Temă - seminar 10

Problema 10.4.

Să se afle ecuația suprafeței conice cu vârful în punctul $A(0, -a, 0)$ și având curba directoare $x^2 = 2py$, $z = h$

⊛ scriem ecuațiile vârfului A:

$$A: \begin{cases} x = 0 \\ y + a = 0 \\ z = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} P_1 \equiv x = 0 \\ P_2 \equiv y + a = 0 \\ P_3 \equiv z = 0 \end{cases}$$

⊛ scriem ecuațiile generatoarelor

$$(G_{\lambda,\mu}) \begin{cases} P_1 = \lambda P_3 \\ P_2 = \mu P_3 \end{cases} \Rightarrow (G_{\lambda,\mu}) \begin{cases} x = \lambda z \\ y + a = \mu \cdot z \end{cases}$$

⊛ curba directoare are ecuațiile

$$(C) \begin{cases} x^2 - 2py = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$$

⊛ scriem sistemul format din ecuațiile generatoarelor și ecuațiile curbei directoare

$$\begin{cases} x = \lambda z \\ y + a = \mu z \\ x^2 - 2py = 0 \\ z - h = 0 \end{cases}$$ sistem compatibil

⊛ scriem sistemul format din ecuațiile generatoarelor și cea mai simplă ecuație dintre ecuațiile curbei directoare:

$$\begin{cases} x = \lambda z \\ y + a = \mu \cdot z \\ z - h = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \lambda z \\ y = \mu z - a \\ z = h \end{cases}$$

$x = \lambda h$, $y = \mu h - a$, $z = h$

⊛ înlocuim în cea de-a doua ecuație a curbei directoare

$$x^2 - 2py = 0$$

$$(\lambda h)^2 - 2p(\mu h - a) = 0$$

(condiția de compatibilitate)

⊛ scoatem λ și μ în funcție de x, y, z

⊛ știm că $(G_{\lambda,\mu})$ $\begin{cases} x = \lambda \cdot z \\ y + a = \mu \cdot z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{x}{z} \\ \mu = \frac{y+a}{z} \end{cases}$

⊛ înlocuim în condiția de compatibilitate

$$\frac{x^2}{z^2} \cdot h^2 - 2p \frac{y+a}{z} \cdot h + 2pa = 0 \,/\cdot z^2$$

⊛ ecuația suprafeței conice

$$x^2 \cdot h^2 - 2pz(y+a)h + 2paz^2 = 0$$