com **k+1** posições (ou seja, 0..k), todas inicializadas com 0;
  2) Iterar sobre **A** e, a cada ocorrência de uma chave, incrementar em **count** o valor na posição cujo índice seja o próprio valor da chave **A[i]**;
  3) **Realizar a soma cumulativa em count: cada posição conterá a soma de todas as posições anteriores;**

Counting Sort

Exemplo (13)



Counting Sort
Exemplo (14)

A =	8	5	6	5	11	4	7	8	8	10

count atualizado com a soma cumulativa

count =	0	0	0	0	1	3	4	5	8	8	9	10
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

A soma cumulativa armazenada em uma posição representa quantos valores são menores do que o valor representado pelo índice desta posição.

Com isso, sabemos em que posição cada chave deve estar na ordenação final.

Ex: a chave 6 estará na 4ª posição, pois há 3 chaves menores que ela; a chave 4 estará na 1ª posição.

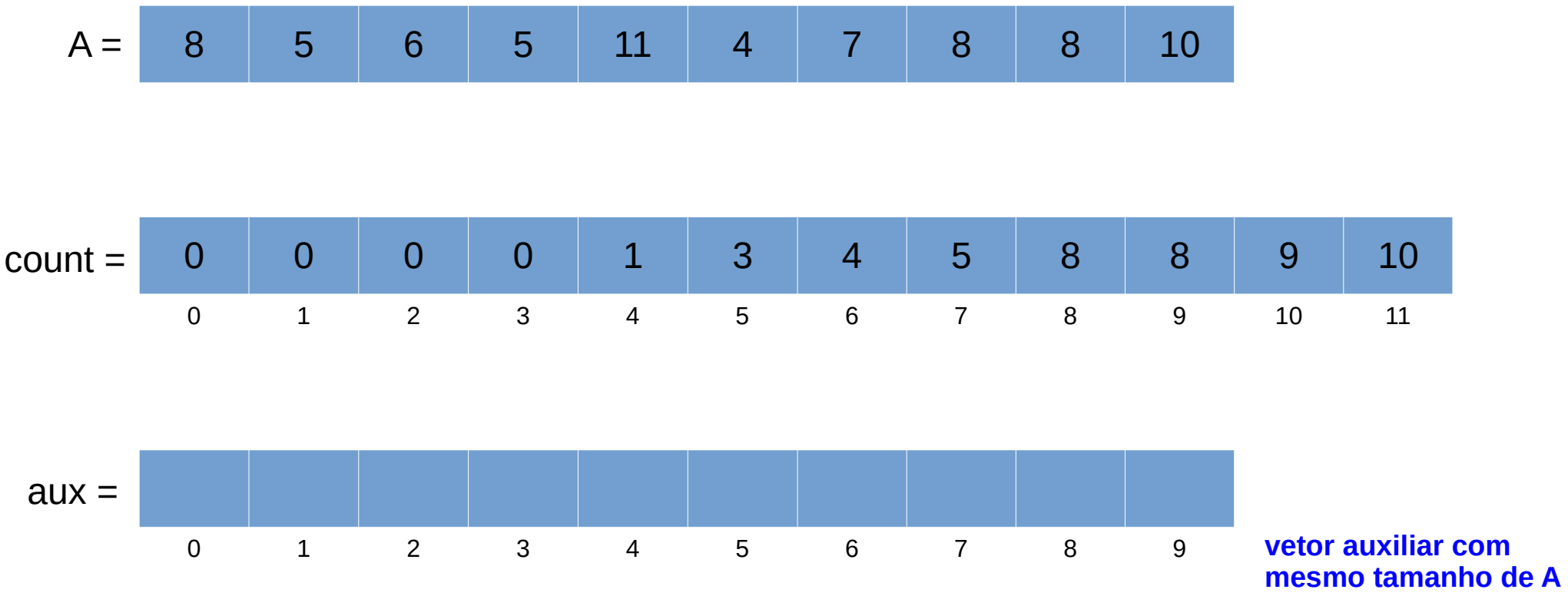
Counting Sort
Funcionamento

- Supondo que temos um vetor **A** de **n** elementos a serem ordenados e que o maior elemento do vetor é **k**:

1) Criar um array de contagem **count** com **k+1** posições (ou seja, 0..k), todas inicializadas com 0;
2) Iterar sobre **A** e, a cada ocorrência de uma chave, incrementar em **count** o valor na posição cujo índice seja o próprio valor da chave **A[i]**;
3) Realizar a soma cumulativa em **count**: cada posição conterá a soma de todas as posições anteriores;
4) **Criar um array auxiliar aux com o mesmo tamanho de A. Para cada chave em A, começando pelo final, decrementamos a contagem correspondente em count e inserimos a chave em aux na posição da contagem;**

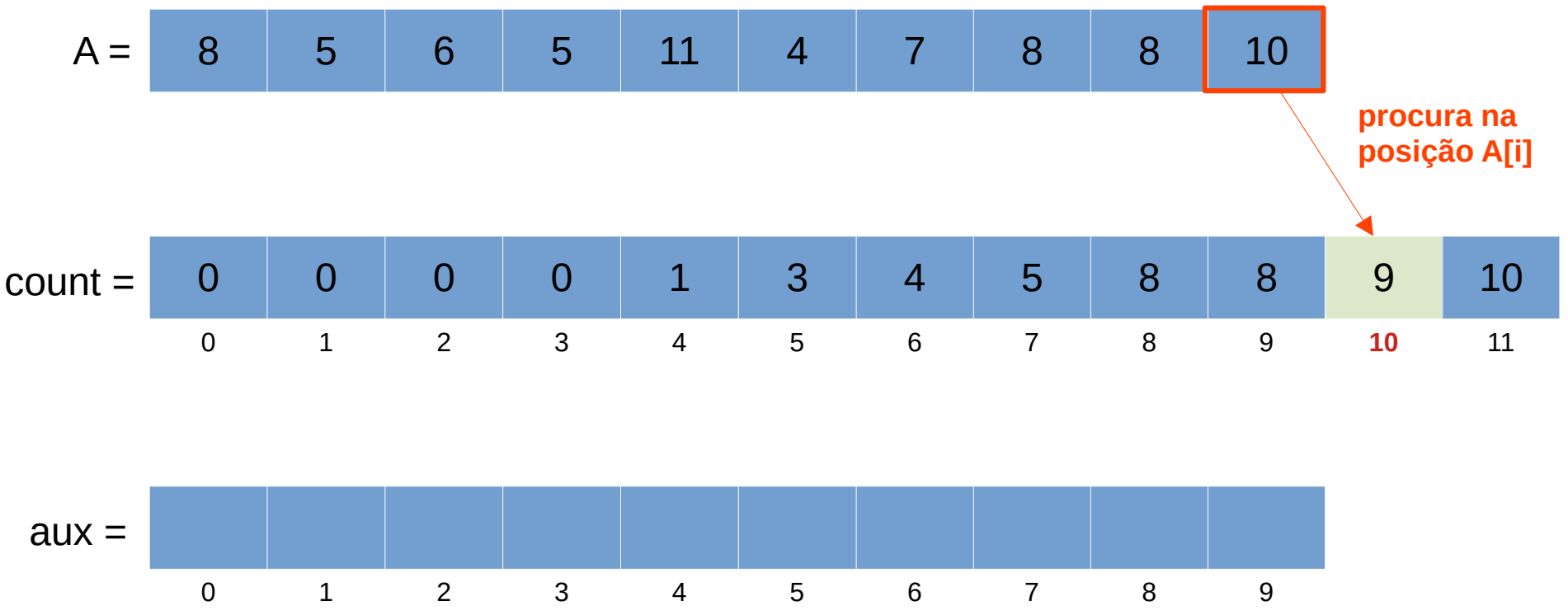
Counting Sort

Exemplo (15)



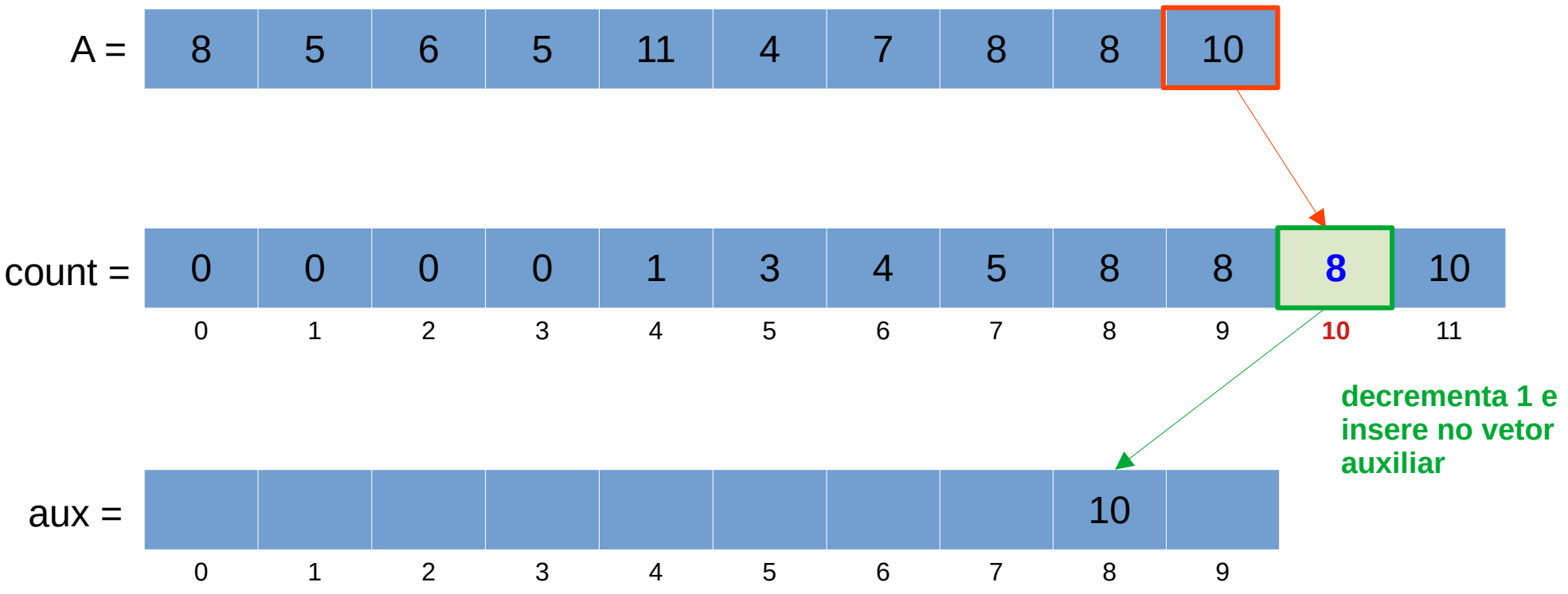
Counting Sort

Exemplo (16)



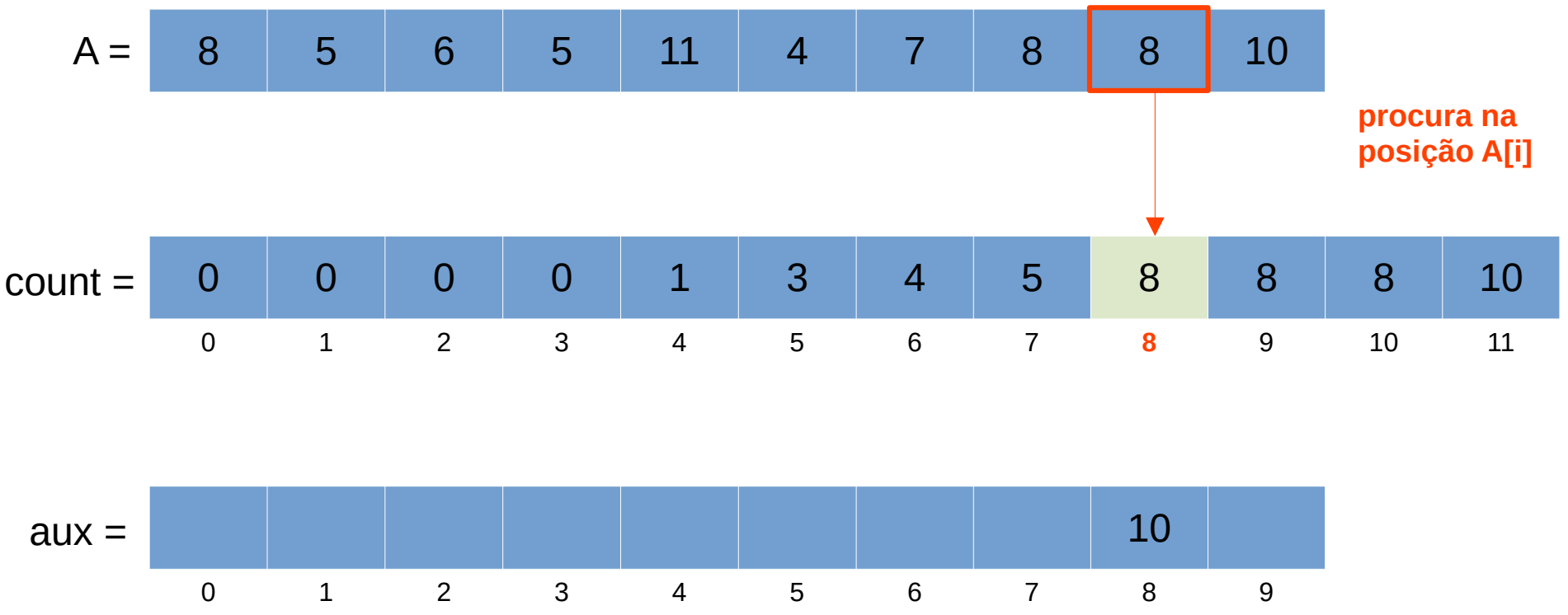
Counting Sort

Exemplo (17)



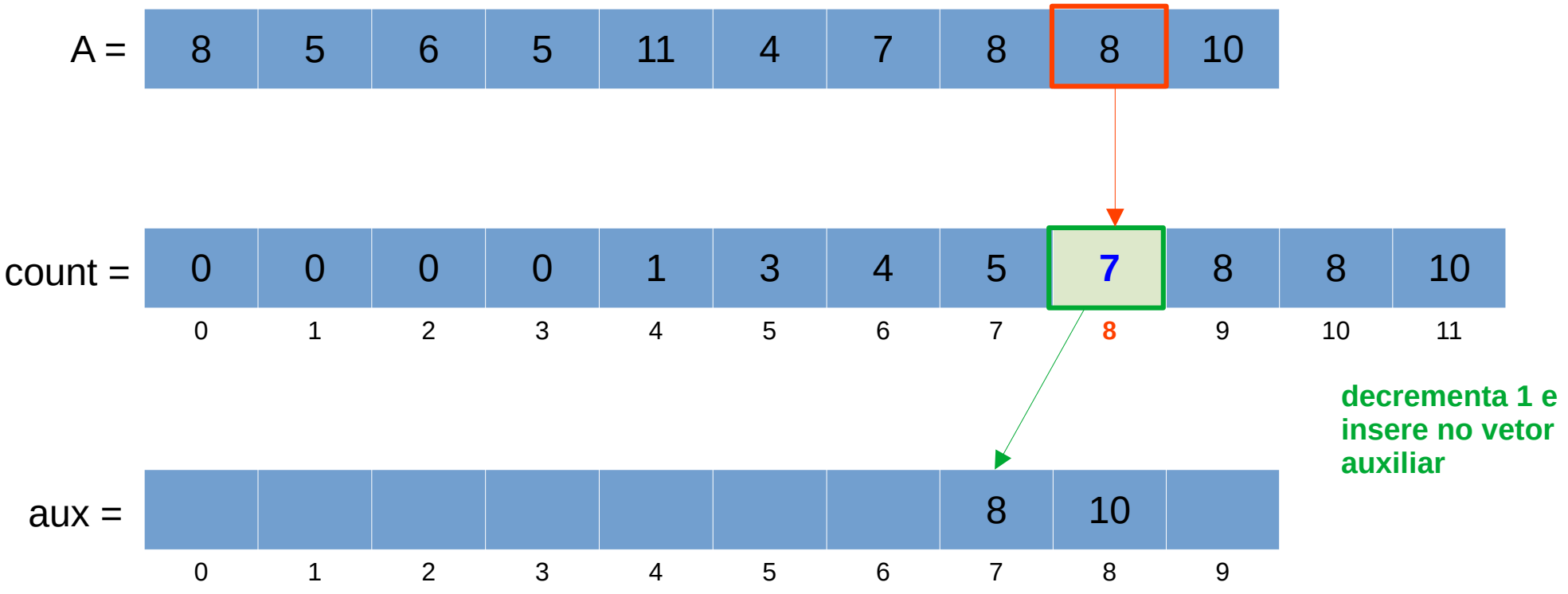
Counting Sort

Exemplo (18)



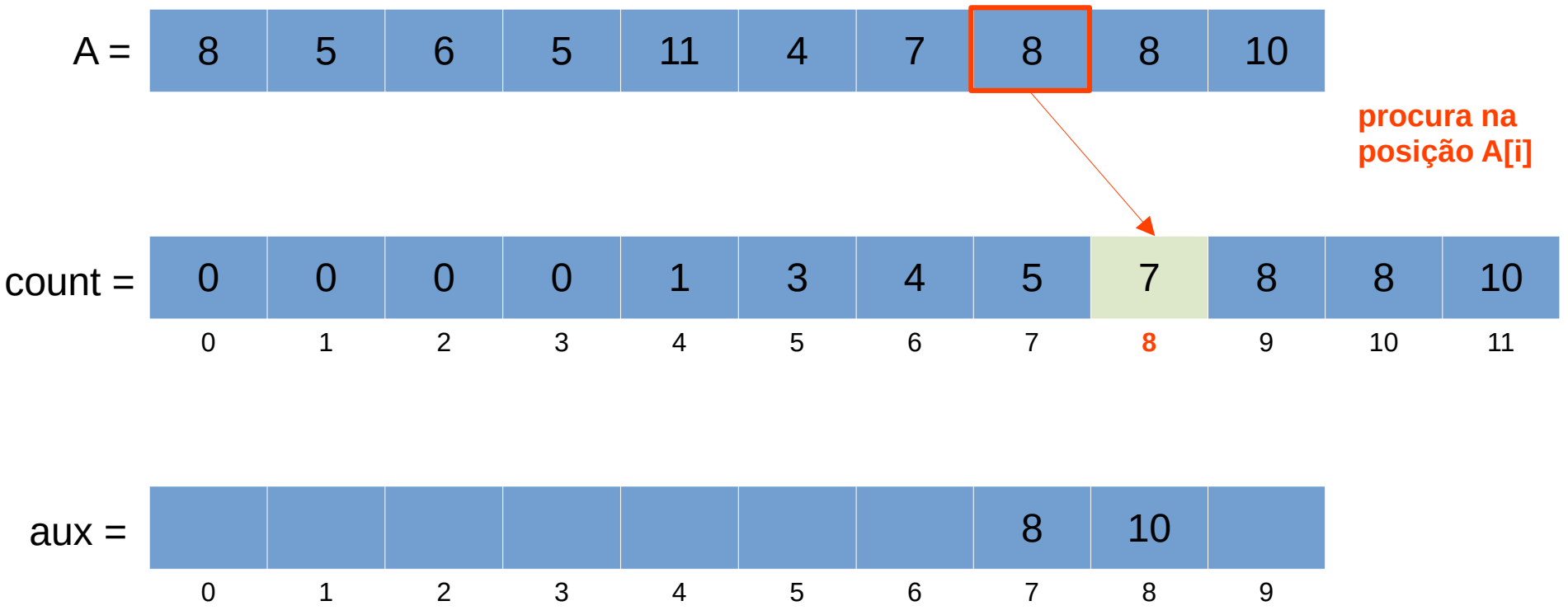
Counting Sort

Exemplo (19)



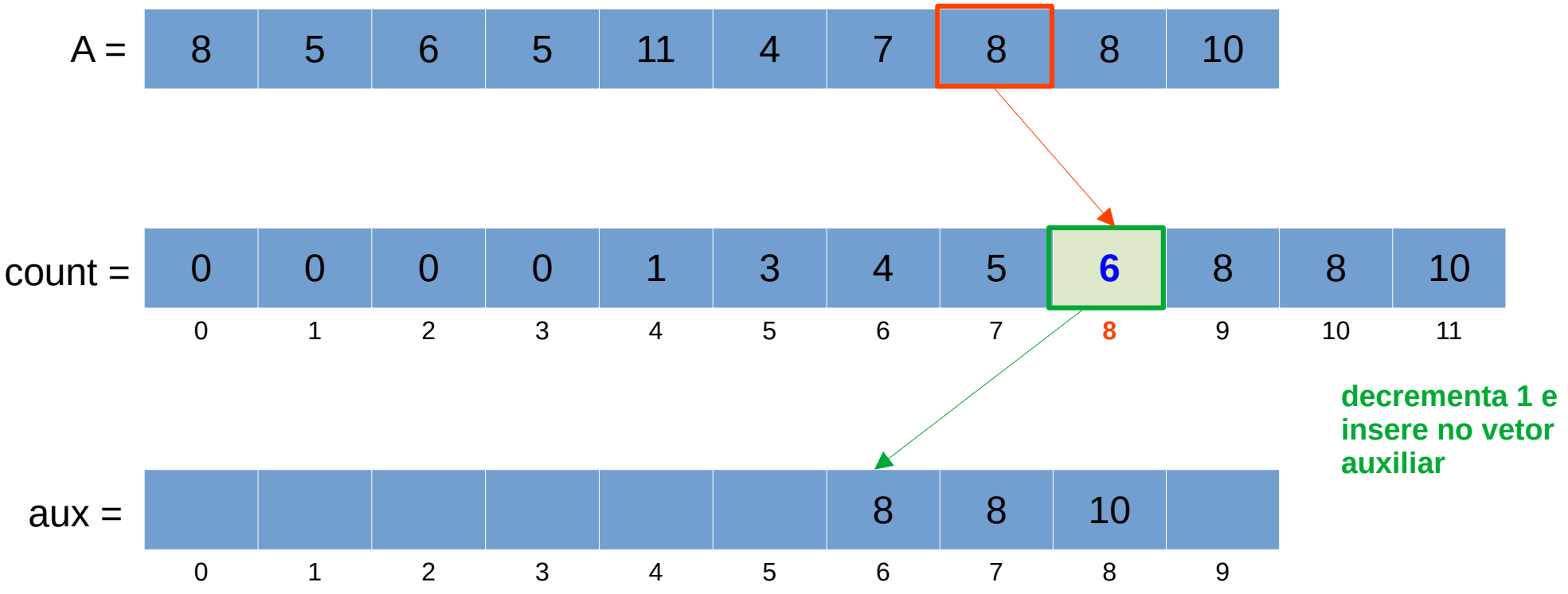
Counting Sort

Exemplo (20)



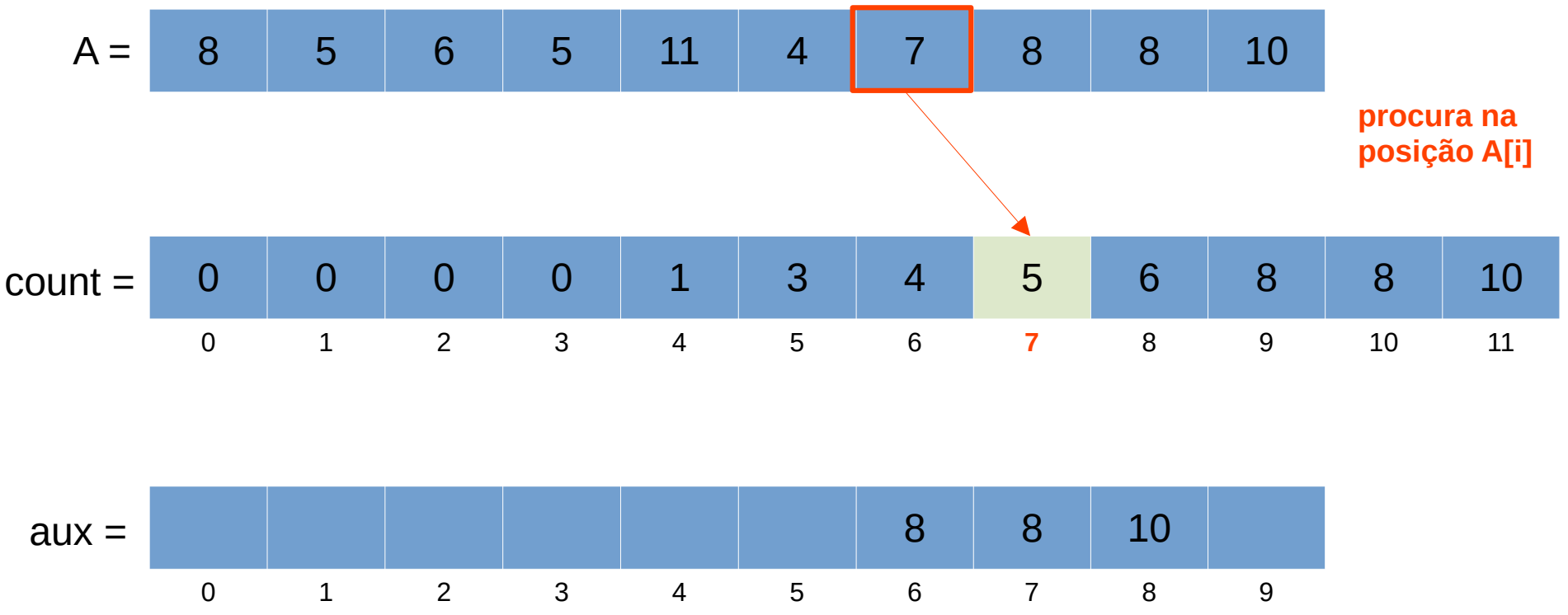
Counting Sort

Exemplo (21)



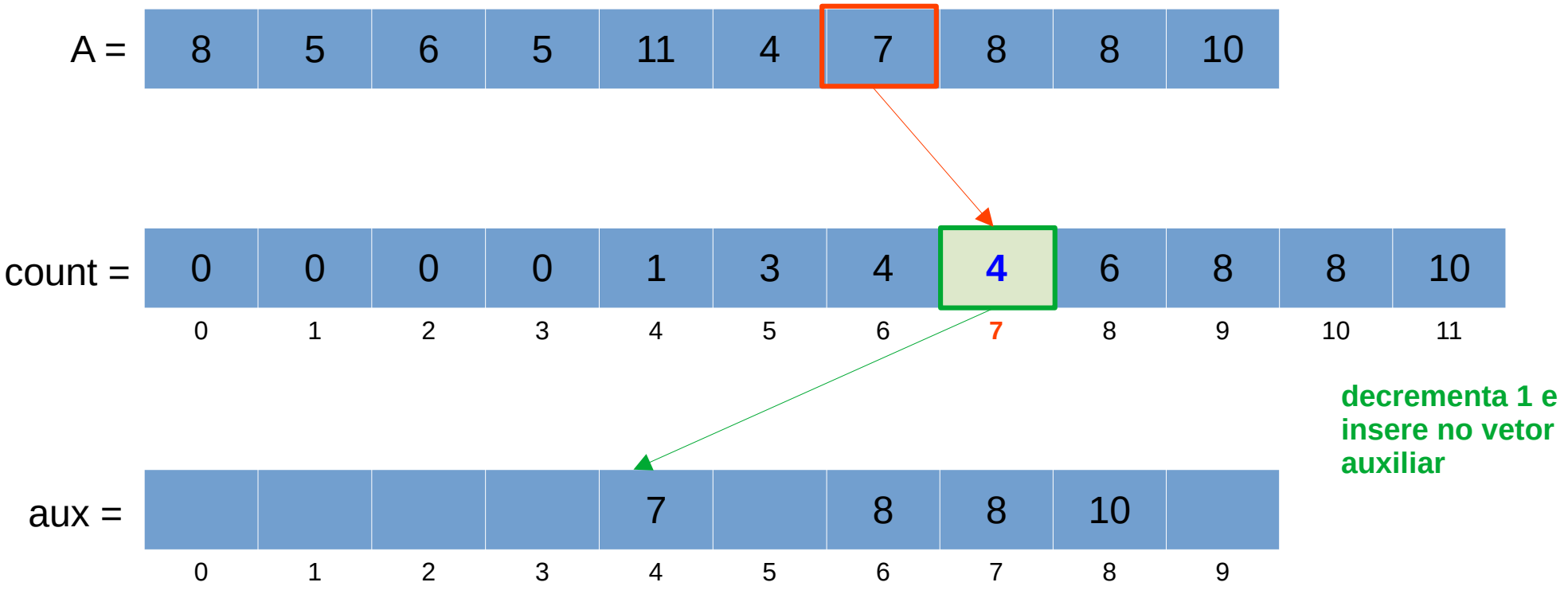
Counting Sort

Exemplo (22)



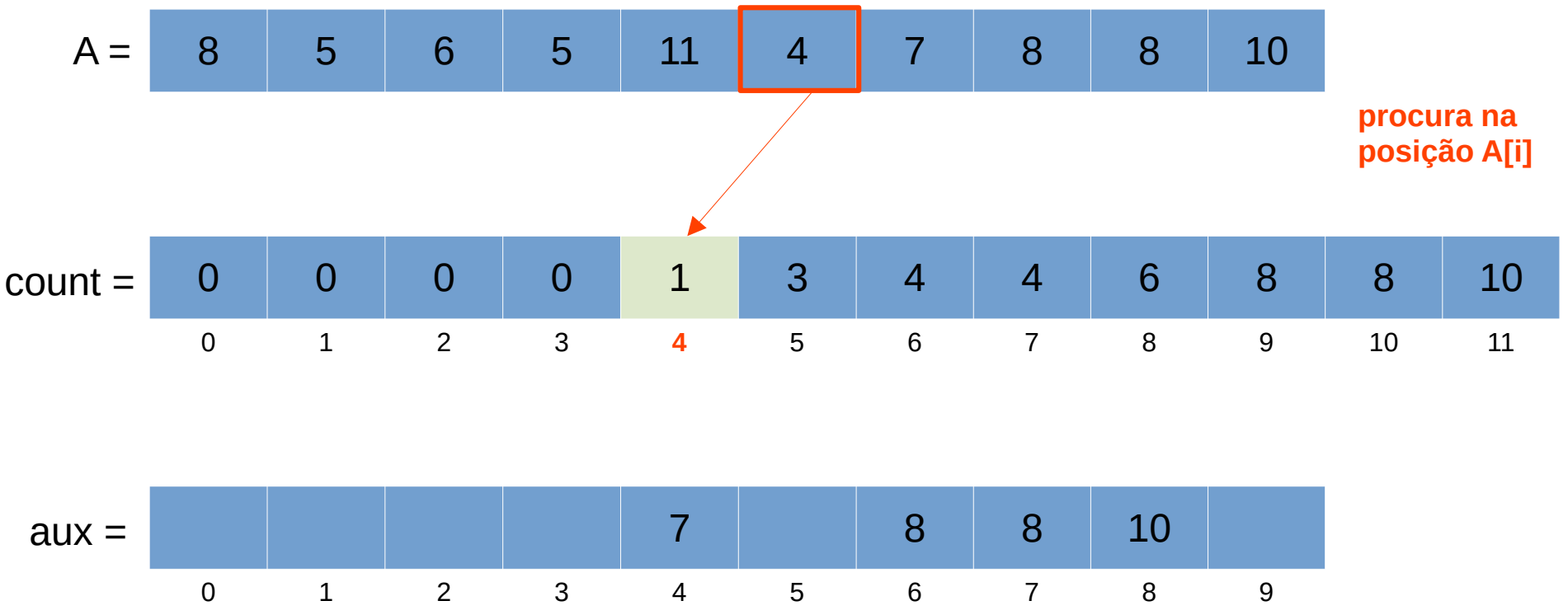
Counting Sort

Exemplo (23)



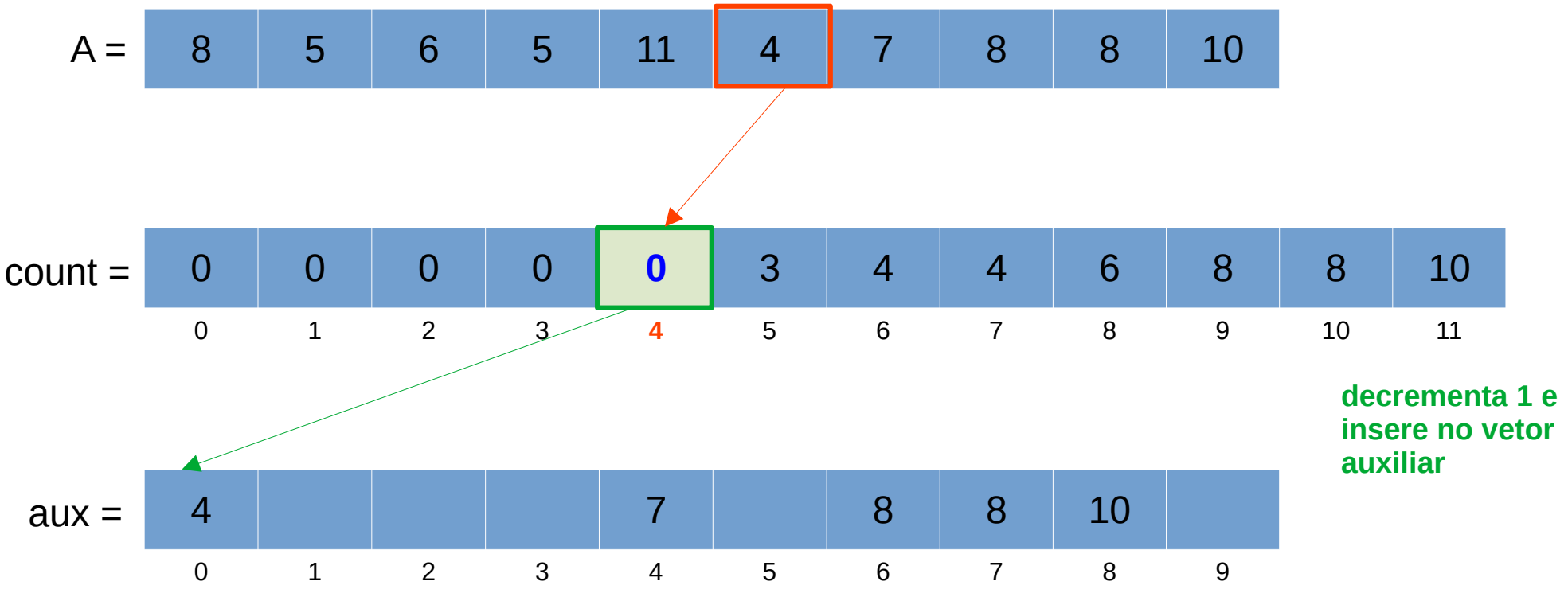
Counting Sort

Exemplo (24)



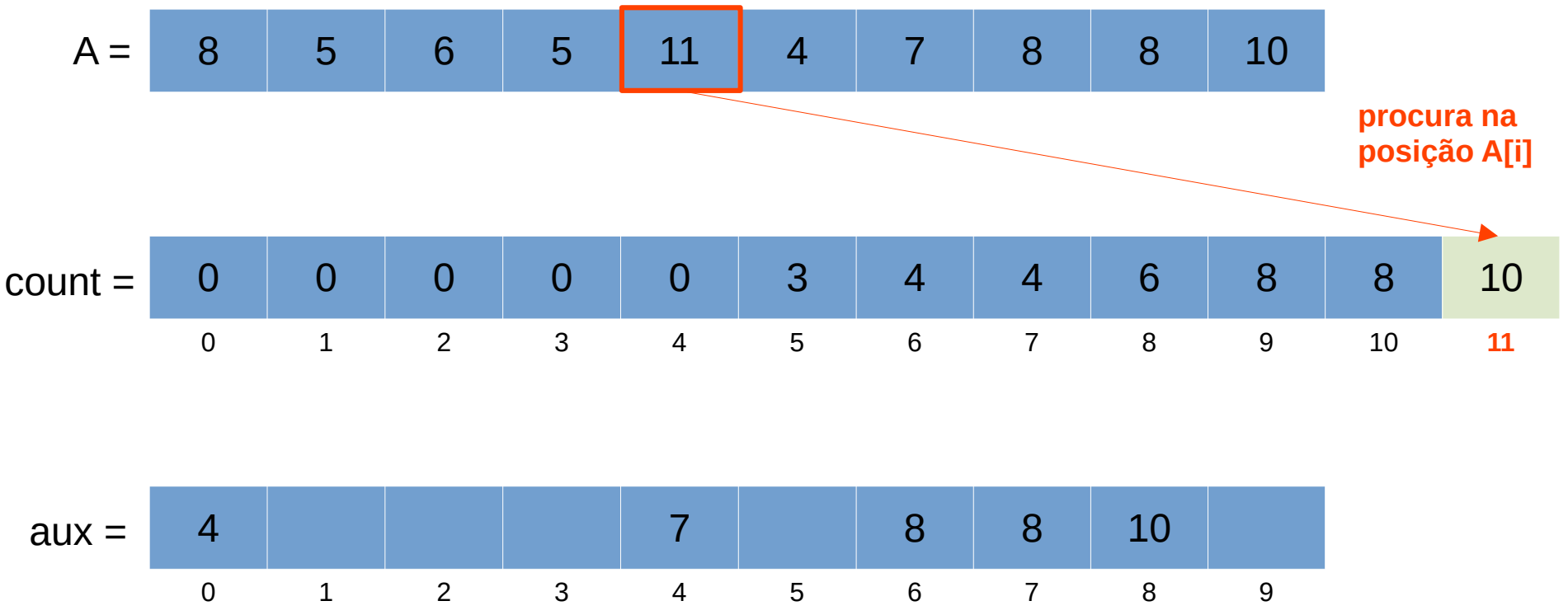
Counting Sort

Exemplo (25)



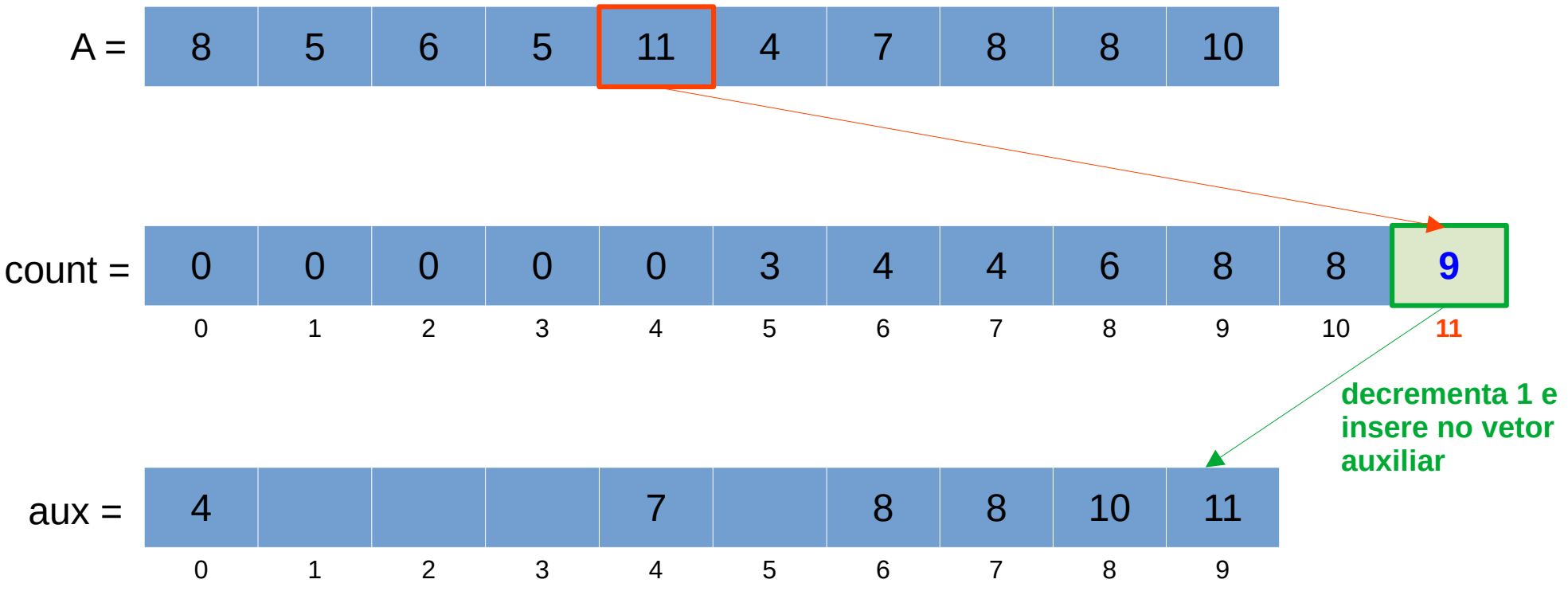
Counting Sort

Exemplo (26)



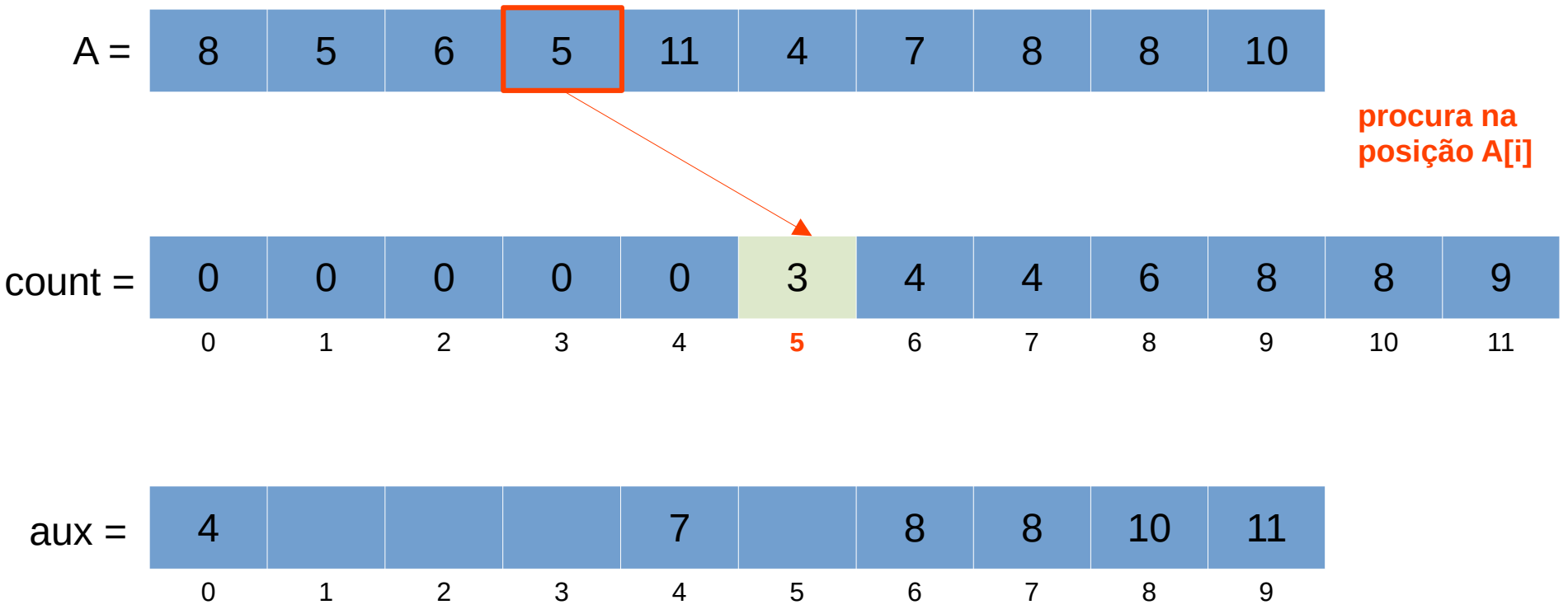
Counting Sort

Exemplo (27)



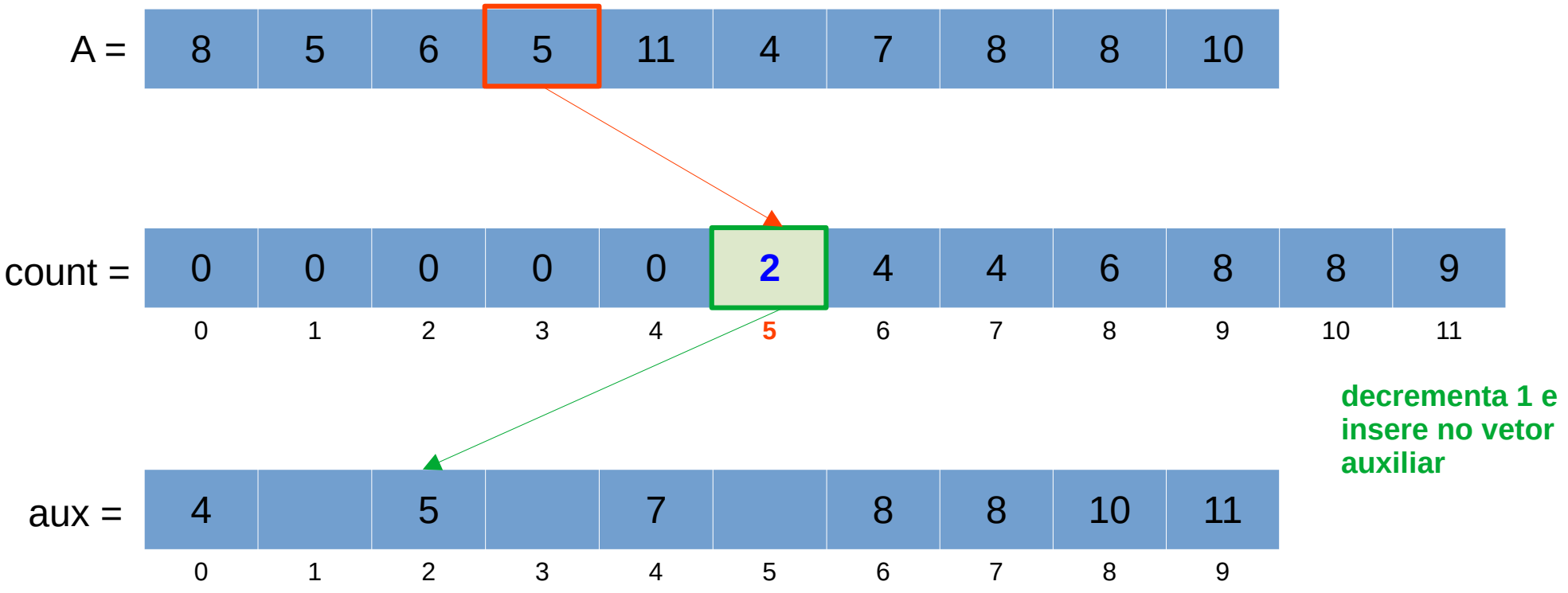
Counting Sort

Exemplo (28)



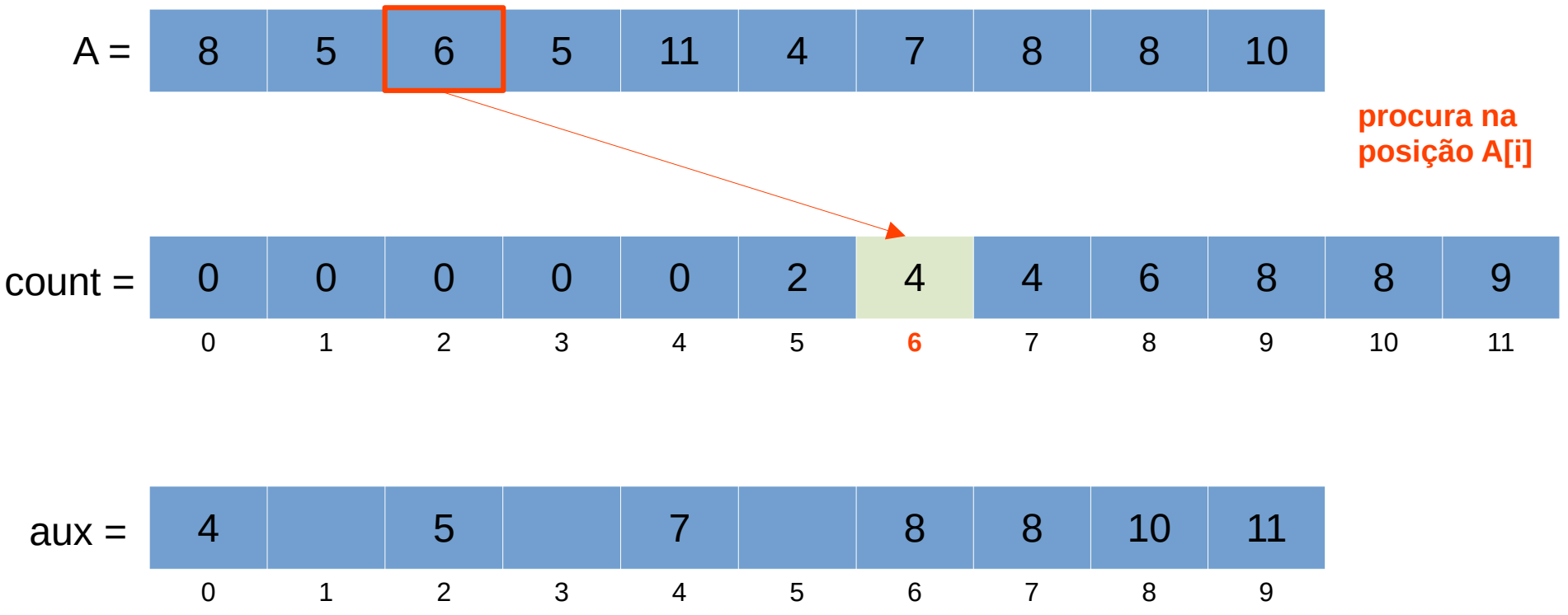
Counting Sort

Exemplo (29)



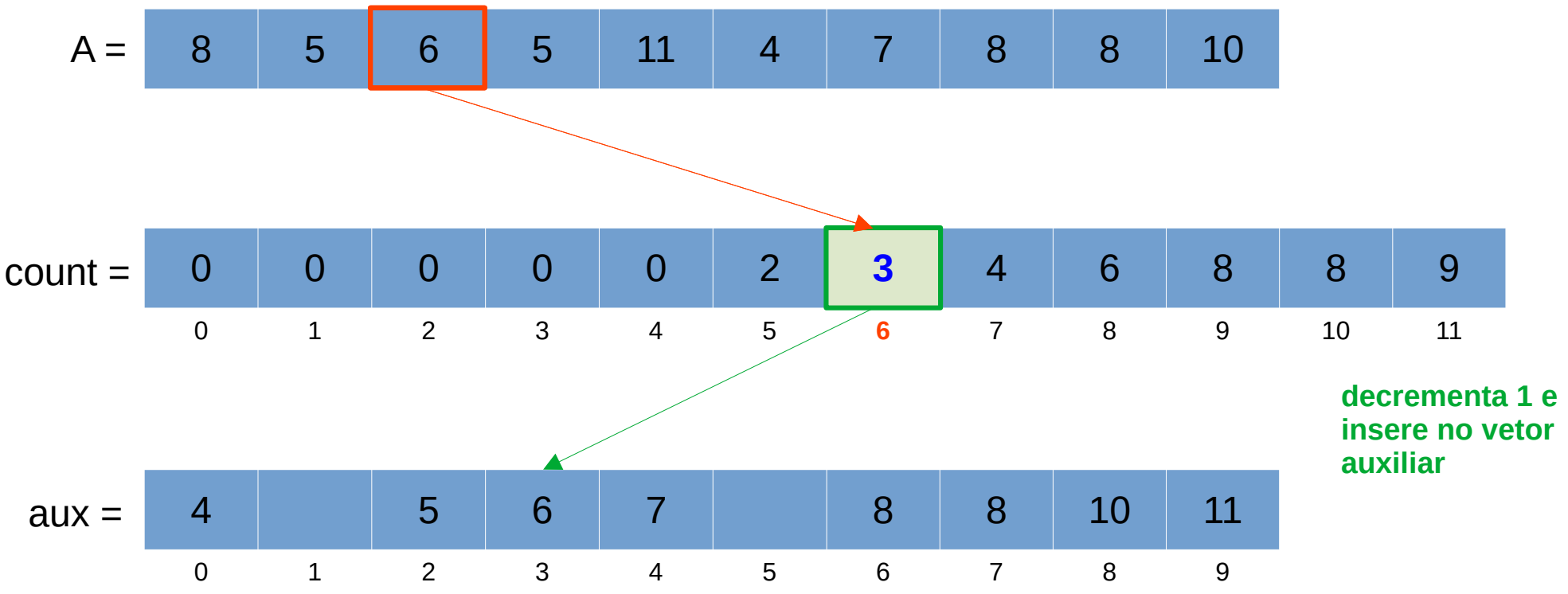
Counting Sort

Exemplo (30)



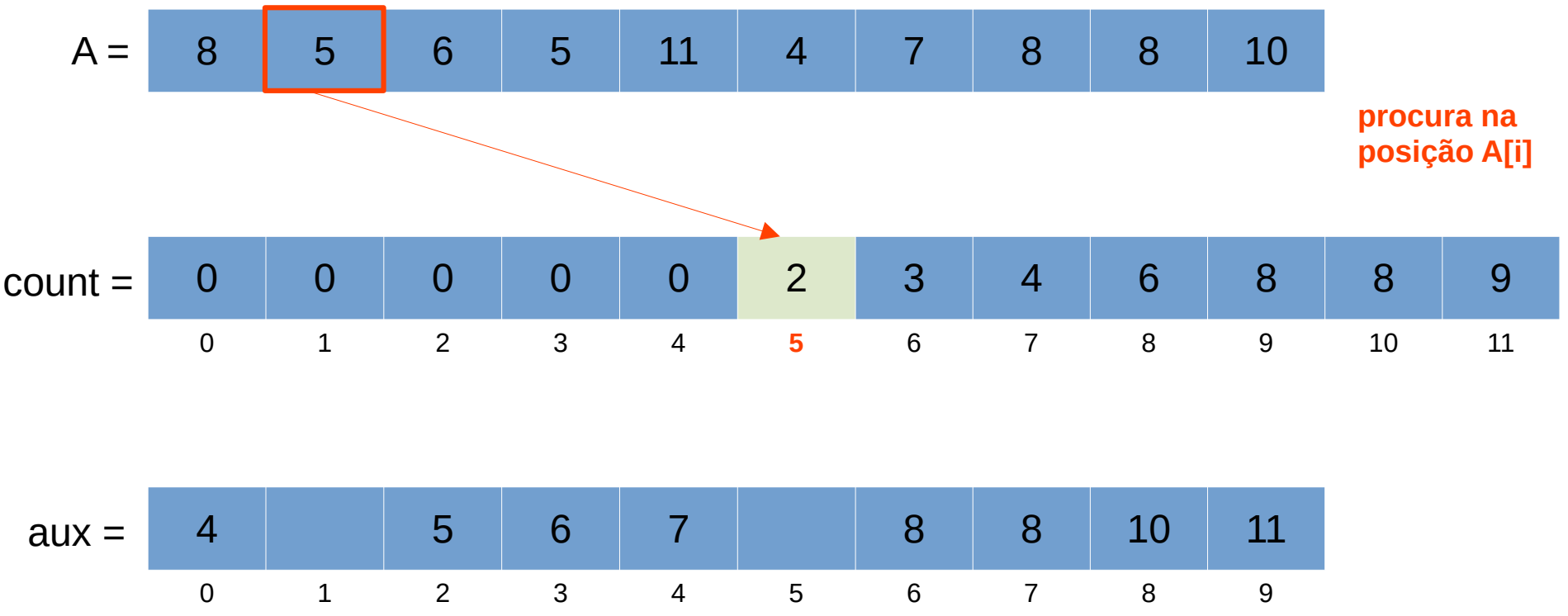
Counting Sort

Exemplo (31)



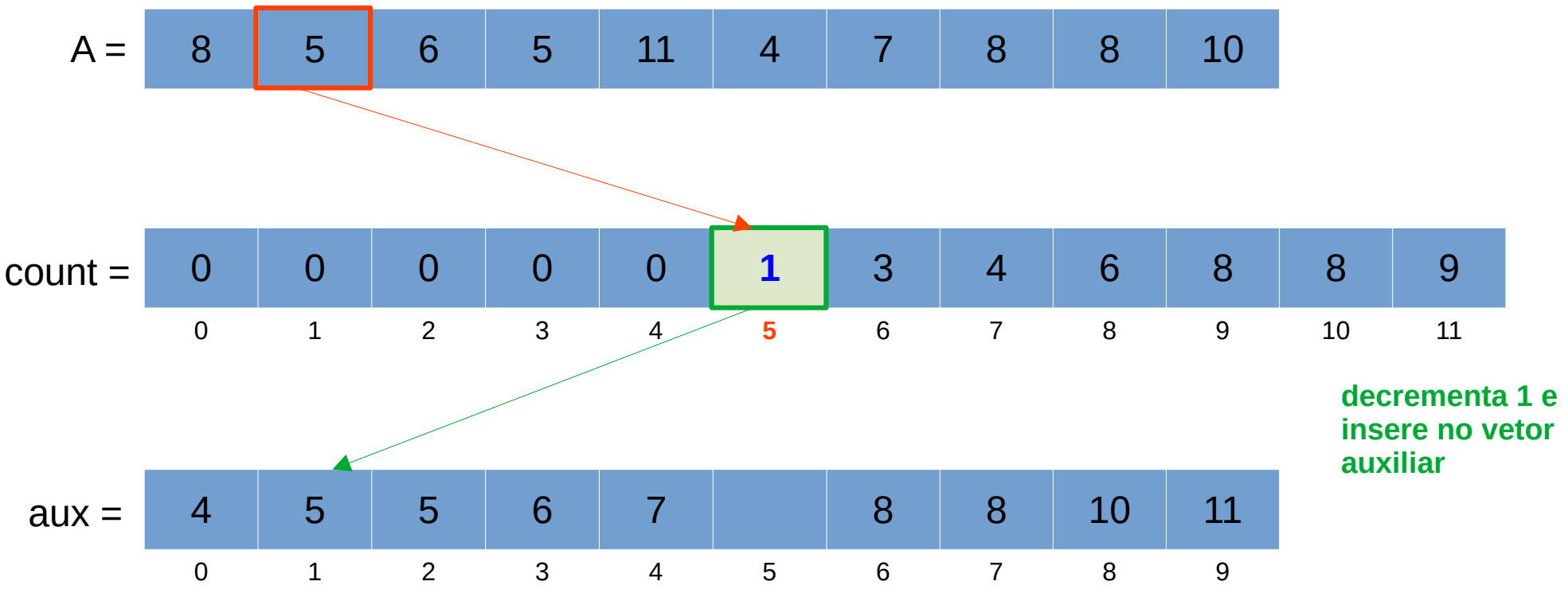
Counting Sort

Exemplo (32)



Counting Sort

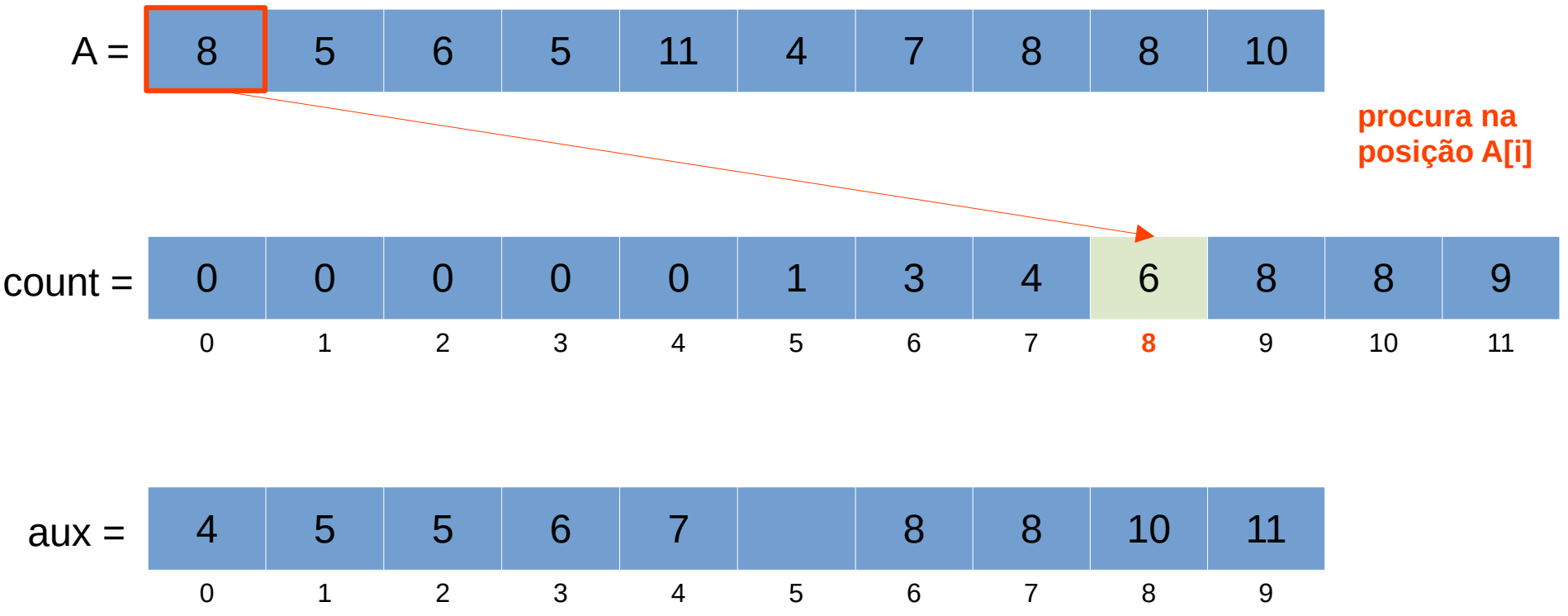
Exemplo (33)



decrementa 1 e insere no vetor auxiliar

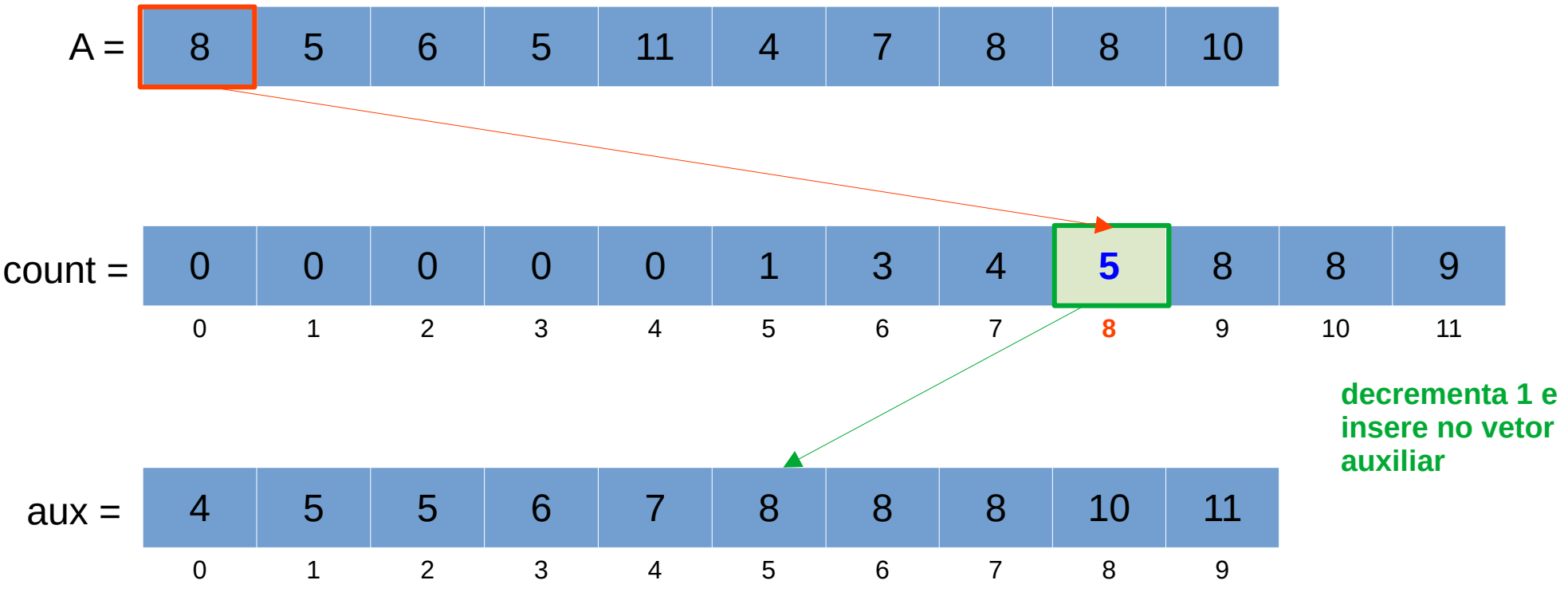
Counting Sort

Exemplo (34)



Counting Sort

Exemplo (35)



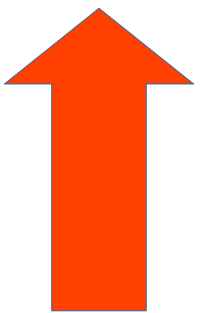
Counting Sort
Funcionamento

- Supondo que temos um vetor **A** de **n** elementos a serem ordenados e que o maior elemento do vetor é **k**:

1) Criar um array de contagem **count** com **k+1** posições (ou seja, 0..k), todas inicializadas com 0;
2) Iterar sobre **A** e, a cada ocorrência de uma chave, incrementar em **count** o valor na posição cujo índice seja o próprio valor da chave **A[i]**;
3) Realizar a soma cumulativa em **count**: cada posição conterá a soma de todas as posições anteriores;
4) Criar um array auxiliar **aux** com o mesmo tamanho de **A**. Para cada chave em **A**, começando pelo final, decrementamos a contagem correspondente em **count** e inserimos a chave em **aux** na posição da contagem;
5) **Copiar os dados de aux para A.**

Counting Sort
Exemplo (37)

A =	8	5	6	5	11	4	7	8	8	10



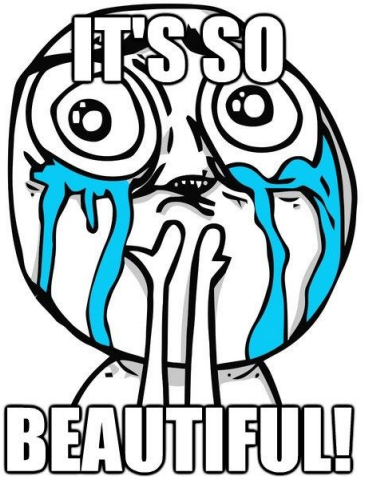
copia dados de volta para o vetor original A

aux =	4	5	5	6	7	8	8	8	10	11
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Counting Sort
Exemplo (38)

A =	4	5	5	6	7	8	8	8	10	11
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

FIM!



Counting Sort
Pseudocódigo

```
Algoritmo CountingSort
Inicio
    k ← maior elemento de A
    declara vetor count com k+1 posições
    declara vetor aux com n posições
    para i de 0, i <= k faca
        count[i] = 0 /* inicializa contagem com zeros */
    fimPara
    para i de 0, i < n /* para cada elemento de A */
        count[A[i]]++ /* incrementa contador */
    fimPara
    para i de 1, i <= k faca
        count[i] += count[i-1] /* soma acumulada */
    fimPara
    para i de n-1, i >= 0 (passo -1) faca
        count[A[i]] = count[A[i]] – 1
        aux[count[A[i]]] = A[i] /* insere em aux */
    fimPara
    para i de 0, i < n faca
        A[i] = aux[i] /* copia para vetor original */
    fimPara
Fim
```

Counting Sort
Análise

- O(n + k) (tempo e espaço), para todos os casos
  - equivale a O(n) se k for pequeno (no máximo igual a n)
- Recomendável apenas quando **k** não é muito maior que **n** e quando os valores são densos, ou seja, sem grandes intervalos entre eles
- Estável, pois elementos com mesma chave são movidos na ordem em que aparecem
- Como utiliza memória auxiliar, não é *in place*