

TEMA - SEMINAR 6

6.10. Determinați simetricul punctului $P(-3, 1, -2)$ relativ la dreapta:

$$\begin{cases} 4x - 3y - 13 = 0 \\ y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\vec{n}_1(4, -3, 0), \vec{n}_2(0, 1, -2)$$

$$\vec{v} = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = (6 - 0, 0 + 8, 4 + 0) = (6, 8, 4)$$

Construim un plan perpendicular pe dreaptă care trece prin P

Vectorul dreptei este paralel cu normala la plan

$$\Rightarrow \pi: 6(x + 3) + 8(y - 1) + 4(z + 2) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi: 6x + 18 + 8y - 8 + 4z + 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \pi: 6x + 8y + 4z + 18 = 0 \quad | : 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \pi: 3x + 4y + 2z + 9 = 0$$

Pentru a determina proiecția punctului P pe dreaptă, intersectăm dreapta cu planul π .

$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z + 9 = 0 \\ 4x - 3y - 13 = 0 \\ y - 2z + 5 = 0 \end{cases} \quad \textcircled{+} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x + 5y + 14 = 0 & | \cdot 3 \\ 4x - 3y - 13 = 0 & | \cdot 5 \end{cases} \quad \textcircled{+} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 29x - 23 = 0 \Rightarrow x = \frac{23}{29}$$

$$\bullet \quad 4 \cdot \frac{23}{29} - 3y - 13 = 0 \Rightarrow 3y = \frac{92 - 377}{29} = \frac{-285}{29} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y = \frac{-95}{29}$$

$$\bullet \quad -\frac{95}{29} - 2z + 5 = 0 \Rightarrow 2z = \frac{-95 + 145}{29} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z = \frac{25}{29} \Rightarrow M\left(\frac{23}{29}, -\frac{95}{29}, \frac{25}{29}\right)$$

Fie P' simetricul lui P față de dreaptă

$$\bullet \quad x_M = \frac{x_P + x_{P'}}{2} \Rightarrow x_{P'} = 2x_M - x_P \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x_{P'} = 2 \cdot \frac{23}{29} + 3 = \frac{78}{29}$$

$$\bullet \quad y_M = \frac{y_P + y_{P'}}{2} \Rightarrow y_{P'} = 2y_M - y_P \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y_{P'} = 2 \cdot \left(-\frac{95}{29}\right) - 1 = -\frac{219}{29}$$

$$\bullet \quad z_M = \frac{z_P + z_{P'}}{2} \Rightarrow z_{P'} = 2z_M - z_P \Rightarrow$$

$$\Rightarrow z_{P'} = 2 \cdot \frac{25}{29} + 2 = \frac{108}{29}$$

Deci, $P'\left(\frac{78}{29}, -\frac{219}{29}, \frac{108}{29}\right)$