

# ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

## FACULTAD DE CIENCIAS

9 de abril de 2017

- Nombre: Andrea Chumaña
  - Proyecto Final de Latex.
  - Ejercicio de Complementos de Cálculo.

### 1 Ejercicio

Suponga que existe un índice  $n_0 \in \mathbb{N}$  y un número real  $K$  mayor que 0 tal que

$$X_n > K$$

$\forall n > n_0$ , que existe un índice  $n \geq n_0$ , existe un índice  $n_1$  tal que

$$Y_n < 0$$

$\forall n > n_0$ , y que la sucesión de término general  $y_n$  converge a 0. Demuestre que la sucesión de término general

$$\frac{X_n}{Y_n} \rightarrow -\infty$$

### Demostración

Supongamos que

Existe  $n_0 \in \mathbb{N}$  y que  $K > 0$  tal que

$$X_n \geq K \quad \forall n \geq n_0, \quad (1)$$

Existe  $n_1 \in \mathbb{N}$  tal que  $\forall n \geq n_1$

$$Y_n < 0 \quad (2)$$

$$Y_n \rightarrow 0 \quad (3)$$

Para esto supongamos que

$$M < 0 \quad (4)$$

Vamos a demostrar que existe  $n \in \mathbb{N}$  tal que  $\forall n \geq n_2$

$$\frac{X_n}{Y_n} < M$$

De (1) junto con (4) tenemos

$$\frac{-K}{M} > 0; \quad (5)$$

Así, de (3), existe  $n_3 \in \mathbb{N}$  tal que  $\forall n \geq n_3$

$$|y_n - 0| < \frac{-K}{M} \quad (6)$$

Sí  $n_4 = \max\{n_1, n_3\}$  entonces,  $\forall n \geq n_4$ ;

$$Y_n < 0$$

y

$$|y_n - 0| = |y_n| = -y_n < \frac{-K}{M};$$

es decir

$$\frac{-1}{Y_n} > \frac{-M}{K} \quad \forall n \geq n_4 \quad (7)$$

Finalmente, si

$$n_2 = \max\{n_0, n_4\},$$

tenemos que  $\forall n \geq n_2$ , se verifica (7) y (1) tenemos

$$\frac{-X_n}{Y_n} > \frac{-M \cdot K}{K};$$

es decir

$$\frac{X_n}{Y_n} < M \quad \forall n \geq n_2$$

COMO QUERÍAMOS DEMOSTRAR