

5.8

Determinați proiecția ortogonală a punctului $A(1,3,5)$ pe dreapta de intersecție a planelor $2x+y+z-1=0$ și $3x+y+2z-3=0$.

$\vec{n}_1(2,1,1)$ - vectorul normal al primului plan

$\vec{n}_2(3,1,2)$ - vectorul normal al celui de-al doilea plan

\vec{v} - vectorul director al dreptei de intersecție

$$\vec{v} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\vec{v} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k} = (1, -1, -1)$$

\Rightarrow ecuația planului perpendicular pe dreapta dată, care trece prin $A(1,3,5)$ este

$$1 \cdot (x-1) + (-1) \cdot (y-3) + (-1) \cdot (z-5) = 0$$

$$x - y - z + 7 = 0$$

Proiecția punctului A pe dreapta este la intersecția dintre dreapta și planul care conține pe A și este perpendicular

pe dreapta, deci coordonatele sale se
obțin rezolvând sistemul format din
ecuațiile dreptei și ecuația planului

$$\begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0 \\ 3x + y + 2z - 3 = 0 \\ x - y - z + 7 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y + z - 5 = 0 \\ y + 2z - 9 = 0 \\ -y - z + 5 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x + y + z - 1 = 0 \\ x - y - z + 7 = 0 \end{cases}$$

$$3x + 6 = 0 \Rightarrow x = -2$$

$$\begin{cases} y + 2z - 9 = 0 \\ y - z + 5 = 0 \end{cases}$$

$$z - 4 = 0 \Rightarrow z = 4 \Rightarrow y = 1$$

$$\Rightarrow A'(-2, 1, 4)$$