

5.2. Вычислить обратную матрицу, где E - единичная матрица.

$$(5E)^{-1} = \left(5 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)^{-1} = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 0,2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0,2 \end{pmatrix}$$

5.2. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{vmatrix} = 0 + 84 + 96 - 0 - 72 - 48 = 60$$

5.3.1. Вычислить обратную матрицу через алгебраическое дополнение:

$$\frac{1}{60} \cdot \begin{vmatrix} (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 0 & 6 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} & (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} & (-1)^{1+3} \cdot \begin{vmatrix} 4 & 0 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} \\ (-1)^{2+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 8 & 9 \end{vmatrix} & (-1)^{2+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 7 & 9 \end{vmatrix} & (-1)^{2+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 7 & 8 \end{vmatrix} \\ (-1)^{3+1} \cdot \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 6 \end{vmatrix} & (-1)^{3+2} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \end{vmatrix} & (-1)^{3+3} \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \end{vmatrix}^T =$$

$$= \frac{1}{60} \begin{bmatrix} -48 & 6 & 32 \\ 6 & -12 & 6 \\ 12 & 6 & -8 \end{bmatrix}^T = \frac{1}{60} \begin{bmatrix} -48 & 6 & 12 \\ 6 & -12 & 6 \\ 32 & 6 & -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,8 & 0,1 & 0,2 \\ 0,1 & -0,2 & 0,1 \\ \frac{8}{15} & 0,1 & -\frac{2}{15} \end{bmatrix}$$

5.3.2. Пример матрицы 4×4 , ранг которой равен 1.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 4 & 8 \\ 0 & 5 & 10 & 20 \\ 0 & -1 & -2 & -4 \end{bmatrix}$$

5.4. Скалярное произведение двух векторов: $(1, 5) \cdot (2, 8) = 1 \cdot 2 + 5 \cdot 8 = 42$.

5.5. Смешанное произведение 3-х векторов:

$$p = (\vec{a} \cdot \vec{b} \cdot \vec{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 0 \\ 2 & 8 & 7 \\ 7 & 1,5 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 8 & 7 \\ 1,5 & 3 \end{vmatrix} \cdot 1 - \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 7 & 3 \end{vmatrix} \cdot 5 + \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 7 & 1,5 \end{vmatrix} \cdot 0 = 24 - 10,5 - (6 - 49) \cdot 5 + 0 = 228,5$$