День #11, Быстрое преобразование Фурье ЛКШ.2018.Июль, Берендеевы Поляны, 18 июля 2018

Содержание

Задачи		2
Задача 11А.	Умножение чисел [0.5 sec, 256 mb]	2
Задача 11В.	Раздвоение [0.2 sec, 256 mb]	3
Задача 11С.	АВЛ-деревья [0.1 sec, 256 mb]	4
Задача 11D.	ДНК роботов [0.4 sec, 256 mb]	5
Гробы		6
Задача 11Е.	Деление многочленов [0.6 sec, 256 mb]	6

В некоторых задачах большой ввод и вывод. Пользуйтесь быстрым вводом-выводом.

В некоторых задачах нужен STL, который активно использует динамическую память (set-ы, map-ы) переопределение стандартного аллокатора ускорит вашу программу.

День #11, Быстрое преобразование Фурье ЛКШ.2018.Июль, Берендеевы Поляны, 18 июля 2018

Задачи

Задача 11A. Умножение чисел [0.5 sec, 256 mb]

Требуется перемножить два целых неотрицательных числа.

Формат входных данных

В двух строках даны два целых неотрицательных числа в 10-чной системе счисления. Максимальная длина числа = 2^{18} .

Формат выходных данных

Выведите в выходной файл произведение.

Пример

stdin	stdout
13	1300
100	

Задача 11В. Раздвоение [0.2 sec, 256 mb]

Обозначим две последовательности действительных чисел x(k) и y(k). Определим последовательность комплексных чисел z(k): z(k) = x(k) + iy(k).

Пусть
$$FFT_N(k,z) = \sum_{n=0}^{N-1} z_n e^{2\pi i k n/N}$$
.

Аналогичным образом определяются $FFT_N(k,x)$ и $FFT_N(k,y)$.

По вычисленным значениям $FFT_N(k,z)$ восстановите значения $FFT_N(k,x)$ и $FFT_N(k,y)$.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано целое число N ($1 \le N \le 2^{30}$, N является степенью двойки). Далее следуют целые неотрицательные числа A, B, C, D, E, F, не превосходящие 1000. Для экономии времени ввода значения $FFT_N(k,z)$ нужно будет вычислять по следующим формулам:

$$FFT_N(k, z).real = ((A + B \cdot k) xor (C \cdot k)) \cdot 10^{-3},$$

 $FFT_N(k, z).imag = ((D + E \cdot k) xor (F \cdot k)) \cdot 10^{-3},$

где $FFT_N(k,z).real$ и $FFT_N(k,z).imag$ — действительная и мнимая части соответственно. Затем дано число M — количество запросов $(1 \leqslant M \leqslant 10^5)$. Далее следуют M целых чисел q_j $(0 \leqslant q_j < N)$.

Формат выходных данных

В выходной файл выведите M строк. В j-ой строке — значения $FFT_N(q_j, x)$ и $FFT_N(q_j, y)$. Значения должны отличаться от правильных не более, чем на 10^{-4} .

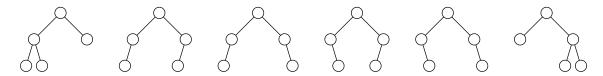
Примеры

stdin	stdout
2	1.0 0.0 0.0 0.0
1000 0 0 0 0 0	1.0 0.0 0.0 0.0
2	
0 1	
4	0.000 0.000 0.500 0.000
0 100 300 500 100 200	0.504 0.140 0.516 0.176
4	0.656 0.000 0.812 0.000
0 1 2 3	0.504 -0.140 0.516 -0.176
1048576	540.737 -1587.741 1589.778 539.689
999 998 997 996 995 994	2404.809 531.421 1359.578 1569.751
3	3678.277 -523.243 526.382 3664.887
17 239239 2011	

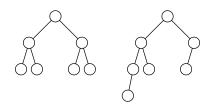
Задача 11С. АВЛ-деревья [0.1 sec, 256 mb]

АВЛ-дерево — сбалансированное по высоте двоичное дерево поиска: для каждой его вершины высота её двух поддеревьев различается не более чем на 1. АВЛ-деревья названы по первым буквам фамилий их изобретателей, Г. М. Адельсона-Вельского и Е. М. Ландиса.

Для фиксированного количества вершин может существовать несколько ABЛ-деревьев. Например, существует шесть ABЛ-деревьев, состоящих из пяти вершин.



Также деревья с одинаковым количеством вершин могут иметь различную высоту. Например, существуют деревья из семи вершин с высотами 2 и 3 соответственно.



Требуется по заданным n и h найти количество ABЛ-деревьев, состоящих из n вершин и имеющих высоту h. Так как ответ может быть очень большим, требуется найти остаток от деления искомого количества на 786433.

Формат входных данных

Во входном файле даны числа n и h ($1 \le n \le 65535$, $0 \le h \le 15$).

Формат выходных данных

Выведите одно число — остаток от деления количества АВЛ-деревьев, состоящих из n вершин и имеющих высоту h, на 786433.

Пример

stdin	stdout
7 3	16

Замечание

786433 — простое число, $786433 = 3 \cdot 2^{18} + 1$.

День #11, Быстрое преобразование Фурье ЛКШ.2018.Июль, Берендеевы Поляны, 18 июля 2018

Задача 11D. ДНК роботов [0.4 sec, 256 mb]

Последние достижения в технологии синтеза ДНК позволили провести эксперимент по созданию биороботов.

Для облегчения задачи создания ПО для управления роботами было принято решение, что их ДНК будет состоять из $M=2^n$ символов для некоторого $n\geqslant 2$. Кроме этого, по техническим причинам это будет не обычная строка, а циклическая, то есть её можно начинать читать с любой позиции.

Одной из целей эксперимента является изучение мутаций биороботов. В результате продолжительных наблюдений было найдено много различных видов роботов. Для понимания процесса мутации учёным необходимо решить следующую задачу. Для ДНК двух роботов требуется определить коэффициент их похожести. Он вычисляется, как максимальное количество совпадающих символов при наилучшем совмещении этих ДНК. Чем больше символов совпадает, тем лучше совмещение.

Требуется написать программу, которая найдёт наилучшее совмещение двух ДНК.

Формат входных данных

В первой строке входного файла записано одно число M ($4 \le M \le 131072$). В следующих двух строках записаны ДНК двух роботов. Обе ДНК — строки, состоящие ровно из M символов из множества {'A', 'C', 'G', 'T'}.

Формат выходных данных

В выходной файл выведите два числа — максимальное количество совпадающих символов и значение оптимального сдвига — неотрицательное количество символов второй ДНК, которые необходимо перенести из конца строки в её начало для достижения наилучшего совмещения.

Пример

stdin	stdout
16	15 1
ACGTACGTACGT	
CGTACGTACGTC	

Гробы

Задача 11E. Деление многочленов [0.6 sec, 256 mb]

Даны два многочлена с коэффициентами из $\mathbb{Z}/7\mathbb{Z}$.

Старший коэффициент обоих не равен нулю.

Нужно поделить их с остатком.

Формат входных данных

Каждая из двух строк задаёт описание многочлена. Многочлен $a_k x^k + \dots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ описывается числом $k \ (0 \le k \le 50\ 000)$ и k+1 числами от 0 до 6: $a_k, \dots, a_2, a_1, a_0$.

Формат выходных данных

На первой строке многочлен-частное. На второй строке многочлен-остаток. Выводите многочлены в том же формате. Если многочлен – тождественный ноль, для него k=0.

Примеры

stdin	stdout
3 1 1 1 1	2 1 0 1
1 1 1	0 0
3 1 1 3 1	1 1 0
2 1 1 1	1 2 1
8 2 1 2 1 2 1 2 1 2	4 2 4 2 5 2
4 1 2 3 4 5	3 3 1 3 6