Tema Geometrie

$\boxed{6.3}$ Stabiliți ecuația planului care trece prin originea coordonatelor și prin dreapta $x=1+3t$, $y=-2+4t$, $z=5-2t$

$O(0,0,0)$

$$d: \begin{cases} x=1+3t \\ y=-2+4t \\ z=5-2t \end{cases}$$

ecuația planului $\pi=?$

Considerăm dreapta:

$$(\Delta): \frac{x-x_1}{l} = \frac{y-y_1}{m} = \frac{z-z_1}{n}$$

și punctul $M_2(x_2, y_2, z_2)$, care nu aparține dreptei. Planul pe care îl căutăm trece prin punctul $M_1(x_1, y_1, z_1)$ și este paralel cu vectorii $\vec{v}(l, m, n)$ și $\overrightarrow{M_1M_2}(x_2-x_1, y_2-y_1, z_2-z_1)$, deci ecuația lui va fi

$$\begin{vmatrix} x-x_1 & y-y_1 & z-z_1 \\ x_2-x_1 & y_2-y_1 & z_2-z_1 \\ l & m & n \end{vmatrix} = 0$$

În acest caz punctul $O(0,0,0)$ nu aparține dreptei

$$\begin{cases} 0=1+3t \Rightarrow t=-\frac{1}{3} \\ 0=-2+4t \Rightarrow t=\frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{contradicție} \Rightarrow \notin d$$

Luăm un punct care aparține dreptei :

pt $t=0 \Rightarrow A(1,-2,5)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AO}(-1,2,-5)$

Vectorul director al dreptei d:

$\vec{v}(3,4,-2)$

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ -1 & 2 & -5 \\ 3 & 4 & -2 \end{vmatrix} = -4x - 4z - 15y + (-6z) + 20\cancel{x} - 2y =$$
$$\begin{matrix} x & y & z \\ -1 & 2 & -5 \end{matrix}$$

$$= 16x - 17y - 10z$$

$\Rightarrow \Pi: 16x - 17y - 10z = 0$