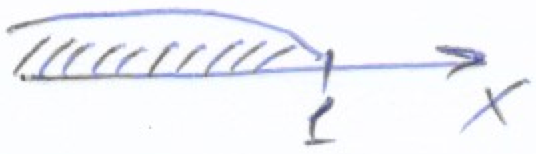
1. Найти область определения функции:

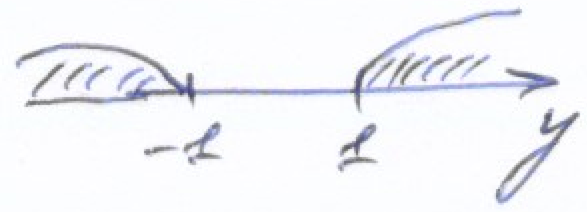
$$z=\sqrt{1-x^3}+\ln(y^2-1)$$

$1-x^3\geq 0$ $\qquad$ $y^2-1>0$

$x^3\leq 1$ $\qquad$ $y^2>1$

$x\leq 1$ $\qquad$ $-1>y>1$





2. Найти производные 1-го порядка функции: $z=\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^3$

$$z'_x=3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\cdot\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)'=3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\cdot\left(1'+\left(\frac{\ln x}{\ln y}\right)'\right)=3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\cdot\frac{1}{x\cdot\ln y}$$

$$z'_y=3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\cdot\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)'=3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\cdot\ln x\cdot\left(\ln^{-1}y\right)'=3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\cdot\ln x(-1)\ln^{-2}y=$$

$$=-3\left(1+\frac{\ln x}{\ln y}\right)^2\cdot\frac{\ln x}{\ln y}$$

3. Найти полный дифференциал функции в точке $(1;1)$:

$$z=\sqrt{2xy+\cos\frac{x}{y}}$$

$$z'_x=\left(\left(2xy+\cos\frac{x}{y}\right)^{\frac{1}{2}}\right)'=\frac{1}{2}\left(2xy+\cos\frac{x}{y}\right)^{-\frac{1}{2}}\cdot\left(2xy+\cos\frac{x}{y}\right)'=\frac{2y-\sin\frac{x}{y}}{2\left(2xy+\cos\frac{x}{y}\right)^2}$$

$$z'_y=\frac{1}{2\left(2xy+\cos\frac{x}{y}\right)^2}\cdot\left(2x-\sin\frac{x}{y}\cdot\left(\frac{x}{y}\right)'\right)=\frac{2x+\sin\frac{x}{y}\cdot\frac{x}{y^2}}{2\left(2xy+\cos\frac{x}{y}\right)^2}$$

$$dz(1,1)=\frac{2\cdot1-\sin\frac{1}{1}}{2\left(2\cdot1\cdot1+\cos\frac{1}{1}\right)^2}dx+\frac{2\cdot1+\sin\frac{1}{1}\cdot\frac{1}{1^2}}{2\left(2\cdot1\cdot1+\cos\frac{1}{1}\right)^2}dy=\frac{2-\sin1}{2(2+\cos1)^2}dx+\frac{2+\sin1}{2(2+\cos1)^2}\cdot dy$$

4. Исследовать на экстремум функцию:

$$z=x^2+xy+y^2-6x-9y$$

$$\begin{cases}\frac{\partial z}{\partial x}=2x+y-6=0\\ \frac{\partial z}{\partial y}=x+2y-9=0\end{cases}$$

$x=9-2y$

$2(9-2y+y-6=0$

$18-4y+y-6=0$

$3y=12$

$y=4$

$x=9-2\cdot4=1$

$M1(1,4)$

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=2$

$\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}=2$

$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=0$

$\Delta=\begin{vmatrix}2&0\\0&2\end{vmatrix}=4>0$

Значит точка $M1(1;4)$ — это глобальный минимум функции.