Examen la Calcul numeric, 5 iunie 2020

Problema 1 Să se determine o formulă de cuadratură de forma

$$\int_{-1}^{1} \sqrt{1 - x^2} f(x) dx = A_0 f(-1) + A_1 f(x_1) + A_2 f(x_2) + A_3 f(1) + R(f)$$

care să aibă grad maxim de exactitate. (punctaj 1 punct nodurile, 2 puncte coeficienții, 1 punct restul).

Problema 2 Implementați metoda SOR pentru un sistem cu matrice tridiagonală în timp O(n). Date de intrare:

- vectorul d_0 diagonala principală (diagonala 0);
- vectorul d_{-1} diagonala de dedesubtul diagonalei principale (diagonala -1);
- vectorul d_{+1} diagonala de deasupra diagonalei principale (diagonala +1);
- b, vectorul termenilor liberi;
- ω , parametrul de relaxare;
- eroarea.

Date de ieșire: soluția și numărul de iterații. Aplicație: rezolvați sistemul Ax = b cu matricea

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 1 & 3 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 3 \end{bmatrix},$$

 $b = [2, 3, \dots, 3, 4]^T$ și n = 1000000.