5. 1) Scrieți ec. parametrice ale planului care trece prin:

1) $M_0(1,0,2)$, $\parallel$ $\vec{a_1}(1,2,3)$, $\vec{a_2}(0,3,1)$

a_1, a_2 - liniar independenți

Fie $M \in$ spațiului, $M(x,y,z)$

$M \in$ planului $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{M_0M}$ are o descompunere unică sub forma unei combinații liniare a vectorilor $\vec{a_1}$ și $\vec{a_2}$

Astfel: $\overrightarrow{M_0M} = s\,\vec{a_1} + t\,\vec{a_2}$

sau: $(x,y,z) = (1,0,2) + s(1,2,3) + t(0,3,1)$

$\Rightarrow$ sistemul ecuațiilor parametrice:

$$\begin{cases} x = 1 + s\cdot 1 + t\cdot 0 \\ y = 0 + s\cdot 2 + t\cdot 3 \\ z = 2 + s\cdot 3 + t\cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = s + 1 \\ y = 2s + 3t \\ z = 3s + t + 2 \end{cases}$$

2) $A(1,2,1)$, $\parallel i$, j

$\vec{i}\,(1,0,0)$, $\vec{j}\,(0,1,0)$

Analog, $(x,y,z)=(1,2,1)+$

$+\,s\,(1,0,0)+t\,(0,1,0)$.

$$\begin{cases} x = s+1 \\ y = t+2 \\ z = 1 \end{cases}$$

Alternativ, folosim $(M_0M, i, j)=0$

$$\begin{vmatrix} x-1 & y-2 & z-1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$0+0+z-1-0-0-0=0$

$z-1=0$

$z=1 \Rightarrow \begin{cases} x = s \\ y = t \\ z = 1 \end{cases}$

3) $A(1, 7, 1)$, $\parallel xOz$

Planul paralel cu xOz $\Leftrightarrow$ paralel cu $\vec{i}$ și $\vec{k}$

$$\Rightarrow (x, y, z) = (1, 7, 1) + s(1, 0, 0) + t(0, 0, 1)$$

$$\begin{cases} x = s + 1 \\ y = 7 \\ z = t + 1 \end{cases}$$

4) $M_1(5, 3, 2)$, $M_2(1, 0, 1)$, $\parallel \vec{a}(1, 3, -3)$

Construim vectorul $\vec{l} = \overrightarrow{M_1M_2} = (-4, -3, -1)$

Astfel, avem:

$$(x, y, z) = (5, 3, 2) + s(-4, -3, -1) + t(1, 3, -3)$$

$$\begin{cases} x = -4s + t + 5 \\ y = -3s + 3t + 3 \\ z = -s - 3t + 2 \end{cases}$$

5) $A(1,5,7)$, Ox

$Ox \in$ planului $\Rightarrow$ $\left.\begin{array}{l} O(0,0,0) \\ B(2,0,0) \end{array}\right\}$ aparțin planului

Fie vectorii $\vec{v_1} = \vec{OA} = (1,5,7)$

$\vec{v_2} = \vec{OB} = (2,0,0)$

În mod evident, vectorii aparțin planului și sunt liniar independenți.

Astfel:

$$(x,y,z) = (0,0,0) + s(1,5,7) + t(2,0,0)$$

$$\begin{cases} x = 0 + 2t \\ y = 5s \\ z = 7s \end{cases}$$

6) $O(0,0,0)$, $M_1(1,0,1)$, $M_2(-2,-3,1)$

Analog, obținem $\vec{u_1} = (1,0,1) = \vec{OM_1}$

$\vec{u_2} = (-2,-3,1) = \vec{OM_2}$

$(x,y,z) = (0,0,0) + s(1,0,1) + t(-2,-3,1) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = s - 2t \\ y = -3t \\ z = s + t \end{cases}$$

Alternativ, folosim formula de calcul cu ajutorul determinantului:

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{vmatrix} = 0, \text{ sau}$$

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ -2 & -3 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow 1 \cdot (-1)^6 \begin{vmatrix} x & y & z \\ 1 & 0 & 1 \\ -2 & -3 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$-2y - 3z - y + 3x = 0$

$3x - 3y - 3z = 0$

$x - y - z = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = s \\ y = t \\ z = s - t \end{cases}$

Scanned with CamSc