# Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого Институт компьютерных наук и технологий Кафедра компьютерных систем и программных технологий

# Телекоммуникационные технологии

Отчет по лабораторной работе №4-5 Модуляция

> Работу выполнил: Чугунов А.А.

Труппа: 33501/4

Преподаватель:

Богач Н.В.

# 1. Цель работы

Изучение модуляции/демодуляции сигнала.

### 2. Постановка задачи

Сгенерировать однотональный сигнал низкой частоты, выполнить амплитудную модуляцию сигнала по определенному закону для различных значений глубины модуляции М, модуляцию с подавлением несущей, однополосную модуляцию, осуществить синхронное детектирование. Посмотреть, как модуляция влияет на спектр сигнала. Расчитать КПД модуляции. Аналогичные действия произвести при помощи фазовой и частотной модуляции/демодуляции.

# 3. Теоретическая информация

### 3.1. Модуляция

Перенос спектра сигналов из низкочастотной области на заданную частоту, т.е. в выделенную для их передачи область высоких частот выполняется операцией модуляции. Обозначим низкочастотный сигнал, подлежащий передаче по какому-либо каналу связи, s(t) .

В канале связи для передачи данного сигнала выделяется определенный диапазон высоких частот и формируется вспомогательный периодический высокочастотный сигнал  $u(t) = f(t; a_1, a_2, ... a_m)$ . Совокупность параметров  $a_i$  определяет форму вспомогательного сигнала. Значения параметров  $a_i$  в отсутствие модуляции являются величинами постоянными. Если на один из этих параметров перенести сигнал s(t), т.е. сделать его значение пропорционально зависимым от значения s(t) во времени (или по любой другой независимой переменной), то форма сигнала u(t) приобретает новое свойство. Она служит для переноса информации, содержащейся в сигнале s(t). Сигнал u(t) называется несущим сигналом, несущим колебанием или просто несущей (carrier), а физический процесс переноса информации на параметры несущего сигнала — его модуляцией.

Исходный информационный сигнал s(t) называют модулирующим, результат модуляции – модулированным сигналом. Обратную операцию выделения модулирующего сигнала из модулированного колебания называют демодуляцией или детектированием.

# 3.2. Генерация однотонального низкочастотного сигнала s(t)

Для генерации гармонического сигнала воспользуемся формулой  $s(t) = A * cos(2 * \pi * f * t + \varphi)$ , где A - амплитуда сигнала, f - частота, t - вектор отсчетов времени,  $\varphi$  - смещение по фазе.

#### 3.3. Типы модуляции

#### 3.3.1. Амплитудная модуляция

Формула АМ имеет вид:

$$u(t) = (1 + MU_m cos(\Omega t))cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$
(1)

Спектр амплитудно-модулированного сигнала представлен на Рис.3.1:

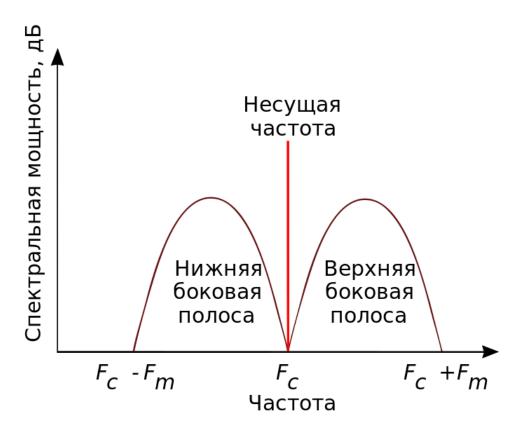


Рисунок 3.1. Спектр амплитудно-модулированного сигнала

#### 3.3.2. Амплитудная модуляция с подавлением несущей

Основная доля мощности AM – сигнала приходится на несущую частоту. При *балансной модуляции* (или AM с подавлением несущей частоты (AM-ПН) производится перемножение двух сигналов – модулирующего и несущего, при котором происходит подавление несущего колебания, соответственно, КПД модуляции становится равным 100%. Формула для балансной модуляции:

$$u(t) = MU_m cos(\Omega t) cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$
(2)

Спектр балансно-модулированного сигнала представлен на Рис.3.2:

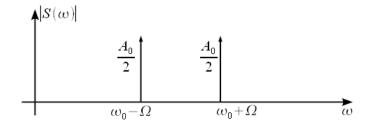


Рисунок 3.2. Спектр балансно-модулированного сигнала

#### 3.3.3. Однополосная модуляция

При идентичности информации в группах верхних и нижних боковых частот нет необходимости в их одновременной передаче. Одна из них перед подачей сигнала в канал

связи может быть удалена, чем достигается двукратное сокращение полосы занимаемых сигналом частот. Уравнение сигнала с одной боковой полосой приведено ниже:

$$u(t) = U_m cos(\Omega t) cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{U_m}{2} \sum_{n=1}^{N} M_n cos((\omega_0 + \Omega_n)t + \varphi_0 + \Phi_n)$$
(3)

Для демодуляции ОБП – сигнала может использоваться как двухполупериодное, так и синхронное детектирование. Результаты демодуляции отличаются от демодуляции АМ – сигналов только в два раза меньшей амплитудой выходных сигналов.

Спектр однополосно-модулированного сигнала и структурная схема соответствующего устройства представлены на Рис.3.3:

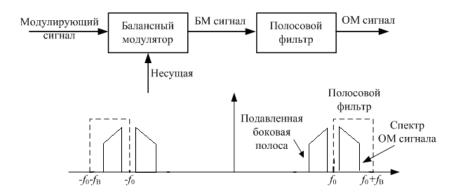


Рисунок 3.3. Спектр однополосно-модулированного сигнала

#### 3.3.4. Демодуляция с помощью синхронного детектирования

При синхронном детектировании модулированный сигнал умножается на опорное колебание с частотой несущего колебания:

$$y(t) = U(t)\cos(\omega_0 t)\cos(\omega_0 t) = \frac{U(t)}{2}(1 + \cos(2\omega_0 t))$$
(4)

Сигнал разделяется на два слагаемых, первое из которых повторяет исходный модулирующий сигнал, а второе повторяет модулированный сигнал на удвоенной несущей частоте  $2\omega_0$ . Форма новой несущей при синхронном детектировании является чистой гармоникой, в отличие от двухполупериодного детектирования, где новая несущая содержит дополнительные гармоники более высоких частот.

#### 3.3.5. КПД модуляции

КПД амплитудной модуляции зависит от коэффициента модуляции и может быть расчитано по следующей формуле:

$$\eta(t) = \frac{U_m^2(t)M^2}{4P_U} = \frac{M^2}{2+M^2} \tag{5}$$

#### 3.3.6. Фазовая модуляция

При фазовой модуляции (phase modulation – PM) значение фазового угла постоянной несущей частоты колебаний  $\omega_0$  пропорционально амплитуде модулирующего сигнала s(t). Соответственно, уравнение  $\Phi$ M-сигнала определяется выражением:

$$u(t) = U_m cos(\omega_0 t + ks(t)) \tag{6}$$

Изображение сигнала после фазовой модуляции приведено ниже на риунке 3.4:

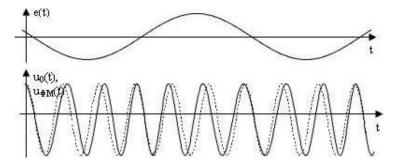


Рисунок 3.4. Фазовая модуляция сигнала

#### 3.3.7. Частотная модуляция

Частотная модуляция - вид аналоговой модуляции, при котором информационный сигнал управляет частотой несущего колебания. По сравнению с амплитудной модуляцией здесь амплитуда остаётся постоянной. Частотная модуляция выполняется по закону:

$$u(t) = U_m cos(\omega_0 t + k \int_0^t s(t)dt)$$
(7)

Изображение сигнала после частотной модуляции приведено ниже на риунке 3.5:

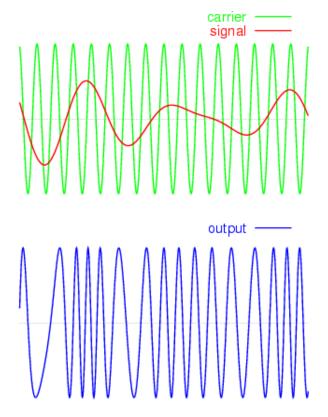


Рисунок 3.5. Частотная модуляция сигнала

Вверху - информационный сигнал на фоне несущего колебания. Внизу - результирующий сигнал.

### 4. Ход работы

Код программы представлен ниже 1:

Листинг 1: Код в Python

```
1 from scipy.fftpack import fft
  2 import scipy integrate as integrate
  3 import numpy as np
  4 import sympy as sp
  5 import matplotlib.pyplot as plt
        from scipy import signal
  6
  8
  9
         Fdiscrete = int(4e3)
10
11
12
         def spectrum (noiseSig):
                        Nfft = int(2 ** np.ceil(np.log2(len(noiseSig))))
13
                        sp = fft (noiseSig, Nfft)
14
15
                        f = np.arange(0, Nfft - 1) / Nfft * Fdiscrete
16
                        plt.figure()
17
                        plt.grid()
                        \verb|plt.plot(f[: int(Nfft / 2)]|, | np.abs(sp[: int(Nfft / 2)])||
18
19
                   # plt.axis([0, 250, 0, 4000])
20
21
22
         def plotting(t, sig):
23
                        plt.figure()
24
                        plt.grid()
25
                        plt.plot(t, sig)
26
27
28 \mid t = \text{np.linspace}(0, 1, \text{int}(\text{Fdiscrete}))
29|A = 1
30 \mid f0 = 10
31| Fc = 100
32|m = np.arange(0.5, 1.1, 0.5)
33 | sig = A * np.cos(2 * np.pi * f0 * t)
34 plotting (t, sig)
35 spectrum (sig.real)
36 for mi in m:
                        modulatedSig = (1 + mi * sig) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t)
37
38
                        plotting(t, modulatedSig)
39
                        spectrum (modulatedSig.real)
40
        for mi in m:
41
                        killTheCarrier = mi * sig * np.cos(2 * np.pi * Fc * t)
                        plotting(t, killTheCarrier)
42
43
                       spectrum (killTheCarrier.real)
        \# ssbModulated = sig * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2) * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) + (0.5 * A / 2
                     \hookrightarrow . pi * (Fc + f0) * t)
        \#ssbModulated = sig * np.cos(2 * np.pi * Fc * t) - signal.hilbert(sig).real * np
                     \hookrightarrow . \sin(2 * \text{np.pi} * \text{Fc} * \text{t})
46 | ssbModulated = A * 0.5 / 2 * np.cos(2 * np.pi * (Fc - f0) * t) + 0.5 * np.cos(2) | cos(2) | cos
                     \rightarrow * np. pi * Fc * t)
47 plotting (t, ssbModulated)
48 spectrum (ssbModulated.real)
49 demodulatedSig = ssbModulated * np.cos(2 * np.pi * Fc * t)
50 b, a = signal.butter(5, Fc/Fdiscrete*2, btype='lowpass', analog=False, output='
                    → ba ')
51|z = signal.filtfilt(b, a, demodulatedSig)
```

```
52 plotting (t, z)
53 spectrum (z)
54 demodulatedSig = modulatedSig * np.cos(2 * np.pi * Fc * t)
55|b, a = signal.butter(5, 2 * Fc/ np.pi / Fdiscrete, btype='lowpass', analog=False

→ , output='ba')

56 z = signal.filtfilt(b, a, demodulatedSig)
57 plotting (t,z)
58 spectrum (z)
59 demodulatedSig = killTheCarrier * np.cos(2 * np.pi * Fc * t)
60 b, a = signal.butter(5, Fc/Fdiscrete*2, btype='lowpass', analog=False, output='
                \hookrightarrow ba')
61 | z = signal. filt filt (b, a, demodulated Sig)
62 plotting (t,z)
63 spectrum (z)
64
65 \mid mi = np.arange(0, 10, 0.1)
66 | \text{KPD} = \text{mi}**2 / (\text{mi}**2 + 2)
67 plotting (mi, KPD)
68
69 phaseModulated = \operatorname{np.cos}(2 * \operatorname{np.pi} * \operatorname{Fc} * t + \operatorname{np.pi} * \operatorname{np.sin}(2 * \operatorname{np.pi} * \operatorname{f0} * t))
70 plotting (t, phaseModulated)
71 spectrum (phaseModulated)
72|z pm = np.unwrap(np.angle(signal.hilbert(phaseModulated))) - 2 * np.pi * Fc * t
73 plotting (t, z pm)
74 spectrum (z pm)
75
76
77 | frequencyModulated = np.cos(2 * np.pi * Fc * t + np.pi * np.sin(2 * np.pi * f0 * pi + f0 * for the formula for the fore
                 \hookrightarrow t))
78 plotting (t, frequency Modulated)
79 spectrum (frequencyModulated)
80 z fm = np. diff(np.unwrap(np.angle(signal.hilbert(frequencyModulated)))) *
                → Fdiscrete - 2 * np.pi * Fc
81 \mid \text{plotting} \left( t \left[ 0 : \text{len} \left( t \right) - 1 \right], \text{ z fm} \right)
82 spectrum (z fm)
83
84 plt.show()
```

#### 4.1. Генерация однотонального сигнала

Для начала получим обычный гармонический сигнал. Сгенерированный сигнал представлен на рисунке 4.1:

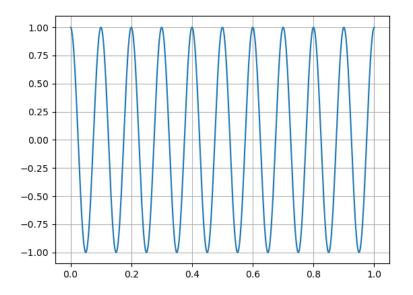


Рисунок 4.1. Гармонический сигнал

Для однотонального сигнала спектр выглядит следующим образом:

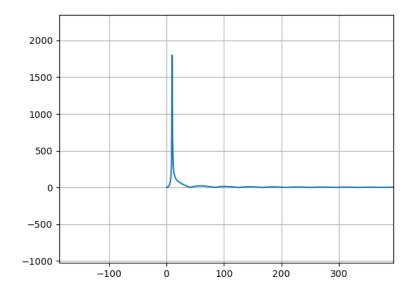


Рисунок 4.2. Спектр гармонического сигнала

### 4.2. Амплитудная модуляция

Сгенерированный однотональный сигнал подвергли амплитудной модуляции (при соотношении амплитуд инф./несущ. =0.5). Сигнал после модуляции и его спектр представлены на рисунках 4.3 и 4.4:

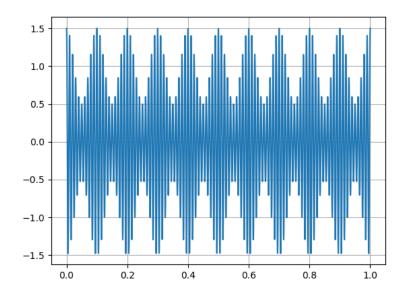


Рисунок 4.3. Амплитудно-модулированный сигнал (M=0.5)

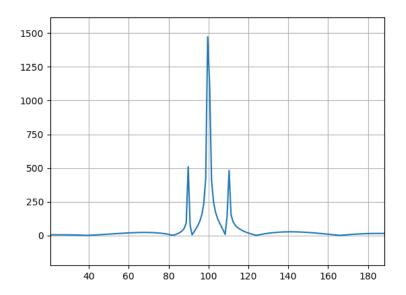


Рисунок 4.4. Спектр амплитудно-модулированного сигнала (M=0.5)

Спектр содержит гармонику модулирующего (информационного) сигнала и две гармоники по бокам - модулируемого (несущего).

Теперь будем изменять амплитуду модулирующего (информационного) сигнала для наблюдения изменения сигнала с модуляцией (его коэффициента модуляции M).

Поставим M=1.

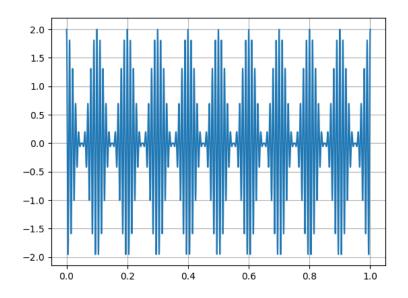


Рисунок 4.5. Амплитудно-модулированный сигнал (M=1)

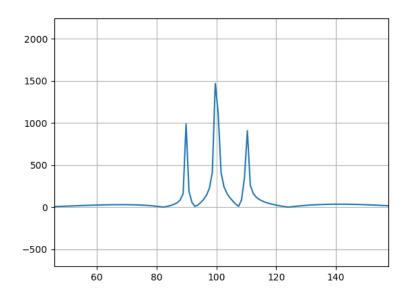


Рисунок 4.6. Спектр амплитудно-модулированного сигнала (M=1)

При M>1 имеем случай перемодуляции, а при M<1 - обычный случай модуляции без совмещений полупериодов гармонического сигнала огибающей.

### 4.3. Амплитудная модуляция с подавлением несущей

Подавление несущей осуществляется узкополосной фильтрацией сигнала на частоте информационного. Сигнал с АМ-ПН представлен на рисунке 4.7:

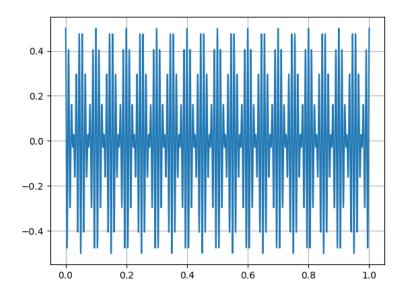


Рисунок 4.7. Сигнал с АМ-ПН(М = 0.5)

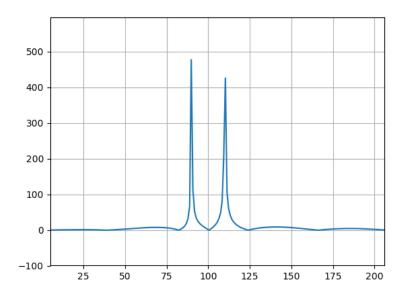


Рисунок 4.8. Спектр сигнала с АМ-ПН(M = 0.5)

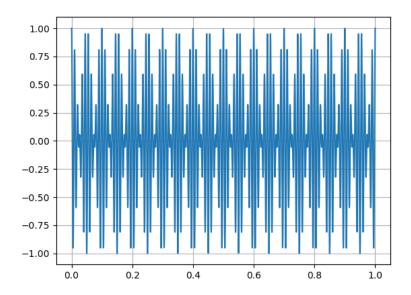


Рисунок 4.9. Сигнал с AM- $\Pi H(M = 1)$ 

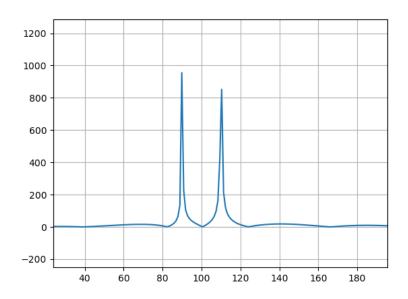


Рисунок 4.10. Спектр сигнала с AM- $\Pi H(M=1)$ 

Подавление несущей приводит к тому, что основная мощность сигнала (приходящаяся на несущую гармонику) фильтруется, но такой сигнал не демодулируется. Решить такую проблему можно частичной фильтрацией несущей, то есть сохранение амплитуды этой гармоники ненулевой, но более низкой, чем у информационной составляющей.

### 4.4. Однополосная амплитудная модуляция

Помимо подавления несущей, можно избавиться от лишней (дублирующейся) боковой полосы спектра с помощью ФНЧ. Сигнал представлен на рисунке ??:

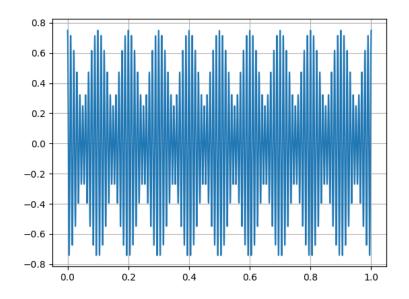


Рисунок 4.11. Сигнал с АМ-ОП

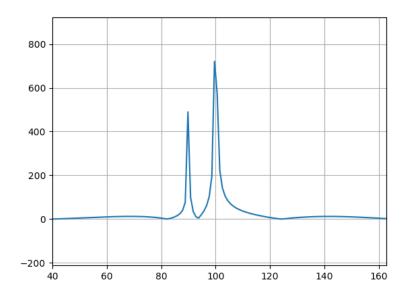


Рисунок 4.12. Спектр сигнала с АМ-ОП

# 4.5. Фазовая модуляция

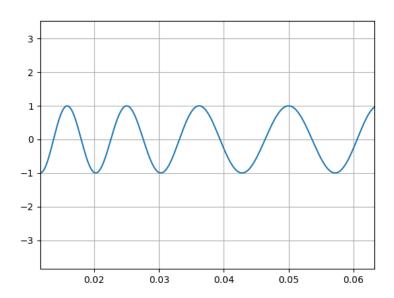


Рисунок 4.13. Фазовая модуляция сигнала

Спектр сигнала после фазовой модуляции:

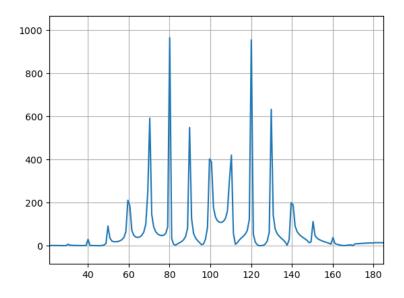


Рисунок 4.14. Спектр сигнала после фазовой модуляции

# 4.6. Частотная модуляция

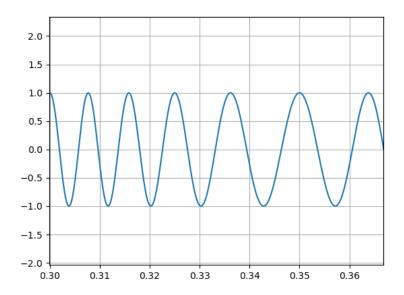


Рисунок 4.15. Частотная модуляция сигнала

Спектр сигнала после частотной модуляции:

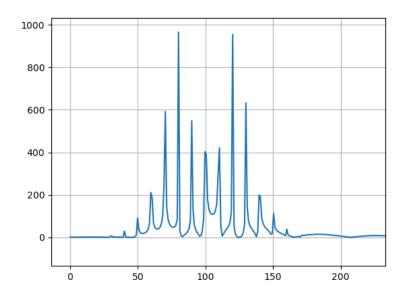


Рисунок 4.16. Спектр сигнала после частотной модуляции

### 4.7. Демодуляция с помощью синхронного детектирования

Произведем демодуляцию модулированных сигналов.

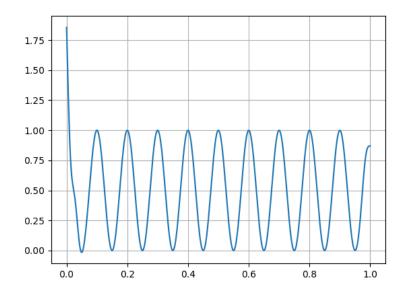


Рисунок 4.17. Демодулированный сигнал(После Ам)

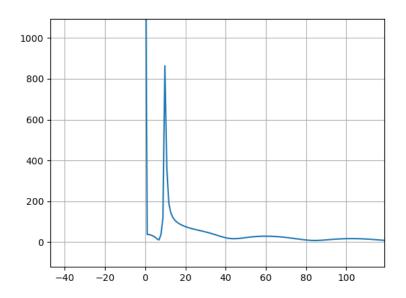


Рисунок 4.18. Спектр демодулированного сигнала(После Ам)

Теперь для сигнала после АМ-ПН:

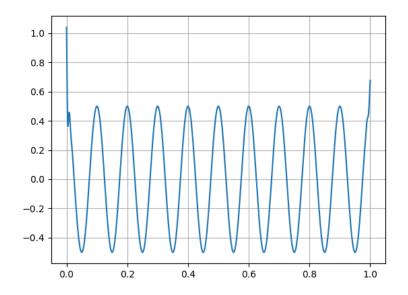


Рисунок 4.19. Демодулированный сигнал(После АМ-ПН)

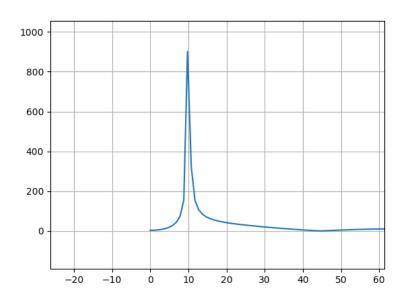


Рисунок 4.20. Спектр демодулированного сигнала(После АМ-ПН)

Рассмотрим демодуляцию сигнала после АМ-ОП:

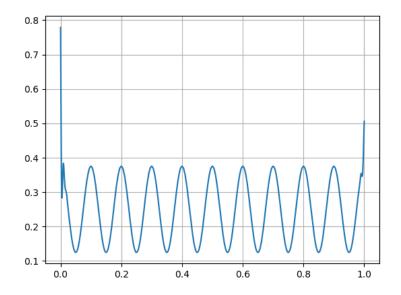


Рисунок 4.21. Демодулированный сигнал(После АМ-ОП)

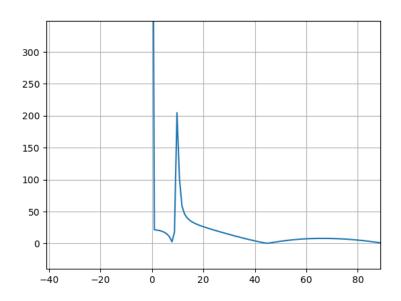


Рисунок 4.22. Спектр демодулированного сигнала (После АМ-ОП)

Перейдем к фазовой и частотной модуляциями. Рассмотрим демодуляцию сигнала после  $\Phi M$ :

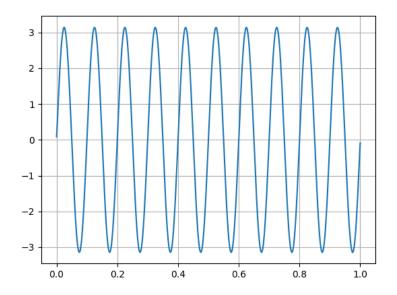


Рисунок 4.23. Демодулированный сигнал(После ФМ)

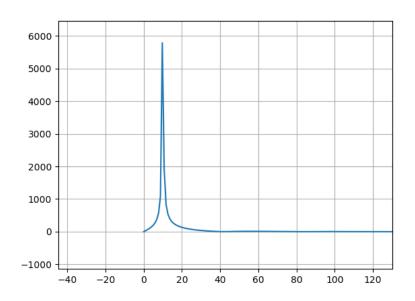


Рисунок 4.24. Спектр демодулированного сигнала(После ФМ)

Рассмотрим демодуляцию сигнала после ЧМ:

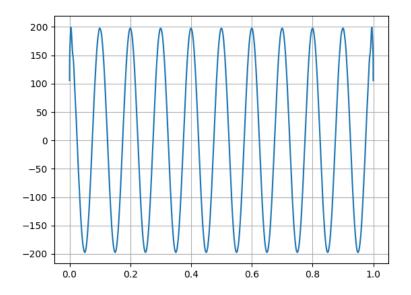


Рисунок 4.25. Демодулированный сигнал(После ЧМ)

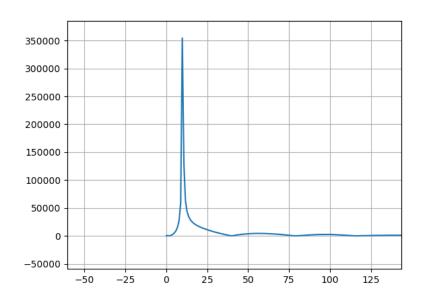


Рисунок 4.26. Спектр демодулированного сигнала(После ЧМ)

# 4.8. КПД модуляции

Ниже на рисунке  $\ref{eq:condition}$  приведена зависимость КПД модуляции от амплитуды модулирующего сигнала (т.е. от коэффициента модуляции).

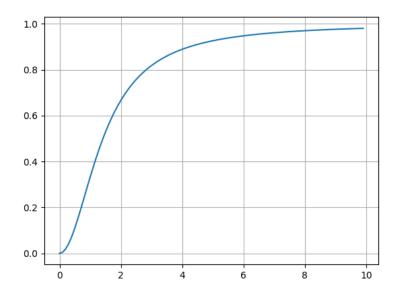


Рисунок 4.27. Зависимость КПД модуляции от амплитуды модулирующего сигнала

# 5. Выводы

Исследованы типы аналоговой модуляции (амплитудная, с подавлением несущей и однополосная, а так же фазовая и частотная), способ демодуляции с помощью синхронного детектирования и определена зависимость КПД модуляции от коэффициента модуляции. Построены спектры модулированных сигналов и их вид совпал с ожидаемым результатом для каждого типа модуляции.

Аналоговая амплитудная модуляция находит широкое применение во многих областях: например, в системах телевизионного вещания), в системах звукового радиовещания и радиосвязи на длинных и средних волнах, в системе трехпрограммного проводного вещания.