8.6. Să se scrie ecuațiile generatoarelor rectilinii ale paraboloidului hiperbolic $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = z$ care sunt paralele cu planul $3x + 2y - 4z = 0$

$$\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = z \,/\cdot 2$$

$$\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{2} = 2z$$

$$\left(\frac{x}{\sqrt{8}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{x}{\sqrt{8}} + \frac{y}{\sqrt{2}}\right) = 2z \cdot 1$$

$$(1)\ \begin{cases} \lambda\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} - \frac{y}{\sqrt{2}}\right) = 2\mu z \\ \mu\left(\frac{x}{2\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{2}}\right) = \lambda \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda(x-2y) - 4\sqrt{2}\mu z = 0 \ /:\lambda \\ \mu(x+2y) - 2\sqrt{2}\lambda = 0 \ /:\mu \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 2y - \frac{4\sqrt{2}\mu}{\lambda} z = 0 \\ x + 2y - \frac{2\sqrt{2}\lambda}{\mu} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 1 & -2 & -\frac{4\sqrt{2}\mu}{\lambda} \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}\mu}{\lambda} = 1$$

$$\lambda = \sqrt{2}\mu$$

pentru $\begin{cases} \lambda = \sqrt{2} \\ \mu = 1 \end{cases}$ se verifică relația $\lambda^2 + \mu^2 \neq 0$

$$3 \neq 0$$

$$\begin{cases} x - 2y - \frac{4\sqrt{2}\cdot 1}{\sqrt{2}} \cdot z = 0 \\ x + 2y - \frac{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}{1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x - 2y - 4z = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

(2) $\begin{cases} \alpha\left(\dfrac{x}{\sqrt{8}} + \dfrac{y}{\sqrt{2}}\right) = 2\beta z \\ \beta\left(\dfrac{x}{\sqrt{8}} - \dfrac{y}{\sqrt{2}}\right) = \alpha \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha(x+2y) - 4\sqrt{2}\,\beta z = 0 \quad /:\alpha \\ \beta(x-2y) - 2\sqrt{2}\,\alpha = 0 \quad /:\beta \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + 2y - \dfrac{4\sqrt{2}\,\beta}{\alpha} z = 0 \\ x - 2y - \dfrac{2\sqrt{2}\,\alpha}{\beta} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{vmatrix} 3 & 2 & -4 \\ 1 & 2 & -\dfrac{4\sqrt{2}\,\beta}{\alpha} \\ 1 & -2 & 0 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \frac{2\sqrt{2}\,\beta}{\alpha} = 1$$

$$\alpha = 2\sqrt{2}\,\beta$$

pentru $\begin{cases} \alpha = 2\sqrt{2} \\ \beta = 1 \end{cases}$ se verifică relația $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$

$5 \neq 0$

$$\begin{cases} x + 2y - \dfrac{4\sqrt{2}\cdot 1}{2\sqrt{2}} z = 0 \\ x - 2y - \dfrac{2\sqrt{2}\cdot 2\sqrt{2}}{1} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ x - 2y - 8 = 0 \end{cases}$$

Ecuațiile generatorii rectilinii sunt

$$\begin{cases} x - 2y - 4z = 0 \\ x + 2y - 4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 2y - 2z = 0 \\ x - 2y - 8 = 0 \end{cases}$$