MODEL EXAMEN TEHNICI DE SIMULARE

1. (20 puncte) Descrieți pe scurt algoritmul Particle Swarm Optimization.

2. (20 puncte) Simulați pentru două iterații algoritmul Particle Swarm Optimization pornind de la următoarele valori:

   $X_1^0 = [-4, -5],\ V_1^0 = [1, 1],\ PB_1^0 = [-4, -5]$
   $X_2^0 = [10, 21],\ V_2^0 = [1, 1],\ PB_2^0 = [10, 21]$
   $GB^0 = [2, 3]$
   $w = 0,\ \varphi_1 = 1,\ \varphi_2 = 1$

   considerând toate variabilele aleatoare egale cu 0.5, pentru a minimiza funcția

   $$f(x, y) = (x + y)^2.$$

3. Fie următorul joc:

1 \ 2	C	D
C	(-1, -1)	(-3, 0)
D	(0, -3)	(-2, -2)

   Determinați:

   i. (5 puncte) Strategia dominantă
   ii. (10 puncte) Echilibrul Nash
   iii. (10 puncte) Strategiile Pareto optimale
   iv. (5 puncte) Strategiile ce maximizează bunăstarea socială

   Justificați răspunsurile voastre.

4. (15 puncte) Ce reprezintă interția în cadrul algoritmului Particle Swarm Optimization și care este rolul ei.

5. (15 puncte) Ce reprezintă ”pseudo random proportional rule” în cadrul Ant Colony System. Ce favorizează acesta, explorarea sau exploatarea?

   (10 puncte) Oficiu.

Rezolvări:

2. Iterația 1:

$$\begin{aligned}
V_1^1 &= w * V_1^0 + 0.5 * \varphi_1 * (PB_1^0 - X_1^0) + 0.5 * \varphi_2 * (GB^0 - X_1^0) \\
&= [0,0] + 0.5 * 1 * ([-4,-5] - [-4,-5]) + +0.5 * 1 * ([2,3] - [-4. - 5]) \\
&= 0.5 * [6,8] \\
&= [3,4] \\
X_1^1 &= X_1^0 + V_1^1 \\
&= [-4,-5] + [3,4] \\
&= [-1,-1] \\
f(PB_1^0) &= f(-4,-5) = 81 \\
f(X_1^1) &= f(-1,-1) = 4 \\
=> PB_1^1 &= [-1,-1]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_2^1 &= w * V_2^0 + 0.5 * \varphi_1 * (PB_2^0 - X_2^0) + 0.5 * \varphi_2 * (GB^0 - X_2^0) \\
&= [0,0] + 0.5 * 1 * ([10,21] - [10,21]) + +0.5 * 1 * ([2,3] - [10,21]) \\
&= 0.5 * [-8,-18] \\
&= [-4,-9] \\
X_2^1 &= X_2^0 + V_2^1 \\
&= [10,21] + [-4,-9] \\
&= [6,12] \\
f(PB_1^0) &= f(10,21) = 961 \\
f(X_2^1) &= f(6,12) = 324 \\
=> PB_2^1 &= [6,12]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
PB_1^1 &= [-1,-1] \\
PB_2^1 &= [6,12] \\
f(PB_1^1) &< f(PB_2^1) \\
=> GB^1 &= [-1,-1]
\end{aligned}$$

Iterația 2:

$$\begin{aligned}
V_1^2 &= w * V_1^1 + 0.5 * \varphi_1 * (PB_1^1 - X_1^1) + 0.5 * \varphi_2 * (GB^1 - X_1^1) \\
&= [0,0] + 0.5 * 1 * ([-1,-1] - [-1,-1]) + 0.5 * 1 * ([-1,-1] - [-1. -1]) \\
&= [0,0] \\
X_1^2 &= X_1^1 + V_1^2 \\
&= [-1,-1] + [0,0] \\
&= [-1,-1] \\
f(PB_1^1) &= f(-1,-1) = 4 \\
f(X_1^2) &= f(-1,-1) = 4 \\
=> PB_1^2 &= [-1,-1]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_2^2 &= w * V_2^1 + 0.5 * \varphi_1 * (PB_2^1 - X_2^1) + 0.5 * \varphi_2 * (GB^1 - X_2^1) \\
&= [0,0] + 0.5 * 1 * ([6,12] - [6,12]) + +0.5 * 1 * ([-1,-1] - [6,12]) \\
&= 0.5 * [-7,-13] \\
&= [-3.5,-6.5] \\
X_2^2 &= X_2^1 + V_2^2 \\
&= [6,8] + [-3.5,-6.5] \\
&= [2.5,1.5] \\
f(PB_2^1) &= f(6,12) = 324 \\
f(X_2^2) &= f(2.5,1.5) = 16 \\
=> PB_2^2 &= [2.5,1.5]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
PB_1^2 &= [-1,-1] \\
PB_2^2 &= [2.5,1.5] \\
f(PB_1^2) &< f(PB_2^2) \\
=> GB^2 &= [-1,-1]
\end{aligned}$$

3. i. În cazul în care un jucător alege C el poate obține cu probabilitate egală scorurile -1 și -3.
În cazul în care un jucător alege alege D atunci el poate obține cu probabilitate egală scorurile 0 și -2.
În consecință ambii jucători ar dori să aleagă D iar strategia dominantă este (D, D).

ii. (D, D) este singurul punct de echilibru Nash. Niciunul dintre jucători nu va dori să își schimbe decizia (să aleagă C având în vedere faptul că oponentul va alege D) în acest caz deoarece va avea un payoff mai mic.
În cazul (C, D) jucătorul 1 poate obține un payoff mai bun alegând D.
În cazul (D, C) jucătorul 2 poate obține un payoff mai bun alegând D.
În cazul (C, C) ambii jucători vor dori să își schimbe decizia.

iii. (C, C), (C, D), (D, C) sunt Pareto optimale.
(D, D) nu este Pareto optimal deoarece în cazul (C, C) există jucători ce pot obține un scor mai mare decât

în (D, D) fără să reducă scorul celorlalți.

iv. Strategia ce maximizează bunăstarea socială este (C, C), suma payoff-urilor fiind -2.

4. Inerția reprezintă rata de contribuție a depasării anterioare la deplasarea curentă. Inerția joacă un rol cheie în balansarea proceselor de explorare și exploatare. O inerție mare favorizează o căutare globală în timp ce o inerție mică favorizează o căutare locală.

5. Modul prin care o furnică alege urmatoarea muchie pe care să o parcurgă depinde de o variabilă aleatoare q distribuită uniform în intervalul [0, 1] și un parametru q_0.
Dacă $q \leq q_0$ atunci este aleasă muchia ce maximizează produsul dintre numărul de feromoni și inversul lungimii sale. Altfel este folosită aceeași regulă ca în cazul Ant System.
Regula favorizează exploatarea prin creșterea probabilitații ca muchia aleasă să fie cea care a fost marcată ca fiind cea mai bună de până acum.