

6.14. Stabiliti dacă dreptele  $(d_1)$  și  $(d_2)$  sunt strambe și, în caz afirmativ, scrieți ecuațiile perpendicularei comune și calculați lungimea sa.

a)  $(d_1) \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ 2x - y - z + 2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{vectori normali} \begin{cases} \vec{n}_1(1, -1, 1) \\ \vec{n}_2(2, -1, -1) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$  vectorul director al dreptei  $(d_1): \vec{v}_1 = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \vec{v}_1 = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k} \Rightarrow \vec{v}_1(2, 3, 1)$

$(d_2) \begin{cases} 3x + y + z = 0 \\ x + y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow \text{vectori normali} \begin{cases} \vec{n}_1(3, 1, 1) \\ \vec{n}_2(1, 1, -2) \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow$  vectorul director al dreptei  $(d_2): \vec{v}_2 = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 3 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix}$

$\Rightarrow \vec{v}_2 = -3\vec{i} + 7\vec{j} + 2\vec{k} \Rightarrow \vec{v}_2(-3, 7, 2)$

Fie  $A(-1, 0, 0) \in (d_1) \Rightarrow (d_1): \frac{x+1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{1}$

$\vec{v}_1(2, 3, 1)$

Fie  $B(1, -2, -1) \in (d_2) \Rightarrow (d_2): \frac{x-1}{-3} = \frac{y+2}{7} = \frac{z+1}{2}$

$\vec{v}_2(-3, 7, 2)$

$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & 7 & 2 \end{vmatrix} = 12 - 14 + 6 - 9 - 14 + 8 = -11 \neq 0 \Rightarrow (d_1) \text{ și } (d_2) \text{ sunt strambe}$

Fie  $\vec{v}$  - vectorul director al perpendicularei comune

$\Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_1 \times \vec{v}_2 = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 2 & 3 & 1 \\ -3 & 7 & 2 \end{vmatrix} = -\vec{i} - 7\vec{j} + 23\vec{k} \Rightarrow \vec{v}(-1, -7, 23)$



Ecuația planului care trece prin  $(d_1)$  și este perpendicular pe

$$(d_2): \begin{vmatrix} x-1 & y & z \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & -7 & 23 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 69(x-1) - 14z - y + 3z + 7(x-1) - 46y = 0$$

$$\Rightarrow p_1: 76x - 47y - 11z + 76 = 0$$

Ecuația planului care trece prin  $(d_2)$  și este perpendicular pe

$$(d_1): \begin{vmatrix} x-1 & y+2 & z+1 \\ -3 & 7 & 2 \\ -1 & -7 & 23 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow 161(x-1) + 21(z+1) - 2(y+2) - 7(z+1) + 14(x-1) + 69(y+2) = 0$$

$$\Rightarrow p_2: 175x + 67y + 28z - 13 = 0$$

$$\Rightarrow \text{ecuațiile perpendiculare} \begin{cases} 76x - 47y - 11z + 76 = 0 \\ 175x + 67y + 28z - 13 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{lungimea perpendiculare} : d &= \frac{|A|}{\underbrace{\|\vec{v}_1 \times \vec{v}_2\|}_{\|\vec{v}\|}} = \frac{|-11|}{\sqrt{(-1)^2 + (-7)^2 + 23^2}} \\ &= \frac{11}{\sqrt{1+49+529}} = \frac{11}{\sqrt{579}} \end{aligned}$$