Temă

1.4.33. $f: A \to B$, $g: B \to C$

funcția compusă $g \circ f \Leftrightarrow$ relația compusă $g \circ f$

relația $g \circ f = \{(a,c) \mid \exists x \in B \cap B$ a.î. $(a,x) \in G_f$ și $(x,c) \in G_g\}$

$G_f = \{x, f(x) \mid x \in A\}$

$G_g = \{x, g(x) \mid x \in B\}$

$(a,x) \in G_f \Leftrightarrow x = f(a) \mid g \Rightarrow g(x) = g(f(a))$ (1)

$(x,c) \in G_g \Leftrightarrow c = g(x)$ (2)

$\overset{(1)(2)}{\Longrightarrow} c = g(f(a)) \Rightarrow$ relația compusă $g \circ f = \{(a, g(f(a))) \mid a \in A\}$

$\Rightarrow$ relația $g \circ f$ coincide cu funcția $g \circ f$

1.4.34. $r = (A, B, R)$ $\quad \delta_A, \delta_B$ relații de egalitate pe A, B

$\delta_A = (A, A, S)$, $\delta_B = (B, B, T)$

a) $r \circ \delta_A = \{(a,b) \mid \exists x \in A$ a.î. $(a,x) \in S$ și $(x,b) \in R\}$

$\delta_B \circ r = \{(a,b) \mid \exists x \in B$ a.î. $(a,x) \in R$ și $(x,b) \in T\}$

$(a,x) \in S \Leftrightarrow a = x \Rightarrow r \circ \delta_A = \{(a,b) \mid (a,b) \in R\}$

$(x,b) \in T \Leftrightarrow x = b \Rightarrow \delta_B \circ r = \{(a,b) \mid (a,b) \in R\}$

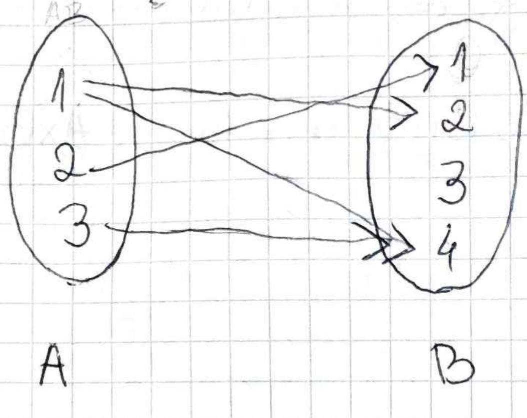
$\Rightarrow r \circ \delta_A = r = \delta_B \circ r$

b) $r^{-1}=(B,A,R^{-1})$, $r=\{A,B,R\}$, $r^{-1}\circ r=(B,B,R^{-1}\circ R)$

exemplu de r a.î. $r^{-1}\circ r \neq \delta_A$

$r^{-1}=(B,A,R^{-1})$ $(b,a)\in R^{-1}$ dacă $(a,b)\in R\ \forall (a,b)\in A\times B$

$r^{-1}\circ r=\{(b,a)\mid \exists x\in A$ a.î. $(b,x)\in R^{-1}$ și $(x,a)\in R\}$



$R=\{(1,2),(1,4),(2,1),(3,4)\}$

$R^{-1}=\{(1,2),(2,1),(4,1),(4,3)\}$

$r^{-1}\circ r=\{(1,1),(1,3),(2,2),(3,1),(3,3)\}$

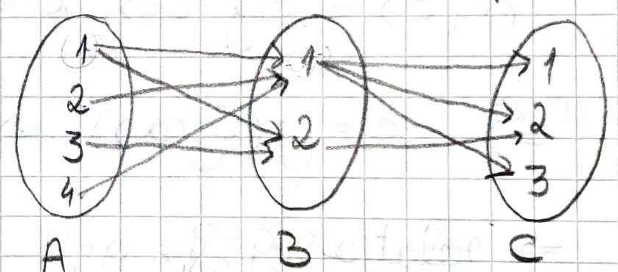
$\neq \delta_A$

$\boxed{1.4.35.}$ $r=(A,B,R)$ $|A|=m$, $|B|=n$, $|C|=p$

$s=(B,C,S)$

$M(r)\in M_{m\times n}(\{0,1\})$

$M(s)\in M_{n\times p}(\{0,1\})$




```
pentru i ∈ 1,m execută
    pentru j ∈ 1,n execută
        citește r[i][j]
```

$M(r)=\begin{pmatrix}1&1\\1&0\\0&1\\1&0\end{pmatrix}$ $M(s)=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\end{pmatrix}$

```
pentru i ∈ 1,n execută
    pentru j ∈ 1,p execută
        citește s[i][j]
```

$M(r^{-1})=\begin{pmatrix}1&1&0&1\\1&0&1&0\end{pmatrix}$

```
pentru i ∈ 1,n execută
    pentru j ∈ 1,m execută
        r⁻¹[i][j] ← r[j][i]
```

$M(s\circ r)=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&1&1\\0&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$

pentru $i \in 1,m$ execută

pentru $j \in 1,p$ execută

pentru $k \in 1,n$ execută

dacă $r[i][k] == 1$ și $s[k][j] == 1$ atunci

$ros[i][j] \leftarrow 1$

$\boxed{1.4.36.}$ divizibilitatea pe $\mathbb{Z}$ e o preordine care nu e simetrică și nici asimetrică

$d = \{(a,b) \mid a \mid b\}$

(i) reflexivitate: $a = a \cdot 1 \Rightarrow a \mid a \quad \forall a \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow d$ reflexivă

(ii) tranzitivitate: fie $a, b, c \in \mathbb{Z}$ a.î. $a\,d\,b$

$b\,d\,c$

$\Rightarrow$ fie $x, y \in \mathbb{Z}$ $\quad \begin{matrix} ax = b \mid \cdot y \\ by = c \end{matrix} \quad \Rightarrow \quad \begin{matrix} by = a(xy) \\ by = c \end{matrix}$

$\Rightarrow \quad a(xy) = c \Rightarrow a \mid c \Rightarrow a\,d\,c \Rightarrow d$ tranzitivă

$\Rightarrow d$ - relație de preordine

$2 \mid 8 \Rightarrow 2\,d\,8$ dar $8 \nmid 2 \Rightarrow d$ nu este simetrică

$1 \mid (-1)$, $(-1) \mid 1 \Rightarrow 1\,d\,{-1}$, $-1\,d\,1$ dar $1 \neq -1$

$\Rightarrow d$ nu este antisimetrică