

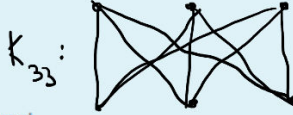
# Grafuri

## Probleme cu grafuri K

Fie  $K_{3,3}$  graf simplu și neorientat. Graful conține:

Select one or more:

- ☒ un ciclu Hamiltonian.
- ☒ un lanț Eulerian.
- ☐ nici un raspuns nu este corect.
- ☐ un cuplaj perfect.
- ☐ un ciclu Eulerian.



Fie  $K_{3,5}$  graf simplu și neorientat. Graful conține:

Select one or more:

- ☐ un ciclu Eulerian.
- ☐ un ciclu Hamiltonian.
- ☐ un cuplaj perfect.
- ☒ nici un raspuns nu este corect.
- ☐ un lanț Eulerian.

Fie  $K_4$  un graf simplu și neorientat. Graful conține:

Select one or more:

- ☐ drum Eulerian.
- ☐ cuplaj complet.
- ☒ ciclu Hamiltonian.
- ☐ cuplaj maxim.
- ☐ nici un raspuns.
- ☐ ciclu Eulerian.

Fie  $K_{5,5}$  graf simplu și neorientat. Graful conține:

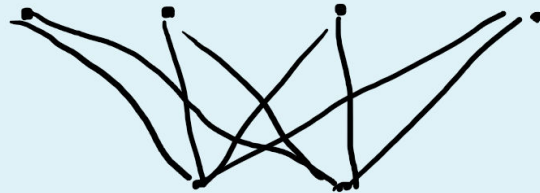
Select one or more:

- ☐ nici un raspuns nu este corect.
- ☒ un cuplaj perfect.
- ☐ un ciclu Eulerian.
- ☐ un lanț Eulerian.
- ☒ un ciclu Hamiltonian.

Fie  $K_{4,2}$  graf simplu și neorientat. Graful conține:

Select one or more:

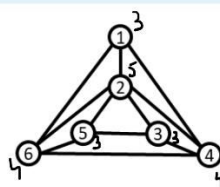
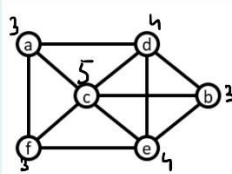
- ☐ nici un raspuns nu este corect.
- ☐ un lanț Eulerian. (?) dubius
- ☐ un cuplaj perfect.
- ☒ un ciclu Eulerian.
- ☐ un ciclu Hamiltonian.



## Izomorfism de grafuri

Question 18  
Not yet answered  
Marked out of 1.00  
Flag question

Sunt următoarele grafuri izomorfe?



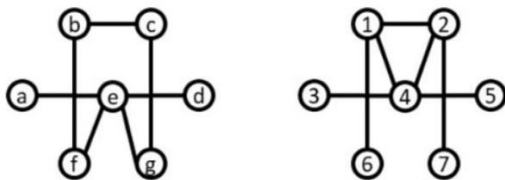
Correspondență:

- 1 : b
- 2 : c
- 3 : f
- 4 : e
- 5 : a
- 6 : d

Select one:

- ☒ Da
- ☐ Nu

Sunt următoarele grafuri izomorfe?

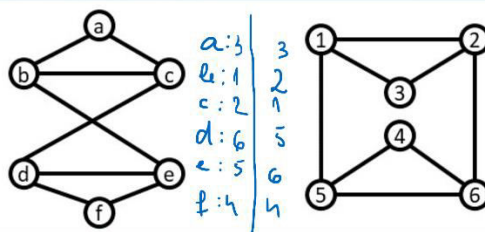


Select one:

- ☐ Da  
☒ Nu

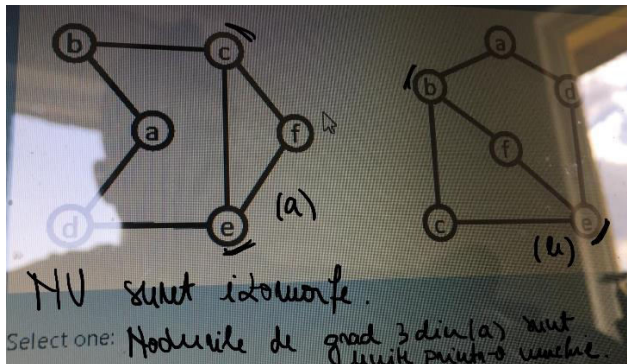
Nu corespund gradurile.

Sunt următoarele grafuri izomorfe?

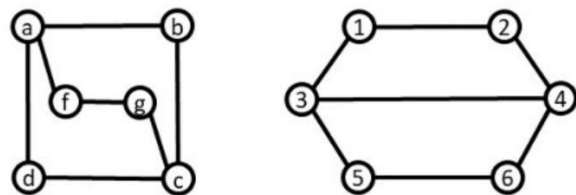


Select one:

- ☒ Da  
☐ Nu



Sunt următoarele grafuri izomorfe?



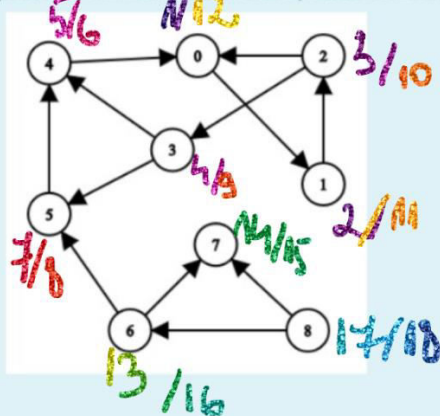
Select one:

- ☐ Da  
☒ Nu

Hint: moduri

DFS

Fie graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor  $d$  și  $f$  ale vârfurilor grafului  $G$  dacă algoritmul **DFS** este rulat pe graf. Presupuneți că bucla **FOR** din procedura **DFS** prelucrează vârfurile în ordine alfabetică și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic (sau numeric) după eticheta vârfurilor.

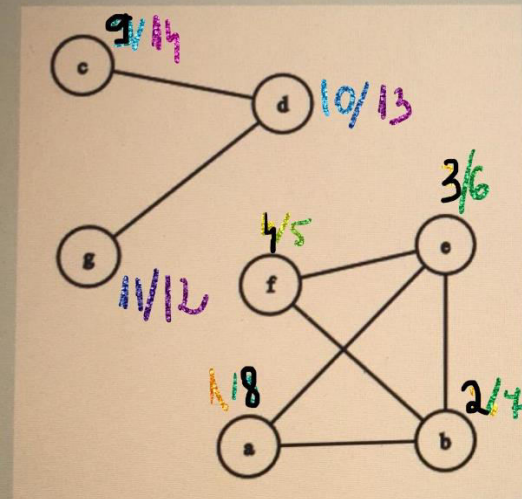


Select one:

- ☒  $d = [1, 3, 2, 6, 5, 8, 13, 14, 17]$   
 $f = [12, 4, 11, 7, 10, 9, 16, 15, 18]$   
☐  $d = [1, 3, 2, 6, 5, 8, 13, 14, 17]$   
 $f = [12, 4, 11, 7, 10, 9, 16, 15, 18]$   
☐  $d = [1, 3, 2, 6, 5, 8, 13, 14, 17]$   
 $f = [12, 4, 11, 7, 10, 9, 16, 15, 18]$

În acestea se repetă timpurile  
! Căutați soluții cu timpuri distincte!

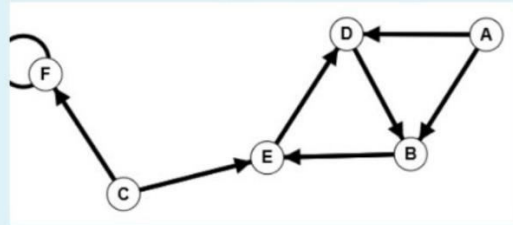
Fie graful de mai jos. Care sunt valorile atributelor **d** și **f** ale vârfurilor grafului **G** dacă algoritmul **DFS** este rulat pe graf. Presupunem bucla **FOR** din procedura **DFS** prelucrează vârfurile în ordine alfabetică și listele de adiacență sunt ordonate alfabetic după etichete vârfurilor.



$d/f$   
 descoperire finalizare  
 $a \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow f$   
 $c \rightarrow d \rightarrow g$

## BFS

Care sunt valorile atributelor **d** și  $\pi$  rezultate din rularea algoritmului **BFS** pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful **c**)?

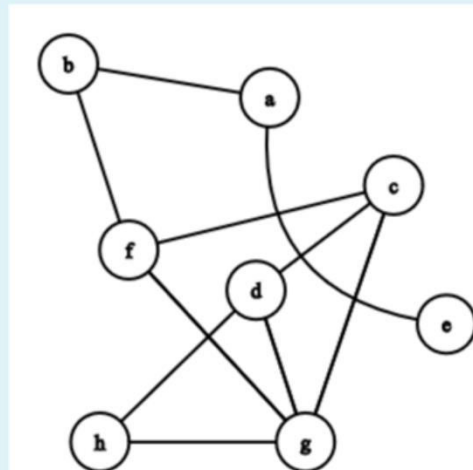


Select one:

- ☒  $\text{nod}=[a, b, c, d, e, f]$   
 $d=[\text{inf}, 3, 0, 2, 1, 1]$   
 $\pi=[\text{nil}, d, \text{nil}, e, c, c]$
- ☐  $\text{nod}=[a, b, c, d, e, f]$   
 $d=[\text{inf}, 4, 0, 2, 1, 1]$   
 $\pi=[\text{nil}, d, \text{nil}, e, c, c]$

	a	b	c	d	e	f
$\pi$	N	d	N	e	c	c
d	i	3	0	2	1	1

Care sunt valorile atributelor **d** și  $\pi$  rezultate din rularea algoritmului **BFS** pe graful din figura (vârful de pornire fiind vârful **c**)?



	a	b	c	d	e	f	g	h
d	3	2	0	1	1	1	2	
$\pi$	b	f	N	c	a	c	c	d

$a \rightarrow b \rightarrow f \rightarrow d \rightarrow e$



Care sunt valorile atributelor  $d$  și  $\pi$  rezultate din rularea algoritmului BFS vârful a)?

Select one:

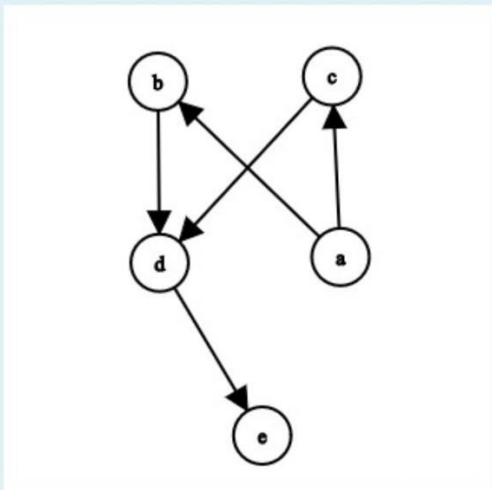
- ☐ nod=[a, b, c, d, e, f, g]  
d=[0, 1, 2, 2, 1, 2, 2]  
 $\pi$ =[nil, a, a, b, b, b]
- ☒ nod=[a, b, c, d, e, f, g]  
d=[0, 1, 1, 1, 1, 2, 2]  
 $\pi$ =[nil, a, b, a, b, b]
- ☐ nod=[a, b, c, d, e, f, g]  
d=[0, 1, 2, 1, 2, 2]  
 $\pi$ =[a, b, a, b, a, b]

Handwritten table:

	a	b	c	d	e	f	g
d	0	1	2	1	1	2	2
$\pi$	nil	a	b	a	b	b	b

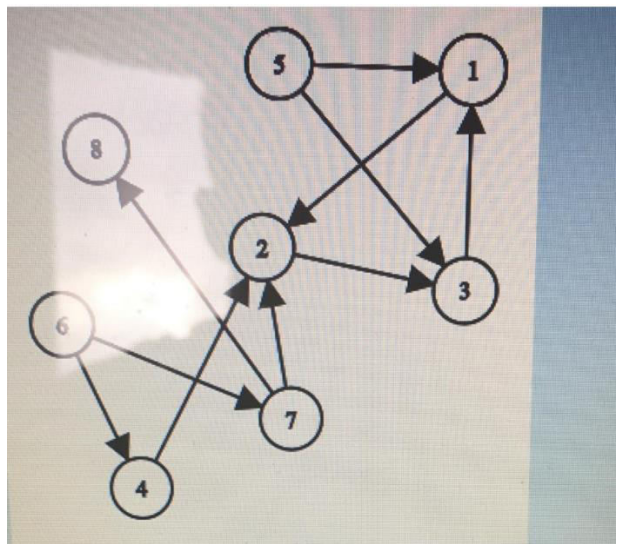
## Sortare Topologica

Fie graful de mai jos. Sa se **sorteze topologic** acest graf (daca este posibil).



Select one:

- ☐ a, e, b, d, b
- ☐ graful dat nu e DAG, deci nu se poate sorta topologic
- ☐ nici un raspuns nu este corect
- ☒ a, c, b, d, e
- ☐ c, d, b, c, a

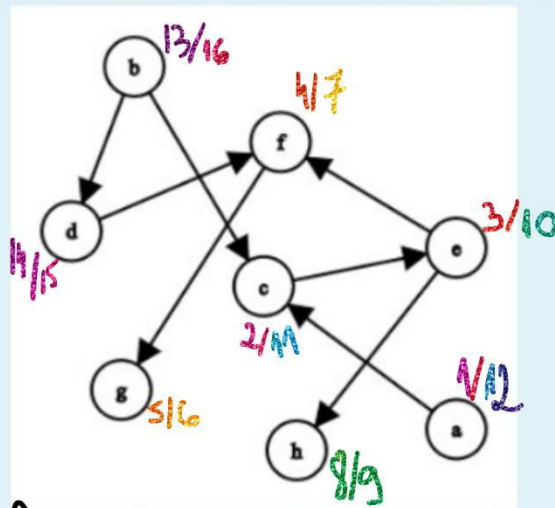


lavem ciclul, deci nu se poate)

Select one:

- ☐ 5, 3, 1, 2, 8, 7, 6, 4
- ☒ graful dat nu e DAG, deci nu se poate sorta topologic
- ☐ 4, 2, 3, 1, 5, 8, 7, 6
- ☐ 2, 3, 1, 5, 8, 7, 6, 4
- ☐ nici un raspuns nu este corect

Fie graful de mai jos. Sa se **sorteze topologic** acest graf (daca este posibil).



Dacă  $\exists$  arc  $i-j$ , at  $i$  apare înainte de lui  $j$  în sort. top.

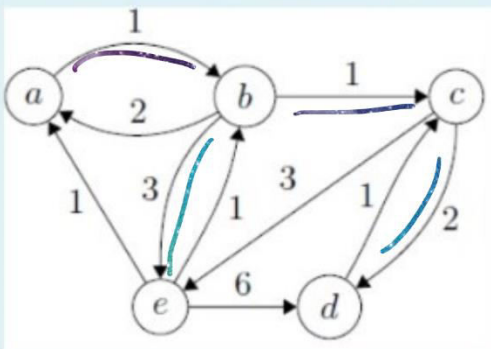
*Handwritten sequence: b d a c e h f g*

Select one:

- ☒ a, b, d, c, e, f, g, h
- ☐ nici un raspuns nu este corect
- ☐ a, c, e, h, b, d, f, g
- ☐ a, c, b, d, f, g, e, h
- ☐ graful dat nu e DAG, deci nu se poate sorta topologic

## Dijkstra

Care sunt valorile atributelor  $d$  si  $\pi$   $d$  daca este rulat algoritmul lui **Dijkstra** pe urmatorul graf. Luati ca si sursa varful **a** (sau varful **1**).



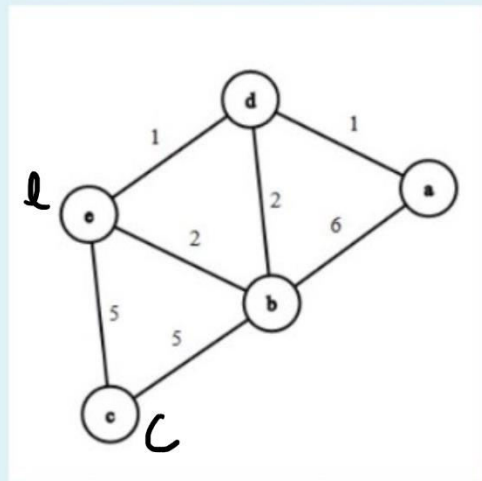
	a	b	c	d	e
$\pi$	1	a	b	c	b
$d$	0	1	2	4	4
$d'$	0	1	1	2	3

(cum vrea)

Select one:

- ☐  $d = [0, 2, 2, 4, 3]$ ,  $\pi = [\text{nil}, a, d, c, b]$
- ☐  $d = [0, 1, 2, 2, 3]$ ,  $\pi = [\text{nil}, a, c, c, b]$
- ☐  $d = [0, 1, 2, 4, 3]$ ,  $\pi = [\text{nil}, a, d, c, b]$
- ☒  $d = [0, 1, 1, 2, 3]$ ,  $\pi = [\text{nil}, a, b, c, b]$
- ☐  $d = [0, 1, 1, 3, 2]$ ,  $\pi = [\text{nil}, a, b, b, c]$

Care sunt valorile atributelor  $d$  si  $\pi_d$  daca este rulat algoritmul lui **Dijkstra** pe urmatorul graf. Luati ca si sursa varful **a** (sau varful **1**).



	a	b	c	d	e
$\bar{n}$	M	d	e	a	d
d	0	3	4	1	2

Select one:

- ☐  $\mathbf{d} = [1, 3, 8, 1, 2], \boldsymbol{\pi} = [\text{nil}, d, e, a, d]$
- ☐  $\mathbf{d} = [0, 3, 5, 2, 3], \boldsymbol{\pi} = [\text{nil}, d, b, c, d]$
- ☐  $\mathbf{d} = [0, 4, 7, 2, 1], \boldsymbol{\pi} = [\text{nil}, a, d, a, d]$
- ☐  $\mathbf{d} = [0, 4, 8, 2, 1], \boldsymbol{\pi} = [\text{nil}, d, a, e, d]$
- ☒  $\mathbf{d} = [0, 3, 7, 1, 2], \boldsymbol{\pi} = [\text{nil}, d, e, a, d]$

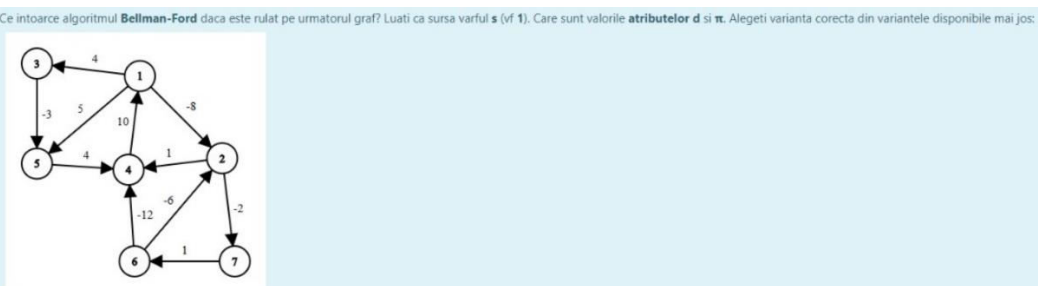
## Bellman-Ford

Fi un graf ponderat și orientat  $G = (V, E)$  care nu conține un circuit negativ, fie  $m$  numărul maxim de arce din drumul minim (drum minim determinat pe baza ponderilor și nu a numărului de arce din drum).

Sugerați o modificare a algoritmului Bellman-Ford astfel încât acesta să se oprească după  $(m + 1)$  iterații ale buclei `while`, chiar dacă  $m$  nu este cunoscut în avans.

[illegible]

Modificarea algoritmului Bellman-Ford consta in inlocuirea primului for cu un while, care se repeta pana nu mai putem imbunatati (cu o variabila booleana).

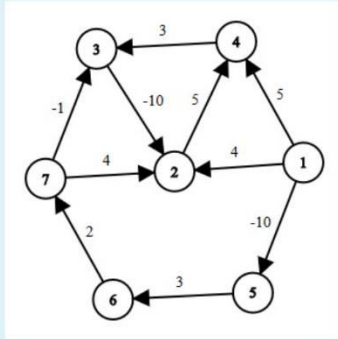


Select one:

- ☐ true,  $d=[0, 5, 9, 6, -11, -8, -6]$ ,  $\pi=[nil, 1, 2, 5, 1, 5, 7]$
- ☐ true,  $d=[0, 5, 9, 6, -11, -8, -6]$ ,  $\pi=[nil, 1, 2, 4, 1, 5, 7]$
- ☐ true,  $d=[0, 5, 9, 6, -11, -8, -6]$ ,  $\pi=[nil, 1, 1, 4, 1, 5, 7]$
- ☒ false, deoarece exista un circuit negativ in graf

2->7->6->2

Ce întoarce algoritmul **Bellman-Ford** dacă este rulat pe urmatorul graf? Luați ca sursa varful **s** (vf 1). Care sunt valorile **atributelor d** și  $\pi$ . Alegeți varianta corectă din variantele disponibile mai jos:

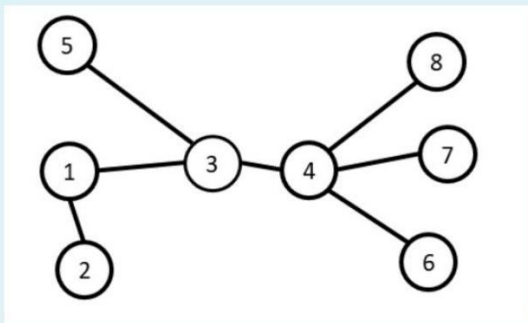


Select one:

- ☐ true,  $d = [0, 4, 8, 7, -10, -10, -5]$ ,  $\pi = [\text{nil}, 2, 1, 4, 1, 5, 7]$
- ☐ true,  $d = [0, 4, 8, 7, -10, -12, -5]$ ,  $\pi = [\text{nil}, 2, 1, 4, 1, 5, 7]$
- ☐ true,  $d = [0, 4, 8, 5, -10, -7, -5]$ ,  $\pi = [\text{nil}, 1, 1, 4, 1, 5, 7]$
- ☒ false, deoarece exista un circuit negativ in graf  $4 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \quad (-2)$
- ☐ true,  $d = [0, 4, 8, 5, -10, -10, -5]$ ,  $\pi = [\text{nil}, 1, 1, 4, 1, 5, 7]$

## Prufer

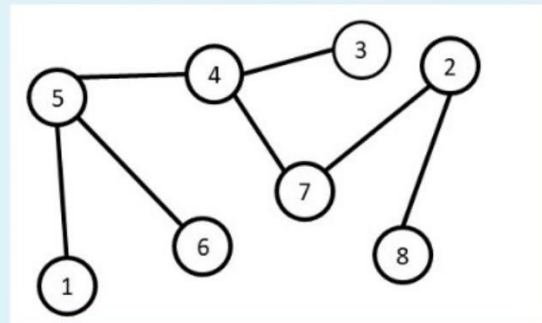
Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:



Select one:

- ☐ 1, 1, 3, 3, 4, 4, 4
- ☐ 2, 5, 6, 7, 8, 4, 3
- ☒ 1, 3, 4, 4, 4, 3, 1
- ☐ 4, 4, 4, 3, 3, 2, 1

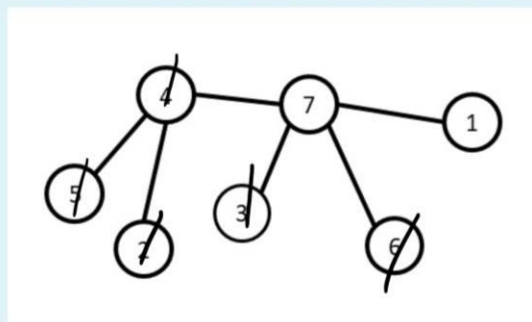
Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:



Select one:

- ☐ 5, 4, 4, 4, 7, 5, 7
- ☐ 7, 4, 7, 2, 5, 4, 2
- ☐ 5, 7, 4, 7, 4, 5, 2
- ☒ 5, 4, 5, 4, 7, 2, 7

Să se determine secvența Prüfer pentru următorul arbore a cărui rădăcină este nodul 1:



Select one:

- ☐ 7, 4, 4, 7, 7, 3
- ☐ 4, 7, 7, 4, 7, 1
- ☒ 4, 7, 4, 7, 7, 1

Rez: 4, 7, 4, 7, 7, 1

Codare Prüfer: se repeta cat timp frunza e diferita de radacina



## Ciclul Eulerian, Hamiltonian, cuplaje

Vârfurile unui graf neorientat  $G = (V, E)$  sunt numerotate  $1, 2, \dots, 2222$ . Muchia  $(i, j)$  există dacă  $|i - j| \leq 3$ , unde  $i \neq j$ . Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- ☒ G conține un cuplaj perfect.
- ☐ G conține un ciclu Eulerian.
- ☒ G este Hamiltonian.

„Un graf perfect este un graf trist”

Vârfurile unui graf neorientat  $G = (V, E)$  sunt numerotate  $1, 2, \dots, 3273$ . Muchia  $(i, j)$  există dacă  $|i - j| \leq 3$ , unde  $i \neq j$ . Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- ☒ G este Hamiltonian.
- ☐ G conține un ciclu Eulerian.
- ☐ G conține un cuplaj perfect.

nr de noduri impare  $\Rightarrow$  nu e cuplaj perf  
grad imp  $\Rightarrow$  nu conține ciclu Eulerian

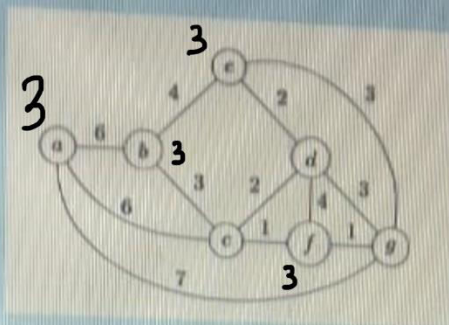
Vârfurile unui graf neorientat  $G = (V, E)$  sunt numerotate  $1, 2, \dots, 4286$ . Muchia  $(i, j)$  există dacă  $|i - j| \leq 3$ , unde  $i \neq j$ . Care din următoarele afirmații sunt adevărate:

Select one or more:

- ☐ G conține un ciclu Eulerian.
- ☒ G conține un cuplaj perfect.
- ☒ G este Hamiltonian.

Fie graful  $G = (V, E)$  simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?

problema postasului chinezesc



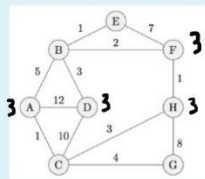
Select one:

- ☒ Nu trebuie adăugate muchii în graf.
- ☐ Da, se dublează muchiile:  $(A, B), (B, E), (B, C), (C, F) = 6 + 4 + 3 + 1 = 14$
- ☒ Da, se dublează muchiile:  $(A, C), (C, B), (E, D)$ .
- ☒ Da, se dublează muchiile:  $(A, B), (E, G), (G, F) = 6 + 3 + 1 = 10$
- ☐ Da, se dublează muchiile:  $(B, E), (A, C), (C, F) = 4 + 6 + 1 = 11$



Fie graful  $G = (V, E)$  simplu și neorientat de mai jos. Trebuie adăugate muchii astfel încât ciclul eulerian să aibă lungimea minimă? Dacă da, care?

Se dublează, rămân  
cu grad par



Select one:

☐ Nu trebuie adăugate muchii în graf.

☒ Da, se dublează muchiile:  $(A, B), (B, D), (F, H)$ .

$$5+3+1=9$$

☐ Da, se dublează muchiile:  $(A, D), (F, H)$ .

$$12+1=13$$

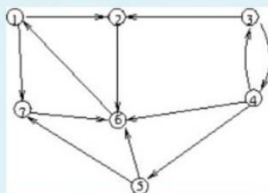
☐ Da, se dublează muchiile:  $(A, B), (B, F), (D, C), (C, H)$ .

$$5+2+10+3=20$$

☐ Da, se dublează muchiile:  $(A, C), (C, H), (B, D), (B, F)$ .

$$2+6+6+1=15$$

In the following graph



a) (0.75) Identify the strongly connected components (describe them as lists of vertices)

b) (0.25) Identify 3 distinct paths from vertex 3 to vertex 6

c) (0.25) Identify 2 distinct walks that are not paths, from vertex 3 to vertex 6

d) (0.25) Identify 2 cycles

a)

(1, 2, 6, 7) (3, 4) (5)

b)

(3, 4, 6) (3, 2, 6) (3, 4, 5, 6)

c)

~~(3, 4, 5, 6, 3, 4, 5, 6)~~ (3, 1, 1, 6) (3, 2, 1, 7, 6)

d)

(3, 4, 3) (1, 2, 6, 1, 2) (6, 1, 2, 6), (6, 2, 1, 6)

## Matrice de incidenta

Matricea de incidență a unui graf orientat  $G = (V, E)$  fără bucle este o matrice  $|V| \times |E|$ , unde  $B = (b_{ij})$  astfel încât

$$b_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{arcul } j \text{ pleacă din } i \\ 1, & \text{arcul } j \text{ intră în vârful } i \\ 0, & \text{în rest.} \end{cases}$$

Ce reprezintă elementele matricii  $B \cdot B^T$  ( $B^T$  este transpusa matricii  $B$ )?

↓ A B I ≡ ≡ ∅ ∅

Pe diag prime,  $B[i][i] = \text{gradul total al nodului } i$   
(grad intr + grad extr), iar pe linia  $i$  se obs. cō nodu-  
lul sumei elem reprezintă nr de conexiuni.

## Arbore (minim de acoperire + Prim)

Sunt echivalente următoarele afirmații pentru un arbore? Demonstrați.

- $G$  este conex, dacă se șterge o muchie din  $E$ , graful rezultat va conține două componente.
- $G$  este fără cicluri și are  $n - 1$  muchii.

vezi curs 6 notite, 2=>3

Sunt echivalente următoarele afirmații pentru un arbore? Demonstrați.

- Oricare două vârfuri din  $G$  sunt conectate de un lanț simplu.
- $G$  este conex, dacă se șterge o muchie din  $E$  graful rezultat va conține două componente.

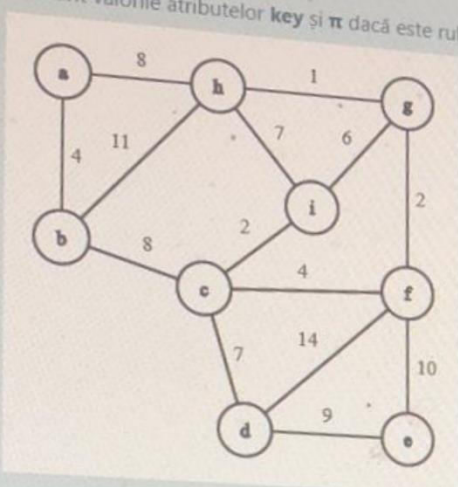
1=>2

Pentru ca exista un singur lant intre oricare noduri,  $G$  este conex.

2=>1

Daca e conex, inseamna ca exista 1 sau ai multe lanturi care conecteaza 2 noduri, dar, deoarece la stergere obtii 2 comp conexe, exista un singur lant care uneste nodurile.

Care sunt valorile atributelor  $key$  și  $\pi$  dacă este rulat algoritmul lui Prim pe următorul graf? Luați ca sursă vârful  $a$ .



V	a	b	c	d	e	f	g	h	i
$\pi$		a	b	c	d	c	f	g	c
$k$	0	4	8	7	9	4	2	1	2

Select one:

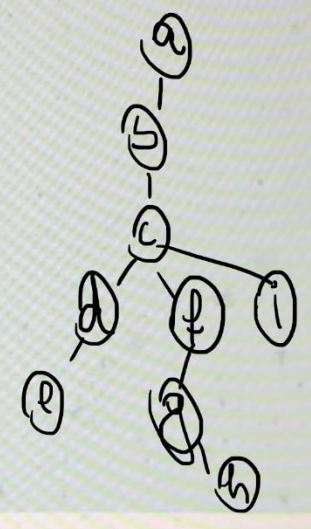
☐  $key=[0, 4, 8, 7, 8, 5, 3, 2, 2]$ ,  $\pi=[nil, a, b, c, e, b, f, d, b]$

☐  $key=[0, 4, 8, 7, 9, 4, 2, 1, 2]$ ,  $\pi=[nil, a, b, c, e, b, f, d, b]$

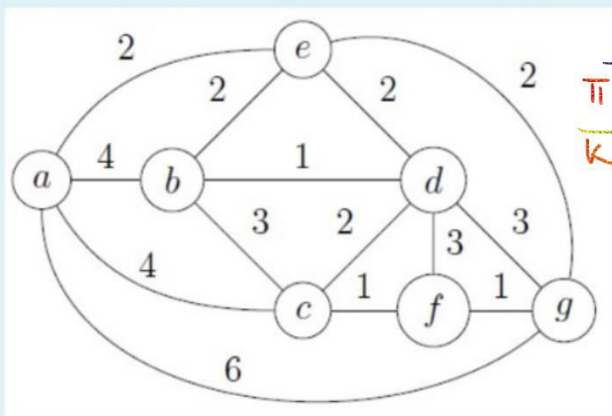
☒  $key=[0, 4, 8, 7, 9, 4, 2, 1, 2]$ ,  $\pi=[nil, a, b, c, d, c, f, g, c]$

☐  $key=[0, 4, 8, 7, 8, 5, 2, 1, 2]$ ,  $\pi=[nil, a, b, c, e, b, f, g, c]$

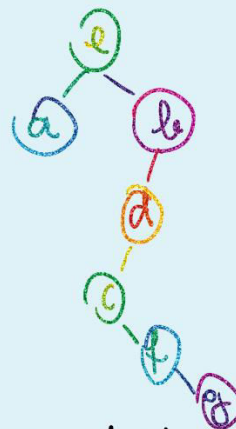
☐  $key=[0, 2, 8, 7, 9, 4, 5, 1, 2]$ ,  $\pi=[nil, a, d, e, b, f, d, b]$



Care sunt valorile atributelor **key** și  **$\pi$**  dacă este rulat algoritmul lui **Prim** pe următorul graf? Luați ca și sursă vârful **e**.



	<u>a</u>	<u>b</u>	<u>c</u>	<u>d</u>	<u>e</u>	<u>f</u>	<u>g</u>
$\pi$	e	e	d	b	N	c	f
key	2	2	2	1	0	1	1



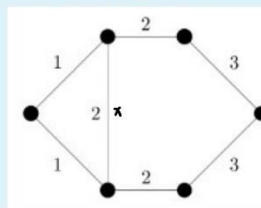
Select one:

- ☐ **key**=[2, 3, 1, 2, 0, 2, 1],  **$\pi$** =[e, a, c, b, nil, a, f]
- ☒ **key**=[2, 2, 2, 1, 0, 1, 1],  **$\pi$** =[e, e, d, b, nil, c, f]
- ☒ **key**=[1, 3, 1, 2, 0, 2, 1],  **$\pi$** =[b, a, c, b, nil, a, f]
- ☐ **key**=[2, 3, 2, 1, 0, 2, 1],  **$\pi$** =[e, e, c, b, nil, a, f]

a nu poate avea cheia 1

Câți arbori minimi de acoperire există pentru graful  $G$  de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)

Se elimină o muchie de 2 și o muchie de 3

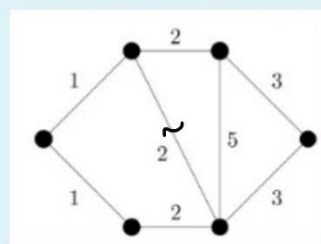


Answer: 2

Câți arbori minimi de acoperire există pentru graful  $G$  de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)

Trbuie tăiate:

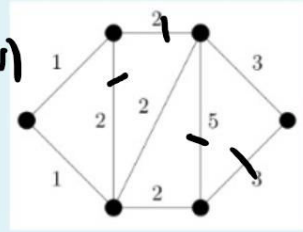
- Muchia de 5
- muchia de 2 (1)
- oric muchie de 3 (2 variante)



Answer: 2 (1 · 1 · 2)

Câți arbori minimi de acoperire există pentru graful  $G$  de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)

- 5, 2 vert + diag, oricare 3 (2v)  
 - 5, 2, 2 vert, oricare 3 (2v)



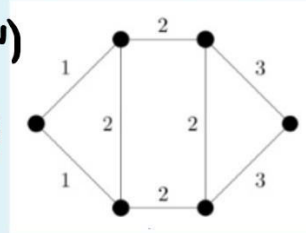
12

Answer:

4

Câți arbori minimi de acoperire există pentru graful  $G$  de mai jos? (răspundeți cu un număr întreg pozitiv)

- 2 mijloc + oricare 3 (2v)  
 - 2 mijloc, 2 lat + 3 opus (4v)

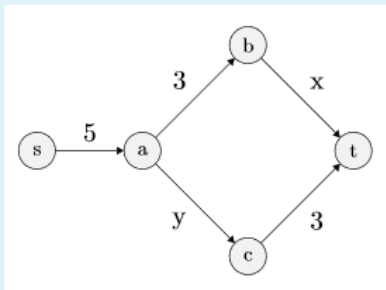


Answer:

6

## Flux maxim (+Ford-Fulkerson)

Fie rețeaua de transport de mai jos. Care este valoarea lui  $x$  și  $y$  astfel încât fluxul maxim să fie 11?



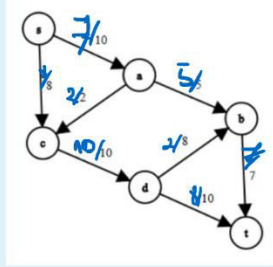
↓ A B I

Orice valori ar avea  $x$  și  $y$ , fluxul maxim nu poate fi 11

Acest graf nu poate avea fluxul maxim 11, deoarece fluxul maxim al lui  $t$  poate să fie 5, deoarece sunt trimise doar 5 unitati.



Care este **fluxul maxim** în rețeaua de transport G de mai jos (de la s la t)?

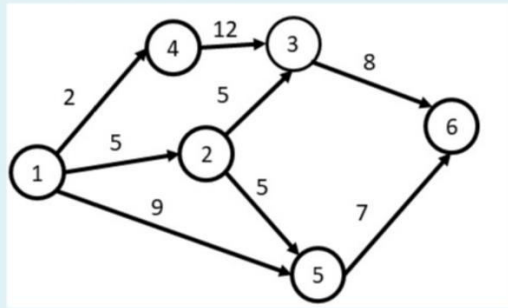


$s \rightarrow a \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow b \rightarrow t: 2$   
 $s \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow t: 8$   
 $s \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow t: 5$

Select one:

- ☐ 16  
☐ 14  
☐ 17  
☒ 15  
☐ 13

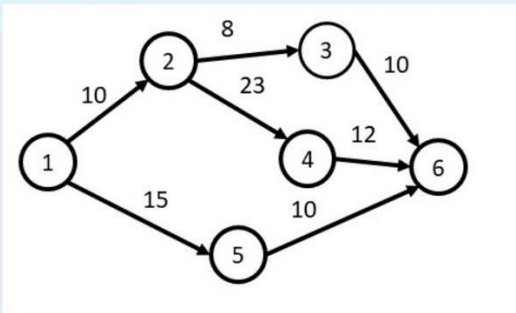
Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?



Select one:

- ☒ 14  
☐ 22  
☐ 15  
☐ 5

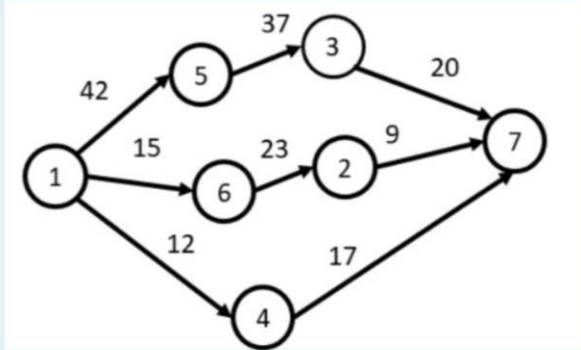
Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?



Select one:

- ☐ 10  
☐ 23  
☐ 32  
☒ 20

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 7?

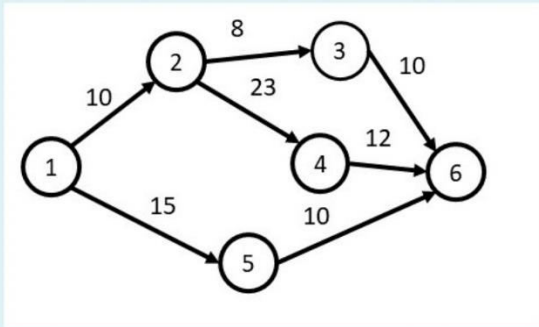


$$20 + 9 + 12 = 41$$

Select one:

- ☐ 99  
☐ 42  
☐ 9  
☒ 41

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?

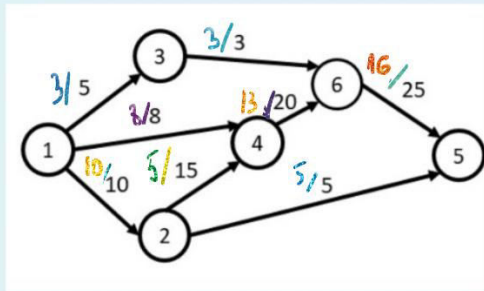


Select one:

- ☒ 20  
☐ 10  
☐ 32  
☐ 23

= fluxul maxim

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 5?

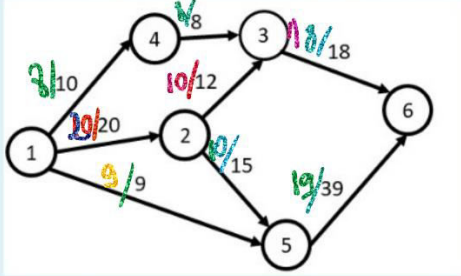


$1 \rightarrow 3 \rightarrow 6 \rightarrow 5 : 3$   
 $1 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 : 8$   
 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 : 5$   
 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 6 \rightarrow 5 : 5$

Select one:

- ☐ 30  
☐ 3  
☐ 25  
☒ 21

Care este numărul maxim de pași (cel mai rău caz) în care algoritmul Ford-Fulkerson găsește fluxul maxim în următorul graf în care sursa este nodul 1, iar destinația este nodul 6?



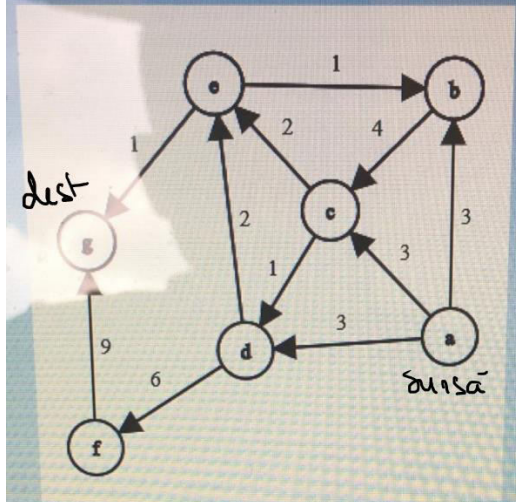
$1 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 6 : 8$   
 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 6 : 10$   
 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 5 \rightarrow 6 : 10$   
 $1 \rightarrow 5 \rightarrow 6 : 9$

37

Select one:

- ☐ 39  
☐ 64  
☒ 37  
☐ 57

Care este fluxul maxim în rețeaua de transport G de mai jos (de

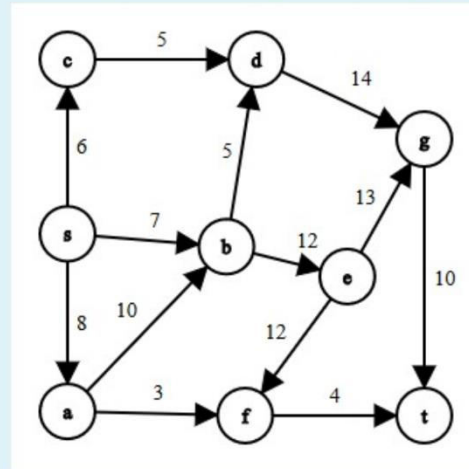


$a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow e \rightarrow g : 1$   
 $a \rightarrow d \rightarrow f \rightarrow g : 3$   
 $a \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow f \rightarrow g : 1$

Select one:

- ☐ 8  
☒ 5  
☐ 4  
☐ 6  
☐ 7

Care este fluxul maxim în rețeaua de transport G de mai jos (de la s la t)?



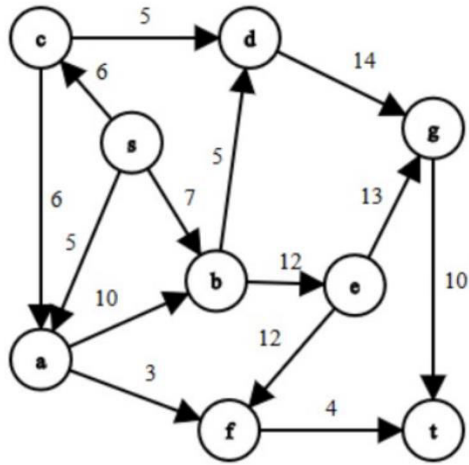
14

Select one:

- ☒ 20  
☐ 8  
☐ 23  
☐ 19  
☐ 21

$s \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow g \rightarrow t : 5$   
 $s \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow g \rightarrow t : 5$   
 $s \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow t : 4$

Care este **fluxul maxim** în rețeaua de transport G de mai jos (de la s la t)?



$\Delta_1: s \rightarrow c \rightarrow d \rightarrow g \rightarrow t$  (flux: 5)  
 $\Delta_2: s \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow g \rightarrow t$  (flux: 5)  
 $\Delta_3: s \rightarrow a \rightarrow b \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow t$  (flux: 4)

$\Rightarrow \text{flux } s \rightarrow t = 14$

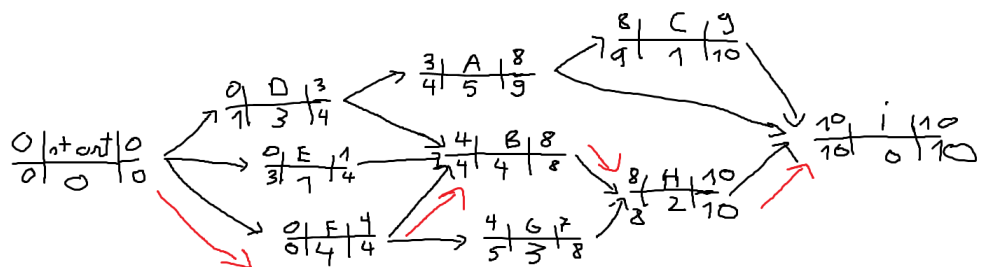
Select one:

- ☐ 12  
☐ 15  
☐ 13  
☐ 16  
☒ 14

## Drum critic

Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependențele între sarcini. Care este drumul critic în proiect?

sarcina	durata	dependențe
A	5	D
B	4	D, E, F
C	1	A
D	3	-
E	1	-
F	4	-
G	3	F
H	2	B, G
I	0	A, C, H



Select one:

- ☐ F → G → H → I  
☒ F → B → H → I  
☐ D → A → C → I  
☐ D → A → I

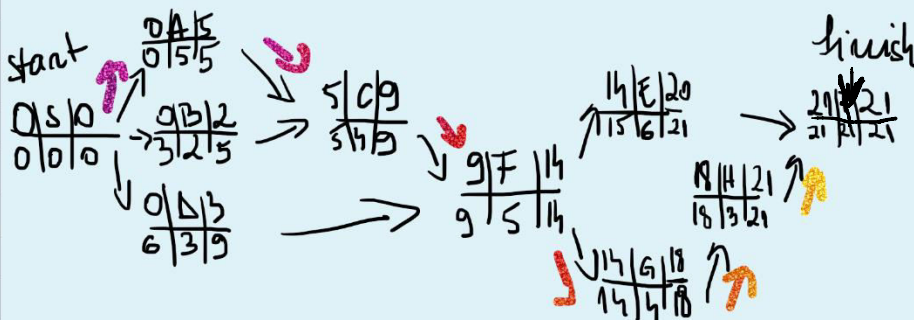
E = earlier  
 L = later  
 ES / act / EF  
 LS / dur / LF

**Drum Critic: F → B → H → I**



Tabelul de mai jos prezintă sarcinile unui proiect, timpii de execuție pentru fiecare sarcină și dependențele între sarcini. Care este drumul critic în proiect

sarcina	durata	dependențe
A	5	-
B	2	-
C	4	A, B
D	3	-
E	6	F
F	5	C, D
G	4	F
H	3	G



Select one:

- ☐ B→C→F→E
- ☐ D→F→E
- ☐ D→F→G→H
- ☒ A→C→F→G→H

**Drumul critic : A→C→F→G→H**

## Polinomul cromatic

Atentie! De aici, se inverseaza – cu /. Rezultatul este identic!

Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu  $\chi(G)$  culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „\*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul  $3x^{k^2+2} + x(x^2+7)$  va fi reprezentat ca  $3^*x^{k^2+2} + x^*(x^2+7)$ .

$$\begin{aligned}
 P_G(k) &= P_{G-\{c,h\}} - P_{G-\{a,b\}} \\
 &= k^2(k-1)^7 - k^2(k-1)^6 \\
 &= k^2(k-1)^6(k-1) - k^2(k-1)^6 \\
 &= k^2(k-1)^6(k-2) \\
 &= k^2(k-1)^6(k-2)
 \end{aligned}$$

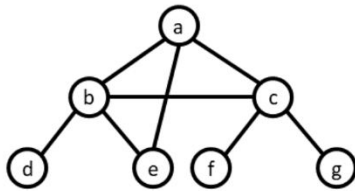
Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf  $G$ . În câte feluri poate fi colorat graful cu  $\chi(G)$  culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „ $*$ ” pentru înmulțire;
- „ $^$ ” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul  $3x^2 + x(x^2 + 7)$  va fi reprezentat ca  $3 * x^2 + x * (x^2 + 7)$ .

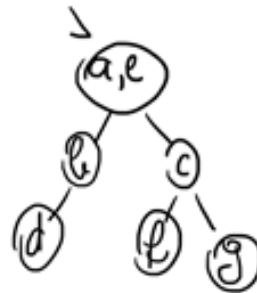
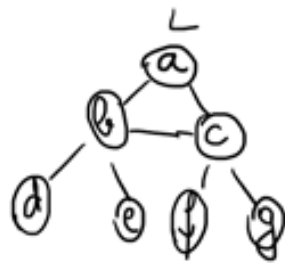


$$P_G(k) = P_{G \setminus \{a, e\}} - P_{G - \{a, e\}}$$

$G \setminus \{a, e\}$  - înșeală nodurile a-e

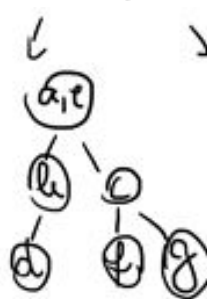
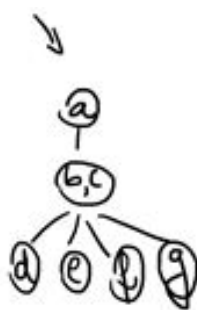
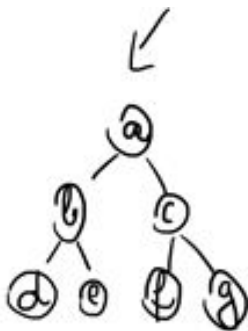
$G - \{a, e\}$  - elimină muchia a-e

$$P_G(k) = P_{G \setminus \{a, e\}} - P_{G - \{a, e\}}$$



$$P_{G \setminus \{a, e\}} = P_{G_1} - P_{G_2}$$

$$P_{G - \{a, e\}} = P_{G_3} - P_{G_4}$$



$$k(k-1)^6$$

$$-k(k-1)^5$$

$$-k(k-1)^5$$

$$k(k-1)^4$$

$$P_G(k) = k(k-1)^6 - k(k-1)^5 - k(k-1)^5 + k(k-1)^4 = k(k-1)^4(k-2)^2$$

nr cromatic: 3

(cel mai mic  $k$  pt care  $P_G(k) > 0$ )

Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu X(G) culori?

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „ $\cdot$ ” pentru înmulțire;
- „ $\wedge$ ” pentru ridicare la putere.

De exemplu, polinomul  $3x^6 + x(x^2 + 7)$  va fi reprezentat ca  $3 \cdot x \wedge (x + 2) + x \cdot (x \wedge 2 + 7)$ .

$$P_G(k) = P_{G \setminus \{e\}} - P_{G - \{e\}} = k^1(k-1)^6 - (k^2(k-1)^5 - k^1(k-1)^4) - (k^1(k-1)^5 - k^1(k-1)^4) - (k^1(k-1)^5 - k^1(k-1)^4) - k^1(k-1)^5$$

$$= k^1(k-1)^6 - k^2(k-1)^5 + k^1(k-1)^4 - k^1(k-1)^5 + k^1(k-1)^4 + k^1(k-1)^4 - k^1(k-1)^5 + k^1(k-1)^4 - k^1(k-1)^5$$

$$= k^1(k-1)^6 - k^2(k-1)^5 + k^1(k-1)^4$$

... or so like so;

$P_{G \setminus \{b,e\}} - P_{G - \{b,e\}}$   
 $P_{G \setminus \{c,f\}} - P_{G - \{c,f\}}$   
 $P_{G \setminus \{d,g\}} - P_{G - \{d,g\}}$   
 $P_{G \setminus \{e,f\}} - P_{G - \{e,f\}}$   
 $P_{G \setminus \{a,b\}} - P_{G - \{a,b\}}$   
 $P_{G \setminus \{a,c\}} - P_{G - \{a,c\}}$   
 $P_{G \setminus \{b,d\}} - P_{G - \{b,d\}}$   
 $P_{G \setminus \{c,e\}} - P_{G - \{c,e\}}$   
 $P_{G \setminus \{d,f\}} - P_{G - \{d,f\}}$   
 $P_{G \setminus \{e,g\}} - P_{G - \{e,g\}}$   
 $P_{G \setminus \{f,g\}} - P_{G - \{f,g\}}$   
 $P_{G \setminus \{h\}} - P_{G - \{h\}}$

Atentie! Pana aici, se inverseaza – cu /. Rezultatul este identic!

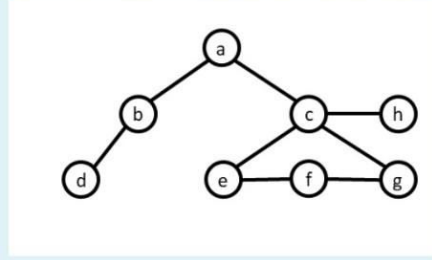
Deduceți polinomul cromatic și determinați numărul cromatic al următorului graf G. În câte feluri poate fi colorat graful cu  $\chi(G)$  culori.

Scrieți răspunsurile în căsuța text de mai jos.

Pentru reprezentarea polinomului se vor folosi următoarele convenții:

- „\*” pentru înmulțire;
- „^” pentru ridicare la putere.

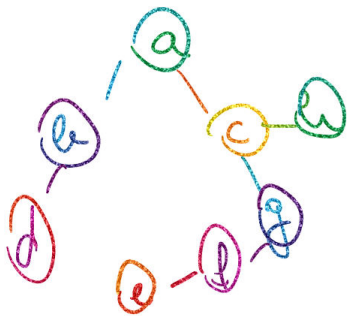
De exemplu, polinomul  $3x^{k+2} + x(x^2 + 7)$  va fi reprezentat ca  $3 \cdot x^{k+2} + x \cdot (x^2 + 7)$ .



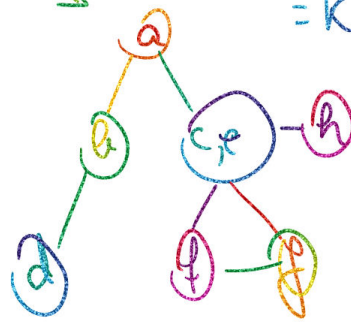
$$P_G(k) = P_{G-\{c,e\}} - P_{G-\{c,e\}} = k(k-1)^2 - k(k-1)^6 + k(k-1)^5$$

$$= k(k-1)^5((k-1)^2 - (k-1) + 1)$$

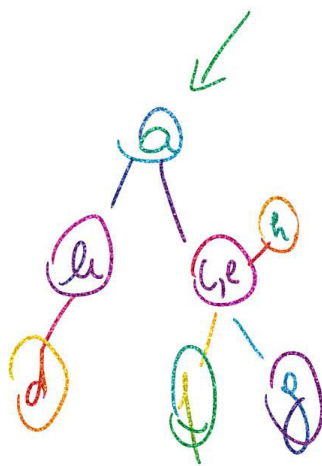
$$= k(k-1)^5(k^2 - 3k + 1)$$



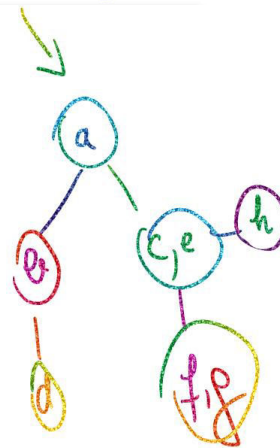
$$k(k-1)^4$$



$$P_{G-1 \{f,g\}} - P_{G-\{f,g\}} = k(k-1)^5 - k(k-1)^6$$



$$k(k-1)^6$$



$$k(k-1)^5$$