

Problema 10.14. Să se afle ecuația suprafeței conoide generate de o dreaptă care rămâne paralelă cu planul xOy , se sprijină pe axa Oz și este tangentă sferei

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2Rx = 0.$$

Se sprijina pe axa $Oz \implies \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases} \implies$ deci ecuațiile generatoarelor (drepte care trec prin Oz

și sunt paralele cu planul dat) vor fi: $\begin{cases} x - \lambda y = 0 \\ z = \mu \end{cases} \implies x = \lambda y \implies \lambda = \frac{x}{y}$

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2Rx = 0 \implies (\lambda y)^2 + y^2 + \mu^2 - 2R\lambda y = 0$$

$$\lambda^2 y^2 + y^2 + \mu^2 - 2R\lambda y = 0$$

$$y^2(\lambda^2 + 1) - 2R\lambda y + \mu^2 = 0$$

$$\Delta = 4R^2\lambda^2 - 4\mu^2(\lambda^2 + 1)$$

$$\Delta = 0 \text{ (condiția de tangentă)}$$

$$\implies 4R^2\lambda^2 - 4\mu^2\lambda^2 - 4\mu^2 = 0 \quad | :4$$

$$R^2\lambda^2 - \mu^2\lambda^2 - \mu^2 = 0$$

$$\text{dar } \lambda = \frac{x}{y}, \mu = z$$

$$R^2 \frac{x^2}{y^2} - z^2 \frac{x^2}{y^2} - z^2 = 0 \quad | * y^2$$

$$R^2 x^2 - z^2 x^2 - z^2 y^2 = 0$$