

Automate push-down = un Automat Finit + stivă

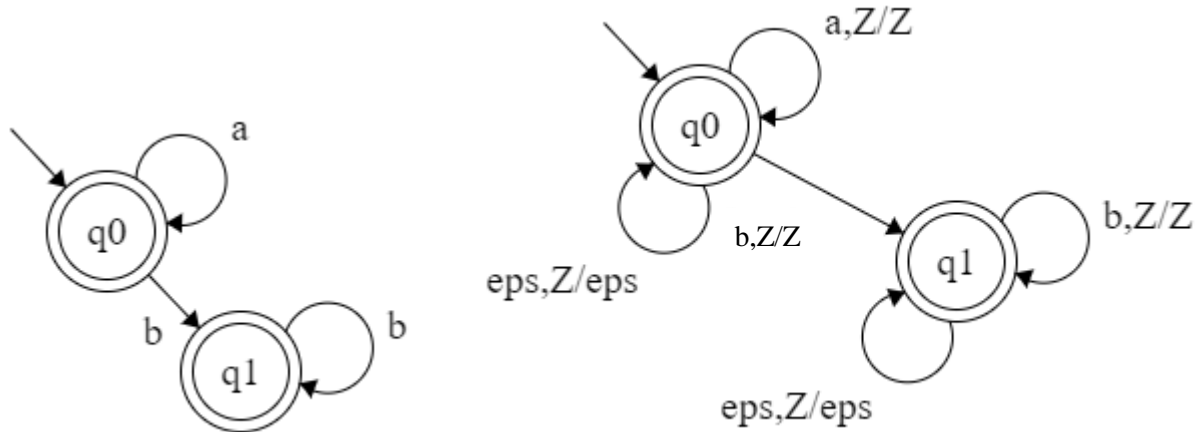
Stiva –pop & push (nu există peek).

Pt. a vedea ce e în vf. Stivei, se scoate vf. Stivei

1. Construiti APD care accepta urmatoarele limbaje dupa criteriul stivei vide:

- $L = \{a^n b^{2n} \mid n \geq 0\}$
- $L = \{a^n b^m \mid m, n \geq 0\}$
- $L = \{a^n b^m \mid n \geq m \geq 0\}$
- $L = \{a^m b^n \mid n \geq m \geq 0\}$
- $L = \{ww^{\text{tilde}} \mid w \in \{a,b\}^*, w^{\text{tilde}} \text{ este inversul lui } w\}$
- $L = \{w \mid w \in \{a,b\}^*, nr_a(w) = nr_b(w)\}$
- $L = \{a^{2n} b^{2n} \mid n \geq 0\}$
- $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{b^n a^n \mid n \geq 0\}$
- $L = \{a^n b^n \mid n \geq 0\} \cup \{a^n b^{2n} \mid n \geq 1\}$
- $\{w x \mid w^{\text{tilde}} \text{ is a substring of } x, \text{ where } x \in \{a,b\}^*, w \in \{a,b\}^*, |w| \geq 1\}$

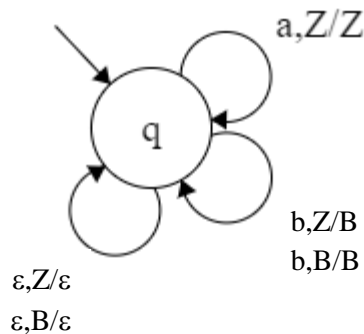
b) e limbaj regulat, deci acceptă un Automat Finit (AF)



putem să

adăugăm stiva doar pt. a-l transformă într-un Automat Push-Down (APD)

Su putem să avem un APD cu o singură stare și în stivă să trecem de la a la b



Verificăm cu ultimul APD dacă secvența $aabbb \in L(M)$

$(q, aabbb, Z) \vdash (q, abbb, Z) \vdash (q, bbb, Z) \vdash (q, bb, B) \vdash (q, b, B) \vdash (q, \varepsilon, B) \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon) \Rightarrow aabbb \in L(M)$ conform
criteriului stivei vide

s-a epuizat banda de intrare

și s-a golit stiva

1.2 GIC: a fi sau a nu fi ambigua ☺

1. Sa se arate ca gramaticile urmatoare sint ambigue si sa se gaseasca o gramatica echivalenta neambigua.

- a) $S \rightarrow aS \mid Sb \mid c$
- b) $S \rightarrow \text{if } b \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } b \text{ then } S \mid \text{stmt}$
- c) $S \rightarrow (S \mid S) \mid (S) \mid 1$

1 a)

$S \rightarrow aS \mid Bb \mid c$

$B \rightarrow Bb \mid c$

2. Sa se dea cate o gramatica care genereaza limbajele:

1. $L = \{ww \mid w \in \{a, b\}^*\}$
2. $L = \{wxw \mid w \in \{a, b\}^+, x \in \{a, b\}^*\}$
3. $L = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$
4. $L = \{a^n b^n c^n d^n \mid n \in \mathbb{N}^*\}$
5. $L = \{a^{2^n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ a apare de 2^n ori
6. $L = \{w \mid w \in \{a, b, c\}^*, nr_a(w) = nr_b(w) = nr_c(w)\}$
7. $L = \{a^n b^n c^m d^m \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
8. $L = \{a^n b^m c^m d^n \mid n, m \in \mathbb{N}\}$
9. $L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \in \mathbb{N}, (n=m) \text{ sau } (m=k)\}$
10. $L = \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \in \mathbb{N}, m+n = k\}$
11. $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ incepe si se termina cu acelasi simbol}\}$

6. gramatică care nu e independentă de context (tip0 nu e nici monotonă, deoarece S e și în dreapta)

$S \rightarrow ABCS$

$S \rightarrow \varepsilon$

$AB \rightarrow BA$

$BA \rightarrow AB$

$AC \rightarrow CA$

$CA \rightarrow AC$

$BC \rightarrow CB$

$CB \rightarrow BC$

$A \rightarrow a$

$B \rightarrow b$

$C \rightarrow c$

De tip 1:

$S' \rightarrow \varepsilon$

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow ABCS$

$S \rightarrow ABC$

$AB \rightarrow BA$

$BA \rightarrow AB$

$AC \rightarrow CA$

$CA \rightarrow AC$

$BC \rightarrow CB$

$CB \rightarrow BC$

$A \rightarrow a$

$$B \rightarrow b$$

$$C \rightarrow c$$

1. Fie limbajul: $L = \{a^n b^n c^n \mid n - \text{natural}\}$
Dati o gramatica de atribuite care il genereaza.

2. Fie gramatica ambigua:

$S \rightarrow \text{if } c \text{ then } S \text{ else } S \mid \text{if } c \text{ then } S \mid \text{stmt}$

Daca inlocuim: *if c then* cu *a*, *else* cu *b* si *stmt* cu *i* avem:

$S \rightarrow a S$

$S \rightarrow a S b S$

$S \rightarrow i$

Pentru una dintre cele 2 gramatici de mai sus:

a) Verificati daca gramatica este LL(1).

b) Incercati sa transformati gramatica in una echivalenta LL(1) aplicand factorizarea la stanga. Verificati daca gramatica obtinuta este LL(1).

c) Discutati, impreuna cu cadrul didactic, cum se poate modifica tabelul de analiza astfel incat sa se elimine conflictele.

d) Folosind analizorul LL(1), verificati daca secventa:

if c then if c then stmt else stmt

(sau echivalenta ei scrisa cu a,b,c,i)

apartine limbajului generat de gramatica.

a) Tabelul de analiză adaptat LL(1)

	a	b	i	\$
S	(aSX,1)	err	(i,2)	
X		(bS,3) (ε,4)	-	(ε,4)
a	pop			
b		pop		
i			pop	
\$				acc

b) if c then if c then stmt else stmt
aaibi \in L(G)?

(aaibi\$,S\$,ε) $\xrightarrow{(\text{push } 1)}$ (aaibi\$,aSX\$,1) $\xrightarrow{(\text{pop})}$ (aibi\$,SX\$,1) $\xrightarrow{(\text{push } 1)}$ (aibi\$,aSXX\$,11) $\xrightarrow{(\text{pop})}$ (ibi\$,SXX\$,11) $\xrightarrow{(\text{push } 2)}$ (ibi\$,iXX\$,112) $\xrightarrow{(\text{pop})}$ (bi\$,XX\$,112) $\xrightarrow{(\text{push } 3)}$ (bi\$,bSX\$,1123) $\xrightarrow{(\text{pop})}$ (i\$,SX\$,1123) $\xrightarrow{(\text{push } 2)}$ (i\$,iX\$,11232) $\xrightarrow{(\text{pop})}$ (\$,X\$,11232) $\xrightarrow{(\text{push } 4)}$ (\$,\$,112324) $\xrightarrow{\text{acc}}$ \Rightarrow aaibi \in L(G) (Da), şirul producărilor utilizate pentru obţinerea secvncei este 112324

Factorizare la dreapta

$$E \rightarrow T X$$

$$X \rightarrow + E$$

$$X \rightarrow \varepsilon$$

$$T \rightarrow T * F$$

$$T \rightarrow F$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

Devine:

$$E \rightarrow T X$$

$$X \rightarrow + E$$

$$X \rightarrow \varepsilon$$

$$T \rightarrow Z F$$

$$Z \rightarrow T *$$

$$Z \rightarrow \varepsilon$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

3. Fie gramatica:

$$E \rightarrow T + E \mid T$$

$$T \rightarrow T * F \mid F$$

$$F \rightarrow (E) \mid a$$

a) Verificati daca gramatica este LL(1).

b) Incercati sa transformati gramatica in una echivalenta LL(1) aplicand factorizarea la stanga. Verificati daca gramatica obtinuta este LL(1).

c) Folosind un analizor descendent verificati daca secventa:

$$a + a$$

apartine limbajului generat de gramatica.

$$E \rightarrow T + E$$

$$E \rightarrow T$$

$$T \rightarrow T * F$$

$$T \rightarrow F$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

Putem factoriza la stânga dor regulile lui E

Gramatica după factorizarea la stânga:

$$E \rightarrow T X$$

$$X \rightarrow + E$$

$$X \rightarrow \varepsilon$$

$$T \rightarrow T * F$$

$$T \rightarrow F$$

$$F \rightarrow (E)$$

$$F \rightarrow a$$

(Vom avea în continuare conflict la T)

	First ₁	Follow ₁
E	(, a	\$,)
T	(, a	+, \$,), *
X	+, ε	\$,)
F	(, a	+, \$,), *

Tabelul de analiză LL(1):

	+	*	()	a	\$
E			(TX,1)		(TX,1)	
X	(+E,2)			(ε,3)		(ε,3)
T			(T*F,4) (F,5)		(T*F,4) (F,5)	
F						
+						
*						
(
)						
a						
\$						

- $E \rightarrow T X$ (1)
- $X \rightarrow + E$ (2)
- $X \rightarrow \varepsilon$ (3) follow(X)
- $T \rightarrow T * F$ (4)
- $T \rightarrow F$ (5)
- $F \rightarrow (E)$ (6)
- $F \rightarrow a$ (7)

Avem conflict, deci Gramatica nu e de tip LL(1)

Dar, deoarece înmulțirea este comutativă, putem modifica regula (4) în

$T \rightarrow F * T$

Deci, am avea gramatica:

- $E \rightarrow T X$ (1)
- $X \rightarrow + E$ (2)
- $X \rightarrow \varepsilon$ (3)
- $T \rightarrow F * T$ (4)
- $T \rightarrow F$ (5)
- $F \rightarrow (E)$ (6)
- $F \rightarrow a$ (7)

Și să factorizăm din nou:

- $E \rightarrow T X$ (1)
- $X \rightarrow + E$ (2)
- $X \rightarrow \varepsilon$ (3)
- $T \rightarrow F Y$ (4)
- $Y \rightarrow * T$ (5)
- $Y \rightarrow \varepsilon$ (6)
- $F \rightarrow (E)$ (7)
- $F \rightarrow a$ (8)

	First ₁	Follow ₁
E	(,a	\$,)
X	+, ε	\$,)
T	(,a	+, \$,)
Y	*, ε	+, \$,)
F	(,a	*, +, \$,)

Tabelul de analiză LL(1):

	+	*	()	a	\$
E			(TX,1)		(TX,1)	
X	(+E,2)			(ε,3)		(ε,3)
T			(FY,4)		(FY,4)	

- $E \rightarrow T X$ (1)
- $X \rightarrow + E$ (2)
- $X \rightarrow \varepsilon$ (3)
- $T \rightarrow F Y$ (4)
- $Y \rightarrow * T$ (5)
- $Y \rightarrow \varepsilon$ (6)

Y	(ε,6)	(*T,5)		(ε,6)		(ε,6)
F			((E),7)		(a,8)	
+	pop					
*		pop				
(pop			
)				pop		
a					pop	
\$						acc

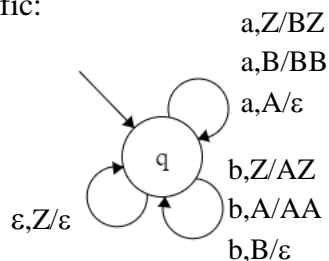
Nu sunt conflicte, deci gramatica este de tip LL(1)

$(a+a$, ϵ) \(\stackrel{\text{push } 1}{\rightarrow}\) (a+a$, TX$, 1) \(\stackrel{\text{push } 4}{\rightarrow}\) (a+a$, FYX$, 14) \(\stackrel{\text{push } 8}{\rightarrow}\) (a+a$, aYX$, 148) \(\stackrel{\text{pop}}{\rightarrow}\) (+a$, YX$, 148) \(\stackrel{\text{push } 6}{\rightarrow}\) (+a$, X$, 1486) \(\stackrel{\text{push } 2}{\rightarrow}\) (+a$, +E$, 14862) \(\stackrel{\text{pop}}{\rightarrow}\) (a$, E$, 14862) \(\stackrel{\text{push } 1}{\rightarrow}\) (a$, TX$, 148621) \(\stackrel{\text{push } 4}{\rightarrow}\) (a$, FYX$, 1486214) \(\stackrel{\text{push } 8}{\rightarrow}\) (a$, aYX$, 14862148) \(\stackrel{\text{pop}}{\rightarrow}\) ($$, YX$, 14862148) \(\stackrel{\text{push } 6}{\rightarrow}\) ($$, X$, 148621486) \(\stackrel{\text{push } 3}{\rightarrow}\) ($$, 1486214863) \(\stackrel{\text{acc}}{\rightarrow}\) acc
 $\Rightarrow a+a \in L(G)$$

f) $L = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, nr_a(w) = nr_b(w)\}$ APD cu GIC APD cu criteriul starii finale
Criteriul stivei vide

		a	b	ε
q	Z	(q,BZ)	(q,AZ)	(q, ε)
	A	(q, ε)	(q,AA)	
	B	(q,BB)	(q, ε)	

Grafic:



Verificăm dacă abba este acceptat de automat:

(starea curentă (inițială), secvența de verificat (banda de intrare, cu vf. spre stânga), stiva de lucru cu v.f. spre stânga, inițial avem simbolul din vârful stivei))

$(q, abba, Z) \vdash$ rămânem în q, l-am folosit pe a, punem BZ în vf. stivei $(q, bba, BZ) \vdash (q, ba, Z) \vdash (q, a, AZ) \vdash (q, \varepsilon, Z) \vdash (q, \varepsilon, \varepsilon)$ – s-a golit stiva (și banda de intrare), deci secvența este acceptată.

Transformați gramatica în automat push-down

$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \varepsilon$

Cu criteriul stivei vide, din gramatică

		a	b	ε
q	S			$(q, aSb)^{(1)}, (q, bSa)^{(2)}, (q, SS)^{(3)}, (q, \varepsilon)^{(4)}$
	a	$(q, \varepsilon)^{(5)}$		
	b		$(q, \varepsilon)^{(6)}$	

$(q, abba, S) \vdash^{(3)} (q, abba, SS) \vdash^{(1)} (q, abba, aSbS) \vdash^{(5)} (q, bba, SbS) \vdash^{(4)} (q, bba, bS) \vdash^{(6)} (q, ba, S) \vdash^{(2)} (q, ba, bSa) \vdash^{(6)} (q, a, Sa) \vdash^{(4)} (q, a, a) \vdash^{(5)} (q, \varepsilon, \varepsilon)$, deci $abba \in L(M)$

Sau o altă gramatică:

$S \rightarrow aSbS \mid bSaS \mid \varepsilon$

2. Fie gramatica:

$S \rightarrow \text{if } c \text{ then } S \text{ endif}$

$S \rightarrow \text{if } c \text{ then } S \text{ else } S \text{ endif}$

$S \rightarrow \text{stmt}$

Daca inlocuim: *if c then* cu *a*, *else* cu *b*, *endif* cu *c*, si *stmt* cu *i* avem:

$S \rightarrow a S c$

$S \rightarrow a S b S c$

$S \rightarrow i$

Pentru una dintre cele 2 gramatici de mai sus:

a) Verificati daca gramatica este LR(0).

b) Verificati daca este SLR.

c) Este LR(1)?

$S \rightarrow aSc$

$S \rightarrow aSbSc$

$S \rightarrow i$

Îmbogățim gramatica:

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow aSc$

$S \rightarrow aSbSc$

$S \rightarrow i$

a) Construcția colecției canonice LR(0):Tabela de analiz[LR(0)

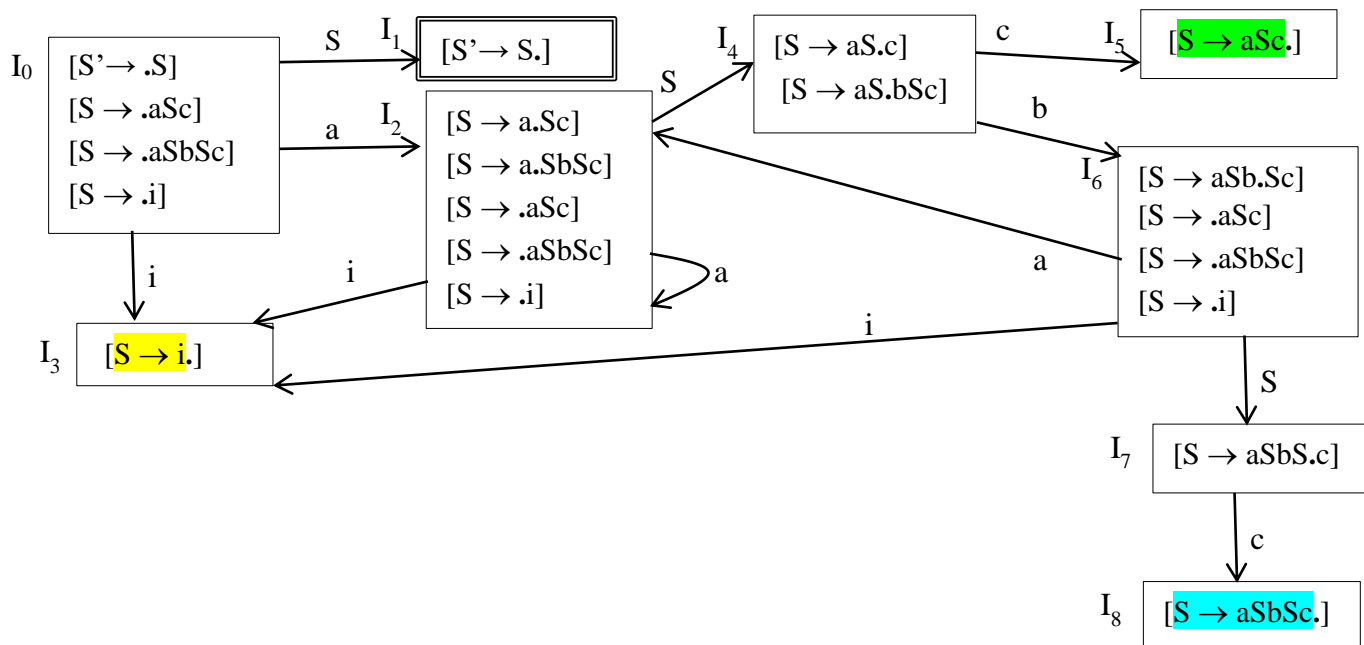


Tabela de analiză LR(0)

	Acțiune	go to				
		S	a	b	c	i
I_0	s	I_1	I_2			I_3

$S' \rightarrow S$ (0)

$S \rightarrow aSc$ (1)

$S \rightarrow aSbSc$ (2)

$S \rightarrow i$ (3)

I ₁	acc					
I ₂	s	I ₄	I ₂			I ₃
I ₃	3					
I ₄	s			I ₆	I ₅	
I ₅	1					
I ₆	s	I ₇	I ₂			I ₃
I ₇	s				I ₈	
I ₈	2					

Nu avem conflicte, deci, Gramatica e de tip LR(0) \Rightarrow este și SLR și LR(1)

$S' \rightarrow S$

$S \rightarrow aSc$

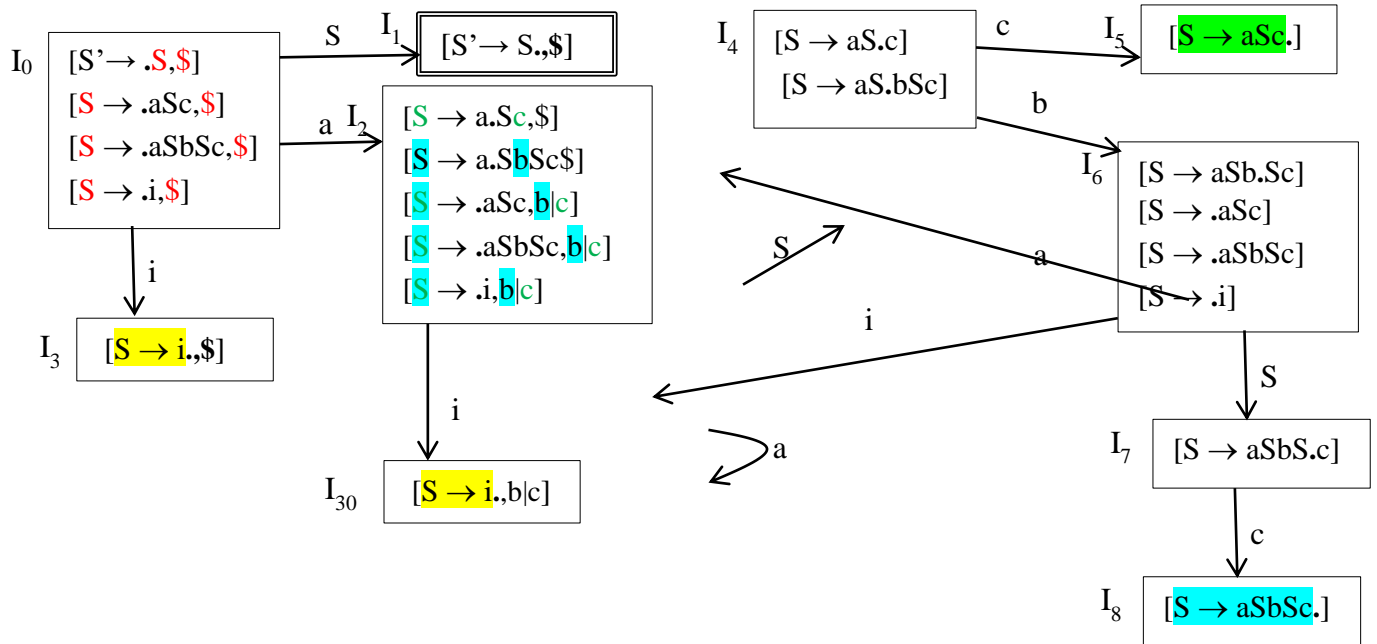
$S \rightarrow aSbSc$

$S \rightarrow i$

Nu enecesar, deoarece nu avem 2 neterminali unul după celălalt.

	First₁
S'	.
S	a,i

Construcția colecției canonice LR(1) neterminată:



1. Fie gramatica:

$S \rightarrow AA$

$A \rightarrow aA$

$A \rightarrow b$

b) Verificati daca gramatica este **LR(1)**. d) Folosind un analizor de tip LR(K), verificați dacă secvența ”abab” apartine limbajului generat de gramatica. Analizorul va fi ales in functie de răspunsul la intrebarile de mai sus.

b) Îmbogățim gramatica:

$S' \rightarrow S$ (0)

$S \rightarrow AA$ (1)

$A \rightarrow aA$ (2)

$A \rightarrow b$ (3)

	First ₁
S'	a,b
S	a,b
A	a,b

Colecția canonică LR(1):

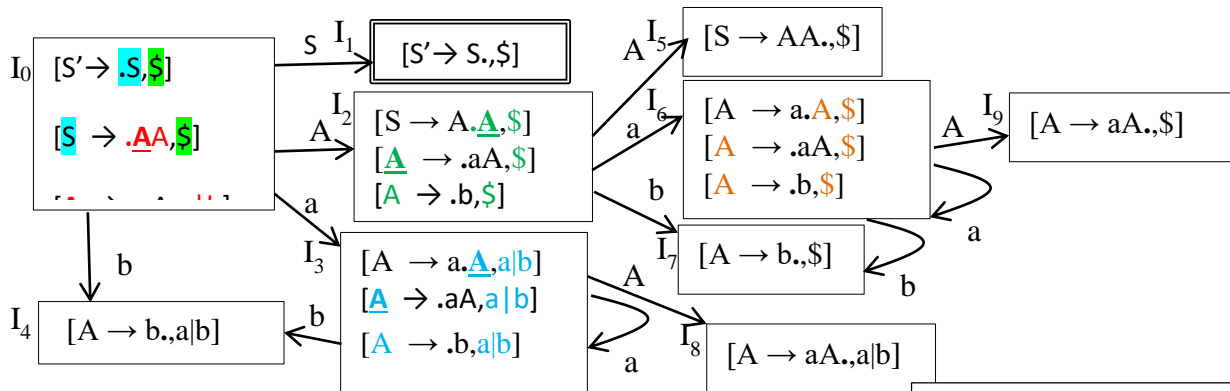


Tabela de analiză LR(1)- similar cu tabela SLR

	S	A	a	b		\$
I ₀	s ₁	s ₂	s ₃	s ₄		
I ₁						acc
I ₂		s ₅	s ₆	s ₇		
I ₃		s ₈	s ₃	s ₄		
I ₄			r ₃	r ₃		
I ₅						r ₁
I ₆		s ₉	s ₆	s ₇		
I ₇						r ₃
I ₈			r ₂	r ₂		
I ₉						r ₂

$S \rightarrow AA$ (1)
 $A \rightarrow aA$ (2)
 $A \rightarrow b$ (3)

$(\$0, abab, \$, \epsilon) \vdash^{(s_3)} (\$0a3, bab, \$, \epsilon) \vdash^{(s_4)} (\$0a3b4, ab, \$, \epsilon) \vdash^{(r_3)}$
 $(\$0a3A8, ab, \$, 3) \vdash^{(r_2)} (\$0A2, ab, \$, 23) \vdash^{(s_6)} (\$0A2a6, b, \$, 23)$
 $\vdash^{(s_7)} (\$0A2a6b7, \$, 23) \vdash^{(r_3)} (\$0A2a6A9, \$, 323)$
 $\vdash^{(r_2)} (\$0A2A5, \$, 2323) \vdash^{(r_1)} (\$0S1, \$, 12323) \vdash^{(acc)} acc \Rightarrow$

$abab \in L(G)$ și șirul producățiilor utilizate este 1, 2, 3, 2, 3

Nu avem conflicte, deci gramatica e de tip LR(1)

Analiza-la fel cu SLR, se utilizează predicția – vf. benzii de intrare (linie + coloană)

$(\$0, abab, \$, \epsilon) \vdash^{(s_3)} (\$0a3, bab, \$, \epsilon) \vdash^{(s_4)} (\$0a3b4, ab, \$, \epsilon) \vdash^{(r_3)} (\$0a3A8, ab, \$, 3) \vdash^{(r_2)} (\$0A2, ab, \$, 23)$
 $\vdash^{(s_6)} (\$0A2a6, b, \$, 23) \vdash^{(s_7)} (\$0A2a6b7, \$, 23) \vdash^{(r_3)} (\$0A2a6A9, \$, 323) \vdash^{(r_2)} (\$0A2A5, \$, 2323)$
 $\vdash^{(r_1)} (\$0S1, \$, 12323) \vdash^{(acc)} acc \Rightarrow$

$abab \in L(G)$ și șirul producățiilor utilizate este 1, 2, 3, 2, 3

Cum dem. că o gramatică e independentă de context? – cu definiția (vezi cursul)

Ai doar $N \rightarrow aS$

Nu și $aN \rightarrow aS$

$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid \varepsilon$

Epsilon independentă:

$S' \rightarrow \varepsilon \mid S$

$S \rightarrow aSb \mid bSa \mid SS \mid ab \mid ba$

5 Gramatica de precedență simplă. Exemplu

Mai există (și vor fi studiate la seminar) și alte tipuri de analiză sintactică ascendentă. Dintre acestea, vom vedea doar cum se lucrează cu (/un exemplu de) gramatici de precedență slabă.

- Analiza ascendentă
- Depistează limita dreaptă și a celei stângi pentru a face o reducere.

Se folosesc relațiile $<\bullet$, $\bullet>$, $=\bullet$ (relații de precedență)

Relații de precedență Wirth-Weber

$$R_{<\bullet} \subset (N \cup \Sigma \cup \{\$, \}) \times (N \cup \Sigma \cup \{\$, \})$$

$$R_{=\bullet} \subset (N \cup \Sigma \cup \{\$, \}) \times (N \cup \Sigma \cup \{\$, \})$$

$$R_{\bullet>} \subset (N \cup \Sigma \cup \{\$, \}) \times (\Sigma \cup \{\$, \})$$

$$X=\bullet Y: A \rightarrow \alpha XY \gamma \in P$$

$$X<\bullet Y: A \rightarrow \alpha XB \gamma \in P, B=\bullet Y \gamma$$

$$X\bullet>a: A \rightarrow \alpha BY \gamma \in P, B=\bullet Y \gamma, Y=\bullet a \delta$$

$$\$<\bullet X: S=\bullet X \alpha$$

$$X\bullet>\$: S=\bullet X \alpha$$

Definiție:

Gramatica de precedență simplă este o gramatică independentă de context proprie

- unic invertibilă:

nu există 2 reguli de producție cu același membru drept

- între oricare 2 simboluri există cel mult o relație de precedență

Analizorul de precedență simplă:

- construiește tabelul de precedență a operatorilor
- analizează o secvență de terminale

modelul stivei ~LR

$<\bullet$, $\bullet>$, $=\bullet$ - deplasare

$\bullet>$ - reducere $Y<\bullet X_1=\bullet \dots =\bullet X_i\bullet>Z$

$A \rightarrow X_1 \dots X_i$

Exemplu:

$$S \rightarrow aSSb \text{ (1)}$$

$$S \rightarrow c \text{ (2)}$$

Cuvântul $acbb \in L(G)$?

	S	a	b	c	\$
S	=•	<•	=•	<•	
a	=•	<•		<•	
b		•>	•>	•>	•>
c		•>	•>	•>	•>
\$		<•		<•	

$S \rightarrow aSSb$ (1) $S \rightarrow c$ (2)	$R_{<\bullet} \subset (N \cup \Sigma \cup \{\$\}) \times (N \cup \Sigma \cup \{\$\})$ $R_{=\bullet} \subset (N \cup \Sigma \cup \{\$\}) \times (N \cup \Sigma \cup \{\$\})$ $R_{>\bullet} \subset (N \cup \Sigma \cup \{\$\}) \times (\Sigma \cup \{\$\})$ $X \bullet Y: A \rightarrow \alpha XY \gamma \in P$ X și Y sunt consecutive în membrul drept al unei reguli de prod. a gramaticii $S \rightarrow aSSb, S \rightarrow aSSb, S \rightarrow aSSb$ $X < \bullet Y: A \rightarrow \alpha XB \gamma \in P, B \Rightarrow^+ Y \gamma$ X (a/S) se află în fața unui neterminal (S), care se derivează în cel puțin un pas în ceva ce începe cu Y (a/c) $S \rightarrow aSSb$ $S \Rightarrow^{(1)} aSSb$ $S \Rightarrow^{(2)} c$ $S \rightarrow aSSb$ $X \bullet a: A \rightarrow \alpha BY \gamma \in P, B \Rightarrow^+ \gamma X, Y \Rightarrow^* a \delta$ X (b/c) este ultimul din derivarea cu cel puțin un pas a unui neterminal (S), și se află în fața terminalului a (b) sau a unui neterminal (S) care se derivează în ceva ce începe cu terminalul a (a/c) $S \rightarrow aSSb$ $S \Rightarrow^{(1)} aSSb$ Ultimul $S \Rightarrow^{(2)} c$ de aici $S \Rightarrow^{(1)} aSSb$ E mai mare decât $S \Rightarrow^{(2)} c$ primul de aici $S \rightarrow aSSb$ E mai mare decât primul de aici $S \Rightarrow^{(1)} aSSb \Rightarrow^{(2)} acSb \Rightarrow^{(2)} accb$ $\$ < \bullet X: S \Rightarrow^+ X \alpha$
---	--

	<p>\$ e mai mic decât un X care e primul în derivarea de cel puțin un pas a lui S</p> $S \Rightarrow^{(1)} aSSb$ $S \Rightarrow^{(2)} c$ <p>$X \bullet > \\$: $S \Rightarrow^+ \alpha X$</p> <p>X e mai mare decât \$ dacă e ultimul în derivarea de cel puțin un pas a lui S</p> $S \Rightarrow^{(1)} aSSb$ $S \Rightarrow^{(2)} c$
--	--

	S	a	b	c	\$
S					
a					
b					
c					
\$					

$S \rightarrow aSSb$ (1)

$S \rightarrow c$ (2)

Gramatica este de precedență simplă

$(\$, accb\$, \epsilon) \vdash^{(<\bullet \text{ deplasare})} (\$<\bullet a, ccb\$, \epsilon) \vdash^{(<\bullet \text{ deplasare})} (\$<\bullet a<\bullet c, cb\$, \epsilon) \vdash^{(\bullet> \text{ reducere } 2)}$

$(\$<\bullet a=\bullet S, cb\$, 2) \vdash^{(<\bullet \text{ deplasare})} (\$<\bullet a=\bullet S<\bullet c, b\$, 2) \vdash^{(\bullet> \text{ reducere } 2)} (\$<\bullet a=\bullet S=\bullet S, b\$, 22) \vdash^{(=\bullet \text{ deplasare})}$

$(\$<\bullet a=\bullet S=\bullet S=\bullet b, \$, 22) \vdash^{(\bullet> \text{ reducere } 1)} (\$S, \$, 122) \vdash acc \Rightarrow accb \in L(G)$ și șirul producăiilor este

1, 2 și 2

$S \Rightarrow^{(1)} aSSb \Rightarrow^{(2)} aScb \Rightarrow^{(2)} accb$

2. Fie L –limbajul regular corespunzător expresiei regulate: aa^*b^* . (2p)

Fie $w = abb$. Puteti identifica doua descompuneri $w = xyz$ a.i. $xy^iz \in L$? (Justificati!)

$L = \{a^n b^m \mid n > 0, m \geq 0\}$

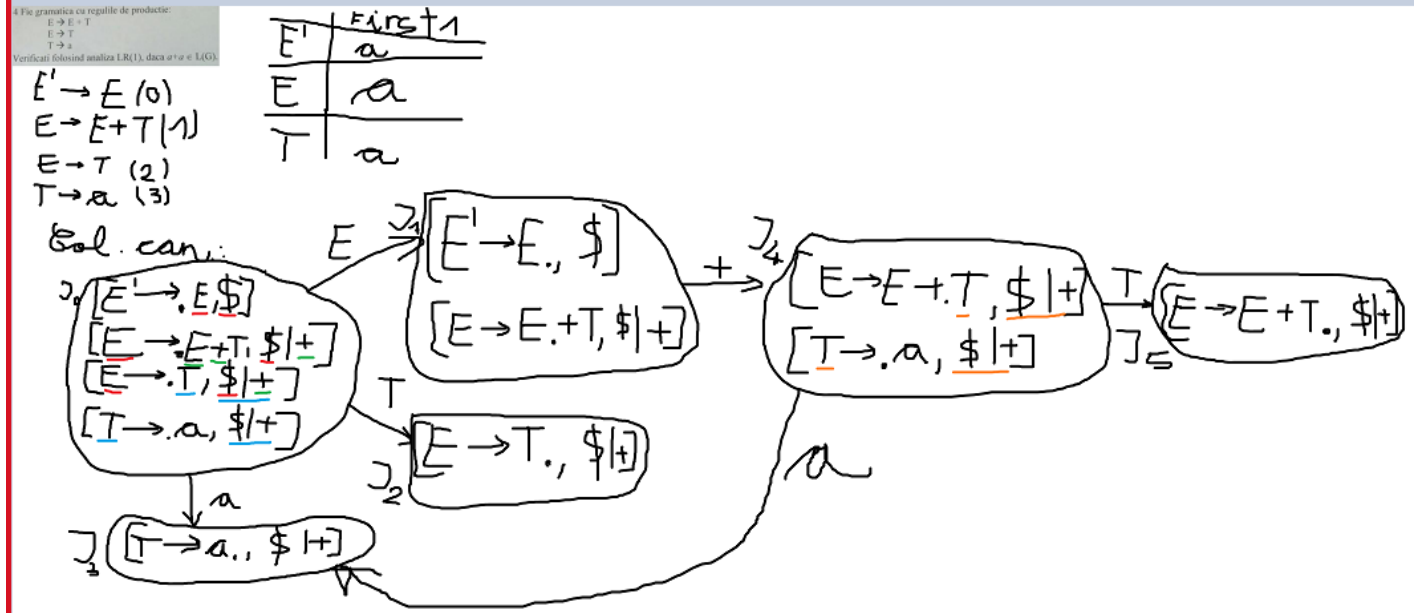
~~Descompunerea incorectă este: $x = \epsilon, y = a, z = bb$, justificare: $xy^iz = a^i bb = a^i b^2$ care e de forma $a^n b^m$ cu $n > 0, m \geq 0$, deci e din L~~

Descompunerea 1: $x = a, y = b, z = b$ justificare: $xy^iz = ab^i b = ab^{i+1}$ care e de forma $a^n b^m$ cu $n > 0, m \geq 0$, deci e din L

Descompunerea 2: $x = ab, y = b, z = \epsilon$ justificare: $xy^iz = abb^i = ab^{i+1}$ care e de forma $a^n b^m$ cu $n > 0, m \geq 0$, deci e din L

Descompunerea 3: $x = a, y = bb, z = \epsilon$ justificare: $xy^iz = a(bb)^i = ab^{2i}$ care e de forma $a^n b^m$ cu $n > 0, m \geq 0$, deci e din L

LR(1)



	E	T	+	a	\$
I ₀	s ₁	s ₂		s ₃	
I ₁			s ₄		acc
I ₂			r ₂		r ₂
I ₃			r ₃		r ₃
I ₄		s ₅		s ₃	
I ₅			r ₁		r ₁

E	→	E+T	(1)
E	→	T	(2)
T	→	a	(3)

Verificăm dacă $a+a \in L(G)$:

$(\$0, a+a\$, \epsilon) \xrightarrow{(\text{shift } 3)} (\$0a3, +a\$, \epsilon) \xrightarrow{(\text{reducere } 3)} (\$012, +a\$, 3) \xrightarrow{(\text{reducere } 2)} (\$0E1, +a\$, 23) \xrightarrow{(\text{shift } 4)} (\$0E1+4, a\$, 23) \xrightarrow{(\text{shift } 3)} (\$0E1+4a3, \$, 23) \xrightarrow{(\text{reducere } 3)} (\$0E1+4T5, \$, 323) \xrightarrow{(\text{reducere } 1)} (\$0E1, \$, 1323) \xrightarrow{\text{acc}} a+a \in L(G)$, șirul producățiilor utilizate pentru obținerea lui $a+a$ este 1,3,2,3:

$E \xrightarrow{(1)} E+T \xrightarrow{(3)} E+a \xrightarrow{(2)} T+a \xrightarrow{(3)} a+a$

Eliminarea redenumirilor pentru gramatica:

$E \rightarrow E+T$

$E \rightarrow T$

$T \rightarrow a$

$N_E = \{E, T\}$

$N_T = \{T\}$

După eliminare:

$E \rightarrow E+T$

$T \rightarrow a$

$E \rightarrow a$

$E \rightarrow T + E \mid T$

$T \rightarrow F * T \mid F$

$F \rightarrow E \mid a$

Este recursivă la stg.

Eliminăm recursivitatea la stânga:

$E \rightarrow T + E \mid T$

$T \rightarrow F * T \mid F$

~~$F \rightarrow a$~~

~~$F \rightarrow T + E \mid T$~~

~~$F \rightarrow F * T + E \mid F + E \mid F * T \mid F$~~

$F \rightarrow a \mid aF'$

$F' \rightarrow *T + E \mid +E \mid *T \mid *T + E F' \mid +E F' \mid *T F'$

Eliminarea recursivității la stânga pentru:

$A \rightarrow BC \checkmark$

~~$B \rightarrow AC$~~

$C \rightarrow c \checkmark$

~~$B \rightarrow BCC$~~

$B \rightarrow B'$

$B' \rightarrow CC \mid CCB'$

Fie următoarea instrucțiune Pascal:

if a>b then max:=a else max:=b

- Dati o gramatică independent de context (simplificată) care descrie (cel puțin) sintaxa instrucțiunilor din exemplul dat
- Traduceți în cod intermediar cu 3 adrese, reprez. cvadruple
- Fie atributul **cod** cu semnificația: codul intermediar cu 3 adrese (reprezentare cvadruple). Dati gramatica de atribute și regulile de evaluare ale atributului **cod**.
- Evaluati atributele pentru exemplul dat

a)

$\langle \text{instr_if} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{cond} \rangle \text{ then } \langle \text{assign} \rangle \text{ else } \langle \text{assign} \rangle$

$\langle \text{cond} \rangle \rightarrow \text{ID} > \text{ID}$

$\langle \text{assign} \rangle \rightarrow \text{ID} := \text{ID}$

b) if a>b then max:=a else max:=b

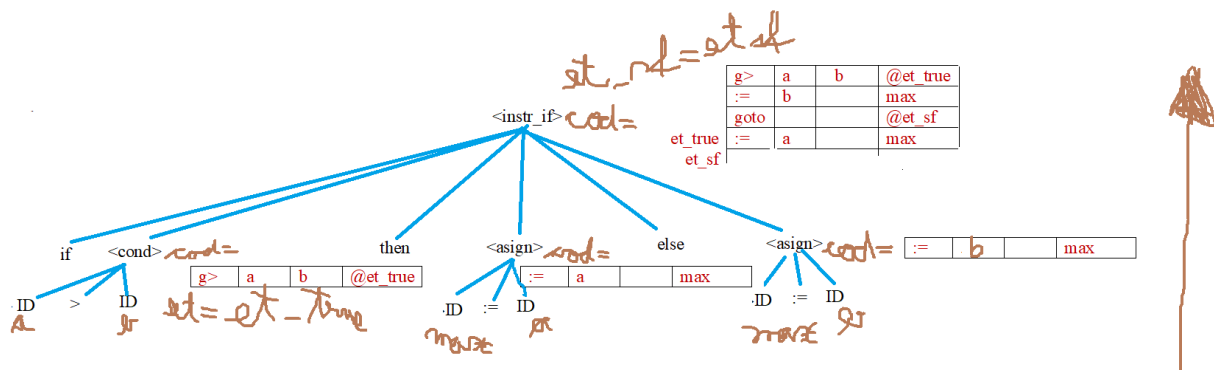
	op.	arg1	arg2	rez

	g>	a	b	@et_true
	:=	b		max
	goto			@et_sf
et_true	:=	a		max
et_sf

c)

$\langle \text{instr_if} \rangle \rightarrow \text{if } \langle \text{cond} \rangle \text{ then } \langle \text{assign} \rangle \text{ else } \langle \text{assign} \rangle'$	$\langle \text{instr_if} \rangle.\text{et_sf} \leftarrow \text{new Label}()$ $\langle \text{instr_if} \rangle.\text{cod} \leftarrow \langle \text{cond} \rangle.\text{cod} \langle \text{assign} \rangle'.\text{cod} $ <table><tr><td>goto</td><td></td><td></td><td>$\langle \text{instr_if} \rangle.\text{et_sf}$</td></tr></table> $ \langle \text{cond} \rangle.\text{et} \langle \text{assign} \rangle.\text{cod} \langle \text{instr_if} \rangle.\text{et_sf}$	goto			$\langle \text{instr_if} \rangle.\text{et_sf}$
goto			$\langle \text{instr_if} \rangle.\text{et_sf}$		
$\langle \text{cond} \rangle \rightarrow \text{ID} > \text{ID}'$	$\langle \text{cond} \rangle.\text{et} \leftarrow \text{new Label}()$ $\langle \text{cond} \rangle.\text{cod} \leftarrow$ <table><tr><td>g></td><td>ID</td><td>ID'</td><td>@$\langle \text{cond} \rangle.\text{et}$</td></tr></table>	g>	ID	ID'	@ $\langle \text{cond} \rangle.\text{et}$
g>	ID	ID'	@ $\langle \text{cond} \rangle.\text{et}$		
$\langle \text{assign} \rangle \rightarrow \text{ID} := \text{ID}'$	$\langle \text{assign} \rangle.\text{cod} \leftarrow$ <table><tr><td>:=</td><td>ID'</td><td></td><td>ID</td></tr></table>	:=	ID'		ID
:=	ID'		ID		

d)



GIC în APD cu algoritm, sse ob;ine APD cu criterial stivei vide:

$L = \{a^n b^m \mid n, m \geq 0\}$

$S \rightarrow aS \mid Sb \mid \varepsilon$

		a	b	ε
q	S			$(q, aS) (q, Sb) (q, \varepsilon)$
	a	(q, ε)		
	b		(q, ε)	

sau

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow aA \mid \varepsilon$

$B \rightarrow bB \mid \varepsilon$

		a	b	ε
q	S			(q, AB)
	A			$(q, aA) (q, \varepsilon)$
	B			$(q, bB) (q, \varepsilon)$
	a	(q, ε)		
	b		(q, ε)	

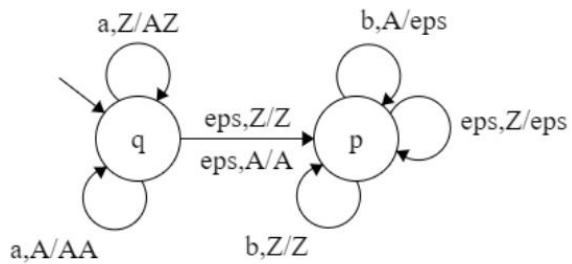
Sau...

$$L = \{a^n b^m \mid m \geq n \geq 0\}$$

$$S \rightarrow aSb \mid Sb \mid \varepsilon$$

		a	b	ε
q	S			(q, aSb) (q, Sb) (q, ε)
	a	(q, ε)		
	b		(q, ε)	

APD – graf:



APD tabel intuitiv:

		a	b	ε
q	Z	(q,AZ)		(p,Z)
	A	(q,AA)		(p,A)
p	Z		(p, Z)	(p, ε)
	A		(p, ε)	

Varianta 2:

		a	b	ε
q	Z	(q,AZ)		(p,Z)
	A	(q,AA)	(p, ε)	
p	Z		(p, Z)	(p, ε)
	A		(p, ε)	

Varianta 3:

		a	b	ε
q	Z	(q,AZ)		(p,Z)
	A	(q,AA)	(p, ε)	
p	Z		(p, Z) (p, ε)	
	A		(p, ε)	