# Seminar 9

**Problema 9.2.13.2:** Utilizând metoda tabelelor semantice (construind arborele binar), demonstrați distributivitatea cuantificatorului ”∀” față de ”∧”:

$\vdash (\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x) \leftrightarrow (\forall x)\,(P(x) \wedge Q(x))$

<u>Rezolvare:</u>

$U = (\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x) \leftrightarrow (\forall x)\,(P(x) \wedge Q(x))$

$\neg U = \neg((\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x) \leftrightarrow (\forall x)\,(P(x) \wedge Q(x)))$

$\neg U = \neg(((\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x) \longrightarrow (\forall x)\,(P(x) \wedge Q(x))) \wedge ((\forall x)\,(P(x) \wedge Q(x)) \longrightarrow (\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x)))$ - **(1)**

$\beta(1)$

$\neg((\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x) \longrightarrow (\forall x)\,(P(x) \wedge Q(x)))$ **(2)**

$\neg((\forall x)\,(P(x) \wedge Q(x)) \longrightarrow (\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x))$ **(3)**

$\alpha(2)$

$\alpha(3)$

$(\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x)$ **(4)**

$\neg (\forall x)\, (P(x) \wedge Q(x))$ **(5)**

$\alpha(4)$

$(\forall x)\, P(x)$ **(6)**

$(\forall x)\, Q(x)$ **(7)**

$\delta(5)$ - a

constantă nouă

$\neg (P(a) \wedge Q(a))$ **(8)**

$\beta(8)$

$(\forall x)\, (P(x) \wedge Q(x))$ **(9)**

$\neg ((\forall x)\, P(x) \wedge (\forall x)\, Q(x))$ **(10)**

$\beta(10)$

$\neg (\forall x)\, P(x)$ **(11)** | $\neg (\forall x)\, Q(x)$ **(12)**

$\delta(11)$ - a | $\delta(12)$ - a

ct. nouă | ct. nouă

$\neg P(a)$ | $\neg Q(a)$

$\gamma(9)$ - a | $\gamma(9)$ - a

ct. exist. | ct. exist.

$(P(a) \wedge Q(a))$ **(13)** | $(P(a) \wedge Q(a))$ **(14)**

$\neg$ P(a)

**γ**(6) - a

ct. existentă

P(a)

(∀x) P(x) **(6’) - copie**

⊗

$\neg$ Q(a)

**γ**(7) - a

ct. existentă

Q(a)

(∀x) Q(x) **(7’) - copie**

⊗

(∀x) ( P(x) ∧ Q(x) ) **(9’)**

**- copie**

**α**(13)

P(a)

Q(a

⊗

(∀x) ( P(x) ∧ Q(x) ) **(9’)**

**- copie**

**α**(14)

P(a)

Q(a)

⊗

<u>Concluzie:</u>

Pornind de la negația ( $\neg$ U) a formulei inițiale (U), am obținut o tabelă semantică închisă (cu toate ramurile închise). Din TCC rezultă că formula inițială e este tautologie (distributivitatea cuantificatorului ”∀” față de ”∧”).