

2. Применим несколько раз первой правило, затем несколько раз второе:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSbbbb|T \\ T &\rightarrow aaaTbb|c \end{aligned}$$

Очевидно, грамматика эквивалентна. Докажем однозначность. Пусть мы применили x раз первое правило и y раз второе. Тогда число a -шек и b -шек в слове будет равно

$$\begin{cases} a = x + 3y \\ b = 4x + 2y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3b-2a}{10} \\ y = \frac{4a-b}{10} \end{cases}$$

Таким образом, однозначно восстановили дерево разбора.

3. Можно так – строка, в которой на любом префиксе которой a -шек хотя бы в 2 раза больше b -шек, а на всей строке ровно в 2.
4. Вторая грамматика порождает языки из строк с a/c на нечётных позициях и a/b на чётных (и при этом суммарно нечётной длины). Разделим F -ки из первой грамматики на несколько видов (а именно по чётности длины и тому, какая буква (из b/c) может стоять на первом а значит всех нечётных местах – B_0, B_1, C_0, C_1). a -шку ставим, если длина нечётная.

$$\begin{aligned} C_1 &\rightarrow a \\ B_1 &\rightarrow a \end{aligned}$$

Если добавили в какой-то момент в начало b . Это означает, что суффикс после неё (F из первой грамматики) – это строка из a/c на нечётных (причём чётность суффикса инвертируется от текущей). Запишем правила

$$\begin{aligned} B_0 &\rightarrow bC_1 \\ B_1 &\rightarrow bC_0 \end{aligned}$$

Для c правила чуть чуть посложнее, потому что после неё идут две F -ки. Но их тоже легко охарактеризовать: первая должна иметь a/b на нечётных, а второй полностью определён первым – если она окончилась на a/b , то есть первый нечётный длины, то второй начинается a/c , иначе оба с a/b на первом. Суммарная длина должна иметь чётность инвертированную к входной. Таким образом следующие правила

$$\begin{aligned} C_0 &\rightarrow cB_0B_1|cB_1C_0 \\ C_1 &\rightarrow cB_0B_0|cB_1C_1 \end{aligned}$$