PAS priklady zo skusky LS 2014/2015 RT

+1 - ak mate rovnaky vysledok

+1 - ak mate rovnaky vysledok potvrdeny systemom ako spravny

ak je riesenie zle napísat spravne

(sorac za kvalitu fotiek)

//k tej statistike a vyhodnocovaniu

I.

//Westside, respect! Buyakasha! //+1

fa

1.

Dopyt po zubnej paste istej značky je náhodná premenná, ktorá má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 1120 kusov smerodajnou odchýl
Koľko kusov zubnej pasty musí mať predajca na sklade, aby v danom týždni úplne uspokojil dopyt s pravdepodobnosťou 99%?

Chcete s 99% pravdepodobnosťou uspokojiť dopyt po pastách, a myslíte si že 770 kusov je dosť keď v 50% prípadoch ľudia kupujú 1120?! **Už zo zadania musíte rozpoznať, že odpoveď bude číslo väčšie ako 1120!!**

0...

Dopyt po pastách je náhodná premenná, každý týždeň kupuje tú pastu iný počet ľudí a v rôznych množstvách, píšeme

$dopyt = X \sim N(1120,\ 150^2)$ // odkial prislo tych 150 ? // bolo to v zadaní. // kde v zadani? ako citam tak citam nikde nieje 150 v zadani :(// aha dakto neskopiroval cele zadanie...

My chceme nájsť takú hodnotu zásob, že ak predajca bude mať toľko na sklade, tak určite bude mať pre každého kto si bude chcieť pastu kúpiť…

$P(dopyt < zásoby) = 0.99$

čiže zásoby sú hranica pokrytia dopytu, a dopyt v nerovnici je každý týždeň iné číslo…

$P(X < z) = 0.99$

no a už len normujeme, a nájdeme 0.99 kvantil...

$$P(X < x_{0.99}) = 0.99$$

$$P\left(\frac{X-1120}{150} < \frac{x-1120}{150}\right) = 0.99$$

$$P\left(N(0,1) < \frac{x-1120}{150}\right) = 0.99$$

$$F_N\left(\frac{x-1120}{150}\right) = 0.99$$

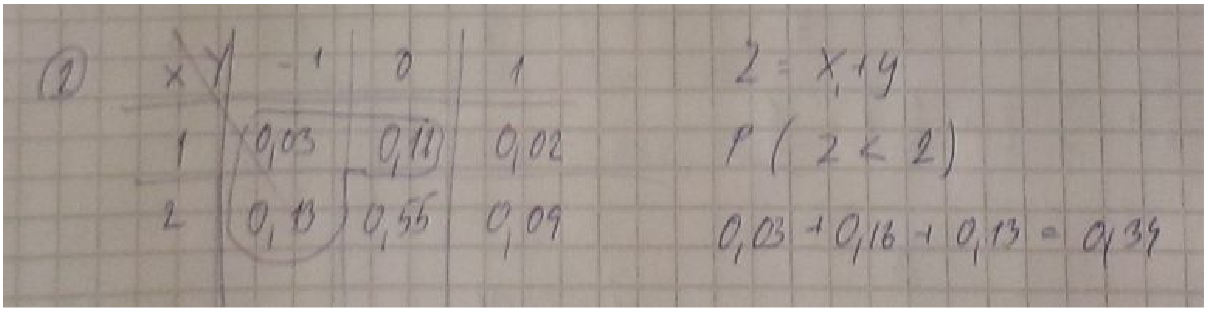
$$\frac{x-1120}{150} = 2.326$$

$x = 2.326 * 150 + 1120 \approx 1469$ [odpoveď] +2

Čo sme aj predpokladali, že to bude viac ako stredná hodnota...

2.

Nech je rozdelenie pravdepodobnosti náhodného vektora (X,Y) dané tabuľkou. Vypočítajte hodnotu distribučnej funkcie náhodnej premennej Z=X+Y v bode 2, t.j. P(X+Y<2). Nezaokrúhľujte.



①

X \ Y	-1	0	1
1	0,03	0,16	0,02
2	0,13	0,55	0,09

Z = X+Y

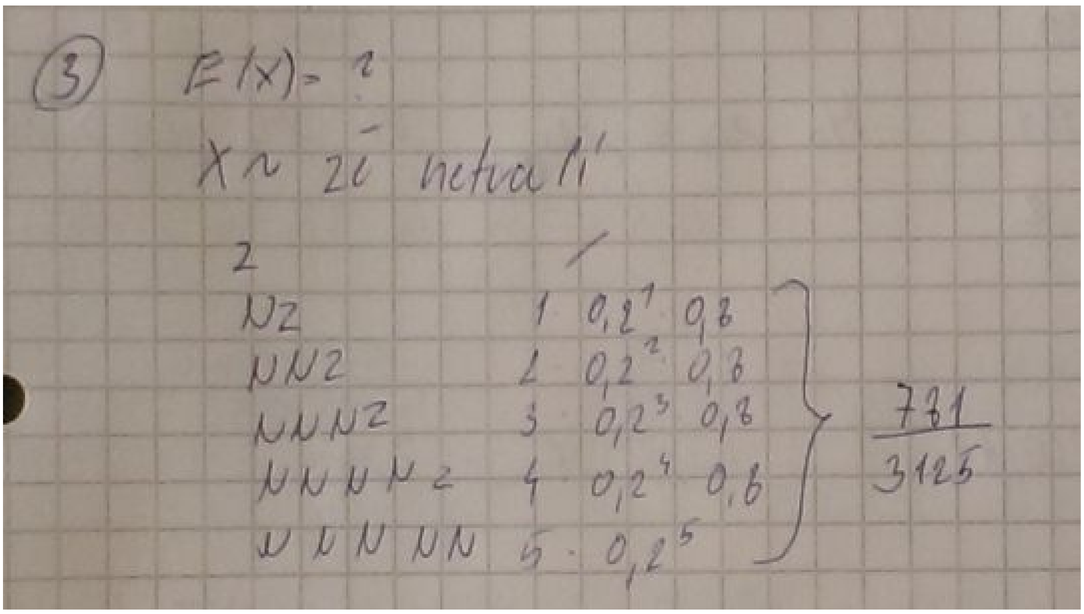
P(Z < 2)

0,03 + 0,16 + 0,13 = 0,34

$p = 0.34$ // **[odpoveď]** +2 +2

3.

Strelec zasiahne cieľ s pravdepodobnosťou 80%. K dispozícii má 5 nábojov a opakovane strieľa na cieľ, kým ho netrafí alebo kým neminie všetky náboje. Náhodná premenná X predstavuje počet neúspešných pokusov. Vypočítajte strednú hodnotu náhodnej premennej X.



③ E(X) = ?

X ~ zi netrafí

Z		
NZ	1	$0{,}2^1 \cdot 0{,}8$
NNZ	2	$0{,}2^2 \cdot 0{,}8$
NNNZ	3	$0{,}2^3 \cdot 0{,}8$
NNNNZ	4	$0{,}2^4 \cdot 0{,}8$
NNNNN	5	$\cdot\ 0{,}2^5$

$\frac{781}{3125}$

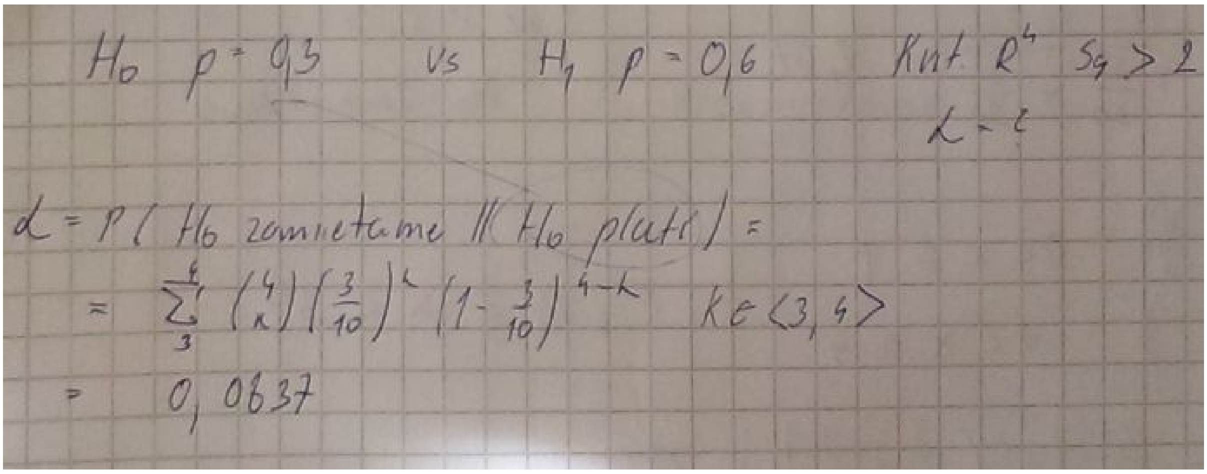
$E(X) = \frac{781}{3125} = 0.24992$ // **[odpoveď]** +5 //odkial mas ten zlomok nejak mi to nedopina

// to je z kalkulačky, tlačidlo S<=>D, prepína medzi zlomkom a desatinným číslomx// On to myslel asi tak, že ako sa dostal k tomu zlomku. // dik
//zo vzorca o strednej hodnote pre geometricke rozdelenie je to 0,25, mozem to aj tak ratat? E= (1-p) / p
// asi je to lepsie cez ten vzorec tu dole, lebo ked pouzijes geometricke rozdelenie, tak tam f(5) mas zapocitane ako 0,2^5*0,8 , ale strelec ma len 5 nabojov, nemoze 6krat strielat, teda f(5) bude len 0,2^5.//ďakujem

$$E(X) = \sum_i x_i P(x)$$

4.

Nech náhodná premenná X má Alternatívne rozdelenie pravdepodobnosti s parametrom p. Pomocou testovacej štatistiky $S_4 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ testujeme hypotézu $H_0 : p = 0.3$ proti $H_1 : p = 0.6$ tak, že definujeme kritickú oblasť $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : S_4 > 2\}$.
Vypočítajte hladinu významnosti α tohto testu. Nezaokrúhlujte,



$\alpha = 0.0837$ // **[odpoveď]** +4

iná úloha hovorila aby sme vypočítali β t.j. pravdepodobnosť chyby druhého druhu...

$\beta = P(H0\ nezamietame \,\|\, H0\ neplatí) = P(H0\ nezamietame \,\|\, H1\ platí)$
$= P(S \le 2 \,\|\, p = 0.6) = P(S = 0) + P(S = 1) + P(S = 2)$
$= \sum_{k=0}^{2} C(4, k) * 0.6^k * 0.4^{4-k}$ //preco tu invertujeme kriticku oblast?
$= C(4, 0) * 0.6^0 * 0.4^4 + C(4, 1) * 0.6^1 * 0.4^3 + C(4, 2) * 0.6^2 * 0.4^2$
$= 0.4^4 + 4 * 0.6 * 0.4^3 + 6 * 0.6^2 * 0.4^2$
$= 0.5248$ **[odpoveď]** **+2+1+3**

5.

Štyri poštové holuby boli vypustené, každý so svojou správou. Pravdepodobnosť, že i-ty holub doručí správu je 1 - 0.1i a doručovanie je totálne nezávislé.

S akou pravdepodobnosťou práve tri z holubov doručia správu? (Nezaokrúhlujte!)

$P(\textit{práve 3 holuby doručia správu}) = 0.4404$ // **[odpoveď]** +10 // prosim ako sa to pocita // 0.9*0.8*0.7*0.4 (->prve 3 doručia 4 nedoručí) + 0.9*0.8*0.3*0.6 (-> 1 2 a 4 doručia 3 nedoručí) +... etc všetky možnosti posčitúvaš a maš vysledok
// v ďalších zadaniach bolo...

$P(\textit{práve 2 holuby doručia správu}) = 0.2144$ +1+1

$P(\textit{práve 1 holuby doručia správu}) = 0.0404$ +1+1

P(práve posledný holub doručí správu)=0.0036 +2+1

Do urny sme postupne vložili 3 guľôčky tak, že pred vložením každej z nich sme hodili mincu a ak padol znak, vložili sme bielu, ak písmo, vložili sme čiernu guľôčku. Potom náhodne vyberáme z urny jednu guľôčku. Aká je pravdepodobnosť toho, že vybratá guľôčka bude čierna?

10

3B 0Č: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

2B 1Č: $3\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$

1B 2Č: $3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$

3Č 0B: $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$

$$P(Č) = P(Č)\,P(Č|3B) + P(Č)\,P(Č|2B) + P(Č)\,P(Č|1B) + P(Č)\,P(Č|0B)$$

$$= 0 + \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8} + \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{8} + 1\cdot\frac{1}{8}$$

$$= \frac{1}{3}\cdot\frac{3}{8} + \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{8} + \frac{1}{8}\cdot 1 = \frac{1}{2}$$

$p = 0.5$ // **[odpoveď]** +11

$p = 0.4$ // **[odpoveď]** +1 //ja som dal pre všetky možnosti vkladania guličiek pravdepodobnosť ⅛, pretože vždy je rovnaká keďže ide o nezávislé premenné pri hode mincou //veď tu nie je čo rátať, zjavne je to symetrické takže nemôže mať žiadna farba väčšiu pravdepodobnosť ako tá druhá//ved hej preto nechapem ako pri 3B0C mal ⅛ a pri 2B1C mal 3/8

7.

Riaditeľ Oddelenia pre umiestňovanie absolventov istej vysokej školy tvrdí, že najmenej 80 % ich absolventov už mesiac pred promóciou získa pracovné miesto. Realizácia náhodného výberu mdzi absolventami poskytla údaj, že 75 zo 100 absolventov má pracovné miesto. Na hladine významnosti $\alpha = 0.01$ testujte hypotézu $H_0: p \geq 0.8$ proti $H_1: p < 0.8$ a rozhodnite, či sa dá súhlasiť s tvrdením riaditeľa . Konkrétne, vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky(zaokrúhlenú na 3 desatinné miesta), nájdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o prijatí alebo zamietnutí hypotézy H_0.

$-1.25 < \; -2.33$ *nerovnosť je false a teda H0 nezamietame* // **[odpoveď] +3+1+1**

// máme niekde zadanú smerodajnú odchýlku S = 40 ? Alebo sme si ju nejako vypočítali?

// odmocnina(p*(p-1)) = odmocnica(0.8*02) = 0,4 ? //rly?

//niekto vzorec alebo postup prosim?

//Preco je “-” pred U1-alfa ??? -lebo sa tak pocita kriticka tabulkova hodnota, pre = a != je zas 1-alfa/2// na toto sa nepytal, ale preco je PRED mi1 minusko

//Preco je -1,25 mensie ako - 2,33 (-1,25 je vacsie nie ?)

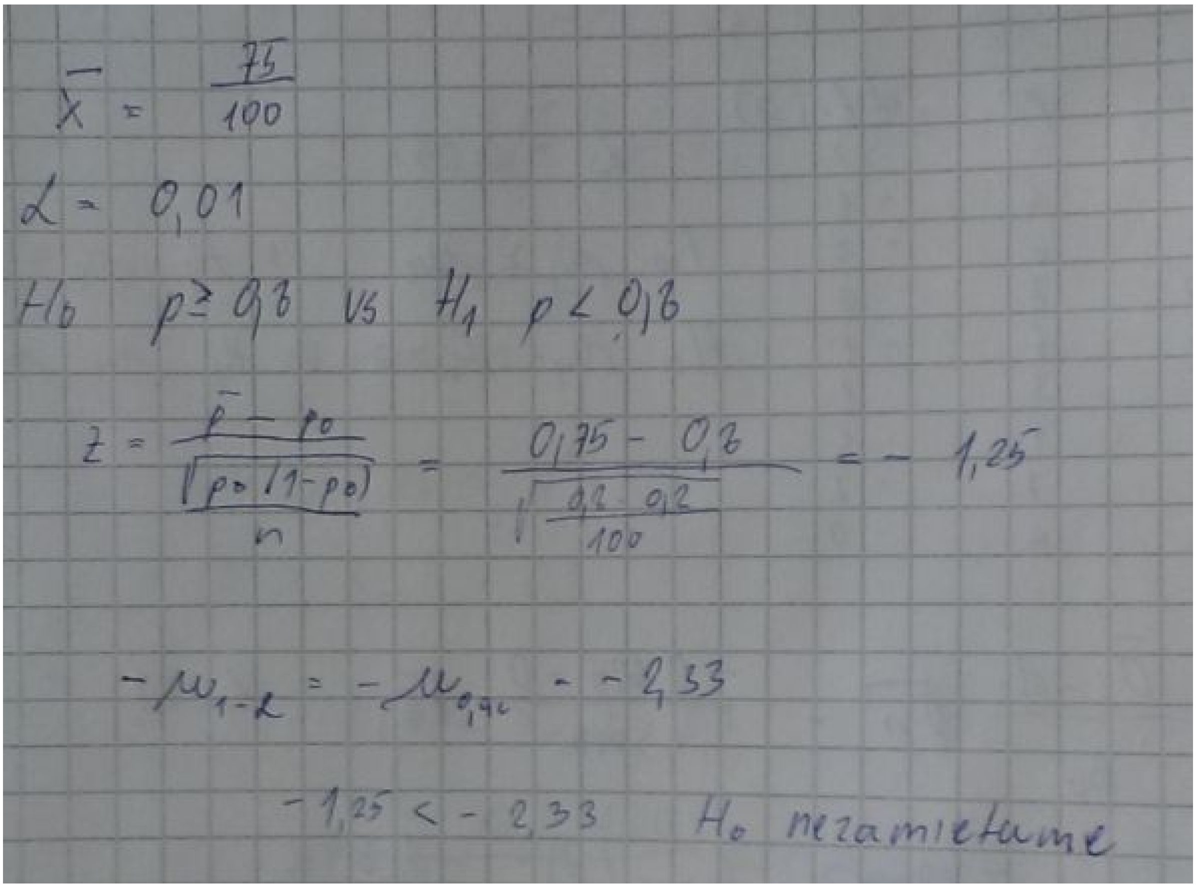
// Tiez b88888222y ma zaujimalo preco -2,33, mne vyslo -1,25 < 2,33 h0 nezamietame

// pozri na prvu stranu, tam zistíš prečo znamienko mínus//lebo je to symetrickô

// keby si mal -1.25 < 2.33 tak H0 si mal zamietnúť… lebo hodnota štatistiky je v kritickej oblasti… na obrázku je správne riešenie //kde je obrazok?

//nejaky kokot ho vymazal//super.. //nech sa paci //a bol tu vôbec nieked? //uz som ho nahral zo zalohy//vdaka ti//np//+1

preco je to -mi? lebo otocim znamienko pri p<=0,8??



$\bar{x} = \frac{75}{100}$

$\alpha = 0{,}01$

$H_0 \quad p \geq 0{,}8 \quad vs \quad H_1 \quad p < 0{,}8$

$z = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0{,}75 - 0{,}8}{\sqrt{\frac{0{,}8 \cdot 0{,}2}{100}}} = -1{,}25$

$-u_{1-\alpha} = -u_{0{,}99} = -2{,}33$

$-1{,}25 < -2{,}33 \quad H_0$ nezamietame

8.

Firma skúma dodacie termíny suroviny od dvoch rôznych dodávateľov A, B. V zásade je spokojná s dodávateľom A a pokračovala by vo využívaní jeho dodávok, ak by zistila, že termíny dodávateľa B nie sú podstatne kratšie. V opačnom prípade by pokračovala len v odoberaní dodávok suroviny od dodávateľa B. Realizáciou náhodného výberu sa získali nasledujúce údaje o rozsahoch výberu, resp. priemernom termíne dodávky, resp. výberovej smerodajnej odchýlke: $n_A = 50$, $\overline{x}_A = 14$ dní, $s_A = 3$ dni, $n_B = 30$, $\overline{x}_B = 12.5$ dňa, $s_B = 2$ dni. Na hladine významnosti $\alpha = 0.01$ testujte hypotézu H_0: $\mu_A \le \mu_B$ proti H_1: $\mu_A > \mu_B$, kde μ_A, resp. μ_B predstavujú stredné hodnoty dodacích termínov od dodávateľov A, resp. B. Konkrétne, vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky (zaokrúhlenú na 3 desatinné miesta) najdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o zamietnutí alebo nezamietnutí hypotézy H_0.

$2.679 > 2.326$ *nerovnosť je true a teda H0 zamietame* // **[odpoveď]** +2+5

// Odkiaľ zistím hodnotu míA a míB ?

//podla mna

miA <= miB

miA - miB <= 0 === a to uz dosadis do toho vzorca… len to mensie ma tam troska matie

// odkial ste zobrali tu hodnotu 2.33?

// z tabulky kvantilov (pod tabulkami normalneho rozdelenia) p je tvojich 0.99 a xp je 2.326 co je tych 2.33

// vzdy sa to cele P(....) dava rovne 1-alfa ?

nie ak mas = pri podmienkat davaj 1-polovica alfa, vid prva strana

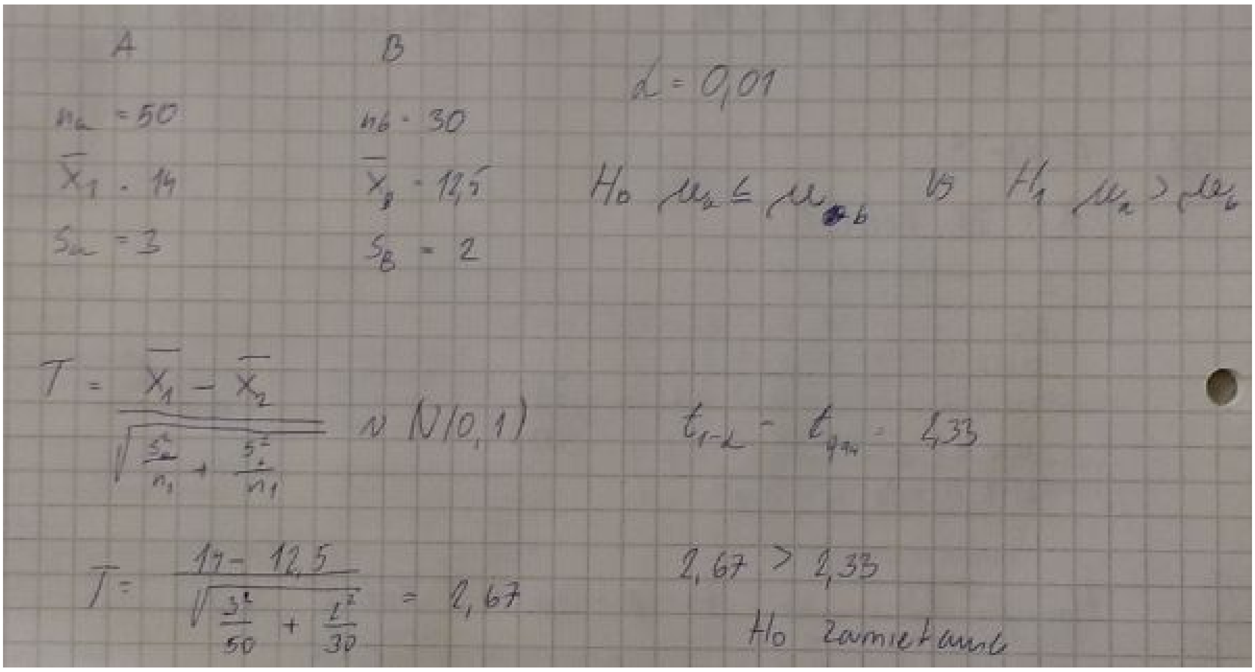
// Chlapci , odkiaľ máte tu štatistiku? prečo mám použiť práve ten vzorec?????????????????????????????

//myslis T ? a ktory iny by si chcel pouzit z tych co mas na vyber ? :D

// Hej myslim T, ale na tahaku je ako Z, a je tam este (mix - miy) co predpokladam asi ze bude 0? lebo akoze hypoteza hovori ze nieje rozdiel medzi firmami? mix - miy <= 0 ??? ….toto ze to nie je v knihe a neviem kedy co presne ako naco… nebol som na prednaske//tiez by mi pomohlo nejake vysvetlenie, ak tomu niekto rozumie

// H0 : uA <= uB si prepises na uA-uB<=0 aby si to vedel normalne riesit

// Ak H0 platí (alfa = P(H0 zamietas // H0 plati)) tak jendoducho beries ze ich rozdiel je rovny nule tym padom ich v teorii nemusis doplnat.//to je dickhead ten co to vymazava//niekto sa velmi musi nudit..//dufam ze ostatne je uz ok.



9.

Funkcia $F(x) = 0$, pre $x \leq 0$, $F(x) = x^2/4$, pre $0 < x \leq 1$, $F(x) = x/4$, pre $1 < x \leq 4$, $F(x) = 1$, pre $4 < x$ je distribučnou funkciou náhodnej premennej X. Vypočítajte $P(1/2 < X < 3)$.

$F(x) = \frac{x^2}{2} \quad 0 < x \leq 1$

$F(x) = \frac{x}{2} \quad 1 < x \leq 4$

$P(1/2 < x < 3)$

$p = \left(\frac{1^2}{2} - \frac{0{,}5^2}{2}\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = 0{,}66$

$Fa(x) = \frac{x^2}{4} \; pre \; 0 < x \leq 1$

$Fb(x) = \frac{x}{4} \; pre \; 1 < x \leq 4$

$p = P(\frac{1}{2} < X < 3)$ //funkcia je lomena v bode 1

$= P(\frac{1}{2} < X < 1) + P(1 < X < 3)$

$= Fa(1) - Fa(\frac{1}{2}) + Fb(3) - Fb(1)$

$= \frac{1}{4} - \frac{1}{16} + \frac{3}{4} - \frac{1}{4} = \frac{11}{16} = 0.6875$ // **[odpoveď]** **+3+2+1+1+1+1**

10.

Na falošnej kocke sa jednotlivé výsledky 1 až 6 nadobúdajú s pravdepodobnosťami určenými tabuľkou

x_i	1	2	3	4	5	6
$f(x_i)$	0.4	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1

Použite Centrálnu limitnú vetu a určte aká najväčšia hodnota bude súčtom po 100 hodoch prevýšená s pravdepodobnosťou 0.9.

var x = 3,04 E(x)=2,6 // ODKIAL je ta var x? z coho sa to rata?

var(X) = E^2(X) - (E(X))^2
E(X)= 1*0,4 + 2*0,2 + 3*0,1 + 4*0,1 + 5*0,1 + 6*0,1 = 2,6 (E(X))^2 = 2,6 ^2
E^2(X) = 1^2 *0,4 + 2^2 *0,2 + … + 6^2 * 0,1 // dakujem //np

treba vypočítať $P(S_{100} > x) = 0.9$ lebo **hodnota** x **má byť** po 100 hodoch **prevýšená** s $p = 0.9$
teda upravíme, aby sme vyčíslili distribučnú funkciu

$1 - P(S_{100} < x) = 0.9$

$P(S_{100} < x) = 0.1$

$P(N^0 < \frac{x-260}{\sqrt{304}}) = 0.1$

keďže 0.1 kvantil nie je v našich tabuľkách, symetrický je 0.9 kvantil, ktorého hodnotu už v tabuľkách máme…

$P(N^0 < -\frac{x-260}{\sqrt{304}}) = 0.9$

$-\frac{x-260}{\sqrt{304}} = 1.282$

$\frac{x-260}{\sqrt{304}} =- 1.282$

$x = 260 - 1.282 * \sqrt{304} \approx 237.648$ // **[odpoveď] +1 +1**

// nechceme vypočítať náhodou P(X<S100) ? Vyšlo by to asi 282.35

// napisal si to iste co je hore, a zo sedlackej logiky vyplyva ze ak jednotka pada najcastejsie tak sucet po 100 hodoch bude skor 237 ako 282 … (ale nie som expert)

//stredná hodnota je 260 a pravdepodobnosť, že to bude viac ako stredná hodnota je 50%, ak chceme väčšiu pravdepodobnosť, určite to bude menej, takže 282 je nezmysel

// ako sme tam dostali pred zlomkom - ? :)

II.

1.

Pravdepodobnosť, že stromček istého druhu, určený na zalesňovanie, sa ujme, je 0.64. Použite aproximáciu normálnym rozdelením bez korekcie a vypočítajte pravdepodobnosť toho, že z 10000 stromčekov bude počet tých, ktoré sa ujmú medzi 6300 a 6500.

- pravdepodob ze sa stromek ujme

0,64, $n = 10000$ 6300 - 6500

$Bi(10\,000, 0{,}64)$

$E(x) = 6400$

$Var(x) = 2304$

$P(6300 < X < 6500) =$

$P\left(\frac{6300-6400}{\sqrt{2304}} < X_0 < \frac{6500-6400}{\sqrt{2304}}\right) =$

$P\left(\frac{100}{\sqrt{2304}}\right) - P\left(-\frac{100}{\sqrt{2304}}\right) =$

$= 2{,}08 - (1 - 2{,}08) = 2\ 2{,}08 - 1 = 0{,}96248$

// v poslednom riadku to ma byt

$F_N(2.08) - (1 - F_N(2.08)) = 2F_N(2.08) - 1 = 2 * 0.98124 - 1 = 0.96248$

$p = 0.96248$ // **[odpoveď]** **+13**

2.applications://wine-wine/

Firma zaoberajúca sa prieskumom trhu realizovala náhodný výber 8 zákazníkov, aby prostredníctvom nich kvantifikovala potenciál kúpiť si istý výrobok predtým a potom ako videli novú TV reklamu naň. Potenciál kúpiť výrobok bol vyjadrený stupnicou od 0 do 10, pričom vyššie hodnoty znamenajú vyšší potenciál. Realizácia náhodného výberu je zaznamenaná v nasledujúcej tabuľke:

zákazník	nákupný potenciál pred zhliadnutím TV reklamy	- po zhliadnutí TV reklamy
1	5	6
2	4	6
3	7	7
4	3	4
5	5	3
6	8	9
7	5	7
8	6	6

Na hladine významnosti 0.05 testujte hypotézu $H_0: \mu_1 \geq \mu_2$ proti $H_1: \mu_1 < \mu_2$ a rozhodnite, či TV reklama významne zvyšuje nákupný potenciál zákazníkov. Konkrétne, vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky (zaokrúhlenú na 2 desatinné miesta), nájdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o zamietnutí alebo nezamietnutí hypotézy H_0.

(4)

zákazník	pred	po	dif. (D)
1	5	6	−1
2	4	6	−2
3	7	7	0
4	3	4	−1
5	5	3	2
6	8	9	−1
7	5	7	−2
8	6	6	0

$\alpha = 0,05$

$H_0\ \mu_1 \geq \mu_2$ vs $H_1\ \mu_1 < \mu_2$

$H_0\ \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ vs $H_1\ \mu_1 - \mu_2 < 0$

$\bar{D} = -0,625$

$S_D = 1,3025$

$\frac{\bar{D} - d_0}{S_D} \cdot \sqrt{n} = \frac{-0,625 - 0}{1,3025} \sqrt{8} = -1,357$

$-t_{0,95}(7) = -1,8946$

$-1,357 < -1,8946$

H_0 nezamietame

2

$-1.357 <- 1.8946$ *nerovnosť je false a teda H0 nezamietame* // **[odpoveď] +1 +1**

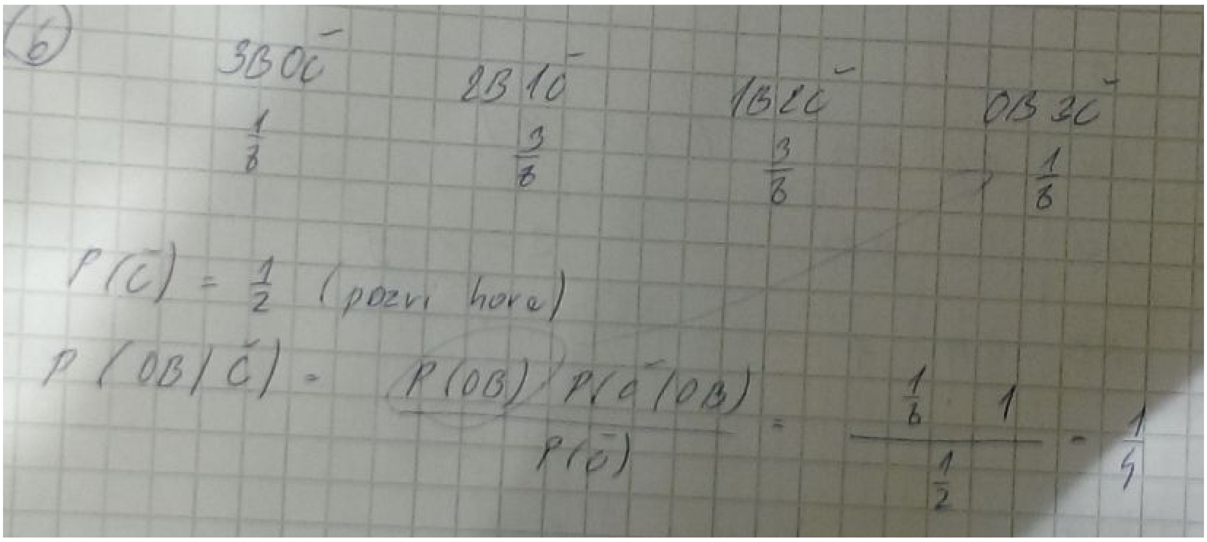
//nemali by sme to zamietnut? veď -1.357 je vacsie ako -1.89, kedže sme v záporných číslach // k tomuto by sa niekto mohol vyjadrit :) //bez ohľadu na správnosť výsledku, keď to predsa neplatí, je jasné, že -1,357>-1,8946, tak to nezamietamie..
platí-zamietame, neplatí-nezamietame.. otázka len znie, či je to správne vypočítané..
//Vedel by mi niekto vysvetlit ako dostal D a So? ako debilovi prosim

// čo je So? odkiaľ sme ho zobrali? // je to Sd ako smerodajna odchylka na D
// AKO ZISKAME TO Sd?? PROSIM??? FAKT TO NEVIEM..//SME DVAJA
// preco davame - t ..... (-1,8946) ? // ak v H0 máš >=, tak potom máš -t … pozri prvú stranu
smerodajná odchylka je vypocítaná zle nie ? mne vyšlo 1,866 , mohol by to niekto pls potvrdit ? +1
// takto to ma byt cele to vyslo a system zozral za spravne tu smerodajnu podla
// podla akeho vzorca ? $$s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}$$ ale dosadzas D s pruhom a Di
som zle dosadil priemerne D …

preratal som to cele je to v poraiadku odmocnina z 1/7*95/8(to je ta suma)
// hej ja som nedal pozor na zaporny priemer a ked ho este odpocitavame vnutri …
//Preco pouzivame v tabulke n 7 a nie 8 ved ich je 8 nie?
//pozri prvu stranu t1-alfa(n-1)

3.

Do urny sme postupne vložili 3 guľôčky tak, že pred vložením každej z nich sme hodili mincu a ak padol znak, vložili sme bielu, ak písmo, vložili sme čiernu guľôčku. Potom náhodne vyberáme z urny jednu guľôčku. Predpokladajme, že proces vkladania guľôčok prebehol v našej neprítomnosti. Ak je vybratá guľôčka čierna, aká je pravdepodobnosť toho, že v urne sú 3 čierne guľôčky?



$p = \frac{1}{4}$ // **[odpoveď] +1 +1+1**

4.

Náhodná premenná X má trojuholníkové rozdelenie pravdepodobnosti s parametrami 0, 3/2, 4, t.j. funkciu hustoty $f(x) = x/3$ pre $0 \le x \le 3/2$, $f(x) = (4 - x)/5$ pre $3/2 < x \le 4$, $f(x) = 0$ inak. Vypočítajte $P(1 \le X < 2)$.

$$\frac{1}{3}\int_1^{1,5} x + \frac{1}{5}\int_{1,5}^{2}(4-x) = \frac{1}{3}\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^{1,5} + \frac{4}{5}\left[x\right]_{1,5}^{2} - \frac{1}{5}\left[\frac{x^2}{2}\right]_{1,5}^{2} =$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{1,5^2}{2} - \frac{1}{2}\right] + \frac{4}{5}\left[2 - 1,5\right] - \frac{1}{5}\left[\frac{2^2}{2} - \frac{1,5^2}{2}\right]$$

$$= \frac{13}{30}$$

$p = 13/30$ // +3+1+1

5.

Automatická plniaca linka plní konzervy s množstvom náplne (uvedeným na etikete konzervy) 1500 g. Skutočné množstvo náplne je náhodná premenná, ktorá má normálne rozdelenie so strednou (nominálnou) hodnotou 1520 g a smerodajnou odchýlkou 9 g. Aké minimálne množstvo náplne obsahuje 80% najviac naplnených konzerv?

$$X \sim N(1520, 9^2)$$

$$P(X > x_{0,8}) = 0,8$$

$$1 - P(X < x_{0,8}) = 0,8$$

$$-\frac{x_{0,8} - 1520}{9} = 0,84$$

$$x_{0,8} = -0,84 \cdot 9 + 1520$$

$$x_{0,8} = 1512,44$$

x=1512,44 **+5+1**

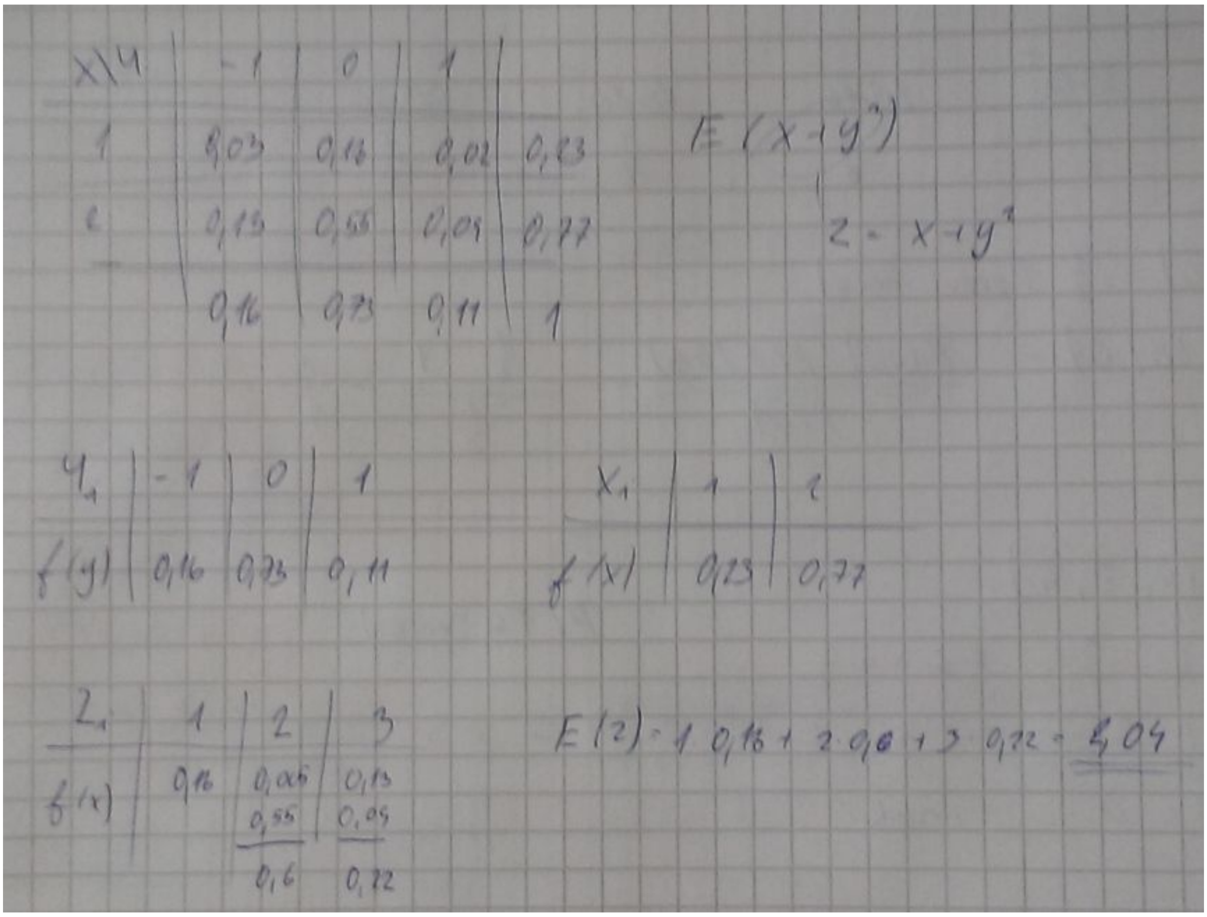
//nema byť tuto /3 ? potom by to vyšlo 1517.474 čo je blišie k 1520, čo dava zmysel nakolko 80% by malo davať bližšie hodnoty//nie

6.

Nech je rozdelenie pravdepodobnosti náhodného vektora (X, Y) dané tabuľkou

X\Y	-1	0	1
1	0.03	0.18	0.02
2	0.13	0.55	0.09

Vypočítajte strednú hodnotu náhodnej premennej $Z = X + Y^2$, t.j. $E(X + Y^2)$. Nezaokrúhlujte.



X\Y	-1	0	1	
1	0,03	0,18	0,02	0,23
2	0,13	0,55	0,09	0,77
	0,16	0,73	0,11	1

$E(X+Y^2)$

$Z = X+Y^2$

Y_1	-1	0	1
f(y)	0,16	0,73	0,11

X_1	1	2
f(x)	0,23	0,77

Z_1	1	2	3
f(x)	0,16	0,005 + 0,55 = 0,6	0,13 + 0,09 = 0,22

$E(Z) = 1 \cdot 0{,}16 + 2 \cdot 0{,}6 + 3 \cdot 0{,}22 = \underline{\underline{2{,}04}}$

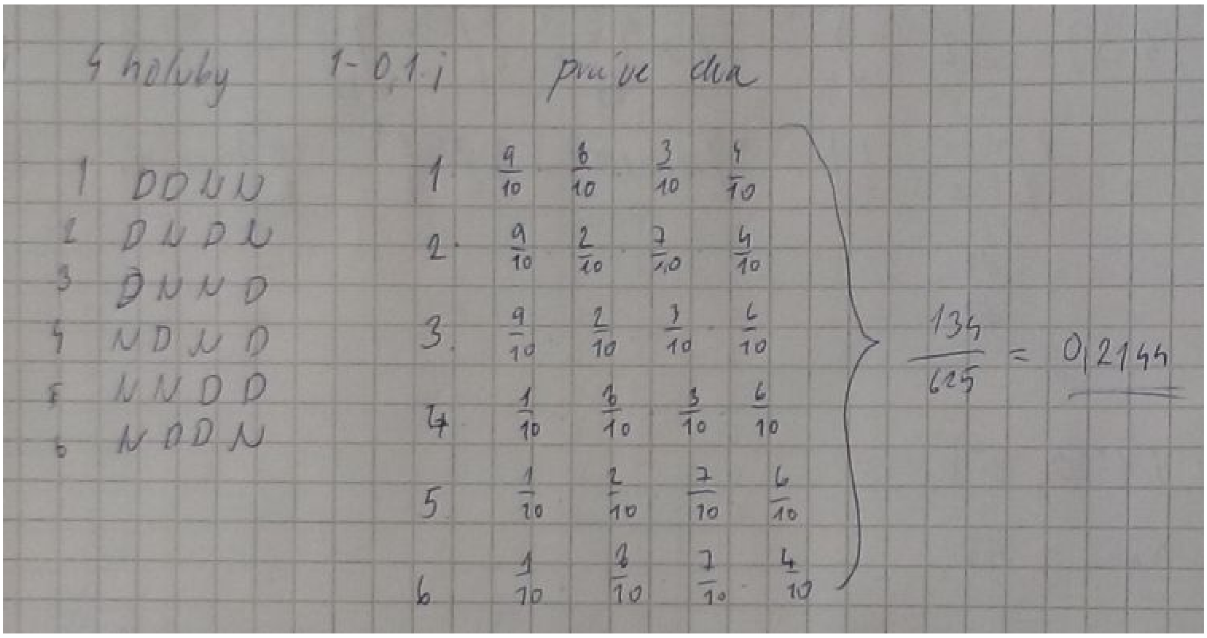
św

0,005 + 0,55 nieje nahodou 0,555? namiesto 0,6//tam ma omylom jednu nulu naviac

e(z)=2,04 +2+2+1 +1+18

7.

Štyri poštové holuby boli vypustené, každý so svojou správou. Pravdepodobnosť, že i-ty holub doručí správu je 1 - 0.1i a doručovanie je totálne nezávislé. S akou pravdepodobnosťou práve dva z holubov doručia správu? (Nezaokrúhlujte!)



x=0,2144 +2

//prečo to tuto nasobime aj tymi čislami? (1,2,3,..)?

8.

Z dlhodobých záznamov správy mestskej parkovacej garáže vyplýva, že stredná hodnota parkovacieho času pre jedno auto je 220 min.. Garáž bola v nedávno prestavaná a bol mierne zvýšený parkovací poplatok. Správa garáže by chcela zistiť, či tieto zmeny nejako ovplyvnili správanie sa jej zákazníkov, konkrétne, či sa zmenila stredná hodnota parkovacieho času. Za tým účelom realizovali náhodný výber parkovacích časov 50 áut a získali výberový aritmetický priemer 208 min. a výberovú smerodajnú odchýlku 80 min. Na hladine významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu H_0: $\mu = 220$ proti H_1: $\mu \neq 220$ a rozhodnite o zistení pre správu garáže. Konkrétne, vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky (zaokrúhlenú na 3 desatinné miesta), nájdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o prijatí alebo zamietnutí hypotézy H_0.

$n = 50$

$\overline{x} - 206$

$s = 80$

$\alpha = 0{,}05$

$H_0\ \mu = 220$ vs $H_1\ \mu \neq 220$

$$\frac{|206 - 220|}{80}\sqrt{50} = 1{,}061$$

$$u_{0{,}975} = 1{,}960$$

$1{,}061 > 1{,}960 \rightarrow$ nezamietame H_0

ä

$1.061 > 1.960$ *nerovnosť je false a teda* $H0$ *nezamietame* // +1 +1+1+1

//preco abs hodnota? vo vrcovniku je tento vzorec bez nej

// keď máš H0: mi =niečomu proti H1:mi!=niečomu tak vtedy použiješ ten druhý vzorec s abs..

keď máš väčšie, menšie tak používaš bez abs //true a je vo vzorconiku ta druhej strane papiera kde mas rozdelenia 5 zo spodu

//PLS preco tuto davame zasa **1,061 > 1,960** lebo niekde tam je < a niekde onak ako to teda je s tymi znamienkami pretoze to podla velkosti cisiel nesedi

// prva strana, ked ma = pri hypotezas davas > pri testovani kedze nerovnost neplati tak nezamietame

// odkial sme prosim vzali mi0,475 ?

//PRECO 1-ALFA/2????? //LEBO JE TAM ROVNA SAAA

//preco je ten vzorec v absolutnej hodnote?????????

9.

Nech náhodná premenná X má Normálne rozdelenie pravdepodobnosti s parametrami, μ, $\sigma^2 = 9$. Pomocou testovacej štatistiky $T_{10} = (X_1 + X_2 + \dots + X_{10})/10$ testujeme hypotézu $H_0: \mu = 30$ proti $H_1: \mu = 27$ tak, že definujeme kritickú oblasť $W = \{(x_1, x_2, \dots, x_{10}) \in R^{10} : T_{10} < 28\}$.

Vypočítajte hladinu významnosti α tohto testu. (Pozor na správne zaokrúhlovanie!)

$T_{10} = \overline{X}$ - štatistika t10 je výberový priemer čo je najlepší odhad strednej hodnoty, ktorú testujeme. Značíme to X s čiarou čo zároveň je náhodná veličina s rozdelením $\overline{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{n})$ čiže $\sim N(\mu, \frac{9}{10})$

Chceme zistiť $\alpha = P(H0\ zamietame\ ||\ H0\ platí)$

H0 zamietneme ak naša realizácia náhodného výberu padla do kritickej oblasti. a teda ak výberový priemer je menší ako 28.

$$P(\overline{X} < 28 \,||\, \mu = 30)$$

čiže normujeme

$$P(\overline{X} < 28) = P\left(\frac{\overline{X}-\mu}{\sqrt{\frac{9}{10}}} < \frac{28-\mu}{\sqrt{\frac{9}{10}}}\right)$$

keďže rátame α, dosadíme μ z H0

$$P\left(\frac{\overline{X}-30}{\sqrt{\frac{9}{10}}} < \frac{28-30}{\sqrt{\frac{9}{10}}}\right) = P\left(N(0,1) < \frac{28-30}{3}\sqrt{10}\right)$$

$$P(N^0 < -2,1) = 1 - P(N^0 < 2.1) =$$

$= 1 - 0.98214 = 0.01786$ **[odpoveď]**

// ak je h0: u = 30 nemala by celá pravdepodobnosť rovná 1- alfa/2 ?

//dakujem velmi pekne nech ta Boh v ktoreho neverim ochranuje a pomaha//+1
// pan Boh vyslis amen //Aštar Šeran s vami

10.

Počet volaní za minútu do CallCentra istej spoločnosti je náhodná premenná s Poissonovým rozdelením s parametrom $\lambda = 4.7$. Určte najpravdepodobnejší počet volaní za minútu a hodnotu jeho pravdepodobnosti (zaokrúhlenú na 4 desatinné miesta).

dalej v dokumente vyratane

k=4
p=0,1849

III.

1.

Nech je rozdelenie pravdepodobnosti náhodného vektora (X, Y) dané tabuľkou

X\Y	0	1
0	0.1	0.05
1	0.25	0.31
2	0.1	0.19

Vypočítajte hodnotu distribučnej funkcie náhodnej premennej $Z = X + Y$ v bode 2, t.j. $P(X + Y < 2)$. Nezaokrúhlujte.

X\Y	0	1
0	0,1	0,05
1	0,25	0,31
2	0,1	0,19

$Z = X + Y$

$P(X + Y < 2)$

$0,1 + 0,05 + 0,25 = 0,4$

x= 0,4 +2+1

2.

to iste ako I. 4.

3.

to iste ako I. 7

4.

Funkcia $F(x) = 0$, pre $x \leq 0$, $F(x) = x^2/4$, pre $0 < x \leq 1$, $F(x) = x/4$, pre $1 < x \leq 4$, $F(x) = 1$, pre $4 < x$ je distribučnou funkciou náhodnej premennej X. Určte q tak, aby $P(q < X < 2) = 7/18$.

$F(x) = \frac{x^2}{4} \quad 0 < x \leq 1$

$F(x) = \frac{x}{4} \quad 1 < x \leq 4$

$P(q < x < 2) = \frac{7}{16}$

$P(q < x \leq 1) + P(1 < x\ 2) = \frac{7}{16}$

$\left(\frac{1^2}{4}\right) - \left(\frac{q^2}{4}\right) + \left(\frac{2}{4} - \frac{1}{4}\right) = \frac{7}{16}$

$\frac{1}{4} - \frac{q^2}{4} + \frac{1}{4}$

$-\frac{q^2}{4} = -\frac{1}{9}$

$q^2 = \frac{4}{9}$

$|q| = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

x=-+
⅔ +1+1
//nooo, ja by som nedával +-⅔ ale len ⅔, keďže na -⅔ je funkcia F(X) nulová, ale to je len taký malý detail no...
//toto sa nemalo riesit cez integraly? //ked mame danu distribucnu funkciu tak nie

5.

Na falošnej kocke sa jednotlivé výsledky 1 až 6 nadobúdajú s pravdepodobnosťami určenými tabuľkou

x_i	1	2	3	4	5	6
$f(x_i)$	0.4	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1

Použite Centrálnu limitnú vetu a vypočítajte pravdepodobnosť, že súčet po 100 hodoch prevýši 250.

;

$var(X) = E(X^2) - (EX)^2$

E(x) je hadam jasne // nieje

E(x^2)= 1^2*0,4+2^2*0,2+...6^2*0,1

x_i	1	2	3	4	5	6	$E(X) = 2,6$
$f(x_i)$	0,4	0,2	0,1	0,1	0,1	0,1	$var = 5,04$

$n = 100 \qquad N(260, 304)$

$P(X > 250) = 1 - P(X \leq 250)$

$= 1 - P\left(X \leq \frac{250-260}{\sqrt{304}}\right) = 1 - F_N\left(\frac{10}{\sqrt{304}}\right)$

$= 1 - F_N(0{,}5735) = 1 - 0{,}71566 = \underline{0{,}28434}$

//preco tam je 250-260? to 260 ma zaujima

x=0,71566 // +4+1+1+1+1+10
//250-260=-10 a teda vysledok je 0,71566
// true
//skor to bude 0.2843. najprv dame 1-P(x<...) potom -10 čiže 1-(1-FN(10/...)) mame -FN(0.5735) = 0.71566, ešte treba invertnuť kvoli tomu - a mame 0.2843. Tiež, najčastejšie nam budu padat 1 a 2, čiže skor menšia šanca že padne 250, či?
6.

V prieskume zvykov pitia kávy sa 50 spomedzi 240 mužov a 55 spomedzi 180 žien sa vyjadrilo v prospech bezkofeínovej kávy. Na hladine významnosti $\alpha = 0.05$ testujte hypotézu H_0: $p_1 = p_2$ proti H_1: $p_1 \neq p_2$, kde p_1, resp. p_2 predstavujú relatívne pocetnosti v populaciach muzov, resp. zien, uprednostnujucich bezkofeinovu kavu. Konkretne, vypocitajte hodnotu testovacej statistiky (zaokrúhlenú na 2 desatinné miesta), nájdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o zamietnutí alebo nezamietnutí hypotézy H_0.

50 z 240 m

55 z 160 ž

$\alpha = 0{,}05$

$H_0: p_1 = p_2$ vs $H_1: p_1 \neq p_2$

$$Z = \frac{|\bar{p}_1 - \bar{p}_2|}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$$

$$\bar{p} = \frac{n_1 \cdot \bar{p}_1 + n_2 \bar{p}_2}{n_1 + n_2} = \frac{240 \cdot \frac{50}{240} + 160 \cdot \frac{55}{160}}{240+160} = 0{,}25$$

$$Z = \frac{|\bar{p}_1 - \bar{p}_2|}{\sqrt{\bar{p}(1-\bar{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{\left|\frac{50}{240} - \frac{55}{160}\right|}{\sqrt{0{,}25(0{,}75)\left(\frac{1}{240} + \frac{1}{160}\right)}} = 2{,}27$$

$\left|-\frac{7}{72}\right|$

$z_{0{,}975} = 1{,}960$

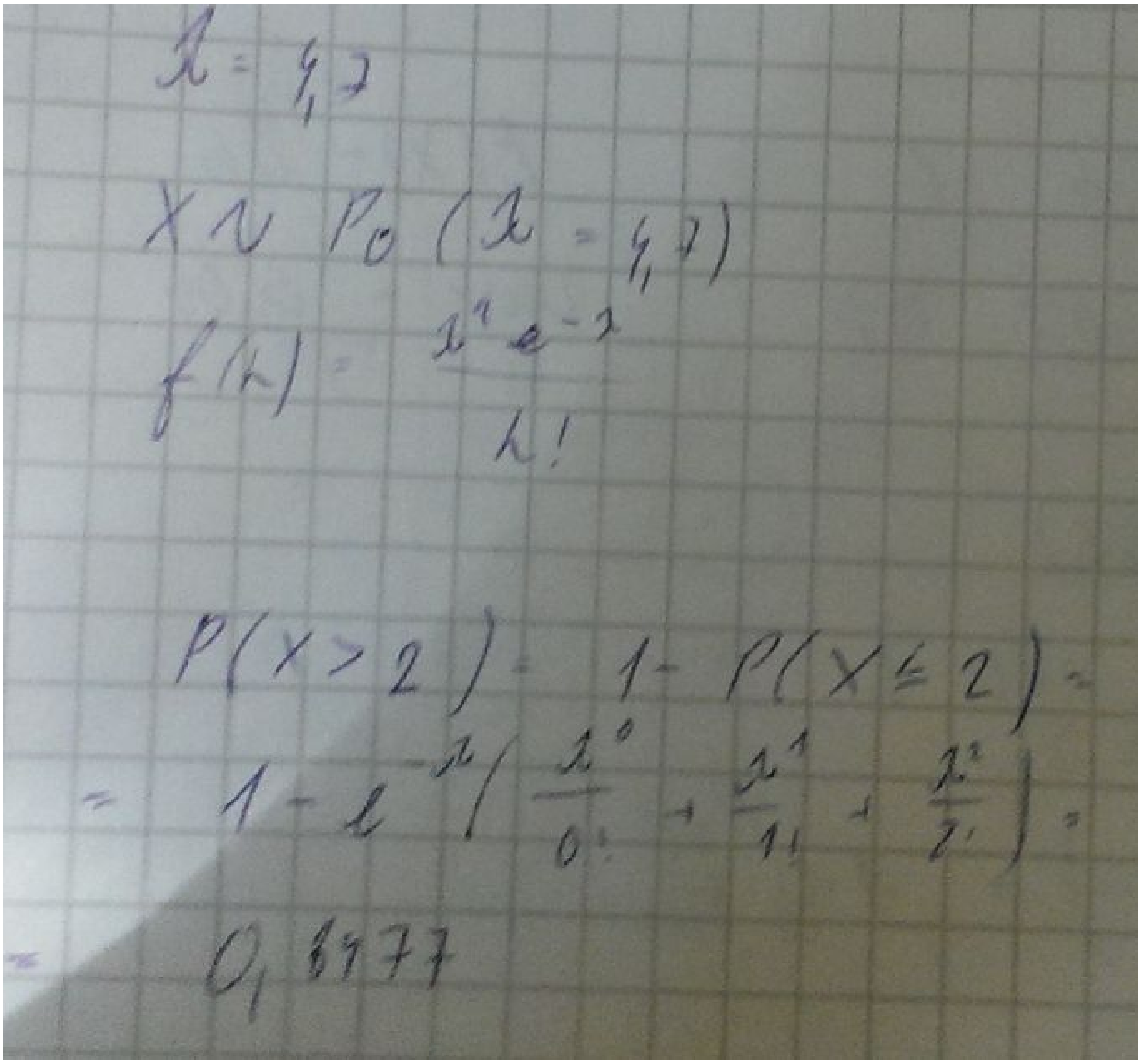
$2{,}27 > 1{,}96$ H_0 zamietame

2.27 > 1.96 *nerovnosť je true a teda* $H0$ *zamietame* //+5+1+1

odkial mame pri tom Ztku to cislo 0,975? //1-(alpha/2)

7.

Počet volaní za minútu do CallCentra istej spoločnosti je náhodná premenná s Poissonovým rozdelením s parametrom $\lambda = 4.7$. Určte pravdepodobnosť (zaokrúhlenú na 4 desatinné miesta) toho, že počet volaní za minútu presiahne hodnotu 2.



$\lambda = 4{,}7$

$X \sim Po(\lambda = 4{,}7)$

$f(k) = \dfrac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$

$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2) =$

$= 1 - e^{-\lambda}\left(\dfrac{\lambda^0}{0!} + \dfrac{\lambda^1}{1!} + \dfrac{\lambda^2}{2!}\right) =$

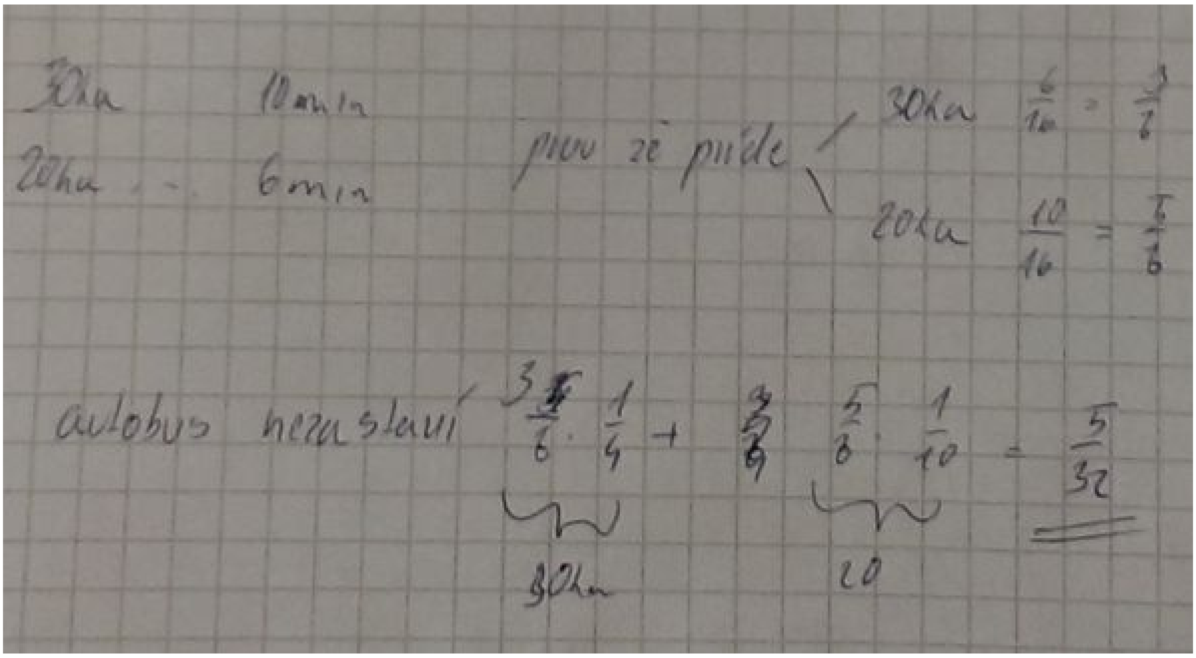
$= 0{,}8477$

x=0,8477 +3

8.
to iste ako II.7.

9.

Autobus č. 30 prechádza cez zastávku, na ktorej zvykneme nastupovať každých 10 minút, autobus č.20 každých 6 minút. Iné autobusy tadiaľ neprémávajú. Niekedy sú autobusy preplnené a vtedy nezastavia. Autobus č. 30 to spraví s pravdepodobnosťou 0.25, autobus č. 20 s pravdepodobnosťou 0.1. S akou pravdepodobnosťou najbližší autobus, ktorý príde na zastávku, nezastaví?



prepisete to niekto? neviem ani co su to za cisla.. 6so7 spojena, 10/16tka, 3 ako 5ka..
6/16 = ⅜ 10/16 = ⅝
⅜ * ¼ + ⅝ * 1/10 = 5/32 //ale vysvetlit to neviem

x=5/32 /+1

10. to iste ako I.1.

IV.

1.

Životnosť zariadenia v rokoch je náhodná premenná X s exponenciálnym rozdelením s parametrom λ = 0.25. Vypočítajte horný (tretí) kvartil tohto rozdelenia. Odpoveď zaokrúhlite na 4 desatinné miesta.

//Niekto nápad ako na to? Mne napadlo integrál od -inf po nejaké m z 0,25.e^-0,25x = 0,75, ale neviem ako z takéhoto integrálu dostanem m, keď -inf asi nedosadím, jedine že by som to dal napr. od -1000000, ale asi je to zlý postup.
//kamo exponencialne je pre x>0 takze od nuly ;) a horny kvartil

distribučná funkcia Exp rozdelenia :

$$F(x) = \int_0^t \lambda e^{-\lambda x} dx = -e^{-\lambda x} | od\ 0\ po\ t | = -e^{-\lambda t} + e^{-\lambda 0} = 1 - e^{-\lambda t}$$

$$1 - e^{-\lambda t} = 0.75$$

$$e^{-\lambda t} = 0.25$$

$e^{-\lambda t} = e^{ln\ 0.25}$ // toto treba vediet z matalyzy :D

$$-\lambda t = ln\tfrac{1}{4}$$

$t = ln\frac{1}{4} * \frac{1}{-\lambda} \approx 5.5452$ // **[odpoveď]** +1

2.

Úhrnné množstvo zrážok namerané v auguste na istej meteorologickej stanici je náhodná premenná, ktorá má normálne rozdelenie so strednou hodnotou 24,5 mm a smerodajnou odchýlkou 5,7 mm. O akú minimálnu hodnotu sa mesačný úhrn zrážok v tohtoročnom auguste odchýli od strednej hodnoty s pravdepodobnosťou 0.2?

Je to jednoduchý príklad, no vyrátam ho intuitívne s omáčkou, ktorú inak stačí spraviť v hlave…

úhrn zrážok je náhodná veličina

$$X \sim N(24.5,\ 5.7^2)$$

Máme vypočítať aké minimálne vychýlenie môže mať hodnota zrážok, iným slovom koľko aspoň viac/menej zrážok padne, môže padnúť, aby sme povedali, že sa to stane s p = 0.2?

Predstavme si iný príklad, máme vypočítať s akou pravdepodobnosťou sa zrážky vychýlia aspoň o 10 mm. To je elementárna vec, ktorá sa preberala pri náhodných veličinách.

Zrážky môžu byť väčšie/menšie a teda s vychýlením aspoň $d = 10$ to je

$$a = 24.5 + 10 = 34.5$$
$$b = 24.5 - 10 = 14.5$$

a teda rátam pravdepodobnosť,

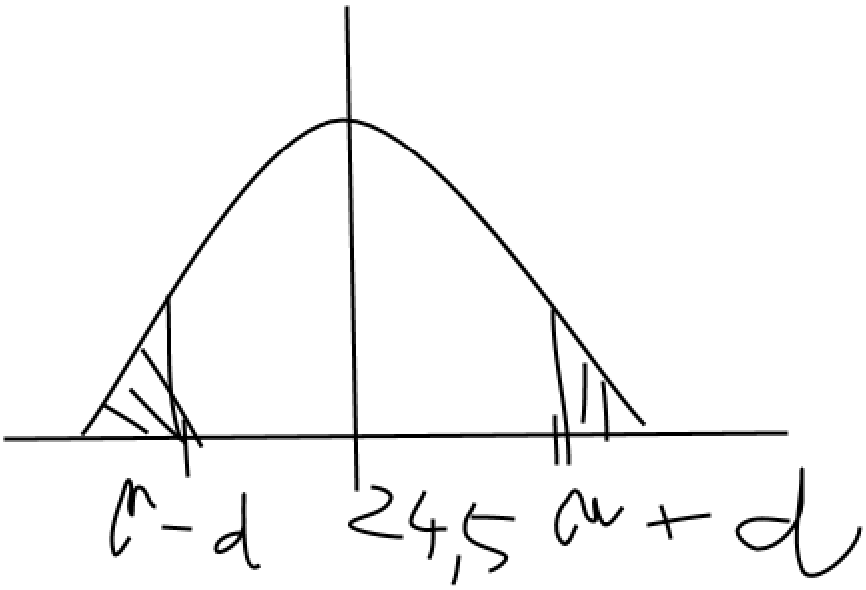
$$p = P(X > a) + P(X < b)$$
$$p = P(X > 34.5) + P(X < 14.5)$$

pravdepodobnosť je aditívna...

a teraz nám to už stačí normovať a vypočítať

$$\begin{aligned}
p &= 1 - P(X < 34.5) + P(X < 14.5) \\
&= 1 - P(N^0 < \tfrac{34.5-24.5}{5.7}) + P(N^0 < \tfrac{14.5-24.5}{5.7}) \\
&= 1 - P(N^0 < \tfrac{10}{5.7}) + P(N^0 < \tfrac{-10}{5.7}) \\
&= 1 - P(N^0 < \tfrac{10}{5.7}) + 1 - P(N^0 < \tfrac{10}{5.7}) \\
&= 2 - 2 * P(N^0 < \tfrac{10}{5.7}) \\
&= 2 - 2 * F_N(1.75) \\
&= 2 - 2 * 0.95994 \\
&= 0.08012 \text{ [ilustračný, nepotrebný výsledok]}
\end{aligned}$$

Dôležité je si v príklade všimnúť, že naše d t.j. zrážky sa v príklade vyskytli ako $\pm d$ a teda nám stačilo vyčísliť distribučnú funkciu len pre jednu hodnotu. Využili sme symetrickosť N rozdelenia, čo by sme videli aj z obrázka.



Táto jednoduchá úvaha nás posúva k riešeniu našej úlohy. Teraz vieme, že vychýlenie zrážok nám stačí počítať napr. len v kladnom smere (24.5 + d) a to bude rovné polovičnej pravdepodobnosti z 0.2 a teda 0.1 preto píšeme:

$P(N^0 > \frac{d}{5.7}) = 0.1$

$1 - P(N^0 < \frac{d}{5.7}) = 0.1$

$-P(N^0 < \frac{d}{5.7}) = -0.9$

$P(N^0 < \frac{d}{5.7}) = 0.9$

a teda $\frac{d}{5.7}$ musí byť rovný 0.9 kvantil čo je 1.282.

Z tohto plynie $d = 5.7 * 1.282 = 7.3074\ [odpoveď]$

Symetry powerful is.

čiže odpoveď hovorí, že s pravdepodobnosťou 0.2 budú zrážky menšie ako 17.2 a väčšie ako 31.8. dá sa spraviť skúška správnosti podľa ilustr. príkladu hore.

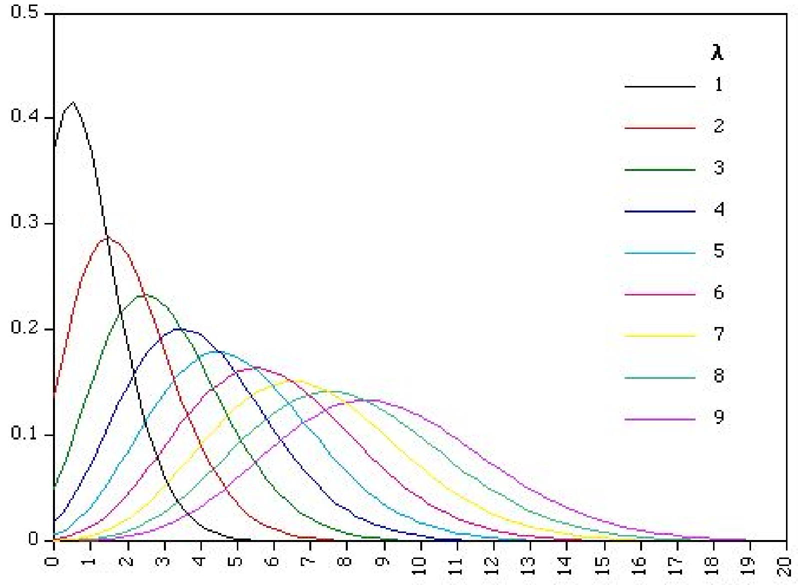
Ak by sme chceli mať lepší zápis, tak stačí upraviť následovne:

$$\begin{aligned} p &= P(X > \mu + d) + P(X < \mu - d) \\ &= P(X - \mu > d) + P(X - \mu < -d) \\ &= P(X - \mu > d) + P(-(X - \mu) > d) \quad \text{// v pravej P vynásobené *-1} \\ &= P(|X - \mu| > d) \end{aligned}$$

3.

Počet volaní za minútu do CallCentra istej spoločnosti je náhodná premenná s Poissonovým rozdelením s parametrom $\lambda = 4.7$. Určte najpravdepodobnejší počet volaní za minútu a hodnotu jeho pravdepodobnosti (zaokrúhlenú na 4 desatinné miesta).

Na riešenie treba poznať graf pravdepodobnostnej funkcie Poissonového rozdelenia. Keďže jej definičný obor sú celé nezáporné čísla t.j. $k = 0, 1, 2, ...;$ tak ak ich dosadím do funkcie, a výsledky zakreslím do cartesian sústavy tak mám graf :).
Ale maľovať nebudeme. Stačí vedieť, že priebeh tohto diskrétneho rozdelenia je také, že funkcia rýchlo vyrastie a potom klesá do malinkatých hodnôt zvyčajne pomalšie ako rástla. Od lambdy závisí kde bude maximum, (tak to cítime, nemusí byť true všetko čo píšem). No a my sa v podstate snažíme nájsť maximum funkcie… nieje to také jednoduché ako na matematickej analýze, tu musíme počítať…



čiže funkcia:

$$f(k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}$$

cítime že okolo $k = 4$ bude max
tak dosadíme pre istotu 3

$f(3) = \frac{4.7^3 e^{-4.7}}{3!} \approx 0.157$ // jedná hodnota nám zatiaľ nič nepovie, myslíme, že maximalný počet volajúcich je vyšie ako 3, tak ideme na 4

$f(4) = \frac{4.7^4 e^{-4.7}}{4!} \approx 0.184$ // a hľa, skutočne budú 4 telefonáty s väčšou pravdepodobnosťou, a čo ak 5 ešte viac? lets see

$f(5) = \frac{4.7^5 e^{-4.7}}{5!} \approx 0.173$ // tak teda nie, končíme, lebo už budeme len klesať…

a [odpoveď] je 4 a 0.184...
http://keisan.casio.com/exec/system/1180573180

4.

Životnosť zariadenia v rokoch je náhodná premenná X s exponenciálnym rozdelením s parametrom λ = 0.25. Vypočítajte strednú hodnotu náhodnej premennej $Y = 3X^2 - 2X + 1$.

$X \sim Exp(\lambda = 0.25)$

$Y = 3X^2 - 2X + 1$

$E(Y) = E(3X^2 - 2X + 1)$

$= E(3X^2) - E(2X) + E(1)$

$= 3E(X^2) - 2E(X) + 1$

teraz potrebujeme $E(X^2)$ a $E(X)$

druhé je jasná vec, máme to v ťaháku $E(X) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\frac{1}{4}} = 4$

$E(X^2)$ však v ťaháku nie je, no máme varianciu ako ju využiť? použijeme vzťah

$var(X) = E(X^2) - (EX)^2$

$\frac{1}{\lambda^2} = E(X^2) - 4^2$

$E(X^2) = 16 + 16 = 32$

a vrátime sa hore …

$E(Y) = 3 * 32 - 2 * 4 + 1 = 89$ **[odpoveď]**

5.

Na falošnej kocke sa jednotlivé výsledky 1 až 6 nadobúdajú s pravdepodobnosťami určenými tabuľkou

x_i	1	2	3	4	5	6
$f(x_i)$	0.4	0.2	0.1	0.1	0.1	0.1

Použite Centrálnu limitnú vetu a určte aký najmenší počet hodov n treba na to, aby sa aritmetický priemer odchyľoval od strednej hodnoty o menej než 0.1 s pravdepodobnosťou 0.95.

E(x)= 2.6 // odkial dostaneme toto? a aj var(x)

var(x)=3,04

$S_n = X_1 + X_2 + ... + X_n \sim N(2.6n, 3.04n)$

$priemer = \widehat{X} = \frac{S_n}{n}$

$P(\widehat{X} - E(X) < 0.1) = P(\frac{S_n}{n} - 2.6 < 0.1) = P(S_n < 2.7n)$

$P(N^0 < \frac{2.7n - 2.6n}{\sqrt{3.04n}}) = 0.95$ //tuto by malo byt 0,975 nie? a potom vysledok =

1168 //+1 //nem értem

$$= P(N^0 < \frac{0.1n}{\sqrt{3.04}\sqrt{n}})$$

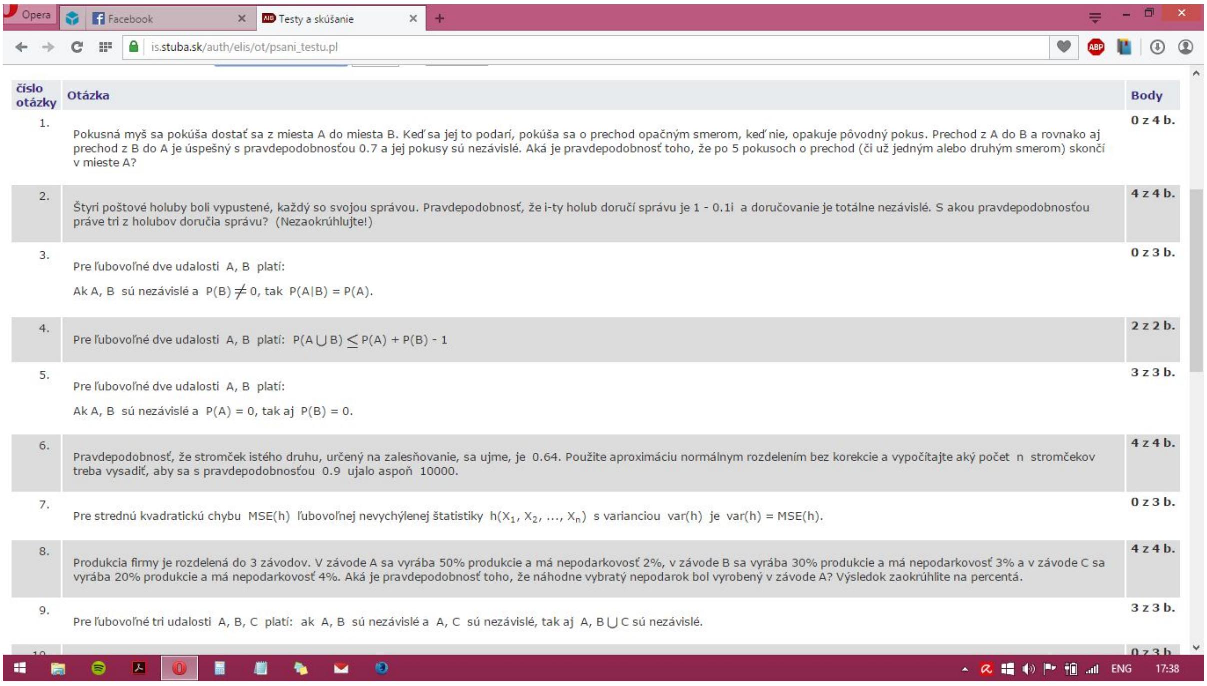
$$\frac{0.1n}{\sqrt{3.04}\sqrt{n}} = 1.645$$ // 0.950 kvantil z tabulky

$$\frac{\sqrt{n}\sqrt{n}}{10\sqrt{3.04}\sqrt{n}} = 1.645$$

$$\frac{\sqrt{n}}{10\sqrt{3.04}} = 1.645$$

$$\sqrt{n} = 16.45 * \sqrt{3.04}$$

$$n = 16.45^2 * 3.04 \approx 823$$



číslo otázky	Otázka	Body
1.	Pokusná myš sa pokúša dostať sa z miesta A do miesta B. Keď sa jej to podarí, pokúša sa o prechod opačným smerom, keď nie, opakuje pôvodný pokus. Prechod z A do B a rovnako aj prechod z B do A je úspešný s pravdepodobnosťou 0.7 a jej pokusy sú nezávislé. Aká je pravdepodobnosť toho, že po 5 pokusoch o prechod (či už jedným alebo druhým smerom) skončí v mieste A?	0 z 4 b.
2.	Štyri poštové holuby boli vypustené, každý so svojou správou. Pravdepodobnosť, že i-ty holub doručí správu je 1 - 0.1i a doručovanie je totálne nezávislé. S akou pravdepodobnosťou práve tri z holubov doručia správu? (Nezaokrúhlujte!)	4 z 4 b.
3.	Pre ľubovoľné dve udalosti A, B platí: Ak A, B sú nezávislé a $P(B) \neq 0$, tak $P(A\|B) = P(A)$.	0 z 3 b.
4.	Pre ľubovoľné dve udalosti A, B platí: $P(A \cup B) \leq P(A) + P(B) - 1$	2 z 2 b.
5.	Pre ľubovoľné dve udalosti A, B platí: Ak A, B sú nezávislé a $P(A) = 0$, tak aj $P(B) = 0$.	3 z 3 b.
6.	Pravdepodobnosť, že stromček istého druhu, určený na zalesňovanie, sa ujme, je 0.64. Použite aproximáciu normálnym rozdelením bez korekcie a vypočítajte aký počet n stromčekov treba vysadiť, aby sa s pravdepodobnosťou 0.9 ujalo aspoň 10000.	4 z 4 b.
7.	Pre strednú kvadratickú chybu MSE(h) ľubovoľnej nevychýlenej štatistiky $h(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ s varianciou var(h) je var(h) = MSE(h).	0 z 3 b.
8.	Produkcia firmy je rozdelená do 3 závodov. V závode A sa vyrába 50% produkcie a má nepodarkovosť 2%, v závode B sa vyrába 30% produkcie a má nepodarkovosť 3% a v závode C sa vyrába 20% produkcie a má nepodarkovosť 4%. Aká je pravdepodobnosť toho, že náhodne vybratý nepodarok bol vyrobený v závode A? Výsledok zaokrúhlite na percentá.	4 z 4 b.
9.	Pre ľubovoľné tri udalosti A, B, C platí: ak A, B sú nezávislé a A, C sú nezávislé, tak aj A, $B \cup C$ sú nezávislé.	3 z 3 b.

10. Pre ľubovoľné dve náhodné premenné X, Y so strednými hodnotami platí: Ak X, Y sú nezávislé, potom E(XY) = E(X)E(Y). **0 z 3 b.**

11. Existuje náhodná premenná X s varianciou σ^2, pre ktorú platí: Štatistika **3 z 3 b.**

$$S_n^2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$$

nie je nevychýlenou odhadovou štatistikou pre varianciou σ^2 náhodnej premennej X.

12. Automatická plniaca linka plní konzervy s množstvom náplne (uvedeným na etikete konzervy) 1500 g. Skutočné množstvo náplne je náhodná premenná, ktorá má normálne rozdelenie so strednou (nominálnou) hodnotou 1520 g a smerodajnou odchýlkou 9 g. S akou pravdepodobnosťou je váha náplne aspoň 1500 g? **4 z 4 b.**

13. Z dlhodobých záznamov správy mestskej parkovacej garáže vyplýva, že stredná hodnota parkovacieho času pre jedno auto je 220 min.. Garáž bola v nedávno prestavaná a bol mierne zvýšený parkovací poplatok. Správa garáže by chcela zistiť, či tieto zmeny nejako ovplyvnili správanie sa jej zákazníkov, konkrétne, či sa zmenila stredná hodnota parkovacieho času. Za tým účelom realizovali náhodný výber parkovacích časov 50 áut a získali výberový aritmetický priemer 208 min. a výberovú smerodajnú odchýlku 80 min. Na hladine významnosti α = 0.05 testujte hypotézu H_o: $\mu = 220$ proti H_1: $\mu \neq 220$ a rozhodnite o zistení pre správu garáže. Konkrétne, vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky (zaokrúhlenú na 3 desatinné miesta), nájdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o prijatí alebo zamietnutí hypotézy H_o. **0 z 4 b.**

14. Nech náhodná premenná X má Alternatívne rozdelenie pravdepodobnosti s parametrom p. Pomocou testovacej štatistiky $S_4 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ testujeme hypotézu $H_0 : p = 0.3$ proti $H_1 : p = 0.6$ tak, že definujeme kritickú oblasť $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : S_4 > 2\}$. Vypočítajte pravdepodobnosť β chyby 2. druhu tohto testu. Nezaokrúhlujte. **0 z 4 b.**

15. Nech je rozdelenie pravdepodobnosti náhodného vektora (X, Y) dané tabuľkou **0 z 4 b.**

X\Y	-1	0	1
1	0.03	0.18	0.02
2	0.13	0.55	0.09

tým účelom realizovali náhodný výber parkovacích časov 50 áut a získali výberový aritmetický priemer 208 min. a výberovú smerodajnú odchýlku 80 min. Na hladine významnosti α = 0.05 testujte hypotézu H_o: $\mu = 220$ proti H_1: $\mu \neq 220$ a rozhodnite o zistení pre správu garáže. Konkrétne, vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky (zaokrúhlenú na 3 desatinné miesta), nájdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o prijatí alebo zamietnutí hypotézy H_o.

14. Nech náhodná premenná X má Alternatívne rozdelenie pravdepodobnosti s parametrom p. Pomocou testovacej štatistiky $S_4 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4$ testujeme hypotézu $H_0 : p = 0.3$ proti $H_1 : p = 0.6$ tak, že definujeme kritickú oblasť $W = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbf{R}^4 : S_4 > 2\}$. Vypočítajte pravdepodobnosť β chyby 2. druhu tohto testu. Nezaokrúhlujte. **0 z 4 b.**

15. Nech je rozdelenie pravdepodobnosti náhodného vektora (X, Y) dané tabuľkou **0 z 4 b.**

X\Y	-1	0	1
1	0.03	0.18	0.02
2	0.13	0.55	0.09

Vypočítajte strednú hodnotu náhodnej premennej $Z = X + Y^2$, t.j. $E(X + Y^2)$. Nezaokrúhlujte.

16. Životnosť zariadenia v rokoch je náhodná premenná X s exponenciálnym rozdelením s parametrom $\lambda = 0.25$. Vypočítajte horný (tretí) kvartil tohto rozdelenia. Odpoveď zaokrúhlite na 4 desatinné miesta. **0 z 4 b.**

17. Jeden z manažérov obchodného reťazca si všimol, že dopyt po rôznych druhoch tovarov sa výrazne líši v dvoch lokalitách. Rozhodol sa preskúmať, či dôvodom nie je rozdielna veková štruktúra zákazníkov. Realizáciou náhodného výberu získal nasledujúce údaje o veku zákazníkov. n_i, resp. $\overline{x}_i$, resp. s_i, resp. μ_i predsavujú rozsah výberu, resp. výberový priemerný vek, resp. výberovú smerodajnú odchýlku, resp. strednú hodnotu v i-tej lokalite. $n_1 = 36$, $\overline{x}_1 = 40$ rokov, $s_1 = 9$ rokov, $n_2 = 49$, $\overline{x}_2 = 35$ rokov, $s_2 = 10$ rokov. Na hladine významnosti α = 0.01 testujte hypotézu H_o: $\mu_1 = \mu_2$ proti H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$ a rozhodnite, či je rozdiel vo veku zákazníkov v dvoch lokalitách. Konkrétne, vypočítajte hodnotu testovacej štatistiky (zaokrúhlenú na 3 desatinné miesta), nájdite kritickú (tabuľkovú) hodnotu a rozhodnite o zamietnutí, resp. nezamietnutí hypotézy H_o. **0 z 4 b.**

- *Späť na zoznam napísaných testov*
- *Späť na zoznam testov k vypracovaniu*