

### Problema 3.7

Se dau vectorii  $a(2, -3, 1)$ ,  $b(-3, 1, 2)$  și  $c(1, 2, 3)$ . Să se calculeze  $(a \times b) \times c$  și  $a \times (b \times c)$ .

Dacă avem  $\vec{a} = a_1 \vec{i} + a_2 \vec{j} + a_3 \vec{k}$  și  $\vec{b} = b_1 \vec{i} + b_2 \vec{j} + b_3 \vec{k}$ , atunci:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = (a_2 b_3 - a_3 b_2) \vec{i} + (a_3 b_1 - a_1 b_3) \vec{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1) \vec{k}$$

Înlocuind în situația noastră:

$$\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{b} = -3\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k}$$

$$\vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ -3 & 1 & 2 \end{vmatrix} = (-6-1)\vec{i} + (-3-4)\vec{j} + (2-9)\vec{k} = -7\vec{i} - 7\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -7 & -7 & -7 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (-21+14)\vec{i} + (-7+21)\vec{j} + (-14+7)\vec{k} = -7\vec{i} + 14\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$\boxed{(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = -7\vec{i} + 14\vec{j} - 7\vec{k}}$$

$$\vec{b} \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = (3-4)\vec{i} + (-9-2)\vec{j} + (-6-1)\vec{k} = -\vec{i} - 11\vec{j} - 7\vec{k}$$

$$\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & -3 & 1 \\ -1 & 11 & -7 \end{vmatrix} = (21-11)\vec{i} + (-1+14)\vec{j} + (22-3)\vec{k} = 10\vec{i} + 13\vec{j} + 19\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 10\vec{i} + 13\vec{j} + 19\vec{k}}$$