Laboratorul 3

1. Dacă **A** şi **B** sunt două evenimente astfel încât $P(\mathbf{A}) > 0$, atunci probabilitatea condiţionată a evenimentului **B** condiţionat de evenimentul **A** este

$$P(\mathbf{B}|\mathbf{A}) = \frac{P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B})}{P(\mathbf{A})}.$$

Într-o urnă sunt 5 bile roşii, 3 bile albastre şi 2 bile verzi. Se extrag aleator, pe rând, 3 bile din urnă, fără repunerea bilei extrase înapoi în urnă înaintea următoarei extrageri. Se consideră următoarele evenimente asociate acestui experiment: **A**:"cel puţin o bilă extrasă este roşie" şi **B**:"toate bilele extrase au aceeaşi culoare."

i) Folosind funcţia `randsample`, scrieţi o funcţie care simulează de 5000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul **A**.

>> simulare_i

ii) Scrieţi o funcţie care simulează de 5000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul $\mathbf{A} \cap \mathbf{B}$.

>> simulare_ii

iii) Folosind rezultatele obţinute la **i)** şi **ii)**, estimaţi probabilitatea $P(\mathbf{B}|\mathbf{A})$. Comparaţi această estimare cu valoarea exactă a probabilităţii.

>> simulare_ii/simulare_i

$P(\mathbf{B}|\mathbf{A}) = \frac{P(\mathbf{A}\cap\mathbf{B})}{P(\mathbf{A})}$, $P(\mathbf{A}) = 1 - \frac{C_{3+2}^3}{C_{5+3+2}^3} = \frac{11}{12}$, $P(\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) = \frac{C_5^3}{C_{10}^3} = \frac{1}{12} \implies P(\mathbf{B}|\mathbf{A}) = \frac{1}{11} \approx 0.0909.$

iv) Scrieţi o funcţie care simulează de 5000 de ori experimentul de mai sus şi returnează proporţia de simulări în care a avut loc evenimentul **B** după ce s-a observat anterior apariţia evenimentului **A**, relativă la numărul de apariţii ale evenimentului **A**. Comparaţi valoarea obţinută cu valorile obţinute la **iii)**.

>> simulare_iv

2. a) Pentru $p \in (0,1)$, $n, m \in \mathbb{N}^*$ şi o variabilă aleatoare $X \sim Bino(n,p)$, i.e.

$$X \sim \begin{pmatrix} k \\ C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \end{pmatrix}_{k=\overline{0,n}},$$

să se genereze un vector x de m valori ale lui X, folosind funcţia `binornd`. Comparaţi datele obţinute cu cele date de distribuţie, folosind funcţiile: `bar`, `binopdf` şi `histc`, testând codul de mai jos:

```
>>pkg load statistics

clf; grid on; hold on;
p=...; n=...; m=...;
x=binornd(n,p,1,m);
N=hist(x,0:n);
bar(0:n,N/m,'hist','FaceColor','b');
bar(0:n,binopdf(0:n,n,p),'FaceColor','y');
legend('probabilitatile estimate','probabilitatile teroretice');
set(findobj('type','patch'),'facealpha',0.7);xlim([-1 n+1]);
```

b) Folosind funcţia `binornd` în 5000 de simulări, estimaţi probabilitatea ca exact 2 zaruri din 5 zaruri aruncate să arate numere divizibile cu 3. Comparaţi valoarea obţinuţă cu probabilitatea teoretică corespunzătoare, folosind funcţia `binopdf`.

```
prob_estim=sum(binornd(5,1/3,1,5000)==2)/5000
prob_teor=binopdf(2,5,1/3)
```

3. Considerăm experimentul: se aruncă 4 zaruri, apoi se calculează suma numerelor obţinute. Rezolvaţi în Octave următoarele cerinţe:

i) Simulaţi de 1000 de ori aruncarea a 4 zaruri, folosind funcţia `randi`. Afişaţi, sub forma unei matrice, toate sumele apărute cu frecvenţele lor absolute.

ii) Reprezentaţi grafic frecvenţele relative ale sumelor obţinute, folosind funcţiile `hist` şi `bar`. Care sunt cele mai frecvente sume?

iii) Afişaţi, sub forma unei matrice, toate sumele posibile cu frecvenţele lor absolute teoretice. Reprezentaţi grafic frecvenţele relative corespunzătoare. Care sunt cele mai frecvente sume?

iv) Estimaţi probabilitatea ca suma numerelor celor 4 zaruri este cel puţin 10, ştiind că suma este cel mult 20. Afişaţi probabilitatea teoretică corespunzătoare.