Divizibilitatea este o relație de ordine pe $\mathbb{N}$

$| = \{(a,b) \mid a|b,\ a,b \in \mathbb{N}\}$

→ reflexivitate „dacă $x|x$ pt. orice $x \in \mathbb{N}$"

Fie $x \in \mathbb{N} \Rightarrow x = x \cdot 1 \Rightarrow x|x, \forall x \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow$ „|" reflexivă

→ tranzitivă „dacă pt. orice $x,y,z \in \mathbb{N}$, din $x|y$ și $y|z \Rightarrow x|z$"

Fie $x,y,z \in \mathbb{N}$ a.î. $x|y$ și $y|z \Rightarrow$

$\Rightarrow \begin{cases} x \cdot a = y \\ y \cdot b = z \end{cases}, a,b \in \mathbb{N} \Rightarrow \begin{cases} x \cdot ab = yb \\ yb = z \end{cases}, a,b \in \mathbb{N} \Rightarrow$

$\Rightarrow xab = z,\ a,b \in \mathbb{N} \Rightarrow x|z \Rightarrow$

$\Rightarrow$ „|" tranzitivă + reflexivă $\Rightarrow$ „|" o preordine

→ antisimetrică „dacă pt. orice $x,y \in \mathbb{N}$, din $x|y$ și $y|x \Rightarrow$ $\Rightarrow x=y$"

Fie $x,y \in \mathbb{N}$ a.î. $x|y$ și $y|x \Rightarrow$

$\Rightarrow \exists a,b \in \mathbb{N}$ a.î. $\begin{cases} xa = y \\ y \cdot b = x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xab = yb \\ yb = x \end{cases} \Rightarrow$

$\Rightarrow xab = x,\ x,a,b \in \mathbb{N} \Rightarrow ab = 1 \Rightarrow a = b = 1 \Rightarrow$

$\Rightarrow x = y \Rightarrow$ „|" antisimetrică + preordine $\Rightarrow$

$\Rightarrow$ „|" ordine pe $\mathbb{N}$