Universitatea Transilvania din Brașov

UNIVERSITATEA TRANSILVANIA DIN BRAŞOV

Departamentul de Automatică și tehnologia informației
Disciplina Sisteme de conducere în Robotică

AUTOMATICĂ ȘI TEHNOLOGIA INFORMAȚIEI

PROIECT DE AN LA DISCIPLINA
Sisteme de conducere în Robotică

Sistem Robotic cu Două Cuple de Translație

Autor: Student Andrei-Constantin BORICEAN
Programul de studii: Robotică
Grupa 4LF801A

Coordonator: Prof. univ. dr. ing. Claudiu POZNA

2022

CUPRINS

1. Introducere

a. Definiție Roboți

Robotul poate fii definit ca un sistem sau un echipament cu funcţionare automată, adaptabilă prin programarea condiţiilor unui mediu complex şi variabil in care acţionează, înlocuind sau amplificând una sau mai multe din funcţiunile umane in acţiunea acestuia asupra mediului.

b. Introducerea în temă

Robotul cu post fix, manipulatorul, este un etalon al produselor mecatronice atât prin complexitatea sa cât și prin succesul cu care a fost integrat în procesele industriale și din ce în ce mai mult în sfera serviciilor. Astfel, pentru automatiști, studiul roboților devine un studiu ce caz al modelării și conducerii unui sistem complex, iar pentru roboticieni fundamentul domeniului în care se pregătesc.

Sinteza controlerului se realizează cu strategii care au în vedere exclusiv controlul motorului de curent continuu, apoi cele care se referă la modelul cinematic al structurii iar în final sunt prezentate acele strategii care utilizează modelul dinamic.

c. Structura controlului

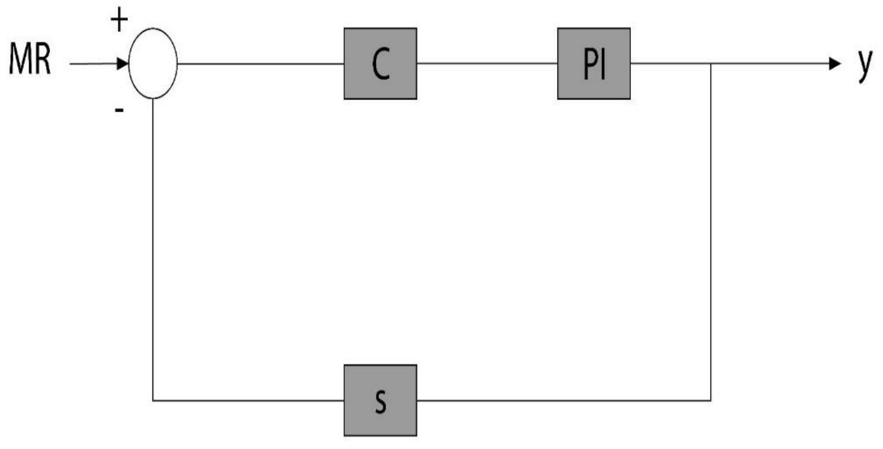


Fig.1 Schemă bloc a controlului unui robot

În figura precedentă se prezintă schema bloc pentru controlul unui robot. Pentru acest proiect se folosește un sistem neliniar de tip MIMO. Elementele care se regăsesc în schemă sunt următoarele:

MR – Mărimi de referință
C – Controller
S – Senzor
Pl – Plant (MG, MC, MD)
MG - Model Geometric
MC – Model Cinematic
MD – Model Dinamic
y – Cuplu către motor

Modelul Geometric este împărțit în două:

Model Geometric Direct – se cunoaște lungimea cuplelor robotului și trebuie aflată poziția punctului final;

Model Geometric Invers – se cunoaște poziția punctului final și trebuie aflată lungimea cuplelor robotului;

Modelul Cinematic este împărțit în două:

Model Cinematic Direct – se cunoaște lungimea cuplelor robotului și trebuie aflată poziția punctului final luând în considerare și timpul;

Model Cinematic Invers – se cunoaște poziția punctului final și trebuie aflată lungimea cuplelor robotului luând în considerare și timpul;

Modelul Dinamic este împărțit în trei:

Model Dinamic Direct – se cunoaște vectorul tensiunilor de alimentare și trebuiesc aflate poziția, viteza și accelerația cuplelor și a efectorului;

Model Dinamic Invers – se cunosc poziția, viteza și accelerația cuplelor și a efectorului și trebuie aflat vectorul tensiunilor de alimentare;

Model Dinamic Mixt – se cunoște doar o parte din mărimile menționate anterior, iar pentru aflarea celorlalte părți rezultă o combinație de ecuații diferențiale și algebrice;

2. Structura robotului. Schema structurală.

Pentru acest proiect se va prezenta un sistem robotic având două cuple de translație precum și controlul acestuia. Scopul principal este de a se deplasa pâna la orice punct dat în limita spațiului de lucru definit ca fiind un pătrat cu latura egală cu 1m. Pentru realizarea acestuia s-au folosit în principiu soft-urile Matlab + Simulink și CatiaV5.

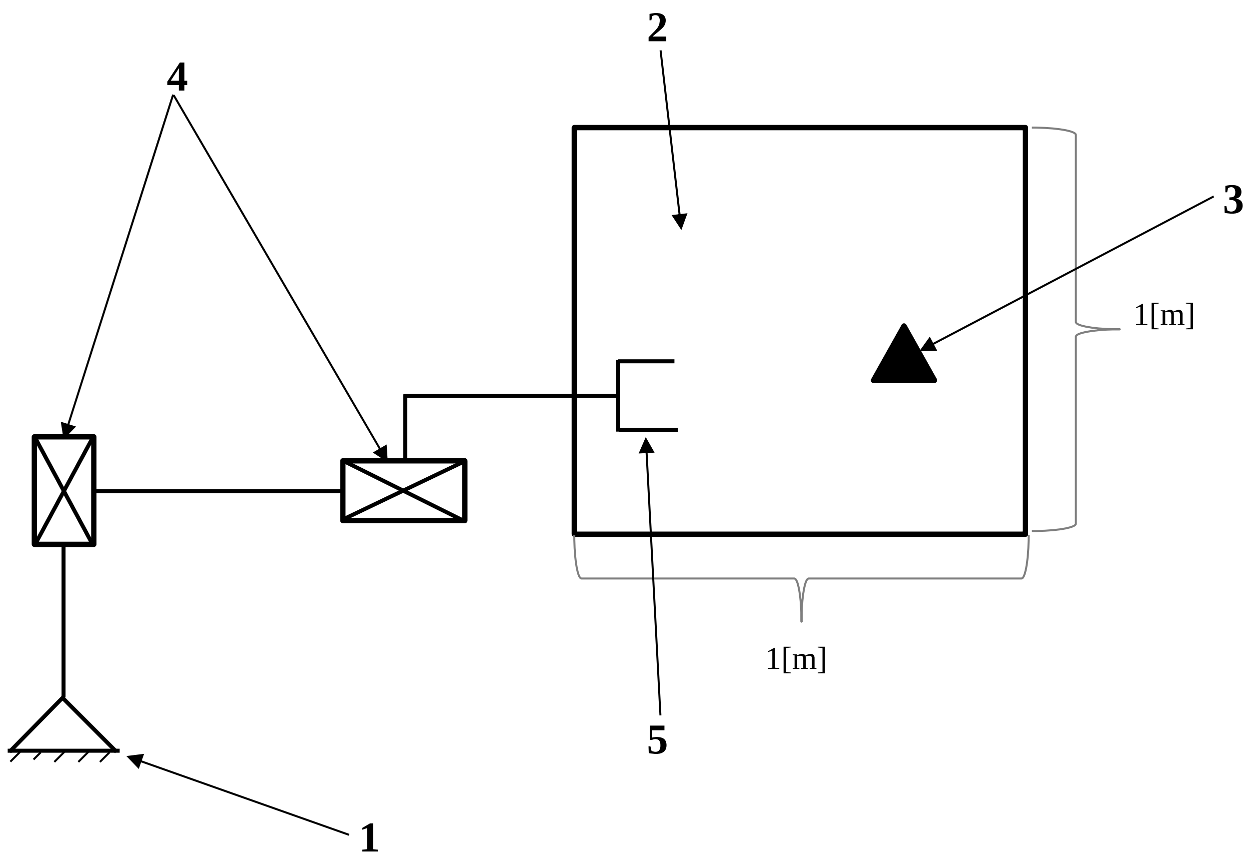


Fig.2 Schemă braț robotic cu două cuple de translație

În schema precedentă (fig.2) se observă un braț robotic unde sarcina acestuia este să realizeze operația de Pick & Place (sau de urmărire a traiectoriei) pe un plan cu aria de 1 m^2. Elementele care se regăsesc în schemă sunt:

1 – reprezintă baza
2 – reprezintă planul de desfășurare
3 – reprezintă un obiect aleatoriu
4 – reprezintă cuplele de translație
5 – reprezintă efectorul

Mobilitatea este o măsură a capacității unui obiect de a se deplasa și reprezintă numărul total de grade de libertate (restricții) pe care le are sistemul. Pentru robotul nostru avem:

Cupla 1 : $Translatie_{0-1,}$ 1 $grad\ de\ libertate$
Cupla 2 : $Translatie_{1-2,}$ 1 $grad\ de\ libertate$
Mobilitate = 3(n-1) – 2*C_1-C_2 = 2 **(1)**

Unde: n – numărul total de elemente
C_1 - numărul de elemente cu 1 grad de libertate
C_2 - numărul de elemente cu mai multe grade de libertate

3. Modelul Geometric

a. Model Geometric Direct

Modelul Geometric Direct reprezintă o problemă de geometrie statică pentru calculul poziției și orientării efectorului robotului în spațiul cartezian folosind pozițiile și orientările din spațiul articular.

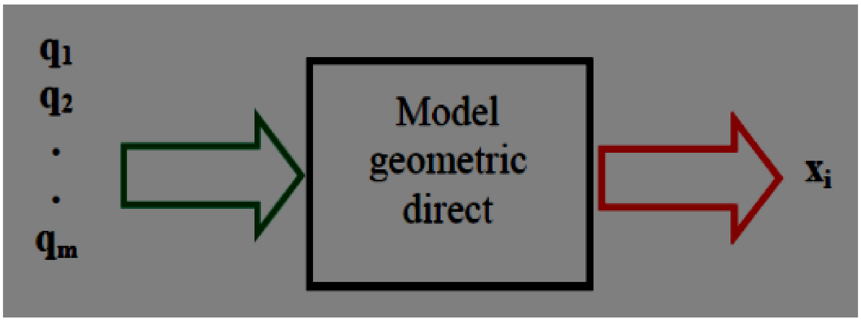


Fig. 3.1 Modelul Geometric Direct

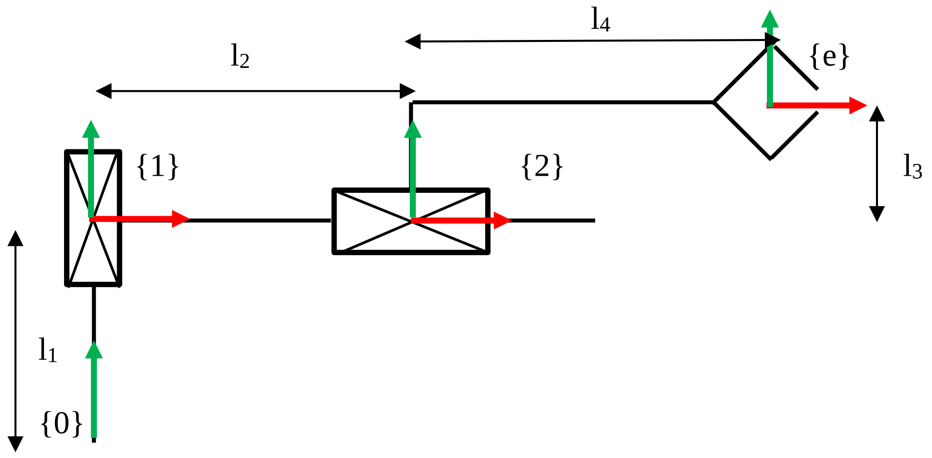


Fig. 3.2 Braț robotic cu două cuple de translație

Modelul Geometric Direct are în alcătuirea sa matricea de transformare ${}^{0}_{e}T$ prin intermediul căreia se pot calcula valorile coordonatelor. Pentru aflarea termenului ${}^{0}_{e}T$ se vor înmulții matricile de transformare pentru translație de la un reper la altul.

$$1 \rightarrow 0 \; q = 0$$

$${}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y + q \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow {}^{0}_{1}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l1 + q1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(2)}$$

Matricea de translație de la 0 la 1

$$1 \rightarrow 2 \; q = 0$$

$${}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x + q \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow {}^{1}_{2}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l2 + q2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \textbf{(2.1)}$$

Matricea de translație de la 1 la 2

$$2 \rightarrow e \; q = 0$$

$$ {}^{2}_{e}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & t_x \\ 0 & 1 & 0 & t_y \\ 0 & 0 & 1 & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow {}^{2}_{e}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l4 \\ 0 & 1 & 0 & l3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(2.2)}$$

Matricea de translație de la 2 la e

$$ {}^{0}_{e}T = {}^{0}_{1}T\,{}^{1}_{2}T\,{}^{2}_{e}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & l1+q1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l2+q2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l4 \\ 0 & 1 & 0 & l3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \textbf{(2.3)}$$

$$ {}^{0}_{e}T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l2+l4+q2 \\ 0 & 1 & 0 & l1+l3+q1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Matricea de translație finală

În etapa de translație pe axa y de la 1→0 s-a utilizat matricea $D_y(q_1)$;
În etapa de translație pe axa x de la 1→2 s-a utilizat matricea $D_x(q_2)$;
1_1, l_2, l_3 și l_4 sunt parametrii geometrici ai elementelor

b. Ecuațiile Jacobianului

Jacobianul este o matrice utilizată în mecanica roboticii și în controlul sistemelor. Acesta conține derivatele parțiale ale mișcărilor unui sistem mecanic în raport cu parametrii de control ai acestuia. Este utilizat pentru a analiza relațiile dintre parametrii de control și mișcările sistemului și pentru a optimiza acțiunile de control ale robotului.

Din matricea ${}^{0}_{e}T$ obtinem P=${}^{0}_{e}T(1{:}\,3{,}4)$ **(3)**

$$v = J_v \cdot \dot{q} \qquad (\mathbf{4})$$

$$v = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \dot{x_P} = \frac{\partial x_P}{\partial q_1} \cdot \dot{q_1} + \ \dots + \frac{\partial x_P}{\partial q_n} \cdot \dot{q_n} \qquad (\mathbf{4.1})$$

$$J = \begin{bmatrix} J_v \\ J_\omega \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{5})$$

$$J_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_P}{\partial q_1} & \frac{\partial x_P}{\partial q_2} & \dots & \frac{\partial x_P}{\partial q_n} \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{5.1})$$

$$J_v = \begin{bmatrix} \frac{\partial {}^{0}_{e}p_x}{\partial q_1} & \frac{\partial {}^{0}_{e}p_x}{\partial q_2} \\ \frac{\partial {}^{0}_{e}p_y}{\partial q_1} & \frac{\partial {}^{0}_{e}p_y}{\partial q_2} \\ \frac{\partial {}^{0}_{e}p_z}{\partial q_1} & \frac{\partial {}^{0}_{e}p_z}{\partial q_2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{5.2})$$

Cum nu avem rotație în structură, rezultă că J_ω este egal cu:

$$J_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (\mathbf{5.3})$$

Jacobianul final:

$$J = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{(5.4)}$$

Inversa Jacobianului:

$$J^{-1} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q_1} \\ \dot{q_2} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{(5.5)}$$

v - reprezintă viteza liniară

J_v - reprezintă Jacobianul vitezei liniare

J_w - reprezintă Jacobianul vitezei unghiulare

J - reprezintă Jacobianul

J^{-1} – reprezintă inversa Jacobianului

Cunoscând Jacobianul putem determina atât Modelul Cinematic Direct cât și Modelul Cinematic Invers.

c. Model Geometric Invers

Modelul Geometric Invers permite determinarea configurației articulațiilor unui robot pentru a obține o anumită poziție dorită. Pentru a determina acest model trebuiesc cunoscute diferite informații care se leagă de cinematica robotului cum ar fi relațiile de transformare între articulații și punctele finale.

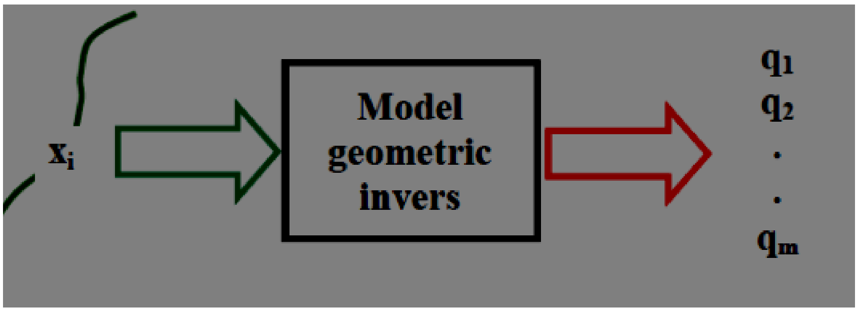


Fig. 4 Model Geometric Invers

Calculul pentru a realiza configurația necesară astfel încât efectorul să ajungă la punctul final este făcut printr-o metodă iterativă dată de algoritmul de aproximare numerică Newton.

$$q_{k+1} = q_k + \alpha * J^{-1}(q) * \Delta x \qquad \textbf{(6)}$$

Unde:

q_k – reprezintă poziția efectorului la pasul k

q_{k+1} – reprezintă poziția efectorului la pasul k+1

$J^{-1}(q)$ – reprezintă inversul Jacobianului

Δx – reprezintă eroarea de poziție (diferența între punctul inițial și cel final)

α – reprezintă coeficientul de învățare

Prin aplicarea acestui algoritm se poate afla eroarea de poziționare a efectorului. Prin fiecare iterație eroarea scade până ajunge să aibă o valoare admisibilă.

4. Modelul Cinematic

Modelul Cinematic este un nivel de cunoaştere care porneşte de la următoarele ipoteze:
- Fenomenele descrise de model sunt incluse de relația de cauzalitate: viteza unghiulară (din cuple) -> poziția și orientarea prehensorului; viteza prehensorului în spațiul cartezian;
- Fenomenele nu au în vedere inerția;
- Nu există interacțiune cu mediul.

a. Model Cinematic Direct

Modelul Cinematic Direct permite determinarea și orientarea efectorului prin ajutorul coordonatelor operaționale în funcție de coordonatele articulare. De asemenea este utilizată pentru a prezice mișcările efectoului în funcție de informațiile legate de forțe și viteză.

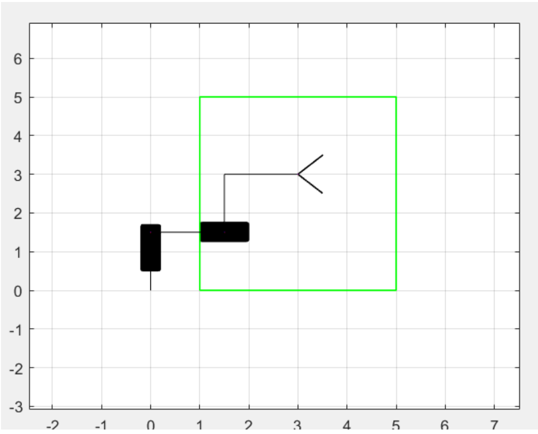


Fig 5.1 Model robot în poziția inițială (Matlab)

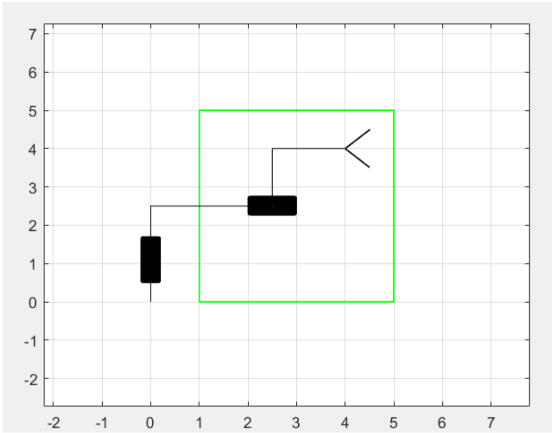


Fig 5.2 Model robot în poziția finală (Matlab)

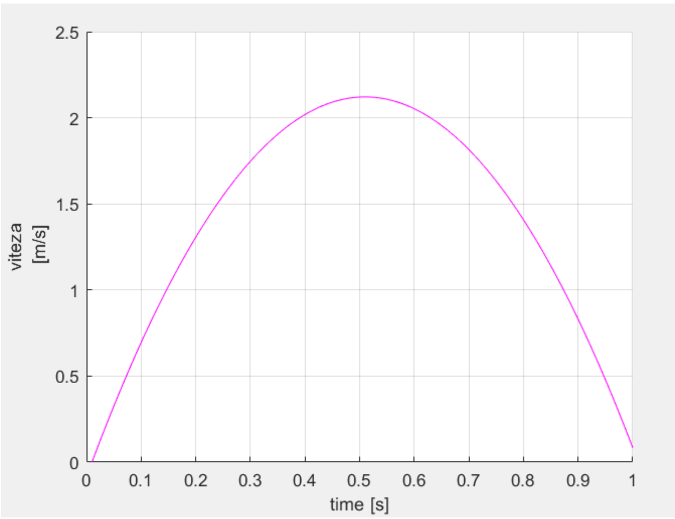


Fig 5.3 Grafic ecuații de viteză

În cazul în care sarcina robotului este de a ajunge de la un punct inițial la un punct final, pentru interpolare se poate folosi un polinom de gradul 3 – cu patru coeficienți:

$q_i(t) = a_{i,0} + a_{i,1}t + a_{i,2}t^2 + a_{i,3}t^3$ **(7.1)**

$\dot{q}_i(t) = a_{i,1} + 2a_{i,2}t + 3a_{i,3}t^2$ **(7.2)**

$\ddot{q}_i(t) = 2a_{i,2} + 6a_{i,3}t$ **(7.3)**

În care:

i este numărul cuplei (1 sau 2)

necunoscutele $a_{i,0}$, $a_{i,1}$, $a_{i,2}$, $a_{i,3}$ se calculează pornind de la următoarele condiții:

1. la momentul t=0 se impune poziția și viteza inițială $q_{i,1}$, respectiv $\dot{q}_{i,1}$
2. la momentul t=T, unde T este durata mișcărilor, se impune poziția și viteza finală, $q_{i,n}$, respectiv $\dot{q}_{i,n}$, și n este ultimul element al vectorului q_i

Ceea ce conduce la următoarele rezultate:

$a_{i,0} = q_{i,1}$ **(8.1)**

$a_{i,1} = \dot{q}_{i,1}$ **(8.2)**

$a_{i,2} = \frac{3}{T^2}\left(q_{i,n} - q_{i,1}\right) - \frac{1}{T}\left(\dot{q}_{i,n} + 2\dot{q}_{i,1}\right)$ **(8.3)**

$a_{i,3} = \frac{2}{T^3}\left(q_{i,1} - q_{i,n}\right) + \frac{1}{T^2}\left(\dot{q}_{i,n} + \dot{q}_{i,1}\right)$ **(8.4)**

În general vitezele inițiale și finale sunt nule (pleacă din repaus și ajunge în repaus), resultând ecuația modificată:

$a_{i,0} = q_{i,1}$ **(9.1)**

$a_{i,1} = 0$ **(9.2)**

$a_{i,2} = \frac{3}{T^2}\left(q_{i,n} - q_{i,1}\right)$ **(9.3)**

$a_{i,3} = \frac{2}{T^3}\left(q_{i,1} - q_{i,n}\right)$ **(9.4)**

b. Model Cinematic Invers

Modelul Cinematic Invers permite determinarea configurației în care trebuie să ajungă structura mecanică a robotului astfel încât efectorul să ajungă în poziția dorită. Se folosește modelul cinematic direct pentru realizarea acestui model, deoarece se pot folosi relațiile între configurația articulațiilor și poziția și orientarea punctului final.

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = J(q)^{-1} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad \textbf{(10.1)}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} \quad \textbf{(10.2)}$$

$$\dot{q}_1 = v_y \qquad \textbf{(10.3)}$$

$$\dot{q}_2 = v_x \qquad \textbf{(10.4)}$$

Pentru calculul momentelor s-au folosit:

$$\Gamma = J(q)^T F \quad \textbf{(11.1)}$$

$$F = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \\ M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \qquad \textbf{(11.2)}$$

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} F \quad \textbf{(11.3)}$$

5. Modelul Dinamic

În general modelul dinamic este o aproximare a realității care permite stabilirea unei relații cauzale în condițiile în care starea sistemului este cunoscută. În acest mod dinamica poate face predicții asupra viitorului doar dacă, pe lângă noile cauze care acționează asupra sistemului, sunt cunoscute și stările anterioare ale acestuia.

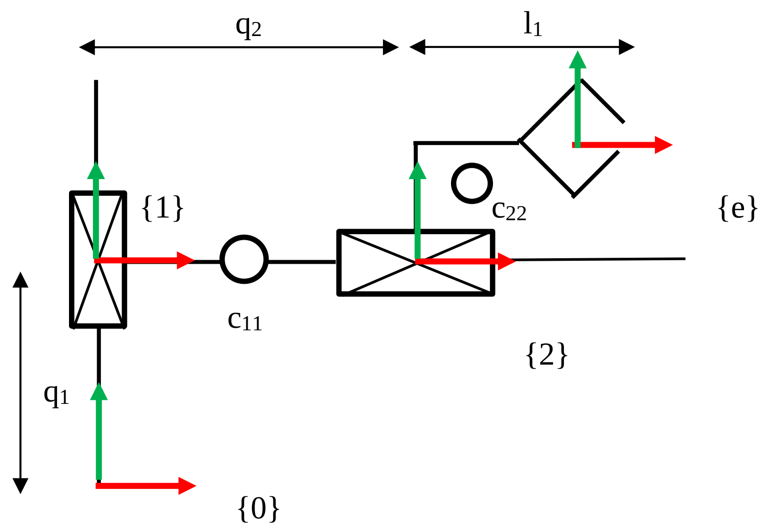


Fig. 6 Braț Robotic cu două cuple de translație

Formula generalizată pentru determinarea forțelor și a momentelor generate de un sistem este:

$$M(q)[\ddot{q}] + C(q)[\dot{q}^2] + B(q)[\dot{q}\dot{q}] + G(q) = T \qquad \textbf{(12)}$$

În care:

$M(q)$ – reprezintă matricea de inerție

$C(q)$ – reprezintă matricea forțelor Centrifuge

$B(q)$ – reprezintă matricea forțelor Coriolis

$G(q)$ – reprezintă matricea forțelor gravitaționale

Pentru determinarea Modelului Dinamic se pot folosi două metode distincte de calcul:

1. **Metoda Newton-Euler.** Aceasta este o tehnică utilizată în dinamica sistemelor mecanice pentru a descrie și analiza mișcarea și comportamentul acestora. Ea se bazează pe două seturi de ecuații: ecuațiile lui Newton și ecuațiile lui Euler. Aceste ecuații sunt combinate pentru a obține informații detaliate despre forțele și momentele care acționează asupra sistemului.

2. Metoda Lagrange-Euler. Aceasta este și ea o tehnică utilizată în dinamica sistemelor mecanice pentru a descrie și analiza mișcarea și comportamentul acestora bazându-se pe ecuațiile lui Lagrange și Euler. Ea se folosește de principiile energetice si este mai ușor de implementat pentru sisteme cu un număr mare de articulații si corpuri rigide interconectate, unde se pot lua în considerare forțele care apar în sistem, cum ar fi forțele de inerție și sarcinile dinamice.

Pentru acest proiect am ales să determin Modelul Dinamic folosindu-mă de **Metoda Lagrange-Euler:**

$$p_{C1}^{0}=\begin{bmatrix} c_{11} \\ q_1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(13.1)} \qquad J_{v1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(13.2)}$$

$$p_{C2}^{0}=\begin{bmatrix} q_2 + c_{22,x} \\ q_1 + c_{22,y} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(14.1)} \quad J_{v2} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(14.2)}$$

$$I_{C1,2}=\begin{bmatrix} I_{xx1,2} & -I_{xy1,2} & -I_{xz1,2} \\ -I_{yx1,2} & I_{yy1,2} & -I_{yz1,2} \\ -I_{zx1,2} & -I_{zy1,2} & I_{zz1,2} \end{bmatrix} \quad \textbf{(15)}$$

$$J_{\omega 1,2}=\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(16.1)}$$

m_1, m_2 – masa elementului

$$\mathrm{M} = m_1 * J_{v1}^{T} * J_{v1} + m_2 * J_{v2}^{T} * J_{v2} + J_{\omega 1}^{T} * I_{C1} * J_{\omega 1} + J_{\omega 2}^{T} * I_{C2} * J_{\omega 2} \quad \textbf{(17.1)}$$

$$J_{\omega 1}^{T} * I_{C1} * J_{\omega 1} + J_{\omega 2}^{T} * I_{C2} * J_{\omega 2} = 0 \qquad \textbf{(17.2)}$$

$$M = m_1 * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + m_2 * \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \textbf{(18.1)}$$

$$M = m_1 * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + m_2 * \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 * m_1 + m_2 * 1 & 0 \\ 0 & 1 * m_2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(18.2)}$$

$$C_{(q)[\dot{q}^2]} = \begin{bmatrix} b_{111} & b_{122} \\ b_{211} & b_{222} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \dot{q}_1^2 \\ \dot{q}_2^2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(19)}$$

$$b_{111} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_{11}}{\sigma q_1} + \frac{m_{11}}{\sigma q_1} - \frac{m_{11}}{\sigma q_1}\right) = 0 \quad \textbf{(20.1)}$$

$$b_{122} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_{12}}{\sigma q_2} + \frac{m_{12}}{\sigma q_2} - \frac{m_{22}}{\sigma q_1}\right) = 0 \quad \textbf{(20.2)}$$

$$b_{211} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_{21}}{\sigma q_1} + \frac{m_{21}}{\sigma q_1} - \frac{m_{11}}{\sigma q_2}\right) = 0 \quad \textbf{(20.3)}$$

$$b_{222} = \frac{1}{2}\left(\frac{m_{22}}{\sigma q_2} + \frac{m_{22}}{\sigma q_2} - \frac{m_{22}}{\sigma q_2}\right) = 0 \quad \textbf{(20.4)}$$

Nu avem forță centripedă $B_{(q)[qq]}$ și forță coriolis $C_{(q)[\dot{q}^2]}$

$G_{(q)} = -[\, J_{v1}^T \, J_{v2}^T] \begin{bmatrix} m_1 * g \\ m_2 * g \end{bmatrix}$ – brațul robotic este perpendicular cu axa gravitațională ceea **(21)**

ce rezultă că $G_{(q)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

În final, avem:

$$\begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_1 + m_2 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{bmatrix} \quad \textbf{(22)}$$

6. Simulare Virtuală

Simularea virtuală a unui robot este o tehnică folosită pentru a crea și testa un model computerizat al unui robot într-un mediu virtual, oferind o platformă de dezvoltare și evaluare a performanței robotului într-un mod eficient și sigur.

Pentru simularea virtuală a robotului cu structura formată din două cuple de translație au fost folosite soft-urile Matlab (partea de Simulink în special) și CatiaV5. Acestea au fost folosite pentru a realiza modelul virtual al robotului și pentru controlul acestuia odată ce a fost importat în Simulink. Au fost utilizate diferite metode de control pentru robot, acestea fiind exemplificate în prototipurile virtuale create.

a. Alegerea Motoarelor

Pentru ambele cuple se v-a alege același model de motor electric de curent continuu cu scopul de a pune în mișcare ansamblul robotic. Pentru a putea face această alegere este nevoie să cunoaștem momentele și forțele care apar la ansamblul robotului, dar în cazul structurii de tip TT, se vor lua în calcul doar forțele rezultate (referință fig. 7).

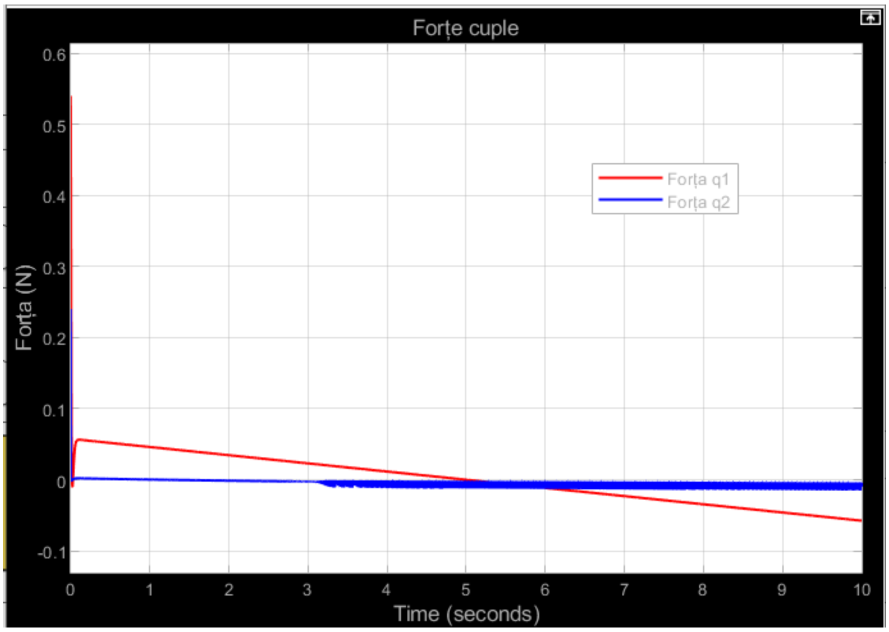
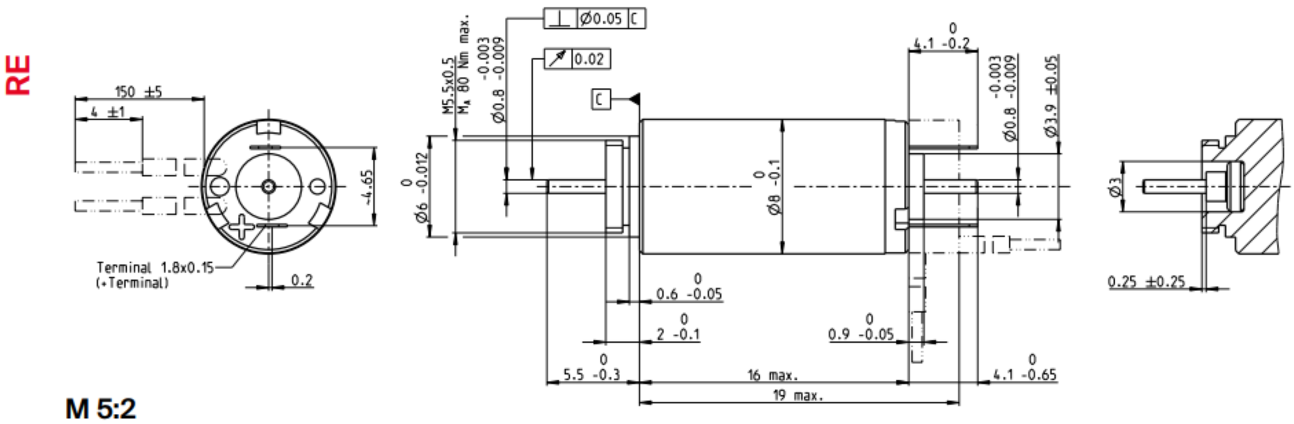


Fig. 7 Graficul forțelor în cuple (Prototip Virtual 2)

În funcție de acestea, s-a ales un motor de curent continuu cu perii din gama largă a Companiei Maxon împreună cu un reductor. Specificațiile acestora sunt următoarele:

RE 8 ∅8 mm, precious metal brushes, 0.5 watt



M 5:2

Stock program
Standard program
Special program (on request)

Part Numbers							
B with cables		462207	463219	463220	463221	463222	463223
A with terminals		347723	347724	347725	347728	347726	347727
Motor Data							
Values at nominal voltage							
1 Nominal voltage	V	2.4	4.2	6	7.2	9	12
2 No load speed	rpm	13900	14200	13300	14300	14400	15600
3 No load current	mA	19.2	11.2	7.3	6.66	5.35	4.44
4 Nominal speed	rpm	4320	4480	3500	4220	4760	5410
5 Nominal torque	mNm	0.63	0.624	0.616	0.596	0.626	0.589
6 Nominal current (max. continuous current)	A	0.412	0.237	0.155	0.134	0.113	0.0865
7 Stall torque	mNm	0.925	0.932	0.857	0.866	0.957	0.925
8 Stall current	A	0.581	0.34	0.207	0.187	0.166	0.13
9 Max. efficiency	%	67	67	66	66	68	67
Characteristics							
10 Terminal resistance	Ω	4.13	12.3	29	38.5	54.3	92.2
11 Terminal inductance	mH	0.03	0.09	0.206	0.257	0.4	0.606
12 Torque constant	mNm/A	1.59	2.74	4.15	4.63	5.77	7.11
13 Speed constant	rpm/V	6000	3490	2300	2060	1650	1340
14 Speed/torque gradient	rpm/mNm	15600	15700	16100	17200	15500	17400
15 Mechanical time constant	ms	6.31	6.3	6.34	6.44	6.29	6.49
16 Rotor inertia	gcm²	0.0388	0.0383	0.0375	0.0358	0.0387	0.0355

Fig. 8 Desenul tehnic și parametrii motorului

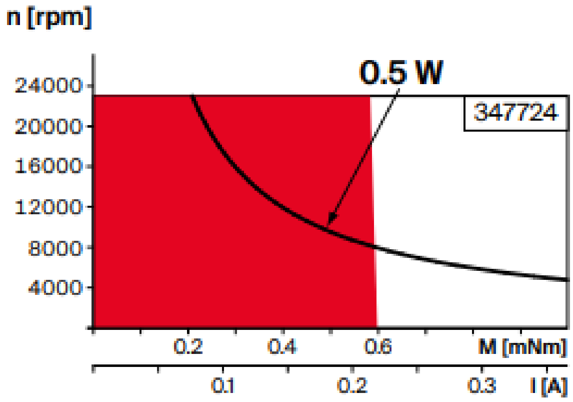
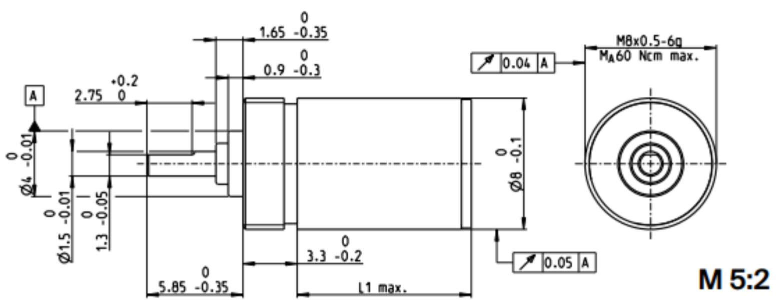


Fig. 9 Caracteristica mecanică de funcţionare
a motorului

În figura precedentă se poate observa caracteristica mecanică de funcţionare a motorului ales. Zona marcată cu roşu reprezintă funcţionalitatea continuă a motorului, iar zona cu alb semnifică zona în care acesta funcţionează pe o perioadă scurtă de timp.

Planetary Gearhead GP 8 A ⌀8 mm, 0.01–0.1 Nm



Technical Data	
Planetary Gearhead	straight teeth
Output shaft	stainless steel, hardened
Bearing at output	ball bearing
Radial play, 5 mm from flange	max. 0.08 mm
Axial play	max. 0.08 mm
Max. axial load (dynamic)	5 N
Max. force for press fits	10 N
Direction of rotation, drive to output	=
Max. continuous input speed	12 000 rpm
Recommended temperature range	-15...+80°C
Number of stages	1 2 3 4 5
Max. radial load, 5 mm from flange	5 N 6 N 7 N 8 N 8 N

gear

Stock program
Standard program
Special program (on request)

Part Numbers			468999	468998	474124	468997	474127	468996	474129	468995
Gearhead Data										
1	Reduction		4:1	16:1	36:1	64:1	216:1	256:1	1296:1	1024:1
2	Absolute reduction		4	16	36	64	216	256	1296	1024
3	Max. motor shaft diameter	mm	1	1	0.65	1	0.65	1	0.65	1
4	Number of stages		1	2	2	3	3	4	4	5
5	Max. continuous torque	Nm	0.01	0.020	0.008	0.060	0.020	0.080	0.040	0.100
6	Max. intermittent torque at gear output	Nm	0.015	0.030	0.012	0.090	0.030	0.120	0.060	0.150
7	Max. efficiency	%	90	81	76	73	66	65	57	59
8	Weight	g	2.6	3.2	3.2	3.8	3.8	4.4	4.4	5.0
9	Average backlash no load	°	1.80	2.0	2.4	2.2	2.6	2.50	2.8	2.80
10	Mass inertia	gcm²	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004	0.004
11	Gearhead length L1	mm	5.5	8.1	8.3	10.7	11.1	13.3	13.9	15.9

Fig. 10 Desenul tehnic şi parametrii reductorului

b. Prototip Virtual 1

Primul prototip virtual conține un model realizat în CatiaV5 similar conceptului din capitolul 2 (referință fig. 2) iar controlul acestui prototip va fi făcut prin intermediul motoarelor care sunt controlate prin intermediul voltajului de la intrare.

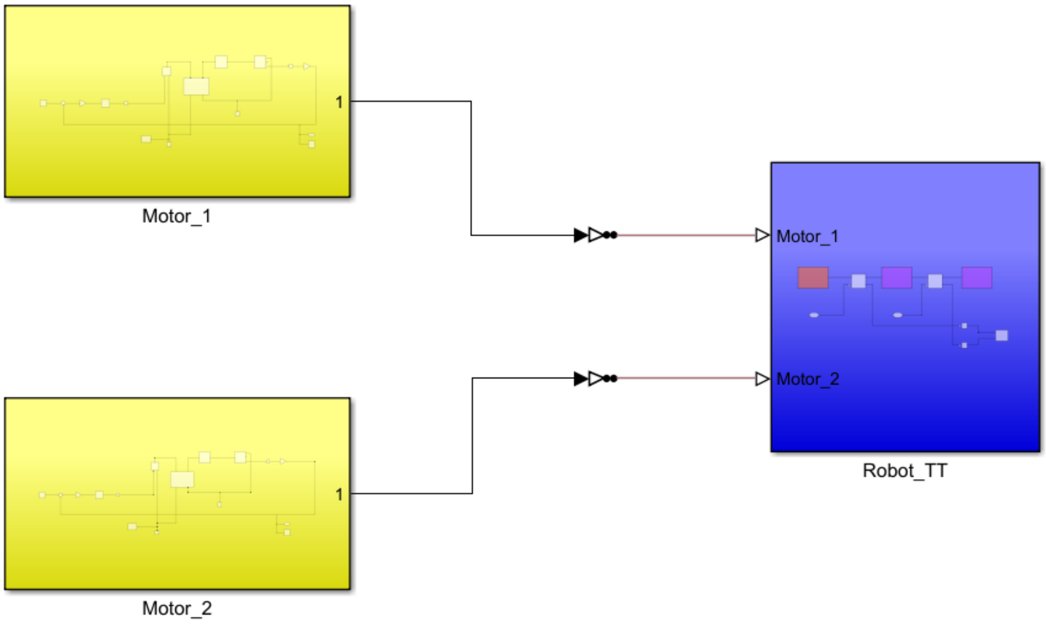


Fig. 11.1 Schemă Sistem Prototip Virtual 1

Sistemul realizat în Simulink prezita două subsisteme identice care sunt pentru cele două motoare și un subsistem care contine structura robotului importată din CatiaV5.

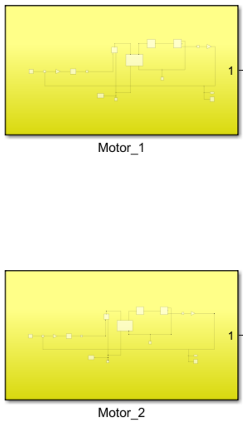


Fig. 11.2.1 Blocurile motoarelor

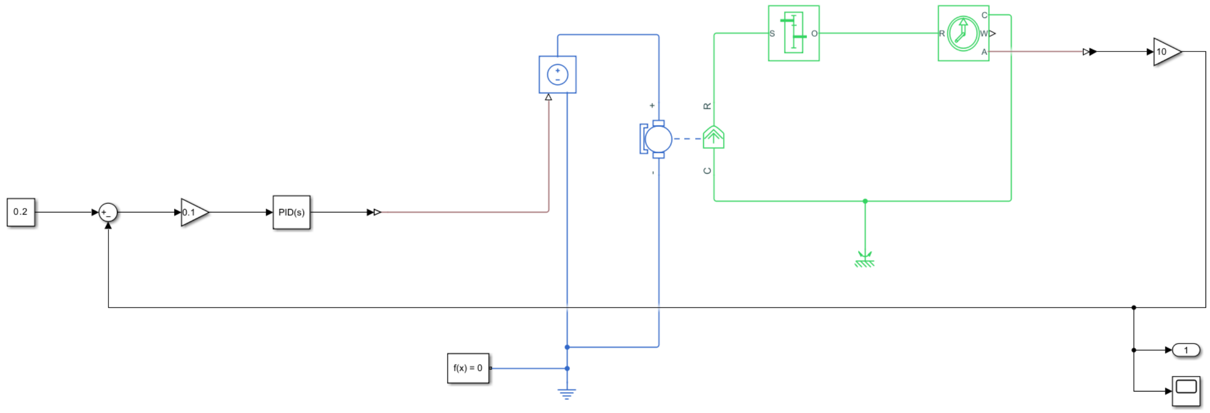


Fig. 11.2.2 Subsistemul blocului motoarelor

Se observă prezenţa unui regulator PID care are rolul de a calcula şi amplifica eroarea care ajunge să fie trimisă la motoare sub formă de voltaj.

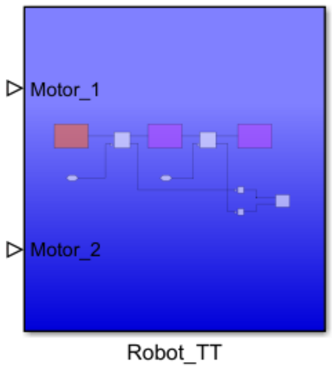


Fig. 11.3.1 Blocul Robotului TT

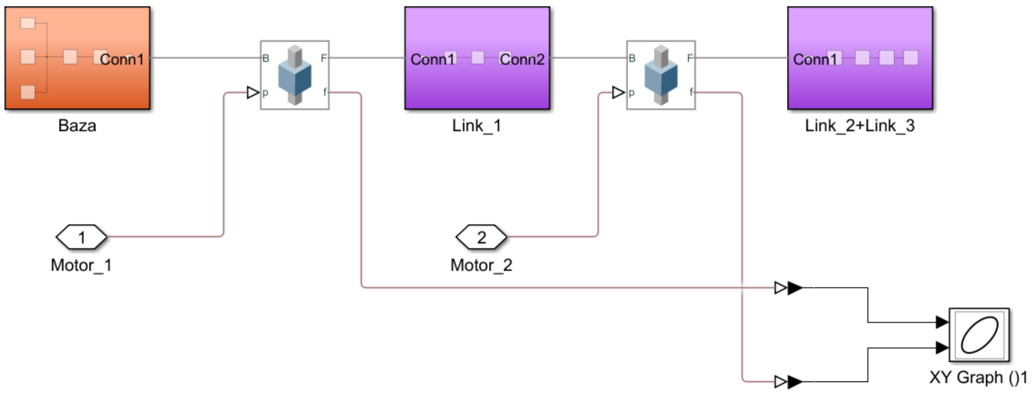


Fig. 11.3.2 Subsistemul Robotului TT

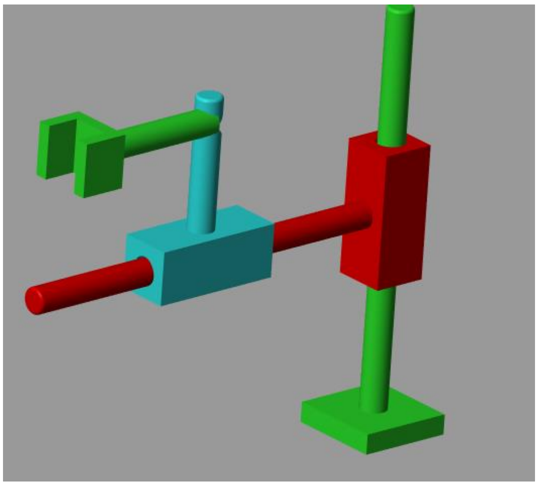


Fig. 11.3.3 Robot TT v1 în poziția inițială

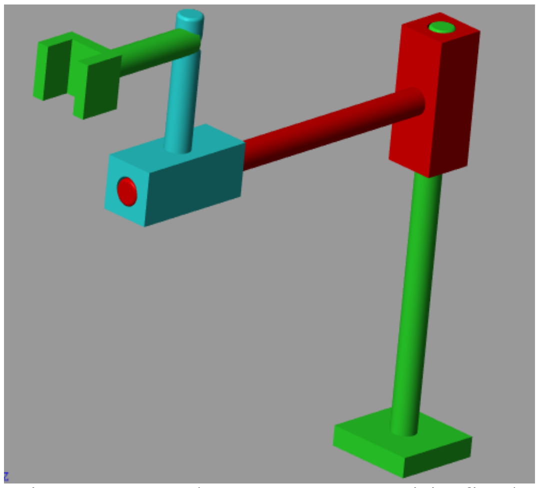


Fig. 11.3.4 Robot TT v1 în poziția finală

c. Prototip Virtual 2

Prototipul virtual 2 folosește un nou model făcut în CatiaV5 pentru a reprezenta robotul de tip TT și utilizează pentru control legea de mișcare formată din polinomul de gradul 3 care duce la aflarea poziției, vitezei și a accelerației robotului. De asemenea sunt incluse caracteristici precum funcția de transfer care descrie relația matematică între intrările și ieșirile sistemului, matricea de inerție, traiectoria dată de pozițiile în spațiul cartezian.

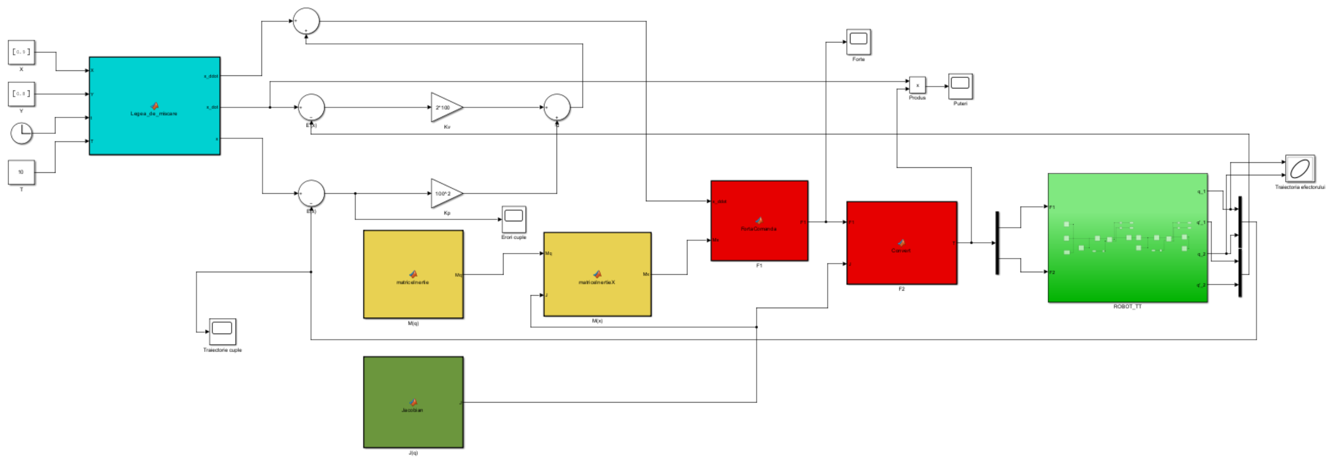


Fig. 12.1 Schemă sistem Prototip Virtual 2

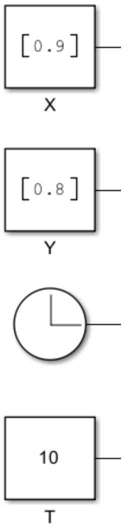


Fig. 12.1.1 Date de intrare

Fig. 12.1.2 Coeficienți

Kv - reprezintă coeficientul de viteză

Kp - reprezintă coeficientul de proporționalitate

M(q) – reprezintă matricea de inerție

Mx(q) – reprezintă matricea de inerție în reper cartezian

J(q) – reprezintă Jacobianul

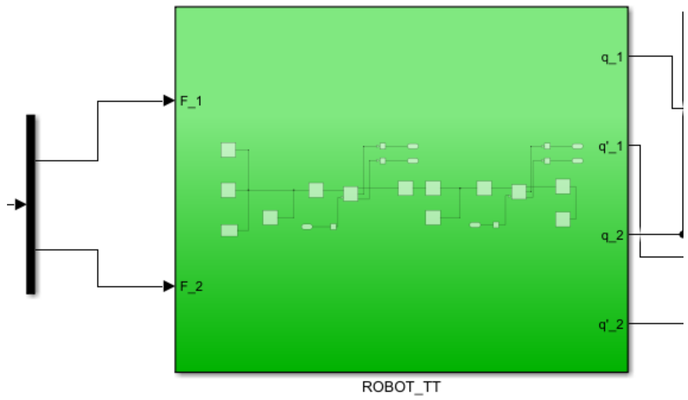


Fig. 12.2.1 Blocul Robotului TT

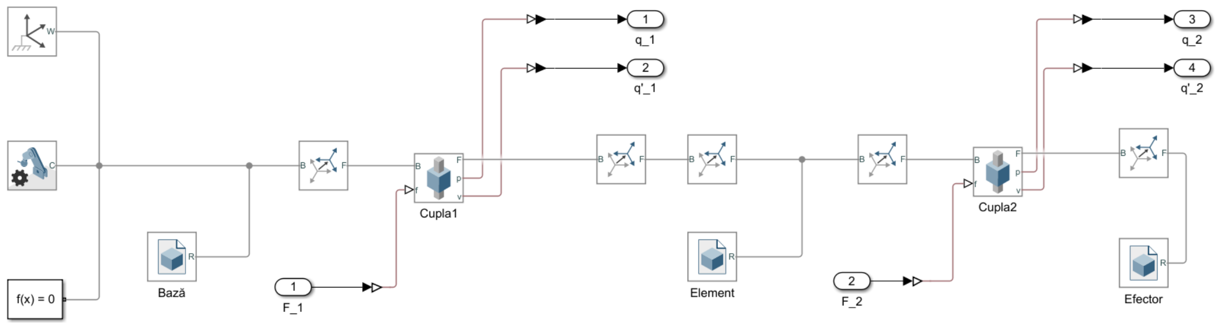


Fig. 12.2.2 Subsistemul Robotului TT

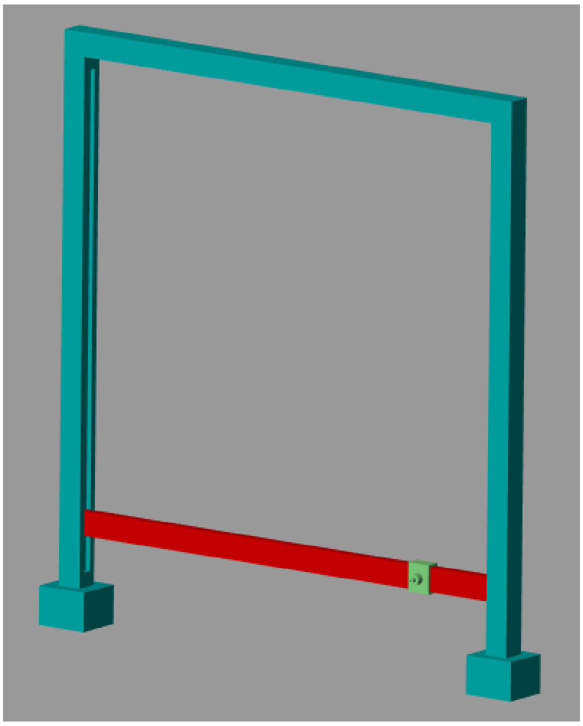


Fig. 12.2.3 Robot TT v2 în poziția [0.9;0.8]

Noua variantă de robot importată din CatiaV5 a fost făcută pentru a reprezenta mai bine un robot având două cuple de translație. Efectorul are o traiectorie bine definită și se poate deplasa oriunde pe planul său de desfășurare având aria de 1 m^2.

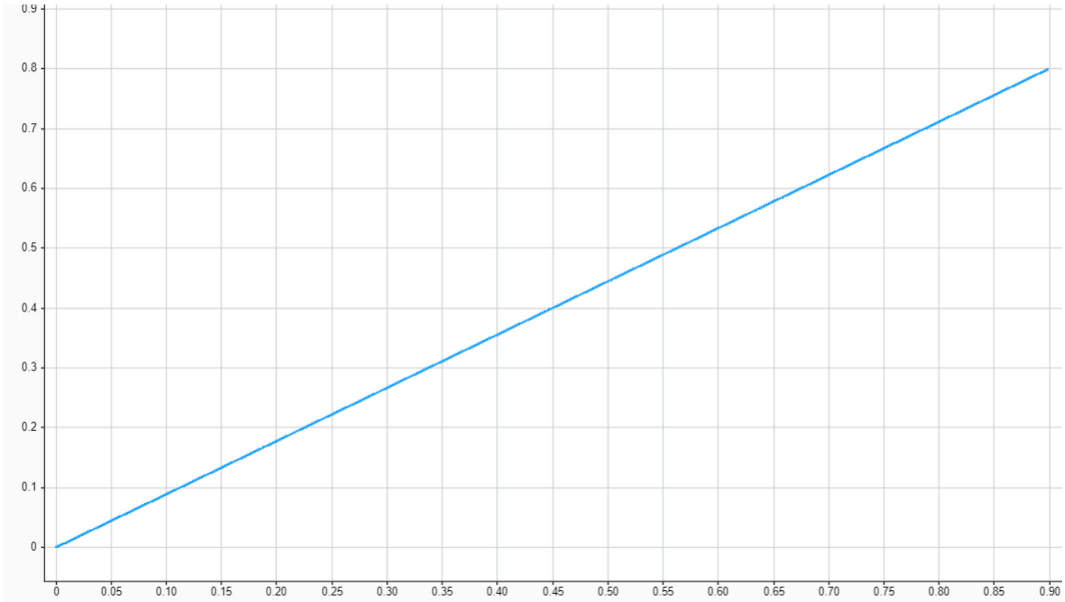


Fig. 12.2.4 Traiectoria efectorului

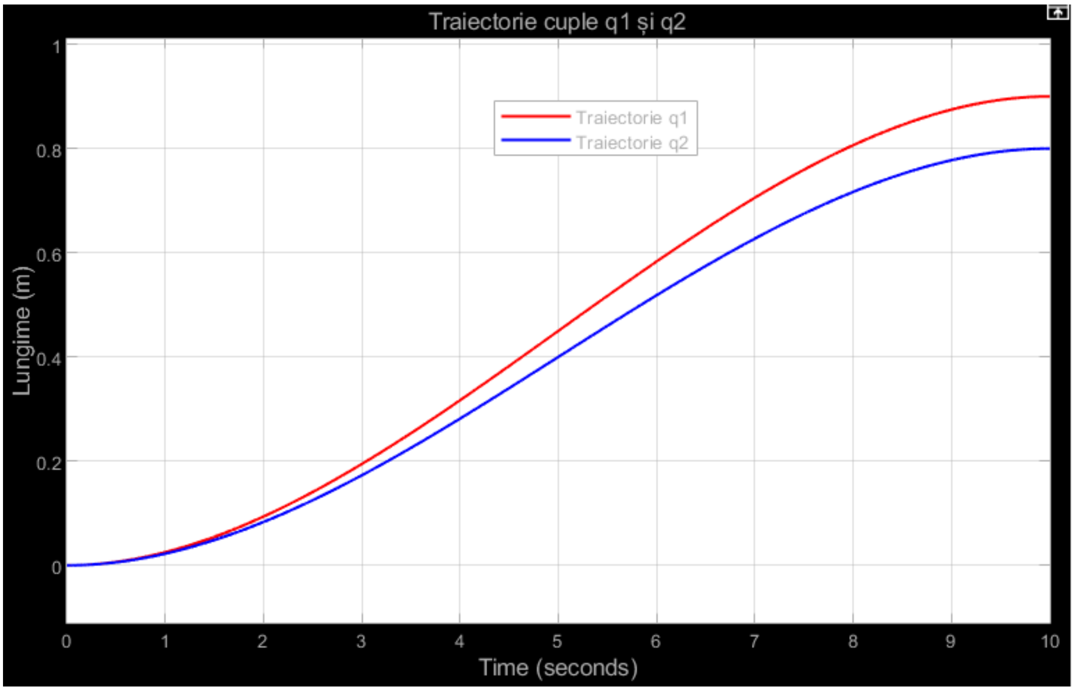


Fig. 12.2.5 Traiectoria cuplelor în raport cu timpul

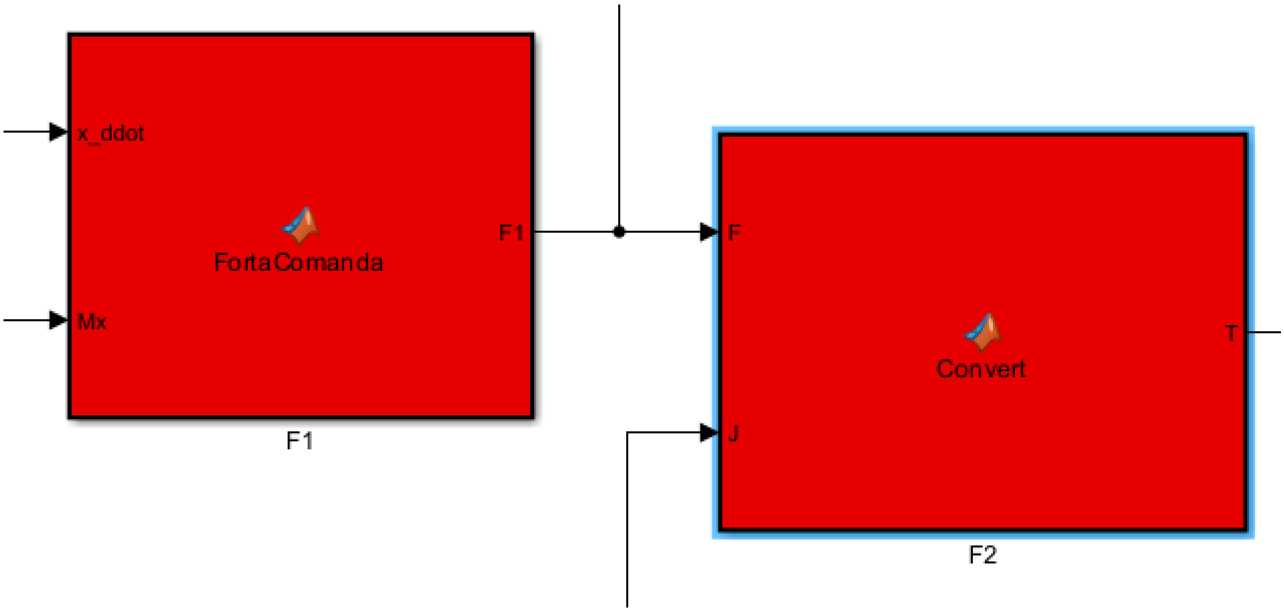


Fig. 12.3.1 Blocurile F1 și F2

Blocul F1 reprezintă Forța de comandă în reperul cartezian și are formula:

$$F1 = M(x) * \ddot{x} \qquad \textbf{(23)}$$

Blocul F2 reprezintă Forța de comandă calculată anterior cum este convertită din spațiul cartezian în spațiul articular folosindu-se formula:

$$J(q)^T * F = T \qquad \textbf{(24)}$$

T – reprezintă momentul

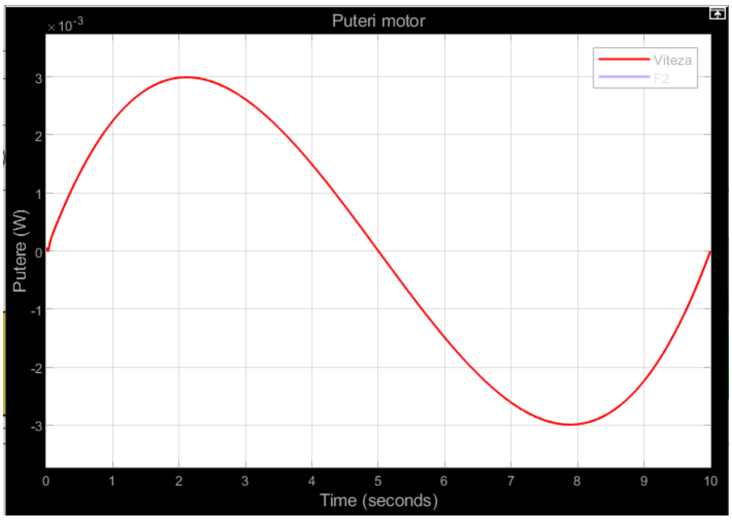


Fig 12.3.2 Graficul puterii cuplelor

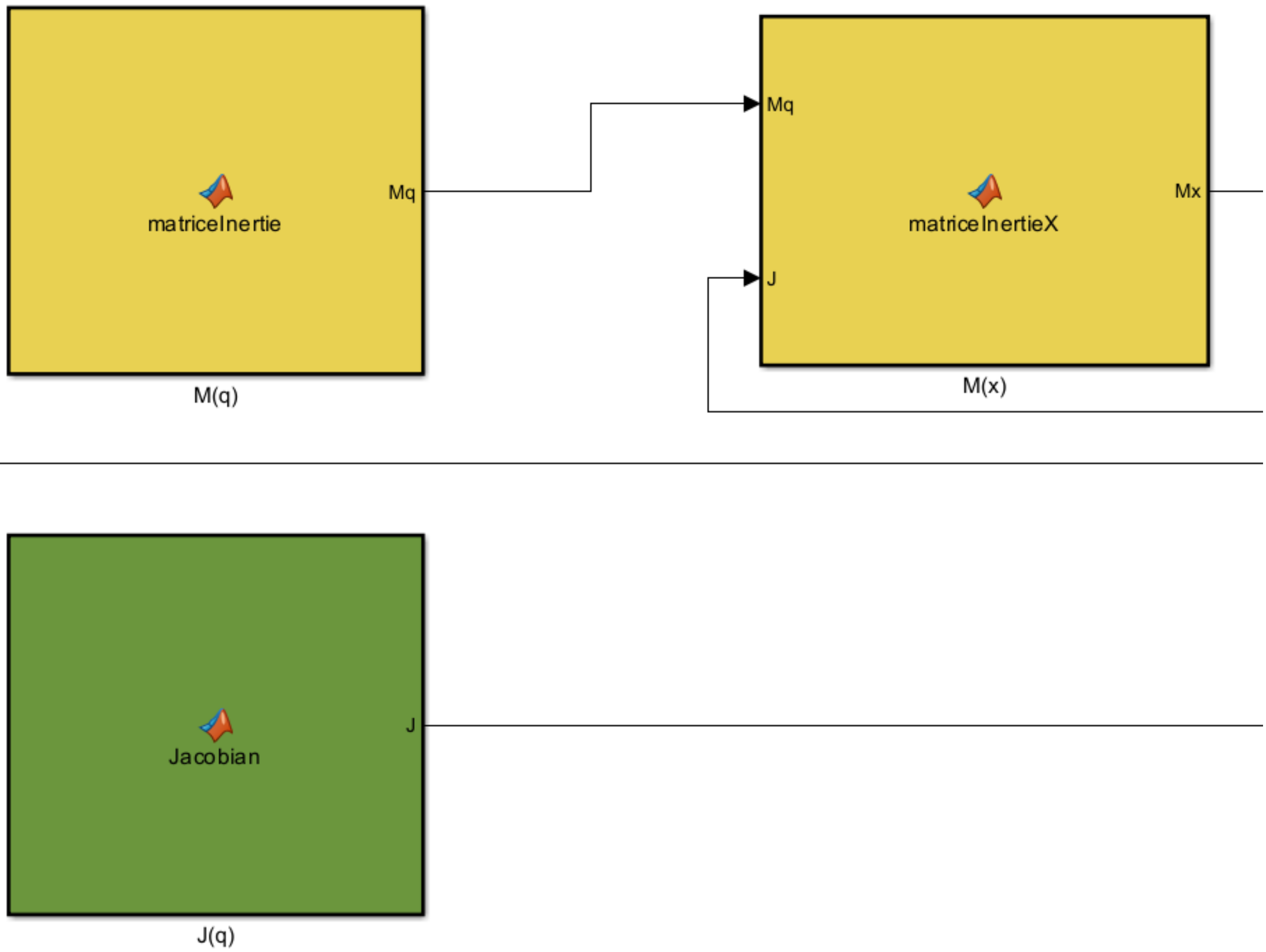


Fig. 12.4.1 Blocurile M(q), M(x) și J(q)

Blocul M(q) reprezintă matricea de inerție, aceasta fiind calculată la modelul dinamic (referință capitolul 5, formula nr. 22).

Blocul M(x) reprezintă matricea de inerție în reper cartezian și este egală cu:

$$J(q)^{-T} * M(q) * J(q)^{-1} \qquad \textbf{(25)}$$

Blocul J(q) reprezintă Jacobianul calculat anterior (referință capitolul 3, formula 5.4)

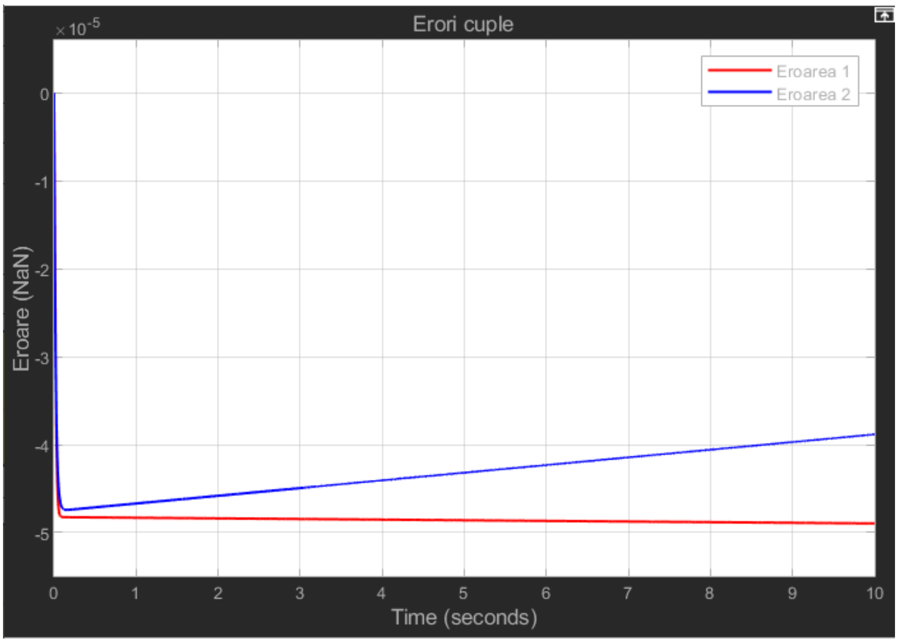


Fig. 12.4.2 Graficul erorilor cuplelor

Fig. 12.5.1 Blocul legii de mişcare

În acest bloc se prezintă legea de mişcare după care funcționează ansamblul robotului TT, aceasta fiind formată din ecuațiile polinomiale următoare:

$$x = [X; Y] * (-2 * \left(\frac{t}{T}\right)^3 + 3 * \left(\frac{t}{T}\right)^2 \quad \textbf{(26)}$$

$$\dot{x} = [X; Y] * (-6 * \frac{t^2}{T^3} + 6 * \frac{t}{T^2}) \quad \textbf{(27)}$$

$$\ddot{x} = [X; Y] * (-12 * \frac{t}{T^3} + \frac{6}{T}) \quad \textbf{(28)}$$

Unde:

[X;Y] – reprezintă coordonatele punctelor

x – reprezintă poziția

$\dot{x}$ – reprezintă viteza

$\ddot{x}$ – reprezintă accelerația

t/T – reprezintă timpul

7. Concluzii

Acest proiect a reprezentat o provocare semnificativă, care a solicitat abilități și resurse considerabile pentru a fi finalizat. Prin intermediul lui am aplicat cunoștiințele preluate de la cursuri și am reușit să proiectez un sistem robotic având două cuple de translație care poate îndeplinii sarcinele date de a urmări o traiectorie și de a se deplasa în orice punct din planul de desfăşurare.

8. Anexe

În aceastp secțiune vor fi prezentate codurile folosite în Matlab.

```
function TT_Robot(q,l)

for t=0:0.01:1
cla

axis([-5 5 -5 5])
P_1 = [1;0]
P_2 = [1;5]
P_3 = [5;5]
P_4 = [5;0]
Square = [P_1,P_2,P_3,P_4,P_1]

q_1 = -2*q(1,:)*t.^3 + 3*q(1,:)*t.^2
q_2 = -2*q(1,:)*t.^3 + 3*q(1,:)*t.^2

%q_1(0) = 0  q_1(0) = a_0 = 0
%q_1(t_f) = q(1,:) q_1(1) = a_3 + a_2 + a_1 = q(1,:) -2*a_2/3 +3*a_2/3 =
%a_2 = 3*q(1,:)
%a_3 = -2*q(1,:)

%q_1'(t) = 3*a_3*t.^2 + 2*a_2*t +a_1
%q_1'(0) = 0 q_1'(0) = a_1 = 0
%q_1'(t_f) = 0 q_1'(1) = 3*a_3 + 2*a_2 = 0 a_3 = -2*a_2/3

x = [0.01;0;0]
y = [0;0.01;0]
o = [0;0;0]

T_01 = [1 , 0 , 0 , 0; ...
        0 , 1 , 0 , l(1,:) + q_1; ...
        0 , 0 , 1 , 0; ...
        0 , 0 , 0 , 1]
T_12 = [1 , 0 , 0 , l(2,:) + q_2; ...
        0 , 1 , 0 , 0; ...
        0 , 0 , 1 , 0; ...
        0 , 0 , 0 , 1]
T_23 = [1 , 0 , 0 , 0 ;...
        0 , 1 , 0 , l(3,:); ...
        0 , 0 , 1 , 0; ...
        0 , 0 , 0 , 1]
T_3e = [1 , 0 , 0 , l(4,:); ...
        0 , 1 , 0 , 0; ...
        0 , 0 , 1 , 0; ...
        0 , 0 , 0 , 1]

T_02 = T_01 * T_12
T_03 = T_02 * T_23
T_0e = T_03 * T_3e


Ox = T_01*[x;1]
Oy = T_01*[y;1]
```

```
Oo = T_01*[o;1]

Sx = T_02*[x;1]
Sy = T_02*[y;1]
So = T_02*[o;1]

Qx = T_03*[x;1]
Qy = T_03*[y;1]
Qo = T_03*[o;1]

Px = T_0e*[x;1]
Py = T_0e*[y;1]
Po = T_0e*[o;1]

O =[T_01(1,4);T_01(2,4)]'
S =[T_02(1,4);T_02(2,4)]
P =[T_0e(1,4);T_0e(2,4)]

R_matrix = [[o;1],Oo,So,Qo,Po]

r1=rectangle('Position',[-0.2 0.5 0.4 1.2],'Curvature',0.2)
r1.FaceColor = 'black';
r2=rectangle('Position',[So(1,:)-0.5 Sx(1,:)-0.25 1 0.5],'Curvature',0.2)
r2.FaceColor = 'black';

plot([Po(1,:),Px(1,:)+0.5],[Po(2,:),Px(2,:)+0.5],'black','LineWidth',1)
%plot([Po(1,:)+0.3,Px(1,:)+0.2],[Po(2,:)+0.3,Px(2,:)+0.2],'black','LineWidth',1)
plot([Po(1,:),Py(1,:)+0.5],[Po(2,:),Py(2,:)-0.5],'black','LineWidth',1)
%plot([Po(1,:)-0.2,Py(1,:)-0.4],[Po(2,:)-0.2,Py(2,:)-0.2],'black','LineWidth',1)




plot(Square(1,:),Square(2,:),'green','LineWidth',1)
plot(R_matrix(1,:),R_matrix(2,:),'black','LineWidth',0.5)

plot([Oo(1,:),Ox(1,:)],[Oo(2,:),Ox(2,:)],'r','LineWidth',1)
plot([Oo(1,:),Oy(1,:)],[Oo(2,:),Oy(2,:)],'b','LineWidth',1)

plot([So(1,:),Sx(1,:)],[So(2,:),Sx(2,:)],'r','LineWidth',1)
plot([So(1,:),Sy(1,:)],[So(2,:),Sy(2,:)],'b','LineWidth',1)

plot([Po(1,:),Px(1,:)],[Po(2,:),Px(2,:)],'r','LineWidth',1)
plot([Po(1,:),Py(1,:)],[Po(2,:),Py(2,:)],'b','LineWidth',1)

hold on
grid on

pause (0.001)
```

Fig. 13.1 Generarea braţului robotic şi deplasarea lui

```
function RobotJ(q,l)
V = zeros(3,101);
D = zeros(3,101);
figure
hold
grid
axis([0 1 0 2.5])
xlabel('time [s]')
ylabel('velocity [m/s]')
for t=0:1:100
    q_1 = -2*q(1,:)*(t/100).^3 + 3*q(1,:)*(t/100).^2;
    q_2 = -2*q(2,:)*(t/100).^3 + 3*q(2,:)*(t/100).^2;

    q_1_diff = -6*q(1,:)*(t/100).^2 + 6*q(1,:)*(t/100);
    q_2_diff = -6*q(2,:)*(t/100).^2 + 6*q(2,:)*(t/100);

    Jv = [0,1;
          1,0;
          0,0];
    V(:,t+1) = Jv * [q_1_diff;q_2_diff];
    if t>0
        plot([t/100,(t+1)/100],[sqrt(V(1,t).^2+V(2,t).^2),sqrt(V(1,t+1).^2+V(2,t+1).^2)],'magenta','LineWidth',0.5)
    end
end
```

Fig. 13.2 Generare lege de mişcare polinomială
Și grafic viteze

9. Bibliografie

[1] Pozna, C. (2021). Bazele Cinematicii Robotilor Industriali.

[2] Pozna, C. (2021). Dinamica Robotilor

[3] Pozna, C. (2021). Sisteme de Conducere in Robotica.

[4] https://www.maxongroup.com/maxon/view/content/index