1a.

Если в графе существует мост, то при его удалении граф распадется на компоненты, размер каждой из которых не менее 3, т.к. каждая из вершин, инцидентных мосту, смежна двум другим вершинам. Таким образом любая из вершин, инцидентных мосту, является точкой сочленения, т.к. при ее удаление граф рападется на компоненты.

1б.

Если в графе существует точка сочленения.

Пусть А – точка сочленения, Б1, Б2 и Б3 – смежные ей вершины, тогда при удалении А Вершины Б1, Б2 и Б3 не могут оказаться в одной компонете связности, а значит среди них найдется такая вершина, пусть Б1, что она не лежит в одной компоненте ни с Б2, ни с Б3 (иначе как минимум две из этих вершин лежат в одной компоненте, а третья лежит в одной компоненте с одной их них, т.е все три вершины лежат в одной компоненте – противоречие). Т.к. А – точка сочленения, то любой путь из Б1 в Б2 проходит через А, а т.к Б1 не лежит в одной компоненте ни с Б2, ни с Б3, то любой путь из Б1 в Б2 проходит через (A; Б1), а значит (А;Б1) – мост;

2.

Нет. Контрпример:

Легко видеть, что 1 – точка сочленения, но ни одного моста в графе нет.

