1.03.2016.

ALG & GRAFURI

CURS 2

Multiseturi grafice

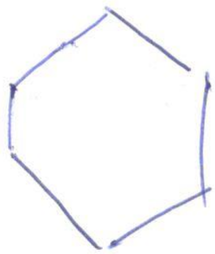
1. Definiții. Notații. Scop

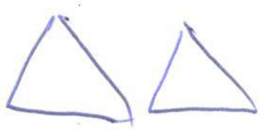
1.1. ~~d~~ $s = (d_1, d_2, d_3 \dots d_n) \in \mathbb{N}^n_{\geq 0}$

s. s.n. multiset grafic $\Leftrightarrow \exists\ G = (V, E)$ graf simplu cu propr. $V = \{x_1 \dots x_n\}$

$$\underline{d_G(x_i) = d_i,\ 1 \leq i \leq n}$$

ex:

C_6:  $s(C_6) = 222222$

$2C_3$  cred că are aceiași prop.

$s = \underline{1}\,2\,\underline{3}\,4\,\underline{5}$ - nu e mult grafic

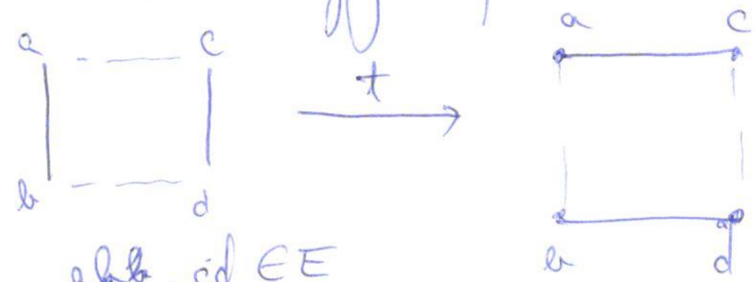
pt că sunt gradele impare și numărul lor e un nr impar

1.2 Scop: Caracterizarea multiseturilor grafice

1.3. Pregătiri

~~transformat~~ transformarea t.

$G = (V, E)$ graf simplu.



$ab, cd \in E$

$ac, bd \notin E$

$$G \xrightarrow{t} G'$$

$$G' = G - ab - cd + ac + bd.$$

Obs: G simplu $\longrightarrow$ G' simplu

$$d_G(x) = d_{G'}(x), \ \forall x \in V.$$

V - m. finită de vf

$\mathcal{G}(V) = \{ G \mid G = (V, E), E \subseteq V^{(2)} \}$ m. grafurilor simple peste V

$$|\mathcal{G}(V)| = 2^{|V^{(2)}|} = 2^{\binom{n}{2}}$$

Pe $\mathcal{G}(V)$ $\overset{t^*}{\sim}$

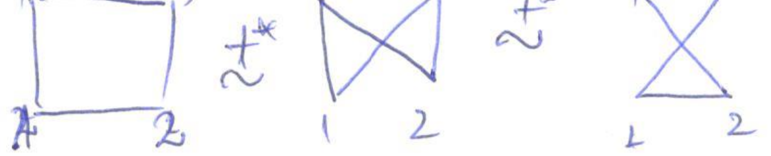
$G_1, G_2 \in \mathcal{G}(V)$ $\quad G_1 \overset{t^*}{\sim} G_2 \iff G_1 \xrightarrow{t^*} G_2$

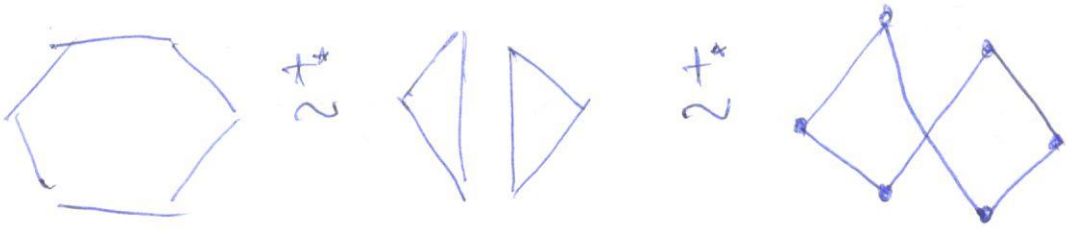
reflexivă

simetrică

tranzitivă

$(\mathcal{G}(V), \overset{t^*}{\sim})$

ex: 



etc.

t^*

2. <u>Lema 1</u>

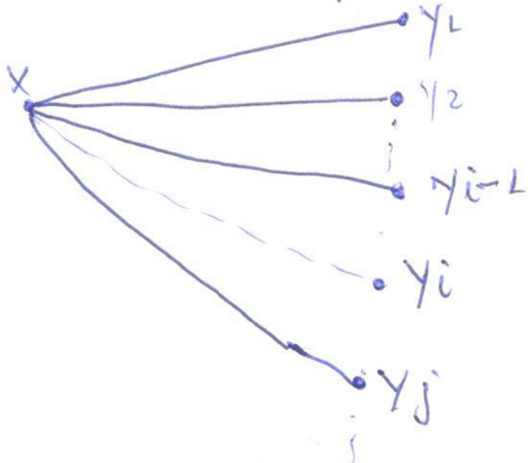
$G=(V,E)$ graf simplu şi $x \in V$.

$\exists\ G''=(V,E'')$ graf simplu cu:

$\boxed{d_{G''}(v)=d_G(v),\ \forall\ v\in V}$, dar x este adiacent în G'' vârfurilor cu cele mai mari grade din $V-x$

<u>Dem:</u> $N(x)=\{v \mid v\in V,\ xv\in E\}$ $\quad n=|V|$

$V-\{x\}=\{y_1,y_2,y_3 \ldots y_{n-1}\}$ a.î. $d_G(y_1)\geq d_G(y_2) \geq \ldots \geq d_G(y_{n-1})$



Fie i minim cu: $x y_i \notin E$

Dacă $i-1 = d_G(x)$ atunci $G''=G$

<u>Dacă</u> $i-1 < d_G(x) \Rightarrow \exists\ i<j\leq n-1$ cu $x y_j \in E$.

Am:
$x y_i \notin E$
$x y_j \in E$
$i<j \Rightarrow d_G(y_i) \geq d_G(y_j)$
$\Rightarrow \exists\ k\in\{1,\ldots,n-1\}-\{i,j\}$ cu $y_i y_k \in E$, $y_j y_k \notin E$

11

$G' = G - y_i y_k - x y_j + x y_j + y_j y_k.$

Am $G' \overset{+^*}{\sim} G$

şi $xy_1, xy_2, xy_3 — xy_{i-1}, xy_i \in E$

Repetăm

$G \overset{+^*}{\sim} G_1' \overset{+^*}{\sim} G_2' \overset{+^*}{\sim} G_3' \overset{+^*}{\sim} \dots \overset{+^*}{\sim} G_p' = G'$ cu

$xy_1, xy_2 \dots xy_{d_G(x)} \in E$

$|\{y_1, y_2, y_3 — y_{d_G(x)}\} - N_G(x)| = p.$

Observatie

$G = (V, E) \qquad m = |V|$

$x \in V$

$V - \{x\} = \{y_1, y_2, y_3, — y_{m-1}\}.$

cu $d(y_1) \geq \dots \geq d(y_{m-1})$

$xy_1, xy_2 \dots xy_{d(y_{m-1})}$

$s(G) = d(y_1), d(y_2) d(y_3) — d(y_{m-1})\ dx.$

$s(G-x) = d(y_1)-1 \quad d(y_2)-1 — d(y_{d(x)})-1 \cdot dy_{d(x)+1} — d($

$s = 6\ 555\ 444\ 3\ 222$

$s'\ \ 5444\ 5444\ /222$ – ştergem ceva. –

(T2) Fie $s = (d_1, d_2, d_3 — d_n) \in N_{\geq 0}^n$ $d_n \leq m-1$ $n \geq 2.$

s grafic $\Leftrightarrow$ s' grafic.

unde s' este un multiset derivat din s.

(În raport cu un indice ales i se șterge d_i și se scade 1 din cele mai mari d_i componente din rest pt ce era în spate.)

Dem:

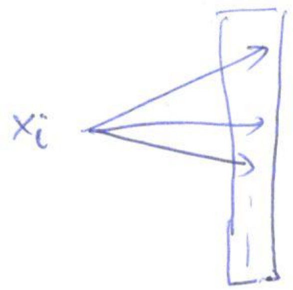
„⇒" $s = (d_1 \ldots d_n)$ grafic.

Fie G graf simplu cu $V = \{x_1 \ldots x_n\}$
(V, E) $\qquad d_G(x_j) = d_j,\ 1 \leq j \leq n$

Conform Lemei putem presupune că vârful x_i este conectat cu vârfurile d_i de grade maxime.

Să considerăm șirul dat s' din s în raport cu comp. d_i (i fixat)

$G' := G - x_i$



Avem: $s(G') = s'$

$\Rightarrow s'$ multiset grafic

s' este multiset grafic

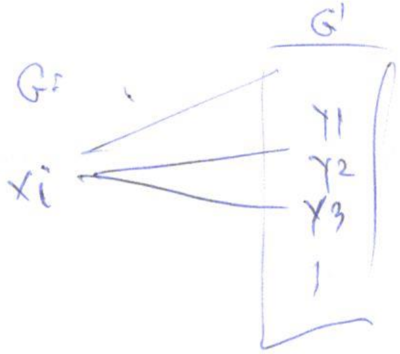
s' este obținut din s prin derivare în raport cu d_i

Fie $G' = (V', E')$ graf simplu cu $V' = \{x_1 \ldots x_n\} - \{x_i\}$
$s(G') = s'$

$G = G' + x_i y_1 + x_i y_2 + \ldots + x_i y_{d_i}$ unde $y_1, y_2 \ldots y_{d_i}$ sunt vârfurile cu gradele cele mai mari din G'

~~sunt cu gradul~~

~~cele mai mari din G'~~



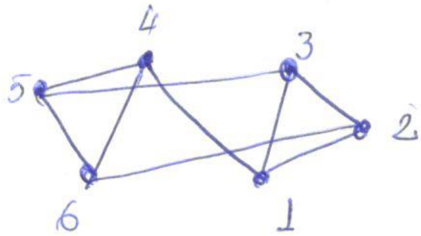
Fie G graf simplu

$s(G) = s$

s grafic

ex: $s = 333333.$

	1	2	3	4	5	6	muchii		
vârfuri	1	2	3	4	5	6			
grade	3	3	3	3	3	3			
		2	2	2	3	3	12	13	14
		2	2		2	2	45	46	
		1			1	2	32	35	
					1	1	26		
						0	56		



(T_3) Fie G_1, G_2 cu $V_1 = V_2 = V$

$d_{G_1}(x) = d_{G_2}(x), \forall x \in V. \Rightarrow G_1 \overset{+*}{\sim} G_2.$

Dem:

14

$$d(x_1) \geq d(x_i) \geq \dots \geq d(x_m)$$