

# Algebra a diskrétna matematika

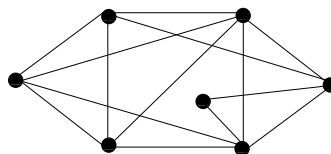
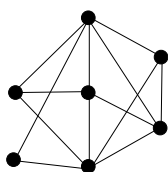
## Úlohy na precvičenie

### 5. týždeň

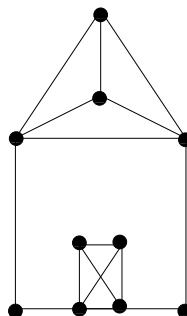
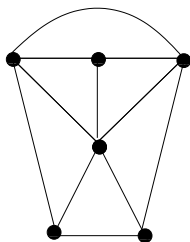
**Úloha 1.** Pre aké najväčšie  $n$  vieme  $K_n$  nakresliť na toruse bez priesečníkov?

**Úloha 2.** Aký najväčší obvod môže mať nerovinný graf na 7 vrcholoch?

**Úloha 3.** Zistite, či sú dané grafy rovinné. Nájdite dve ich neizomorfné kostry. Určte chromatické číslo a chromatický index.

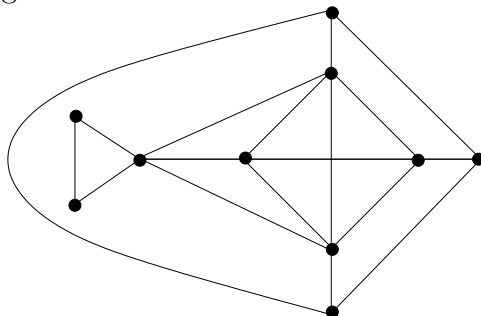


**Úloha 4.** K daným grafom určte chromatické číslo a chromatický index. Nájdite k nim kostry. Koľko ich je všetkých v každom z grafov?



**Úloha 5.** Koľko kostier má kružnica  $C_{2016}$ ?

**Úloha 6.** Pre graf z obrázka určte priemer, obvod, chromatické číslo. Nájdite kostru, ktorá je húsenica. Jedná sa o rovinný graf? Aký najväčší úplný graf je podgrafom tohto grafu?



**Úloha 7.** Nakreslite všetky stromy na množine  $\{1, 2, 3, 4\}$  a všetky navzájom neizomorfné stromy na 6 vrchoch.

**Úloha 8.** Určte, koľko neizomorfných stromov so stupňami vrcholov 1 alebo 3 existuje na 10 vrchoch.

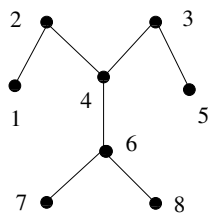
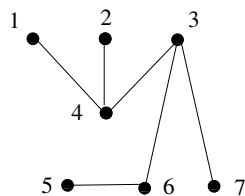
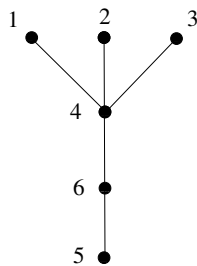
**Úloha 9.** Určte chromatické číslo a chromatický index pre  $K_n$ ,  $K_{m,n}$  a koktailový graf.

**Úloha 10.** Pomocou Eulerovho vzorca ukážte, že každý graf s  $n$  vrcholmi ( $n \geq 5$ ) a s aspoň  $3n - 5$  hranami je nerovinný.

**Úloha 11.** Pomocou Eulerovho vzorca ukážte, že každý bipartitný graf s  $n$  vrcholmi ( $n \geq 6$ ) a s aspoň  $2n - 3$  hranami je nerovinný.

**Úloha 12.** Ukážte, že v každom rovinnom grafe existuje vrchol stupňa nanajvýš 5.

**Úloha 13.** Nájdite Prüferov kód k nasledujúcim stromom.



**Úloha 14.** Z daných Prüferových kódov zrekonštruujte kostry.

- a)  $(3, 3, 3, 3, 3)$
- b)  $(1, 2, 3, 4, 5, 6)$
- c)  $(5, 1, 3, 4, 1, 1)$
- d)  $(6, 4, 2, 2, 4, 6)$
- e)  $(2, 7, 2, 5, 2, 3, 2)$
- f)  $(9, 7, 9, 7, 9, 5, 1)$

**Úloha 15.** Nájdite graciózne ohodnotenia stromov z úlohy 13.

**Úloha 16.** Ukážte, že každá cesta má graciózne ohodnotenie.

**Úloha 17.\*** Ukážte, že každá húsenica má graciózne ohodnotenie.