Problema 5 - Seminar 2 - Geometrie.

2.5 Determinați numărul real λ astfel încât cosinusul unghiului format de vectorii $\vec{p} = i + 2j + \lambda k$ și $\vec{q} = 3i + j$ să fie egal cu $\frac{5}{12}$.

Notăm cu α unghiul format de vectorii p și q.

$$\cos\alpha = \frac{\vec{p} \cdot \vec{q}}{\|\vec{p}\| \cdot \|\vec{q}\|} = \frac{1\cdot 3 + 2\cdot 1 + \lambda \cdot 0}{\sqrt{1+4+\lambda^2} \cdot \sqrt{9+1}} = \frac{5}{\sqrt{5+\lambda^2} \cdot \sqrt{10}}$$

$$\Rightarrow \frac{5}{\sqrt{5+\lambda^2} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5}{12} \Rightarrow \sqrt{5+\lambda^2} \cdot \sqrt{10} = 12 \ \Big|^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 10(5+\lambda^2) = 144 \Rightarrow 50 + 10\lambda^2 = 144 \ \Big| :2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5\lambda^2 = 72 - 25 \Rightarrow 5\lambda^2 = 47 \Rightarrow \boxed{\lambda = \pm\sqrt{\frac{47}{5}}}$$

Formule folosite: $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ $\quad b = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$

$$\|\vec{a}\| = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = x\cdot x' + y y' + z \cdot z'$$

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\| \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{\|\vec{a}\| \cdot \|\vec{b}\|}$$