

Úloha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	SPOLU
MaxBody	4	6	6	6	6	4	5	5	4	4	50
Body											

1. Usporiadajte funkcie podľa asymptotického rastu vzostupne. Svoje tvrdenie dokažte.

$$n^{\log_2 n}, \quad e^n, \quad (\ln n)^n, \quad \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^{\frac{6}{5}}}$$

2. Určte výpočtom presný počet hviezdíčiek, ktoré vypíše *proc0*. Porovnajzte jej asymptotický rast s  $n^3$ .

---

```
void proc0(int n) {
    int i, m=1;
    for (i=0; i<n; i++) m *= n;
    for (i=1; i<=m; i *= 2) printf("*");
}
```

---

3. Určte výpočtom presný počet hviezdíčiek, ktoré vypíše *proc1*.

---

```
void proc1(int n) {
    if (n>0) {
        proc1(n-1);
        for (int i=0; i<n; i++) printf("***");
        proc1(n-1);
        printf("*");
    }
}
```

---

Vzorec:  $1 + x + x^2 + \dots x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}; \quad x \neq 1$

4. Použitím Master Theorem určte asymptoticky tesné hranice pre nasledujúce rekurencie :

- (a)  $T(n) = T(n/3) + \log^3 n$   
 (b)  $T(n) = 2T(n/3) + n/\log n$   
 (c)  $T(n) = 8T(n/3) + (n \log n)^2$

5. Na kôpke je  $n$  zápaliek. Dvaja hráči sa pravidelne striedajú v ťahoch. Hráč, ktorý je na ťahu, môže z kôpky zobrať 1, 3 alebo 7 zápaliek alebo presne jednu štvrtinu zápaliek, ak je počet zápaliek na kôpke deliteľný štyrmi. Vyhráva hráč, ktorý vezme z kôpky poslednú zápalku. Pre  $n = 12, 13, 14, 15, 16, 17$  určte, koľko zápaliek má z kôpky zobrať začínajúci hráč, aby vedel zaručene vyhrať (alebo zdôvodnite, prečo si žiadnym ťahom nemôže zaručiť výhru; ak je možnosť pre daný ťah viac, stačí jedna z nich).

Riešte ako úlohu dynamického programovania vzhľadom na počet zápaliek na kôpke.

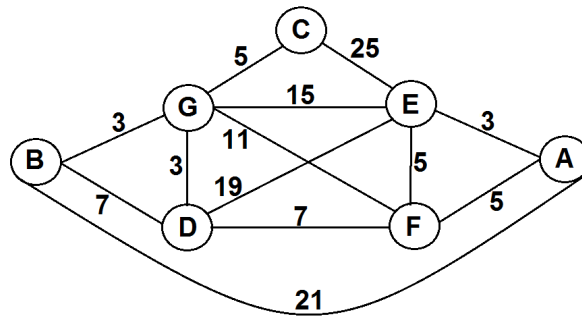
6. Použitím rozšíreného Euklidovho algoritmu vypočítajte  $594^{-1} \bmod 1211$ .

7. Pomocou FFT vypočítajte koeficienty polynómu  $C = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3$ , ktorý je súčinom polynómov  $A = a_0 + a_1x$  a  $B = b_0 + b_1x + b_2x^2$ , ak viete, že  $FFT(a_0, a_1, 0, 0) = (4, 3+i, 2, 3-i)$  a  $FFT(b_0, b_1, b_2, 0) = (5, 1, 5, 1)$ .

8. Vypočítajte prefixovú funkciu z algoritmu KMP pre reťazec  $P = aaacaaaac$  a potom pomocou nej zostavte konečný automat na nájdenie reťazca  $P$  v texte. Napíšte vzťah, na základe ktorého ste automat zostavili.

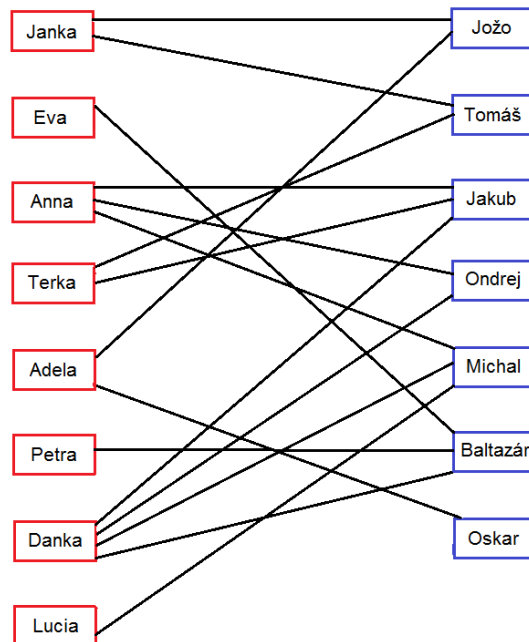
$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$P(i)$										
$\pi(i)$										

$i$	$a$	$c$
0		
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		



Obr. 1: Graf 1

9. Je daný neorientovaný Graf 1 s množinou vrcholov A, B, C, D, E, F, G a váhami hrán podľa Obr. 1. Pomocou Dijkstrovho alebo Floydovho-Warshallovho algoritmu nájdite najkratšiu cestu z vrchola B do vrchola A.
10. Na Obr. 2 sú hranou spojené tie dvojice chlapcov a dievčat, ktoré sú si na základe istého výskumu sympatické. Použitím toku v sieti nájdite maximálny počet dizjunktných párov dievča-chlapec, ktorý by sa z nich dal vytvoriť. Nájdene páry vypíšte. Aký je ich maximálny počet?



Obr. 2: Dvojice podľa sympatií