

# **Plano de Curso**

Funções de uma Variável Complexa

Ícaro Vidal Freire

UFRB  
2021.1



# SIMPLICIDADE NOS COMPLEXOS



UNÇÕES DE UMA VARIÁVEL COMPLEXA ...

O nome parece assustar, não é mesmo?

Mas, nomes muitas vezes nos enganam.

Veja, por exemplo, o nome “peixe-boi”: o animal não é nem “peixe”, nem “boi”.

O termo “Complexo” apareceu aí para tornar nossa vida mais “simples”! Vocês verão!

Tal disciplina é ofertada no 8º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Recôncavo da Bahia. Todavia, são justas as perguntas:

- Será uma disciplina importante para a formação do professor de Matemática?
- O que aprenderemos nela?
- Qual a abordagem adotada?
- É ou não uma disciplina difícil?

Para responder essas e outras questões, esse plano de curso foi feito!



# INFORMAÇÕES BÁSICAS

## IMPORTÂNCIA

---

A disciplina *Funções de uma Variável Complexa* é de fundamental importância para o futuro professor de Matemática que nossa universidade propõe a formar. Não apenas porque o domínio de conceitos e ferramentas, que essa disciplina introduz, lançará base teórica para continuidade nos estudos em Matemática como na Teoria da Transmissão do Calor; Mecânica dos Fluidos; Eletricidade; Teoria do Potencial, em EDP (Equações Diferenciais Parciais); Geometria Diferencial (Superfícies Mínimas) ou em Teoria dos Números (Função Zeta de Riemann) – que são áreas das ciências que alavancam capital pessoal em nossa sociedade. Nem apenas porque, como disse o matemático francês Hadamard:

“O caminho mais curto entre duas verdades da Análise Real passa, com frequência, pela Análise Complexa”

...o que amadurece ou esclarece conceitos essenciais da análise/cálculo real.

Mas, porque a referida disciplina alcança o Ensino Básico de forma fulcral. Simplificações de

cálculos geométricos (operações com vetores usando números complexos) ou trigonométricos (resolução de equações trigonométricas por meio da teoria das raízes da unidade) são elegantes e inspiram alunos à contemplarem uma beleza peculiar da matemática – que, ao nosso entender, motiva-os a buscar cada vez mais conhecimento. Além disso, toda teoria sobre resoluções de equações polinomiais (e, conseqüentemente, uma considerável parte de aplicações no ensino básico em matemática ou outras disciplinas), repousam sobre o Teorema Fundamental da Álgebra.

### **Teorema Fundamental da Álgebra**

Toda equação polinomial não constante possui, pelo menos, uma raiz complexa.

A demonstração desse teorema está relacionada a praticamente toda teoria de nossa disciplina.

## **É DIFÍCIL OU NÃO?**

Para responder essa pergunta, primeiro devemos nos perguntar sobre o significado da palavra “difícil”.

Geralmente usamos alguma coisa para comparar. Se você compara Variáveis Complexas com

Fundamentos, talvez a primeira seja mais difícil.

Entretanto, existem alunos que começam a estudar

matemática mais seriamente quando entram na universidade, logo sentem uma dificuldade maior nas disciplinas iniciais, como Fundamentos. Depois, ao manterem um ritmo de estudo ao longo da graduação, não sentem tantas dificuldades em Variáveis Complexas.

Minha percepção, como professor da disciplina desde 2014, é que a mesma exige tanto concentração como sedimentação de conhecimentos anteriores (como Integrais de Linha; Topologia, Limites e Derivadas na Reta) por parte dos estudantes. Exigirá esforço e dedicação por parte do estudante que, de fato, quer aprender. Ora, mas isso é o que se espera, não é mesmo?

Portanto, Funções de uma Variável Complexa, ao exigir esforço, dedicação e assuntos prévios de outras disciplinas como Análise Real e Cálculo Vetorial e Integral, não deve ser cursada por alunos que ainda não possuem certa “maturidade” matemática.

Entretanto, não deve ser colocada numa posição inatingível por estudantes que estão no final do curso e precisam da aprovação. Pressões de cunho psicológico (o pagamento da festa de formatura já foi realizado, mas não há perspectiva de aprovação na disciplina) podem influenciar o desempenho. Mas, de uma forma geral, a média de aprovação



segue uma *distribuição normal* (curva gaussiana, em Estatística), inclusive nas reprovações. Ou seja, a maioria das notas dos estudantes situam-se perto da média de aprovação; algumas poucas situam-se em posições muito baixas e outras em posições muito altas. Exceto, em algum semestre atípico.

Caso você queira conhecer mais sobre a distribuição das médias dessa disciplina nos semestres anteriores (de 2014 a 2019), pode acessar uma apresentação em *flexdashboard*, feito no R <sup>1</sup>, que expõe gráficos, testes e tabelas que apontam para tal distribuição gaussiana, esperada em qualquer disposição semelhante.

## Flaxdashboard feito no R

Aponte a câmera do celular (ou abra o Google Lens) acesse a apresentação sobre reprovações da disciplina ao longo dos semestres. Aconselho fazer o download e abrir em seu navegador preferido.



Ou clique (caso esteja lendo o pdf em algum aparelho eletrônico) no link:  
<https://url.gratis/unF8S>

---

<sup>1</sup>R é uma linguagem e ambiente para computação estatística e gráficos. Para saber mais sobre o R, acesse:  
<https://cran.r-project.org/>

# OBJETIVOS & CIA

## CARGA HORÁRIA

---

São 68 h, divididas entre atividades síncronas e assíncronas. A ênfase maior será em atividades assíncronas (64 h) desenvolvidas na plataforma AVA-Presencial da UFRB. As outras 4 h serão revisões síncronas, realizadas antes de cada avaliação individual.

## EMENTA

---

O Corpo dos Números Complexos. Notas Históricas. Funções Analíticas. Exponencial e Logarítmica. Séries. Integração no Plano Complexo. Teoria de Cauchy. Resíduos. Polos e Aplicações.

## OBJETIVOS

---

### GERAL

Introduzir a teoria elementar das funções analíticas de uma variável complexa e suas aplicações na Matemática.

### ESPECÍFICOS

1. Conhecer a história da formação do conceito de “números complexos”;



2. Identificar as diferentes formas de representar um número complexo;
3. Operar com números complexos;
4. Diferenciar uma função real de uma complexa;
5. Representar algumas transformações elementares de funções complexas;
6. Operar com polinômios, exponenciais, potências, logaritmos e funções trigonométricas complexas;
7. Proporcionar duas justificativas geométricas do Teorema Fundamental da Álgebra (TFA);
8. Introduzir conceitos de topologia no plano complexo;
9. Introduzir conceitos de limites, derivadas e integrais em  $\mathbb{C}$ ;
10. Identificar as Equações de Cauchy-Riemann em uma função complexa;
11. Identificar se uma função complexa é holomorfa (analítica) em certo domínio;
12. Resolver algumas integrais complexas usando a Fórmula da Integral de Cauchy;
13. Identificar alguns teoremas notáveis na integração complexa;

14. Expor uma demonstração do TFA;
15. Desenvolver séries de Laurent\*;
16. Calcular resíduos\*;
17. Aplicar a teoria de funções complexas para resolver integrais reais\*.

## CONTEÚDO PROGRAMÁTICO

---

### 1. O Plano Complexo

- 1.1 Breve História dos Números
- 1.2 O Corpo dos Números Complexos
- 1.3 Representação Geométrica
- 1.4 Forma Algébrica
- 1.5 Forma Polar
  - 1.5.1 Extração de raízes n-ésimas
  - 1.5.2 Raízes da Unidade

### 2. As Funções Elementares

- 2.1 Funções Complexas
- 2.2 Polinômios
  - 2.2.1 Teorema Fundamental da Álgebra (Arbodagens Elementares)
- 2.3 A Exponencial

2.4 Funções Trigonométricas

2.5 Logaritmos

2.6 Potências Arbitrárias

### **3. Topologia, Limites e Derivadas**

3.1 Linguagem Topológica em  $\mathbb{C}$

3.2 Limites e Continuidade

3.3 Funções Holomorfas

3.4 As Equações de Cauchy-Riemann

### **4. Integração no Plano Complexo**

4.1 Integral de Contorno

4.2 As fórmulas da Integral de Cauchy

4.3 O Teorema de Cauchy

4.3.1 Teorema Fundamental da Álgebra (Abordagem Formal)

## **O TEMPO PERGUNTOU AO TEMPO...**

---

Abaixo segue o cronograma de ensino da disciplina. Obviamente, está sujeito a mudanças ao longo do semestre. Todavia, essas são as intensões. Consulte o Conteúdo Programático, na seção anterior, para localizar os assuntos na tabela abaixo.



## Cronograma de Ensino

Semana	Assuntos	Nº de Aulas
(01/11 a 06/11)	1.1; 1.2; 1.3	5h
(08/11 a 13/11)	1.4	5h
(15/11 a 20/11)	1.5	5h
(22/11 a 27/11)	2.1; 2.2	5h
(29/11 a 04/12)	2.3; 2.4	5h
(06/12 a 11/12)	2.5; 2.6	5h
(13/12 a 18/12)	Prova I: 1 e 2	5h
(31/01 a 05/02)	3.1	5h
(07/02 a 12/02)	3.2	5h
(14/02 a 19/02)	3.3; 3.4	5h
(21/02 a 26/02)	4.1	5h
(28/02 a 05/03)	4.2 e 4.3	5h
(07/03 a 12/03)	4.3.1	5h
(14/03 a 19/03)	Prova II: 3 e 4	3h

## METODOLOGIA

Toda a disciplina é fundamentada no que eu chamo de **princípio da maturidade**. Como assim? Por se tratar de um curso a distância, exige-se autodisciplina e organização do estudante. Você aprenderá os assuntos abordados estudando as referências e fazendo as e-atividades que proponho no AVA. A “maturidade” está no fato de que eu penso que vocês a possuem. Por isso, o que indico

de referência, e-atividades, avaliações, são apenas meios para que vocês aprendam o que estão dispostos para capacitação como profissionais respeitáveis. Mas, o que usaremos nesse curso? O *Moodle* nos dá uma quantidade surpreendente de ferramentas para aplicarmos à nossa disciplina. Especificamente, as ferramentas são divididas em duas categorias: ATIVIDADES e RECURSOS. No que se refere às ATIVIDADES, usaremos: fórum, lição e tarefa. Já os RECURSOS, listamos: arquivo, página, pasta, rótulo e url.

Mas, basicamente a disciplina será estruturada em “Lições”. Explico: para cada tópico de um assunto, haverá um ambiente no AVA (denominado “Lição”) que conterá mesclas de videoaulas ou textos teóricos com perguntas ao final destes. Essas perguntas são de múltipla escolha e devem ser respondidas por todos, pois será computada nota (ver Sistema de Avaliação).

### **#ficaadica**

Por isso, mantenham sempre lápis e papel em mãos! Quando forem assistir aos vídeos!

Para ministração dos conteúdos, foram produzidas videoaulas referentes a cada tópico da ementa, mostrando o “passo a passo” em cada etapa

dos cálculos. As videoaulas são fracionadas em tempos máximos de 15 min. Entre cada tópico, há exercícios que visam fixar o conteúdo e identificar a “presença” (virtual) dos estudantes em cada semana de aula.

Em cada tópico semanal haverá links para outros vídeos, livros ou material online de forma a complementar o entendimento dos estudantes, referente ao conteúdo da disciplina.

Também será criado um canal no Telegram que será usado para contato instantâneo com os alunos, bem como um repositório de curiosidades sobre a disciplina.

Por conta de limitações no que se refere à internet dos estudantes, o curso será ofertado, quase em sua totalidade, de forma assíncrona. Apenas o horário de atendimento, que à parte da carga horária da disciplina, bem como as revisões antes de cada avaliação, serão de forma síncrona, mas não acarretará em faltas ou pontuação.

## SISTEMA DE AVALIAÇÃO

Seria a imagem abaixo uma realidade?



O que está no quadro

$$\begin{aligned} f'(3x^2 \cdot 5x) &= \\ 6x \cdot 5x + (3x^2) \cdot 5 &= \\ 30x^2 + 15x^2 &= \end{aligned}$$

O que o professor vê

$$2 + 2 = 4$$

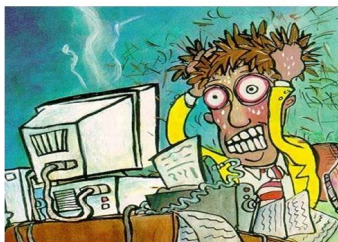
O que os alunos veem

コンピューターの5大機能のひとつ。四則演算、数値の大小を比較する比較演算、論理演算

O que os alunos estão entendendo

O que vai cair na prova

$$\begin{aligned} [X - (u + v)][X - (wu + wv)][X - (wu + wv)] &= [X - (u + v)][X - (wu + w2v)][X - (w2u + wv)] \\ &= [X - (u + v)][X^2 - (wu + w2v + w2u + wv)X + (u2 + w2uv + wuv + v2)] \\ &= [X - (u + v)][X^2 - (u + v)(w + w2)X + u2 - uv + v2] = X^3 \\ & - [(u + v) + (u + v)(-1)]X^2 + [(u + v)2(-1) + u2 - uv + v2]X - (u + v)(u2 - uv + v2) = \\ & X^3 - 3uv + (u3 + v3) \end{aligned}$$



Vocês que desejam lecionar devem ter uma ideia de como é difícil estabelecer um processo de “avaliação”.

Para mim também não é fácil!

Todavia, estabeleci alguns princípios que podem ajudar a maioria da turma.

Talvez não seja o melhor sistema de avaliação, mas se todos seguirem o que proponho é possível chegarmos a um (bom) lugar comum no conhecimento geral da matéria.

E é o que desejo.

O contexto histórico no qual estamos inseridos desvirginou minha inocência de que todos aprenderão de forma satisfatória. Isso é muito (muito, muito, muito,...) difícil de acontecer: não sou suficientemente capaz de alcançar tal façanha ou alguns de vocês não irão se dedicar o suficiente para tal. (Note que a disjunção “ou”, citada na última frase, é aditiva!! Ou seja, pode acontecer ambos).

## AVALIAÇÕES INDIVIDUAIS

Indispensável no processo de aprendizagem, esse item será de grande importância na avaliação.

Consistirá de uma tradicional prova escrita, sendo composta de (geralmente) 5 questões dissertativas. Tais provas terão tempo definido para entrega que

englobará resolução, escaneamento e envio. O estudante deverá escanear suas questões e anexar em formato .pdf. Toda prava deverá ser realizada com caneta azul ou preta. Faremos 2 (duas) avaliações individuais, que denotaremos por  $P_1$  e  $P_2$ . Cada uma no valor de 100 (cem) pontos.

A média aritmética simples entre as avaliações individuais, chamaremos de *Nota das Provas Individuais*; e, usaremos a notação  $N_{PI}$ . Ou seja,

$$N_{PI} = \frac{P_1 + P_2}{2}.$$

A duração de cada *Avaliação Individual* será de 3 h. Destas, 2 h são destinadas às respostas dos alunos e 1 h para organização e digitalização das respostas. Toda avaliação deve ser feita de caneta (azul ou preta) e o resultado da digitalização deve ser um único arquivo, em .pdf. Só serão aceitas as avaliações que forem postadas na plataforma AVA-Presencial dentro desse limite de tempo. As *Avaliações Individuais* ocorrerão todas as QUINTAS-FEIRAS, das 15 h às 18 h.

## ATIVIDADES SEMANAIS

---

Essas atividades serão divididas em duas categorias: *Lições* e *Atividades Avaliativas* (nas Tarefas). Ao longo de cada semana, **lições** serão



disponibilizadas virtualmente. Cada lição possui videoaulas e questões intercaladas. Considere  $L_1, L_2, \dots, L_n$  as notas das  $n$  lições. Cada lição vale 100 pontos. Vamos chamar de *Nota das Lições*,  $N_L$ , a média aritmética simples das notas das lições, ou seja,

$$N_L = \frac{L_1 + L_2 + \dots + L_n}{n}$$

Já o termo Atividades Avaliativas representa um conjunto de 4 atividades:

$$A_1, A_2, A_3 \text{ e } A_4,$$

disponibilizadas em semanas específicas, que deverão ser entregues em formato .pdf utilizando o L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X ou qualquer editor de texto de sua preferência. Não serão aceitas "fotos" (mesmo que convertidas em .pdf)! Essas atividades podem ser feitas em grupos ou individualmente (fica a critério do discente). Não há restrições quanto a quantidade de pessoas no grupo. Obviamente, quero que todos empenhem-se na resolução dessas listas; pois, dessa forma, já estarão capacitando-se para as *Provas Individuais*.

Os discentes terão uma semana para entregar as respostas de cada *Atividade Avaliativa*. Cada uma delas possui 100 pontos de valor. Vamos chamar de *Notas das Atividades Avaliativas*, denotando-a por

$N_{AA}$ , a média aritmética simples dessas quatro atividades, ou seja,

$$N_{AA} = \frac{A_1 + A_2 + A_3 + A_4}{4}$$

## PONTO EXTRA

---

A participação em Chats e Fórum pode gerar pontos extras! Tais pontos serão acrescentados na *Nota da Disciplina*, caso seja necessário. Vamos denotar a média desses pontos por  $P_E$ .

## LISTAS DE ATIVIDADES

---

Fazer as listas de exercícios é parte integral das avaliações, sendo a teoria ( vista nas “Lições”) expandida por meio delas. Portanto, nas *Avaliações Individuais*, ou *Atividades Avaliativas*, poderão ser abordados assuntos (ou tópicos) presentes às listas, podendo estes, passíveis de não abordagem em “Lições”. As *Listas de Atividade* **não** serão pontuadas! Servem ao treinamento da teoria e aprofundamento nas questões. Logicamente, isso é importante para um bom aprendizado.

## EM RESUMO

---

Temos três grandes blocos de notas:  $N_{PI}$  (Nota das Provas Presenciais),  $N_L$  (Nota das Lições) e  $N_{AA}$

(Nota das Atividades Avaliativas), fora, claro, o Ponto Extra  $P_E$ . Obviamente a nota final da disciplina será uma média desses três blocos de notas citados. Todavia, será uma média ponderada: “Pesos” diferentes são dados para cada uma delas. Será distribuído assim: “Peso 3” tanto para  $N_L$ , quanto para  $N_{AA}$ ; e, “Peso 4” para  $N_{PI}$ .

Então, se denotarmos por  $N_D$  a nota da disciplina, temos:

$$N_D = \frac{3 \cdot N_{AA} + 3 \cdot N_L + 4 \cdot N_{PI}}{100} + P_E$$

A Tabela abaixo discrimina as datas para entrega das *Atividades Avaliativas*:

## Notas e Datas da e-atividades

e-Atividades	Nota Máxima	Prazo
Atv. Avaliativa I	100	09/11 a 16/11
Atv. Avaliativa II	100	10/12 a 17/12
Atv. Avaliativa III	100	15/02 a 22/02
Atv. Avaliativa IV	100	08/03 a 15/03

### Não há segredos com minhas avaliações!

Se quer tirar boas notas, faça as questões das listas e tire suas dúvidas.





# AVA PRESENCIAL

Como mencionado, usaremos as ferramentas do Moodle, disponíveis no AVA-Presencial da UFRB. A maioria das ferramentas do AVA-Presencial são autoinstrutivas. Para usá-las você deve realizar as seguintes etapas:

## PASSOS O QUE FAZER

- |    |                        |
|----|------------------------|
| 01 | Cadastro na plataforma |
| 02 | Inscrição no curso     |

## CADASTRO NA PLATAFORMA

---

Qual o seu primeiro passo para acessar a plataforma? Simples, acesse pelo endereço:

<https://avapresencial.ufrb.edu.br/>

Depois de se familiarizar com a página, procure pelo botão “Acessar”. Fica no canto superior direito. Crie uma conta (caso ainda não tenha) preenchendo o que for solicitado. Pronto! Você estará cadastrado na plataforma da UFRB.

## INSCRIÇÃO NO CURSO

---

Nosso curso é intitulado “Funções de uma Variável Complexa”. Para acessá-lo, basta seguir o seguinte

caminho quando estiveres na página inicial do AVA após seu *login*:

PASSOS	CAMINHO
01	Categoria de Cursos
02	CFP
03	Licenciatura em Matemática
04	2021.1
05	Funções de uma Variável Complexa.

Será solicitada uma “Chave de Acesso”. Tal chave será entregue a vocês, pela plataforma SIGAA no início da disciplina.

Sempre olhem o e-mail e a plataforma! Notícias importantes serão postadas por lá.



# BIBLIOGRAFIA

Não seguirei um livro específico! Mesmo tendo a referência principal disponível no AVA. A lista a seguir contempla (praticamente) todos os assuntos que abordaremos. Fique livre em estudar por qualquer referência conveniente para você! Sucesso em nossa disciplina!

## BÁSICA

---

- ÁVILA, Geraldo. **Funções de uma Variável Complexa**. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC: 2008.
- FERNANDEZ, Cecilia S; BERNARDES JUNIOR, Nilson C. **Introdução às funções de uma variável complexa**. 2. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 2008. 224 p.
- SOARES, Marcio Gomes. **Cálculo em uma variável complexa**. 4. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2007. 210 p. (Coleção matemática universitária).

## COMPLEMENTAR

---

- CARMO, Manfredo Perdigão do; MORGADO, A. C; WAGNER, Eduardo. **Trigonometria e números complexos**. 3.ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática. 2005. 122p.
- CHURCHILL, R. V. **Variáveis Complexas e suas aplicações**. São Paulo: McGraw-Hill.



- FREIRE, Ícaro Vidal. **O Teorema Fundamental da Álgebra: Abordagens no Ensino Médio com o GeoGebra**. Ilhéus, BA: UESC, 2014. Dissertação (Mestrado). Disponível em <https://url.gratis/kM3F1>. Acesso em 31/08/2020.
- GARBI, G. **Romance das Equações Algébricas**. Makroon Books, 1997.
- HÖNIG, Chaim Samuel. **Introdução às Funções de Uma Variável Complexa**. Poços de Caldas. 6º Colóquio Brasileiro de Matemática. 1987. Disponível em: <https://url.gratis/Uovzk>. Acesso em 31/12/2014.
- LIMA, Elon Lages. **Curso de Análise vol. 2**. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.
- LINS NETO, Alcides. **Funções de uma Variável Complexa**. 2. ed. Rio de Janeiro: Instituto de Matemática Pura e Aplicada, 1996. 468 p. (Projeto Euclides).
- SPIEGEL, M. R. **Variáveis Complexas**. Coleção Schaum. São Paulo: Editora McGraw-Hill.
- ZANI, Sérgio L. **Funções de Uma Variável Complexa**. Notas de aula. Disponível em: <https://url.gratis/DUyEo>. Acesso em 31/12/2014.

## OUTRAS INDICAÇÕES

---

- CONWAY, Jonh B. **Functions of One Complex Variable**. 2. ed. New York/ Heidelberg/ Berlin. Springer-Verlag.
- SPIVAK, Michael. **Calculus**. 2 ed. España. Editorial Reverté S.A.: 1992.

# ALGO SOBRE O L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X

Mesmo com todas as ferramentas disponibilizadas pelo AVA-Presencial da UFBR, pensemos na seguinte situação: imagine digitar a fórmula dita “Fórmula de Bháscara” em algum tópico na plataforma (para tirar uma dúvida, por exemplo)!? Certamente não sairá assim:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Num momento legal de humor você poderia digitar:

$$x = (-b \text{ mais ou menos raiz de } (b^2 - 4ac)) / (2a)$$

Mas, ficaria bem complicado e feio não?

Como resolver esse problema? Bom, existe uma linguagem universal de programação (chamada L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X) que está disponível na plataforma Moodle da UFBR, que nos auxiliará nesse desafio.

Não entraremos em detalhes com a linguagem do L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X . Isso você fará se for curioso e gostar de aprender, ou quando estiveres fazendo o TCC e seu orientador falar nesse nome, ou em algum minicurso em alguma semana de matemática de alguma universidade, ou se algum professor (de bom



coração) oferecer um curso na UFRB ou outra universidade da sua região. Eu aconselho, inicialmente, o seguinte manual (caso você se encaixe nos itens acima):

<http://linorg.usp.br/CTAN/info/lshort/portuguese-BR/lshortBR.pdf>

Para nosso curso, basta sabermos alguns comandos básicos:

## ANTES DE ESCREVER

Sempre ao escrever alguma equação, deve escrevê-la entre os símbolos

- “\$” ou “\ ( \)”;
- “\$\$” ou “[ \]”.

No primeiro, a equação segue a direção da linha do texto. Já no segundo, ele centraliza a equação. Faça assim: \$Digitar a Equação aqui\$, ou:

\[Digitar a Equação aqui\]

## PASSOS INICIAIS

Para escrever frações usamos o comando

`\frac{numerador}{denominador}.`

Obviamente, onde está escrito “numerador” e “denominador” devemos substituir pela expressão que desejamos.

Se quero escrever

$$\frac{3x+1}{2} + 2^{10}$$

devemos digitar:

`\[\frac{3x+1}{2}+2^{\{10\}}\]`.

As operações básicas são bem simples e a maioria com os símbolos usuais. Veja a tabela que segue.

## Operações Elementares

SÍMBOLO	OPERAÇÃO
+	Soma
-	Subtração
*	Produto
/	Divisão
^	Potenciação
<code>\sqrt {}</code>	Raiz Quadrada
<code>\sqrt [n] {}</code>	Raiz n-ésima

# PRIMEIRA FÓRMULA

O símbolo de “mais ou menos”<sup>1</sup>,  $\pm$ , é visualizado usando o comando “\pm”.

Assim, a fórmula de Bháscara ficaria:

$$\left[ x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right]$$

Se quero escrever “ $\sqrt[7]{3x+1} = 4$ ” devemos digitar:

$$\sqrt[7]{3x+1}=4$$

## FUNÇÕES ELEMENTARES

Seguem algumas funções elementares na tabela “Funções Elementares”<sup>2</sup>. Isso pode lhe servir para futuras consultas.

Apenas uma dica: nem sempre as equações são geradas automaticamente! Para sanar essa dificuldade, aperte “F8” em seu teclado.

---

<sup>1</sup>Que não é um sinal matemático! Apenas usamos para encurtar a fórmula.

<sup>2</sup>Uma observação: veja que algumas funções da tabela estão em inglês! Não se deve digitar “sen”, por exemplo.



# Operações Elementares

SÍMBOLO	FUNÇÃO
<code>\log {}</code>	Logarítmica decimal
<code>\ln {}</code>	Logarítmica Natural
<code>\sin {}</code>	Seno
<code>\cos {}</code>	Cosseno
<code>\tan {}</code>	Tangente
<code>\sec {}</code>	Secante
<code>\csc {}</code>	Cossecante
<code>\cotan {}</code>	Cotangente

## SUBÍNDICE

Caso queira colocar algum subíndice em uma variável use o símbolo de *underline* no teclado. Assim, “ $x = x_1 + x_2 + x_3$ ” deve ser digitado:

“`$x=x_{1}+x_{2}+x_{3}$`”.

## MAIS SÍMBOLOS

Seguem outros comandos que podem ser úteis:

## Alguns Símbolos Úteis

<code>\neq</code>	$\neq$ (diferente)
<code>\leq</code>	$\leq$ (menor ou igual a)
<code>\geq</code>	$\geq$ (maior ou igual a)
<code>\approx</code>	$\approx$ (aproximadamente)
<code>\forall</code>	$\forall$ (para todo)
<code>\in</code>	$\in$ (pertence)
<code>\notin</code>	$\notin$ (não pertence)
<code>\infty</code>	$\infty$ (infinito)
<code>\cup</code>	$\cup$ (união)
<code>\cap</code>	$\cap$ (interseção)
<code>\subset</code>	$\subset$ (contido)
<code>\not \subset</code>	$\not \subset$ (não contido)
<code>\not \exists</code>	$\nexists$ (não existe)
<code>\exists</code>	$\exists$ (existe)
<code>\varnothing</code>	$\emptyset$ (Vazio)

Para os principais conjuntos numéricos e números importantes, veja os símbolos seguidos de seus comandos:

## Números e Conjuntos

$\pi$ ( <code>\pi</code> )	$\Delta$ ( <code>\Delta</code> )
$\varphi$ ( <code>\varphi</code> )	$\Omega$ ( <code>\Omega</code> )
$\alpha$ ( <code>\alpha</code> )	$\mathbb{N}$ ( <code>\mathbb{N}</code> )
$\beta$ ( <code>\beta</code> )	$\mathbb{Z}$ ( <code>\mathbb{Z}</code> )
$\gamma$ ( <code>\gamma</code> )	$\mathbb{Q}$ ( <code>\mathbb{Q}</code> )
$\lambda$ ( <code>\lambda</code> )	$\mathbb{R}$ ( <code>\mathbb{R}</code> )
$\theta$ ( <code>\theta</code> )	$\mathbb{C}$ ( <code>\mathbb{C}</code> )