Cusiac Andrei
Gr. 212

5-02-2021

Examen Logică computațională

1. Metodă semantică: Tabela semantică

$$\underbrace{p \to (q \vee r)}_{U} \wedge \underbrace{\neg \underbrace{((p \to q) \vee (p \to r))}_{V}}_{\neg V}$$

$p \to (q \vee r) \wedge \neg((p \to q) \vee (p \to r))$ (1) ✓

| $\alpha(1)$

$p \to (q \vee r)$ (2)

|

$\neg((p \to q) \vee (p \to r))$ (3) ✓

| $\alpha(3)$

$\neg(p \to q)$ (4) ✓

|

$\neg(p \to r)$ (5)

| $\alpha(4)$

p

|

$\neg q$

| $\alpha(5)$

p

|

$\neg r$

$\beta(2)$

$\neg p$ — $q \vee r$ (6) $\beta(6)$

$\neg p$ $\otimes$

q $\otimes$ — r $\otimes$

$\Rightarrow$ tabelă semantică închisă

$U_1, U_2, \dots, U_n \models V$ dacă şi numai dacă există o tabelă semantică închisă pentru formula $U_1 \wedge U_2 \wedge \dots \wedge U_n \wedge \neg V$

Teorema de corect. şi completitudine:

O formulă U este tautologie ddacă există o tabelă semantică închisă pentru formula $\neg U$.

Consecință logică:

Formula V este cons. log. a formulei U, not. $U \models V$, ddacă $\forall i : F_p \to \{T, F\}$ astfel încât $i(U) = T$, are loc $i(V) = T$

2. Metodă sintactică: Rezoluția blocării

$\vdash (\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \leftrightarrow (\exists x) P(x) \vee$
$\vee (\exists x) Q(x)$ echivalent cu:

$\underline{I}$: $\vdash (\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \to (\exists x) P(x) \vee$
$\vee \exists (x) Q(x) \overset{\text{ITD}}{\Rightarrow} (\exists x)(P(x) \vee Q(x)) \vdash (\exists x) P(x) \vee$
$\vee \exists (x) Q(x)$

şi

$\underline{II}$ $\vdash (\exists x) P(x) \vee (\exists x) Q(x) \to (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$

$\overset{\text{ITD}}{\Rightarrow} (\exists x) P(x) \vee (\exists x) Q(x) \vdash (\exists x)(P(x) \vee Q(x))$

Examen scris de Cușiac Andrei:

I : $U_1 = (\exists x)(P(x) \vee Q(x)) = U_1^P$

$[x \leftarrow a]$

$U_1 \not\equiv U^S = P(a) \vee Q(a) = U^{S_2} =$

$= U^c$

$\neg V = \neg((\exists x) P(x) \vee (\exists x) Q(x)) =$

$= (\forall x) \neg P(x) \wedge (\forall x) \neg Q(x) =$

$= (\forall x)(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)) =$

$= \neg V^P = \neg V^S \not\equiv \neg V$

$\neg V^{S_2} = \neg P(x) \wedge \neg Q(x)$

$\Downarrow$

$U_2 = \neg P(x)$

$U_3 = \neg Q(x)$

$C_1 = P(a)_{(1)} \vee Q(a)_{(2)}$

$C_2 = \neg P(x)_{(3)}$

$C_3 = \neg Q(x)_{(4)}$

$S_1 = \{ P(a)_{(1)} \vee Q(a)_{(2)}, \neg P(x)_{(3)}, \neg Q(x)_{(4)} \}$

$C_4 = Res^{Lock}_{P(a)}(C_1, C_2) = Q(a)_{(2)}$

$[x \leftarrow a]$

$C_5 = Res^{Lock}_{Q(a)}(C_3, C_4) = \square \overset{TCC}{\Rightarrow} S_1$ - inconsistentă

Examen scris de Cadiac Andrei

II $U_1 = (\exists x)\, P(x) \vee (\exists x)\, Q(x) =$

$= (\exists x)\big(P(x) \vee Q(x)\big) = U_1^P$

$[x \leftarrow b]$

$U_1 \not\equiv U_1^S = P(b) \vee Q(b) = U_1^{S_2} = U_1^C$

$\neg V = \neg (\exists x)\big(P(x) \vee Q(x)\big) =$

$= (\forall x)\big(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)\big)$

$\neg V \not\equiv \neg V^S = (\forall x)\big(\neg P(x) \wedge \neg Q(x)\big)$

$\neg V^{S_2} = \neg P(x) \wedge \neg Q(x)$

$\Downarrow$

$U_2 = \neg P(x)$

$U_3 = \neg Q(x)$

$\Rightarrow S_2 = \{ \underset{(1)}{\overset{C_1}{P(b) \vee Q(b)}},\ \underset{(2)}{\overset{C_2}{\neg P(x)}},\ \underset{(3)\quad(4)}{\overset{C_3}{\neg Q(x)}} \}$

$C_4 = Res^{Lock}_{P(b)}(C_1, C_2) = Q(b)_{(2)}$

$[x \leftarrow b]$

$C_5 = Res^{Lock}_{P(2)}(C_4, C_3) = \square \overset{TCC}{\Rightarrow} S_2$ - inconsistentă

$\Rightarrow$ I, II $\Rightarrow$ are loc formula inițială

Examen scris de Cușiac Andrei

Teorema de corect. și compl.:

Fie S o mulțime de clauze în care fiecare literal este indexat în mod arbitrar cu un nr. întreg. S e inconsistentă ddacă există o deducție din S a clauzei vide prin rez. blocată

3.

x	y	z	f	mintermi / maxtermi
0	0	0	1	$m_0 = \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
0	0	1	1	$m_1 = \bar{x}\bar{y}z$
0	1	0	0	$M_2 = x \vee \bar{y} \vee z$
0	1	1	0	$M_3 = x\bar{y}\bar{z}$
1	0	0	0	$M_4 = \bar{x} \vee y \vee z$
1	0	1	0	$M_5 = \bar{x} \vee y \vee \bar{z}$
1	1	0	0	$M_6 = \bar{x} \vee \bar{y} \vee z$
1	1	1	1	$m_7 = xyz$

$FCC(f) = M_2 \wedge M_4 \wedge M_5 \wedge M_6 \wedge M_3 =$

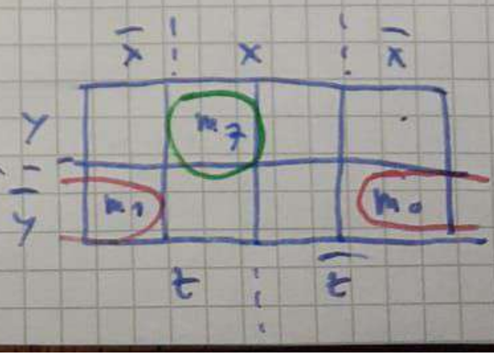
$= (x \vee \bar{y} \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee z) \wedge (\bar{x} \vee y \vee \bar{z}) \wedge$

$\wedge (\bar{x} \vee \bar{y} \vee z) \wedge (x \vee \bar{y} \vee \bar{z})$

$FCD(f) = m_0 \vee m_1 \vee m_7 = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}z \vee$

$\vee\ xyz$

Diagrama Veitch:



Examen scris de Castiac Andrei

$max_1 = m_0 \vee m_1 = \bar{x}\,\bar{y}$

$max_2 = m_7 = x y t$

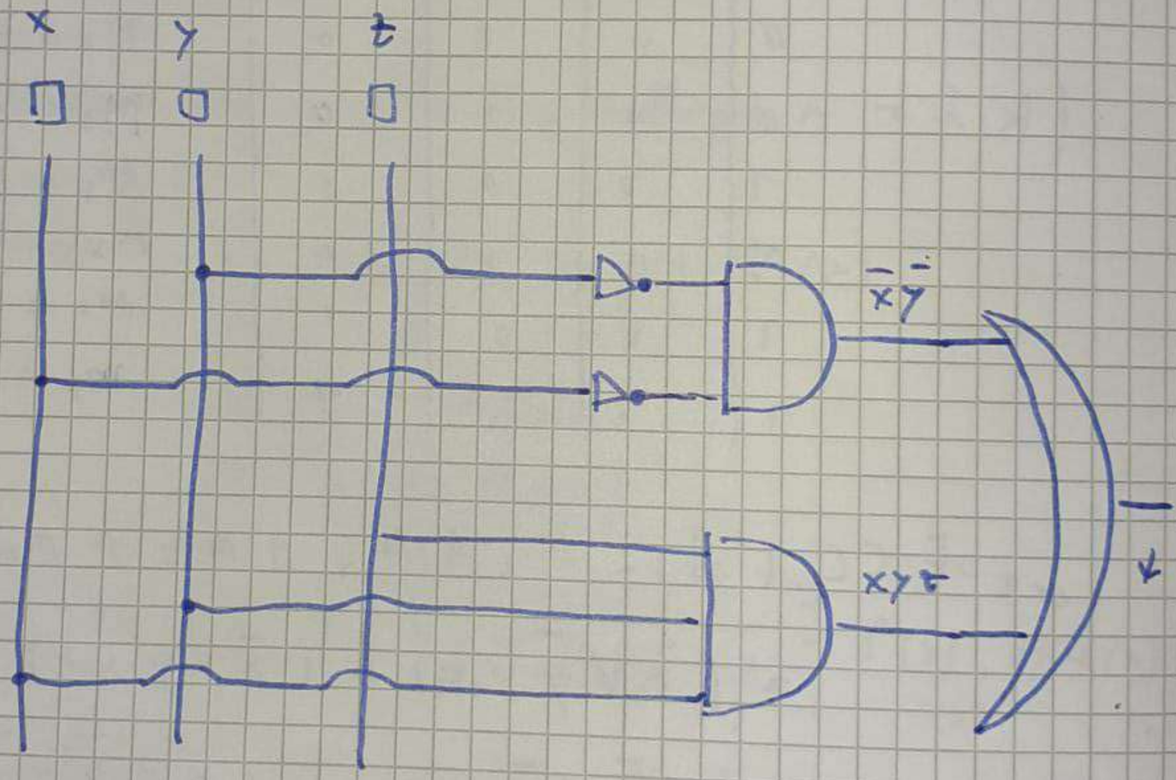
$M(f) = \{ max_1, max_2 \}$

$C(f) = M(f) \Rightarrow$ Cazul I

$f' = g(x,y,t) = max_1 \vee max_2 =$

$= \bar{x}\bar{y} \vee x y t$

FCD



$f'(x,y,t)$

Examen scris de Cașiac Andrei

Teorie: Forma canonică conjunctivă, FCC, este conjuncția maxtermilor pentru argumentele în care funcția ia valoarea 0.

Forma canonică disjunctivă, FCD, este disjuncția mintermilor corespunzători pentru argumentele în care funcția ia valoarea 1.

FCC

x	y	z
0	0	0