

## Seminarul 2

1. Un cub de sticlă este vopsit pe fiecare față, apoi este împărțit în 1000 de cubulețe de aceleași dimensiuni. Un cubuleț este ales aleator. Calculați probabilitățile următoarelor evenimente:

- a) A: "cubulețul are exact 3 fețe vopsite". R:  $\frac{8}{1000}$ .
- b) B: "cubulețul are exact 2 fețe vopsite". R:  $\frac{12 \cdot 8}{1000}$ .
- c) C: "cubulețul are exact o față vopsită". R:  $\frac{6 \cdot 8^2}{1000}$ .
- d) D: "cubulețul nu are nicio față vopsită". R:  $\frac{8^3}{1000}$ .

2. Un agent de vânzări trimite 10 emailuri distincte cu reclame alegând aleator pentru fiecare email un destinatar dintr-o listă de 20 de persoane. Care este probabilitatea ca prima persoană din listă să primească 5 emailuri?

R:  $\frac{C_{10}^5 \cdot 19^5}{20^{10}}$ .

3. Presupunem în continuare că data nașterii unei persoane alese aleator este în oricare dintre lunile anului cu aceleași șanse (i.e. probabilitatea ca o persoană aleasă aleator să aibă data nașterii într-o anumită lună este  $\frac{1}{12}$ ). Care este probabilitatea ca

- a) într-un grup de 5 persoane să fie cel puțin 2 persoane care își serbează zilele de naștere în aceeași lună? R:  $1 - \frac{A_{12}^5}{12^5} \approx 62\%$ .
- b) într-un grup de 5 persoane zilele de naștere sunt serbate toate în cel mult două luni? R:  $\frac{C_{12}^1 + C_{12}^2 (2^5 - 2)}{12^5}$ , unde  $C_{12}^1$  e numărul de cazuri când toate persoanele sunt născute în aceeași lună,  $C_{12}^2$  este numărul de alegeri ale lunilor pentru situația când toate persoanele sunt născute în exact 2 luni, iar  $2^5 - 2$  este numărul de funcții surjective de la persoane la cele 2 luni.

4. La un concurs de șah participă 5 băieți și 5 fete. Se formează aleator 5 perechi de jucători. Care este probabilitatea ca fiecare băiat să joace împotriva unei fete?

R: Ordinea perechilor nu este relevantă, ci doar componența lor, atât în numărul cazurilor posibile, cât și favorabile. Probabilitatea cerută este  $\frac{n_f}{n_p}$ , unde numărul cazurilor favorabile este  $n_f = \frac{5^2 \cdot 4^2 \cdot \dots \cdot 1^2}{5!}$ , iar numărul cazurilor posibile este  $n_p = \frac{C_{10}^2 \cdot C_8^2 \cdot \dots \cdot C_2^2}{5!}$ .

5. 5 bile numerotate consecutiv de la 1 la 5 sunt așezate orizontal în mod aleator. Determinați:

- a) probabilitatea ca prima și ultima bilă să aibă numere pare;
- b) probabilitatea ca primele două bile să aibă numere impare;
- c) probabilitatea ca bilele cu numere pare să fie alăturate;
- d) probabilitatea ca cel puțin două bile alăturate să aibă aceeași paritate.

R: a)  $\frac{2! \cdot 3!}{5!} = \frac{1}{10}$ . b)  $\frac{A_3^2 \cdot 3!}{5!} = \frac{3}{10}$ . c)  $\frac{2 \cdot 4 \cdot 3!}{5!} = \frac{2}{5}$ . d)  $1 - \frac{2! \cdot 3!}{5!} = \frac{9}{10}$ .

6. 9 persoane se imbarcă aleatoriu într-un tren cu 3 vagoane. Calculați probabilitatea ca:

- a) în primul vagon să fie exact 3 persoane?
- b) în fiecare vagon să fie 3 persoane?
- c) într-un vagon să fie 1 persoană, iar în celalalte două vagoane să fie câte 4 persoane?
- d) în fiecare vagon să fie cel puțin o persoană?**

R: a)  $\frac{C_9^3 \cdot 2^6}{3^9}$ ; b)  $\frac{C_9^3 \cdot C_6^3}{3^9}$ ; c)  $\frac{3 \cdot 9 \cdot C_8^4}{3^9}$ ; d)  $\frac{3^9 - (3 \cdot 2^9 - 3)}{3^9}$ .

7. Un alfabet are 21 consoane și 5 vocale (se vor considera doar minuscule). În câte moduri se pot alege 6 litere astfel încât să fie alese 4 consoane distincte și 2 vocale distincte, dacă: a) nu se ia în considerare ordinea lor; b) se ia în considerare ordinea lor?

Exemple în alfabetul englez: a) {i,o,t,g,m,h}, {a,e,t,b,l}; b) (i,o,t,g,m,h), (h,g,i,m,o,t), (t,a,b,l,e).

R: a)  $C_{21}^4 \cdot C_5^2$ ; b)  $A_{21}^4 \cdot A_5^2 \cdot C_6^4$ .

8. La o petrecere sunt 8 femei și 8 bărbați. Ana și Vlad sunt în acest grup de prieteni. Cele 16 persoane se așează aleator pe 16 fotolii într-un rând.

a) Care este probabilitatea ca doi bărbați și două femei să nu stea alături?

b) Care este probabilitatea ca doi bărbați și două femei să nu stea alături și Ana și Vlad să stea alături?

R: a)  $f_{i_1} b_{i_1} f_{i_2} b_{i_2} f_{i_3} b_{i_3} \dots f_{i_8} b_{i_8}$ , respectiv  $b_{i_1} f_{i_1} b_{i_2} f_{i_2} b_{i_3} f_{i_3} \dots b_{i_8} f_{i_8}$ ; probabilitatea cerută este:  $\frac{2 \cdot 8!8!}{16!}$ ;

b)  $f_{i_1} b_{i_1} f_{i_2} b_{i_2} f_{i_3} b_{i_3} \boxed{AV} \dots f_{i_8} b_{i_8}$  (Ana stă în dreapta lui Vlad; pe primul fotoliu din rând stă o femeie),

$b_{i_1} f_{i_1} b_{i_2} f_{i_2} b_{i_3} f_{i_3} \boxed{VA} \dots b_{i_8} f_{i_8}$  (Ana stă în stânga lui Vlad; pe primul fotoliu din rând stă un bărbat);

probabilitatea cerută este:  $\frac{2 \cdot 15 \cdot 7!7!}{16!}$ .

9. Determinați în câte moduri se pot împărți următoarele fructe la 3 copii:

a) o banană, o portocală, o pară, un măr și un kiwi;

**b)** cinci banane;

c) cinci banane și trei portocale;

d) cinci banane, trei portocale și patru pere.

a)  $3^5$ ; b)  $C_7^2$ ; c)  $C_7^2 \cdot C_5^2$ ; d)  $C_7^2 \cdot C_5^2 \cdot C_6^2$ .