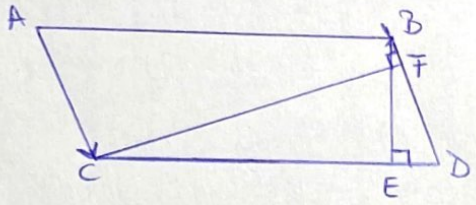
3.3. Determinați distanțele dintre laturile paralele ale paralelogramului construit pe vectorii $\vec{AB}(6, 0, 2)$ și $\vec{AC}(1.5, 2, 1)$.



ABCD - paralelogram construit pe vectorii $\vec{AB}$ și $\vec{AC}$

Fie BE - distanța dintre AB și CD

Fie CF - distanța dintre AC și BD

$A_{ABCD} = AB \cdot BE \Rightarrow BE = \frac{A_{ABCD}}{AB} = \frac{\|\vec{AB} \times \vec{AC}\|}{\|\vec{AB}\|}$

$A_{ABCD} = AC \cdot CF \Rightarrow CF = \frac{A_{ABCD}}{AC} = \frac{\|\vec{AB} \times \vec{AC}\|}{\|\vec{AC}\|}$

$$\vec{AB} \times \vec{AC} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 6 & 0 & 2 \\ \frac{3}{2} & 2 & 1 \end{vmatrix} = 0 + 12k + 3j - 0 - 4i - 6j = -4i - 3j + 12k$$

$\Rightarrow \|\vec{AB} \times \vec{AC}\| = \|-4i - 3j + 12k\| = \sqrt{(-4)^2 + (-3)^2 + 12^2} = \sqrt{16 + 9 + 144} = \sqrt{169} = 13$

$\vec{AB} = 6i + 2k \Rightarrow \|\vec{AB}\| = \sqrt{6^2 + 2^2} = \sqrt{36 + 4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$\Rightarrow BE = \frac{13}{2\sqrt{10}} = \frac{13\sqrt{10}}{20}$

$\vec{AC} = \frac{3}{2}i + 2j + k \Rightarrow \|\vec{AC}\| = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 4 + 1} = \sqrt{\frac{29}{4}} = \frac{\sqrt{29}}{2}$

$\Rightarrow CF = \frac{13}{\frac{\sqrt{29}}{2}} = \frac{26}{\sqrt{29}} = \frac{26\sqrt{29}}{29}$