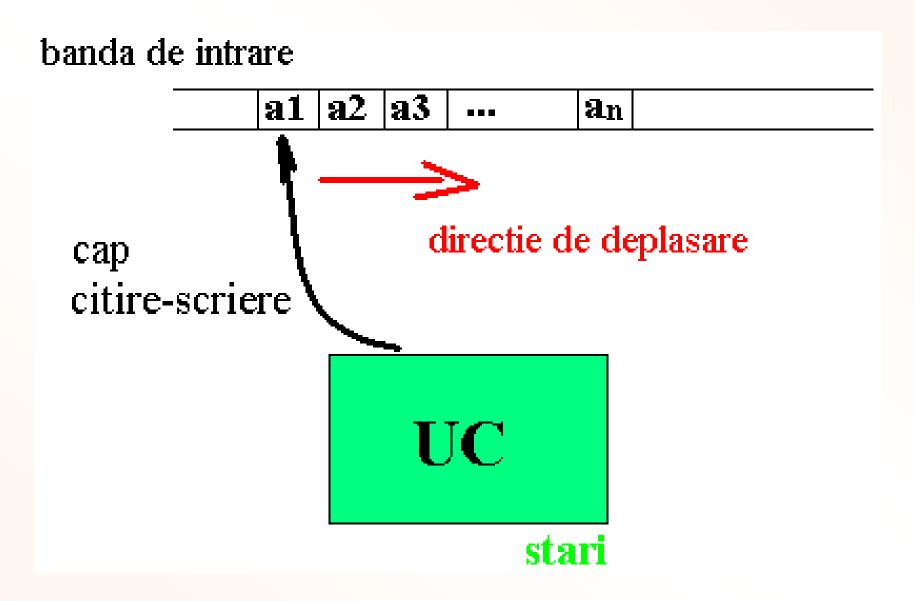
#### Automate

- Recapitulare, Exemple, Aplicatii
- Translatoare
- Masini Turing

#### Automat finit: model fizic

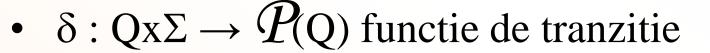


## Automat finit: model matematic

• Un automat finit este un ansamblu

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$
:

- Q alfabetul starilor
- $\Sigma$  alfabet de intrare



- $q_0 \in Q$  stare initialã
- F ⊆ Q multimea stãrilor finale



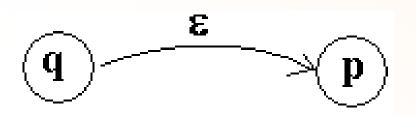
## Automate finite cu ɛ-miscari

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$$
:

•  $\delta: Qx(\Sigma \cup \{\epsilon\}) \to \mathcal{P}(Q)$ 

functia de tranzitie

Putem avea si ε-tranzitii (automate cu ε-tranzitii)

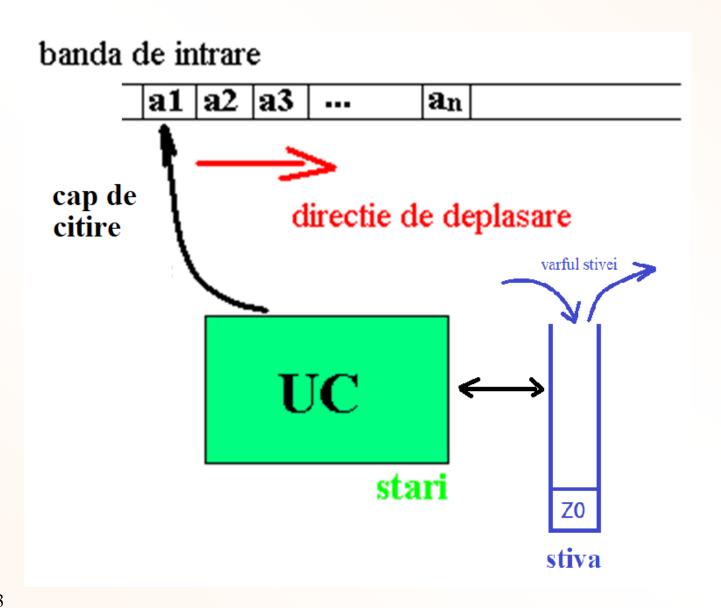


#### Teorema:

Pentru orice automat finit cu ɛ-miscari exista un automat finit echivalent.

<u>Obs.</u> Conform def., automatele finite sunt fara  $\varepsilon$ -miscari

# Automat push-down (APD)



## Automat push-down (APD)

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_o, Z_o, F)$$

- Q alfabetul stărilor;
- $\Sigma$  alfabetul de intrare;
- Γ alfabetul memoriei stivă;
- $q_0 \in Q$  stare iniţială;
- $Z_0 \in \Gamma$  simbolul de start al memoriei stivă;
- F⊆ Q mulţimea stărilor finale;
- $\delta: Qx(\Sigma \cup \{\epsilon\})x\Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Qx\Gamma^*)$  funcția de tranziție
  - are ca valori submulţimi finite din QxΓ\* (posibil multimea vida)

#### **Determinism**

$$\mathbf{M} = (\mathbf{Q}, \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\Gamma}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{q}_{o}, \mathbf{Z}_{o}, \mathbf{F})$$

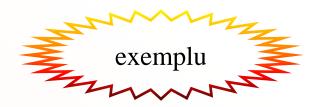
este determinist dacă:

$$\forall \mathbf{Z} \in \Gamma, \forall \mathbf{q} \in \mathbf{Q}, \forall \mathbf{a} \in \Sigma$$

- 1)  $|\delta(\mathbf{q}, \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{Z})| = 0$  si  $|\delta(\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{Z})| <=1$
- 2)  $|\delta(\mathbf{q}, \boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{Z})| = 1$  si  $|\delta(\mathbf{q}, \mathbf{a}, \mathbf{Z})| = 0$

In caz contrar, automatul nu este determinist

Multimea limbajelor acceptate de APD nedeterministe este strict mai larga decat multimea limbajelor acceptate de APD deterministe



#### Translator finit

$$M = (Q, \Sigma, D, \delta, q_o, F)$$

- Q alfabetul stărilor;
- $\Sigma$  alfabetul de intrare;
- D alfabetul de iesire;
- $q_0 \in Q$  stare iniţială;
- F⊆ Q mulţimea stărilor finale;
- $\delta: Qx(\Sigma \cup \{\epsilon\}) \rightarrow \mathcal{P}_0(Q \times D^*)$ multimea partilor finite

# banda de intrare a1 a2 a3 $\mathbf{a}_{\mathbf{n}}$ cap de directie de deplasare citire UC stari cap de scriere banda de iesire

# Translator finit

#### Translator finit

#### Exemplu:

$$\begin{split} M &= (\ Q, \qquad \Sigma, \quad D, \quad \delta, \quad \ q_o, \quad F \ ) \\ M &= (\{q_0, q_1\}, \quad \{a\}, \{b\} \ , \quad \delta \ , \quad \ q_0 \ , \quad \{q_1\} \ ) \\ \delta(q_0, a) &= \{q_1, \{b\}\} \\ d(q_1, \epsilon) &= \{q_1, \{b\}\} \end{split}$$

Translatarea definita de M:

$$T(M) = \{(x,y) | x \in \Sigma^*, y \in D^*, (q_0,x,\varepsilon) | -* (q,\varepsilon,y), q \in F \}$$

## Translator push-down

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, D, \delta, q_0, Z_0, F)$$

- Q alfabetul stărilor;
- $\Sigma$  alfabetul de intrare;
- Γ alfabetul memoriei stivă;
- D alfabetul de iesire;
- $q_0 \in Q$  stare iniţială;
- $Z_0 \in \Gamma$  simbolul de start al memoriei stivă;
- F⊆ Q mulţimea stărilor finale;
- $\delta: Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}_0(Q \times \Gamma^* \times D^*)$

multimea partilor finite

## banda de intrare $\mathbf{a}_{\mathbf{n}}$ cap de directie de deplasare citire varful stivei **Translator** UC push-down stari **Z0** cap de stiva scriere

banda de iesire

## Translator push-down

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, D, \delta, q_0, Z_0, F)$$

$$Q = \{q\} \qquad \qquad \delta \ (q, a, E) = \{(q, \epsilon, a)\} \\ \Sigma = \{a, +, *\} \qquad \qquad \delta \ (q, +, E) = \{(q, EE +, \epsilon)\} \\ \Gamma = \{E, +, *\} \qquad \qquad \delta \ (q, *, E) = \{(q, EE +, \epsilon)\} \\ D = \{a, +, *\} \qquad \qquad \delta \ (q, \epsilon, +) = \{(q, EE +, \epsilon)\} \\ Q = q \qquad \qquad \delta \ (q, \epsilon, +) = \{(q, \epsilon, +)\} \\ Z_0 = E \qquad \qquad \delta \ (q, \epsilon, *) = \{(q, \epsilon, *)\}$$

Considerand criteriul stivei vide, descrieti translatarea pe care acesta o defineste.

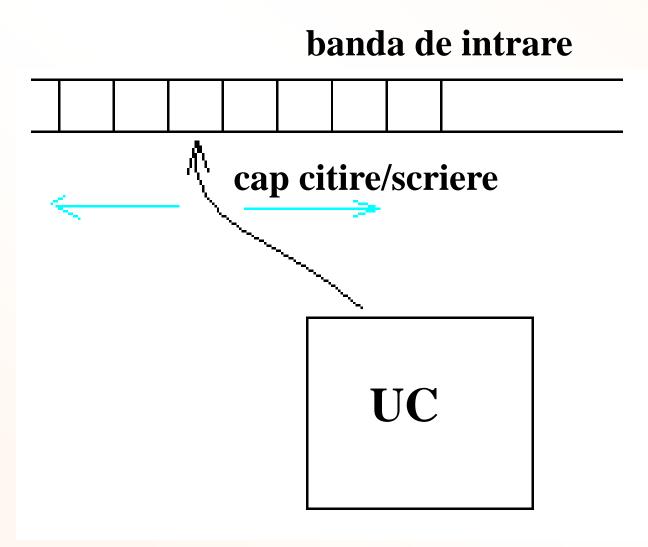
... am lucrat si cu alte translatoare

Vezi:
LL(1)
LR(\*)

## Ne reamintim: Analizorul LL(1)

- Automat:  $(\alpha, \beta, \Pi)$ 
  - banda de intrare: α
  - stiva β (stiva de lucru)
  - banda de iesire  $\Pi =>$  sirul regulilor de productie
- config. initiala:  $(w\$, S\$, \epsilon)$
- config. finala:  $(\$, \$, \Pi)$
- tranzitii
  - push  $(\mathbf{a}\mathbf{x}\$, \mathbf{A}\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Pi})$   $(\mathbf{a}\mathbf{x}\$, \alpha\boldsymbol{\beta}, \boldsymbol{\Pi}\mathbf{i})$  dc.:  $\mathbf{M}(\mathbf{A}, \mathbf{a}) = (\alpha, \mathbf{i})$
  - pop  $(\mathbf{a}\mathbf{x}\$, \mathbf{a}\beta, \Pi)$   $-(\mathbf{x}\$, \beta, \Pi)$
  - $acc (\$, \$, \Pi) acc$
  - err in celelalte cazuri

# **Masini Turing**



- infinita
- finita la stanga
- ...

## **Masini Turing**

O miscare a masinii Turing consta din:

- se schimba starea
- se inlocuieste simbolul curent de pe banda de intrare
- capul citire/scriere se muta cu o pozitie la stanga sau la dreapta

## Masina Turing cu banda infinita

O masina Turing este:  $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, \#, F)$ 

- Q multime finita de stari
- Γ multimea simbolurilor benzii
- # un simbol din  $\Gamma$ , numit simbolul blanc
- $\Sigma$  o submultime a lui  $\Gamma$  -{#}
- $\delta$  este functia de tranzitie

δ: 
$$Q \times \Gamma \rightarrow \mathcal{P}(Q \times \Gamma \times \{L,R\})$$

- q<sub>0</sub> starea initiala
- $F \subset Q$  multimea starilor finale

# Masina Turing cu banda infinita

• configuratie  $\alpha_1 \neq \alpha_2 \qquad \alpha_1 \alpha_2 \in \Gamma^*, \text{ separate de capul de citire}$  pana la cel mai din stanga/dreapta simbol ne-blank

tranzitie

$$\begin{aligned} (p,Y,L) &\in \delta(q,X_i) \\ X_1X_2...X_{i-1}qX_i \, X_{i+1}...X_n & | -X_1X_2 \, ... \, X_{i-2} \, p \, X_{i-1}YX_{i+1}...X_n \\ (p,Y,R) &\in \delta(q,X_i) \\ X_1X_2...X_{i-1}qX_i \, X_{i+1}...X_n & | -X_1X_2 \, ... \, X_{i-1}Y \, p \, X_{i+1}...X_n \end{aligned}$$

• limbaj acceptat  $\{ \mathbf{w} \in \Sigma^* \mid \mathbf{q}_0 \mathbf{w} \mid \mathbf{\alpha}_1 \mathbf{q} \alpha_2 , \mathbf{q} \in \mathbf{F}, \alpha_1 \alpha_2 \in \Gamma^* \}$ 

# **Exemplu:** masina Turing

#### Functia de tranzitie

0011?

	Σ		$\Gamma - \Sigma$			
	0	1	X	Y	#	
$q_0$	$(q_1,X,R)$			(q <sub>3</sub> ,Y,R)		0
$q_1$	$(q_1,0,R)$	(q <sub>2</sub> ,Y,L)		$(q_1,Y,R)$		0
$q_2$	(q <sub>2</sub> ,0,L)		$(q_0,X,R)$	(q <sub>2</sub> ,Y,L)		0
$q_3$				(q <sub>3</sub> ,Y,R)	(q <sub>4</sub> ,# ,R)	0
$q_4$						1

# **Masini Turing**

• Masina Turing cu o singura banda

versus Masina Turing cu mai multe benzi
O mașină Turing cu k benzi
nu este mai puternică decât o mașină Turing standard

Maşină Turing deterministă (MTD)

versus maşină Turing nedeterministă (MTND)
Cele două sunt computațional echivalente,
adică orice MTND se poate transforma într-o MTD
(și invers).

## **Masini Turing**

#### Teza lui Church

- Logicianul Alonzo Church a emis ipoteza că maşina Turing este modelul cel mai general de calcul care poate fi propus.
  - maşina Turing este la fel de puternică ca orice alt model de calcul
  - nu înseamnă că poate calcula la fel de repede ca orice alt model de calcul, ci că poate calcula aceleași lucruri
- Acest enunţ nu este demonstrabil în sens matematic.

Dacă avem un model de calcul, putem defini precis ce înțelegem prin complexitate:

- **Timpul** de calcul pentru un şir dat la intrare: este numărul de mutări făcut de maşina Turing înainte de a intra în starea ``terminat";
- **Spațiul** consumat pentru un șir de intrare: este numărul de căsuțe de pe bandă pe care algoritmul le folosește în timpul execuției sale.