

Úloha	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	SPOLU
MaxBody	4	6	6	6	6	4	5	5	4	4	50
Body											

1. Usporiadajte funkcie podľa asymptotického rastu vzostupne. Svoje tvrdenie dokažte.

$$\left(\frac{11}{10}\right)^{n^2}, \quad 3^{\sqrt{n}}, \quad (\log_2 n)^n, \quad \left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^3}$$

2. Určte výpočtom presný počet hviezdíčiek, ktoré vypíše *proc0*. Porovnajzte jej asymptotický rast s  $n^2$ .

---

```
void proc0(int n) {
    int i, m=1;
    for (i=1; i<=n; i++) m *= i;
    for (i=1; i<=m; i *= 2) printf("*");
}
```

---

3. Určte výpočtom presný počet hviezdíčiek, ktoré vypíše *proc1*.

---

```
void proc1(int n) {
    if (n>0) {
        proc1(n-1);
        for (int i=0; i<n; i++) printf("**");
        proc1(n-1);
        printf("****");
        proc1(n-1);
    }
}
```

---

Vzorec:  $1 + x + x^2 + \dots x^{n-1} = \frac{1-x^n}{1-x}; \quad x \neq 1$

4. Použitím Master Theorem určte asymptoticky tesné hranice pre nasledujúce rekurencie :

(a)  $T(n) = T(n/2) + \log^2 n$

(b)  $T(n) = 2T(n/2) + \sqrt{n}$

(c)  $T(n) = 3T(n/2) + (n \log n)^2$

5. Na kôpke je  $n$  zápaliek. Dvaja hráči sa pravidelne striedajú v ťahoch. Hráč, ktorý je na ťahu, môže z kôpky zobrať 1, 2 alebo 5 zápaliek alebo presne jednu tretinu zápaliek, ak je počet zápaliek na kôpke deliteľný tromi. Vyhráva hráč, ktorý vezme z kôpky poslednú zápalku. Pre  $n = 12, 13, 14, 15, 16, 17$  určte, koľko zápaliek má z kôpky zobrať začínajúci hráč, aby vedel zaručene vyhrať (alebo zdôvodnite, prečo si žiadnym ťahom nemôže zaručiť výhru; ak je možností pre daný ťah viac, stačí jedna z nich).

Riešte ako úlohu dynamického programovania vzhľadom na počet zápaliek na kôpke.

6. Použitím rozšíreného Euklidovho algoritmu vypočítajte  $595^{-1} \bmod 1214$ .

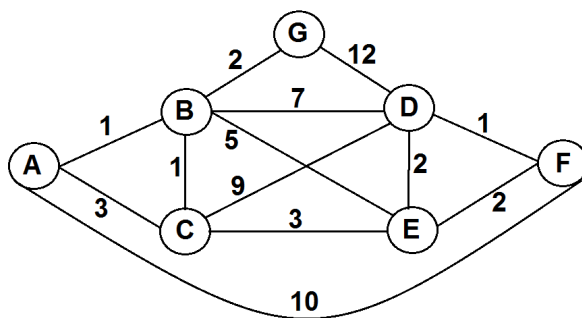
7. Pomocou FFT vypočítajte koeficienty polynómu  $C = c_0 + c_1x + c_2x^2 + c_3x^3$ , ktorý je súčinom polynómov  $A = a_0 + a_1x$  a  $B = b_0 + b_1x + b_2x^2$ , ak viete, že  $FFT(a_0, a_1, 0, 0) = (-4, 1 - 5i, 6, 1 + 5i)$  a  $FFT(b_0, b_1, b_2, 0) = (0, 1 - 3i, 6, 1 + 3i)$ .

8. Vypočítajte prefixovú funkciu z algoritmu KMP pre reťazec  $P = aabaacaabaa$  a potom pomocou nej zostavte konečný automat na nájdenie reťazca  $P$  v texte. Napíšte vzťah, na základe ktorého ste automat zostavili.

$i$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$P(i)$												
$\pi(i)$												

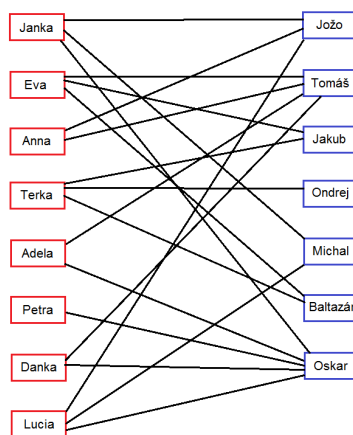
$i$	$a$	$b$	$c$
0			
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			

9. Je daný neorientovaný Graf 1 s množinou vrcholov A, B, C, D, E, F, G a váhami hrán podľa Obr. 1. Pomocou Dijkstrovho alebo Floydovho-Warshallovho algoritmu nájdite najkratšiu cestu z vrchola A do vrchola F.



Obr. 1: Graf 1

10. Na Obr. 2 sú hranou spojené tie dvojice chlapcov a dievčat, ktoré sú si na základe istého výskumu sympatické. Použitím toku v sieti nájdite maximálny počet dizjunktných párov dievča-chlapec, ktorý by sa z nich dal vytvoriť. Nájdene páry vypíšte. Aký je ich maximálny počet?



Obr. 2: Dvojice podľa sympatií