4.7| Determinați simetricul punctului $A(10,10)$ relativ la dreapta $\Delta: 3x+4y-20=0$.

Fie $A_0(x_0, y_0)$ simetricul lui A relativ la $\Delta \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} d_{A_0}\Delta = d_A\Delta & (1) \\ \Delta_{AA_0} \perp \Delta & (2) \end{cases}$$

Pentru (1):

$$d_A\Delta = \frac{|3\cdot 10+4\cdot 10-20|}{\sqrt{3^2+4^2}} = \frac{|30+40-20|}{5} = \frac{50}{5} = 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1) \Leftrightarrow \frac{|3x_0+4y_0-20|}{5} = 10 \Leftrightarrow |3x_0+4y_0-20| = 50 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x_0+4y_0-20=50 \quad \text{sau} \quad 3x_0+4y_0-20=-50$$

$3x_0+4y_0-20=50$ ↓ corespunzătoare pct. din semiplanul pozitiv, se verifică pentru $A(10,10)$

$3x_0+4y_0-20=-50$ ↓ corespunzătoare punctului din semiplanul negativ

Deci, rămâne doar cazul $3x_0+4y_0-20=-50$ (1')

Pentru (2):

~~$\Delta_{AA_0}: \frac{y-10}{y_0-10} = \frac{x-10}{x_0-10} \Rightarrow \Delta_{AA_0}:$~~

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_{AA_0} \perp \Delta \Leftrightarrow tg\, \Delta_{AA_0} \cdot tg\, \Delta = -1 \\ tg\, \Delta = -\frac{3}{4} \end{array}\right\} \Leftrightarrow tg\, \Delta_{AA_0} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{y_0-10}{x_0-10} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow 3y_0-30 = 4x_0-40 \Leftrightarrow 4x_0-3y_0-10=0 \quad (2')$$

Din (1') și (2') $\Rightarrow \begin{cases} 3x_0+4y_0+30=0 \mid \cdot 4 \\ 4x_0-3y_0-10=0 \mid \cdot(-3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12x_0+16y_0+120=0 \\ -12x_0+9y_0+30=0 \end{cases} (+)$

$25y_0=-150 \Rightarrow$

$\Rightarrow y_0=-6 \Rightarrow x_0=-2 \Rightarrow A_0(-2,-6)$