PROGRESII ARITMETICE

☻***Def:*** Se numeste **progresie aritmetica** un sir de numere reale in care fiecare termen se obtine din termenul anterior *adunand* o constanta numita ratie (r)

☻***Proprietate*** :trei numere a,b,c sunt in progresie aritmetica daca b e medie aritmetica intre a si c adica $b=\frac{a+c}{2}$

☻ $a_n=a_1+(n-1)r$

☻ $S_n=\frac{n(2a_1+(n-1)r)}{2}$ unde am noatat cu $S_n=a_1+a_2+a_3+a_4+\ldots+a_n$

PROGRESII GEOMETRICE

☻***Def:*** Se numeste **progresie geometrica** un sir de numere reale in care fiecare termen se obtine din termenul anterior *inmultind* cu o constanta numita ratie (q).

☻***Proprietate*** :trei numere a,b,c sunt in progresie geometrica cu termeni pozitivi daca b e medie geometrica intre a si c adica $b=\sqrt{ac}$.

in general pentru o progresie geometica cu termeni oarecare a,b,c sunt in progresie geometrica daca $b^2=ac$

☻ $a_n=a_1q^{n-1}$

☻ $S_n=a_1\frac{(q^n-1)}{q-1}$ unde am noatat cu $S_n=a_1+a_2+a_3+a_4+\ldots+a_n$

PROBABILITATI

☻ Probabilitatea=$\frac{nr.cazurifavorabile}{nr.cazuriposibile}$

LOGARITMI

☻ $\log_a b$=puterea la care il ridic pe a astfel incat sa dea pe b.

☻ $\log_a b$ exista doar pentru $a>0, b>0, a\neq 1$

☻ $\log_a a^b = b$(cu ajutorul acestei formule orice numar real poate fi scris ca log in orice baza vreau)

☻ $\log_a b = c$ revine la $b = a^c$

☻ $\log_a b + \log_a c = \log_a(bc)$

☻ $\log_a b - \log_a c = \log_a(\frac{b}{c})$

☻ $\log_a b^p = p \log_a b$

☻ $\log_{a^p} b = \frac{1}{p}\log_a b$

☻ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$

☻ $a^{\log_a b} = b$

☻ daca a>1 functia log e crescatoare adica $\log_a b > \log_a c \Rightarrow b>c$

☻ daca a<1 functia log e descrescatoare adica $\log_a b > \log_a c \Rightarrow b<c$

EXPONENTIALA

☻ $a^x a^y = a^{x+y}$

☻ $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$

☻ $\frac{1}{a^x} = a^{-x}$

☻ $\left(a^x\right)^y = a^{x\cdot y}$

COMBINARI

☻***Permutari de n*** se noteaza P_n

$P_n=n!$ si reprezinta numarul de multimi ordonate ce se pot forma cu n elemente

☻***Aranjamente de n luate cate k*** se noteaza A_n^k

$A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$ reprezinta nr de submultimi *ordonate* de cate k elemente ce se pot forma dintr-o multime cu n elemente

☻***Combinari de n luate cate k*** se noteaza C_n^k

$C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$ reprezinta nr de submultimi *neordonate* de cate k elemente ce se pot forma dintr-o multime cu n elemente.

$C_n^0+C_n^1+C_n^2+...+C_n^n=2^n$

☻***Numarul tuturor sumultimilor unei multimi*** cu n elemente este 2^n

☻***Numarul submultimilor cu cate k elemente ale unei multimi cu n*** elemente este C_n^k

FUNCTII

☻ ***Punctul A(a,b) se afla pe graficul functiei f*** daca f(a)=b

☻ ***Punctele de intersectie dintre graficele a doua functii f si g***

se rezolva sistemul $\begin{cases} y=f(x) \\ y=g(x) \end{cases}$

Solutiile (x,y) reprezinta coordonatele punctelor de intersectie.

☻Inversa functiei f:

Daca $f(x)=y$ atunci $f^{-1}(y)=x$

☻***Intersectia cu Ox a graficului functiei f***

se rezolva ecuatia f(x)=0

Daca x e o solutie a ecuatiei f(x)=0 .Punctul A(x,0) e un punct de intersectie dintre axa Ox si graficul functiei f.

☻***Intersectia cu Oy a graficului functiei f***

Se calculeaza f(0) daca 0 e in domeniu de definitie.

Punctul B(0,f(0)) reprezinta intersectie dintre axa Oy si graficul functiei f.

In cazul in care 0 nu se afla in domeniul de definitie al functiei , graficul functiei nu taie axa Oy.

FUNCTIA DE GRADUL DOI

☻ ***Varful parabolei este*** $V\left(\frac{-b}{2a},\frac{-\Delta}{4a}\right)$

-daca $a>0$ varful este punct de **minim**

$\frac{-\Delta}{4a}$ este valoare minima iar $\frac{-b}{2a}$ punct de minim

-daca a<0 varful este punct de **maxim**

$\frac{-\Delta}{4a}$ este valoare maxima iar $\frac{-b}{2a}$ punct de maxim

☻ ***Graficul functiei de gradul doi e tangent la axa Ox*** daca are $\Delta=0$

☻ ***Graficul functiei de gradul doi e situat deasupra axei Ox daca are***

$$\begin{cases}\Delta<0\\ a>0\end{cases}$$

☻ ***Relatiile lui Viette***

Pentru ecuatia de gradul doi cu radacini x_1, x_2 au loc relatiile:

$$\begin{cases}x_1+x_2=\frac{-b}{a}\\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\end{cases}$$

☻ ***Observatie*** $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=\left(\frac{-b}{a}\right)^2-2\frac{c}{a}$

☻ ***Ecuatia cu radacini*** x_1, x_2 este $x^2-Sx+P=0$ unde $S=x_1+x_2$ ***iar*** $P=x_1\cdot x_2$

☻

- Conditia ca $a^2+bx+c\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ este $\Delta\leq 0, a>0$
- Conditia ca $a^2+bx+c\leq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ este $\Delta\leq 0, a<0$
- Conditia ca $a^2+bx+c>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ este $\Delta<0, a>0$
- Conditia ca $a^2+bx+c<0\ \forall x\in\mathbb{R}$ este $\Delta<0, a<0$

☻

- Conditia ca ecuatia $a^2+bx+c=0$ sa aibe doua solutii reale este $\Delta>0$
- Conditia ca ecuatia $a^2+bx+c=0$ sa aibe doua solutii egale este $\Delta=0$
- Conditia ca ecuatia $a^2+bx+c=0$ sa nu aibe solutii reale este $\Delta<0$

VECTORI IN PLAN

☻ ***Modulul vectorului*** $\vec{v} = a\cdot\vec{i} + b\cdot\vec{j}$ este $|\vec{v}| = \sqrt{a^2+b^2}$

☻ ***Produsul scalar a doi vectori*** $\vec{v} = a\cdot\vec{i} + b\cdot\vec{j}$ si $\vec{w} = c\cdot\vec{i} + d\cdot\vec{j}$ este $\vec{v}\cdot\vec{w} = a\cdot c + b\cdot d$

☻ ***Suma a doi vectori*** $\vec{v} = a\cdot\vec{i} + b\cdot\vec{j}$ si $\vec{w} = c\cdot\vec{i} + d\cdot\vec{j}$ este $\vec{v} + \vec{w} = (a+c)\vec{i} + (b+d)\vec{j}$

☻ ***Conditia ca doi vectori sa fie coliniari*** doi vectori $\vec{v}$ si $\vec{u}$ sunt coliniri daca exista a numar real astfel incat $\vec{v} = a\cdot\vec{u}$

♥Daca vectorii sunt dati sub forma $\vec{v} = a\cdot\vec{i} + b\cdot\vec{j}$ si $\vec{u} = c\cdot\vec{i} + d\cdot\vec{j}$ conditia de coliniaritate revine la $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

☻ ***Daca*** $A(x_A, y_A)$ ***si*** $B(x_B, y_B)$ ***atunci*** $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A)\cdot\vec{i} + (y_B - y_A)\cdot\vec{j}$

☻ Daca $A(x_A, y_A)$ ***vectorul de pozitie*** al lui A este $\overrightarrow{OA} = x_A\cdot\vec{i} + y_A\cdot\vec{j}$ se mai noteaza $\vec{r_A}$

TRIGONOMETRIE

x	0	π/6(30°)	π/4(45°)	π/3(60°)	π/2(90°)
sinx	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tgx	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	Nu exista
ctgx	Nu exista	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

☻ $\sin(180^o - x) = \sin x$ ☻ $\cos(180^o - x) = -\cos x$

☻ $\sin(90^o - x) = \cos x$ ☻ $\cos(90^o - x) = \sin x$

☻ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ oricare ar fi x real

☻ $tgx = \frac{\sin x}{\cos x}$ $ctgx = \frac{\cos x}{\sin x}$

GEOMETRIE

☻***Ecuatia dreptei AB*** **:** $\begin{vmatrix} x & y & 1 \\ x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \end{vmatrix} = 0$

☻***Panta dreptei AB***

- daca stiu doua puncte panta este $m_{AB} = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$
- daca dreapta e data sub forma y=mx+n atunci m este panta
- daca ecuatia e sub forma ax+by+c=0 panta este $\frac{-a}{b}$
- Obs : dreptele verticale (x=a) nu au panta

☻***Ecuatia unei drepte cand stiu un punct A si panta*** m este
$y - y_A = m(x - x_A)$

☻***Conditia de paralelism a doua drepte*** $d_1 \parallel d_2 \Leftrightarrow m_{d_1} = m_{d_2}$

☻***Distanta dintre doua puncte*** $|AB| = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

☻***mijlocul segmentului AB*** este $M(\frac{x_A + x_B}{2}, \frac{y_A + y_B}{2})$

☻***Conditia ca trei puncte A,B,C sa fie coliniare*** $\begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix} = 0$

☻***Punctul de intersectie dintre doua drepte*** se determina rezolvand sistemul facut de ecuatiile lor.

☻***Aria triunghiului ABC*** este $S_{ABC} = \frac{|\Delta|}{2}$ unde $\Delta = \begin{vmatrix} x_A & y_A & 1 \\ x_B & y_B & 1 \\ x_C & y_C & 1 \end{vmatrix}$

☻***Aria triunghiului*** $S_{ABC} = \frac{baza \cdot inaltimea}{2}$

☻***Aria triunghiului echilateral cu latura l este:*** $S = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$

☻***In triunghiul dreptunghic mediana e jumatate din ipotenuza***

☻***Aria triunghiului ABC*** (Heron) $S_{ABC} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ unde
$p = \frac{a+b+c}{2}$

☻***Aria triunghiului ABC=*** $\dfrac{BC\cdot AC\cdot \sin C}{2}=\dfrac{BC\cdot AB\cdot \sin B}{2}=\dfrac{AB\cdot AC\cdot \sin A}{2}$

☻***Teorema lui Pitagora in triunghiul dreptunghic*** $b^2+c^2=a^2$

☻***Teorema cosinusului***

$BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2\cdot AB\cdot AC\cdot \cos(\hat{A})$

$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2\cdot AB\cdot BC\cdot \cos(\hat{B})$

$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2\cdot BC\cdot AC\cdot \cos(\hat{C})$

☻***Teorema sinusurilor*** $\dfrac{BC}{\sin A}=\dfrac{AC}{\sin B}=\dfrac{AB}{\sin C}=2R$ unde R raza cercului circumscris triunghiului

☻Prima ***bisectoarea*** este bisectoarea cadranului 1 in reperul xOy si are ecuatia y=x.

☻A doua ***bisectoarea*** este bisectoarea cadranului 2 in reperul xOy si are ecuatia y=-x.

☻***Mediana*** in trunghi este segmentul ce uneste un varf cu mijlocul laturii opuse

☻***Mediatoarea*** unui segment e perpendiculara pe mijlocul segmentului

☻***Inaltimea*** in tringhi e perpendiculara din varf pe latura opusa

☻***Bisectoarea*** este semidreapta care imparte un unghi in 2 unghiuri congruente.

☻In trunghiul dreptunghic $\sin = \dfrac{Cateta\_opusa}{ipotenuza}$ $\cos = \dfrac{Cateta\_alaturata}{ipotenuza}$

CONDITII DE EXISTENTA

☻ $\sqrt{E(x)}$ $E(x)\geq 0$

☻ $\sqrt[3]{E(x)}$ exista oricare ar fi x real deci nu se pun conditii de existenta

☻ $\log_a E(x)$ $E(x)>0$ $a>0$ $a\neq 1$

☻ daca avem numitor , avem conditia numitor diferit de 0.

☻ $\arcsin E(x)$ $-1\leq E(x)\leq 1$

☻ $\arccos E(x)$ $-1\leq E(x)\leq 1$

☻ $tgE(x)$ $E(x)\neq \dfrac{\pi}{2}+2k\pi$

☻ domeniul maxim de definitie se obtine din conditiile de existenta ale expresiei care da functia.