Целочисленный массив a[1..n];

Функция f(k), 1 <= f(k) <= k;

sum(i, j) – Сумма a[i] + a[i + 1] + .. + a[j];

Из условия: a’[k] = sum(k, f(k));

Таким образом, за O(n) можно посчитать значения sum(1, i) для всех i = 1..n, причем записать их в массив a (т.е. O(1) доп. памяти). Сделать это можно следующим образом:

for i = 2 to n:

a[i] = a[i] + a[i – 1];

Таким образом в a будут храниться префиксные суммы.

Далее посчитаем a’[i] т.к. a’[i] = sum(f(i), i) = sum(i) – sum(f(i) – 1) = a[i] – a[f(i) – 1]

Тогда запишем значения a’ в a (O(1) доп. памяти) за время O(n), причем заполнять массив будем с конца т.е.:

For i = n downto 1:

a[i] = a[i] – a[f(i) – 1];

(отметим, что a[0] = 0);

Алгоритм будет работать корректно т.к. f(i) <= i, а значит f(i) – 1 < i;

Т.е в момент, когда будет обрабатываться элемент i, во всех a[x], где x <= i, будет хранится префикс сумма, а т.к. i <= i и f(i) – 1 <= i, то значение a[i] будет обработано корректно.

Итоговое время O(n), доп. памяти O(1);