

Podpíšte tento list aj dvojhárok – meno, priezvisko a osobné číslo.

Odpovede píšete priamo na tento list všade, kde sa to dá (máte to aj naznačené). Pracujete samostatne a odovzdáte len výsledky vlastnej práce, dosiahnuté bez pomoci.

Meno a priezvisko:

osobné číslo:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	bonus	
3	3	4	4	5	4	2	6	4	10	10	
3	3	2	0	5	4	2	2	8	/	0	29

A 3 Uvažujte prázdnu rozptylovú tabuľku, ktorej veľkosť je ⁹ (miest pamäti) a rozptylová funkcia je $h(x) = i(x) \bmod 9$, kde $i(x)$ je poradové číslo písmena x v (anglickej) abecede, pričom kolízie sa riešia lineárnym skúšaním. Nakreslite náčrt stavu po vložení postupnosti prvkov (kľúčov) H O L U B I C A. (Nekreslite priebežné stavy.)

x	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
i(x)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

riešenie:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	A	B	L	U	C	O		H	

B 3 Uvažujte prázdnu rozptylovú tabuľku, ktorej veľkosť je ¹¹ (miest pamäti) a rozptylová funkcia je $h(x) = x \bmod 11$, pričom kolízie sa riešia a) zret'azením b) lineárnym skúšaním. Nakreslite náčrt stavu po vložení postupnosti prvkov (kľúčov) 6, 20, 29, 16, 21, 18, 11, 34.

a)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	34				16	6	29		20	21

↓
18

b)

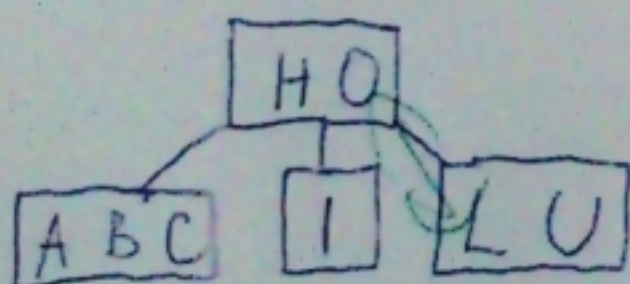
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	34				16	6	29	18	20	21

C 4 Nakreslite 2-3-4 strom, ktorý vznikne postupným vkladáním kľúčov

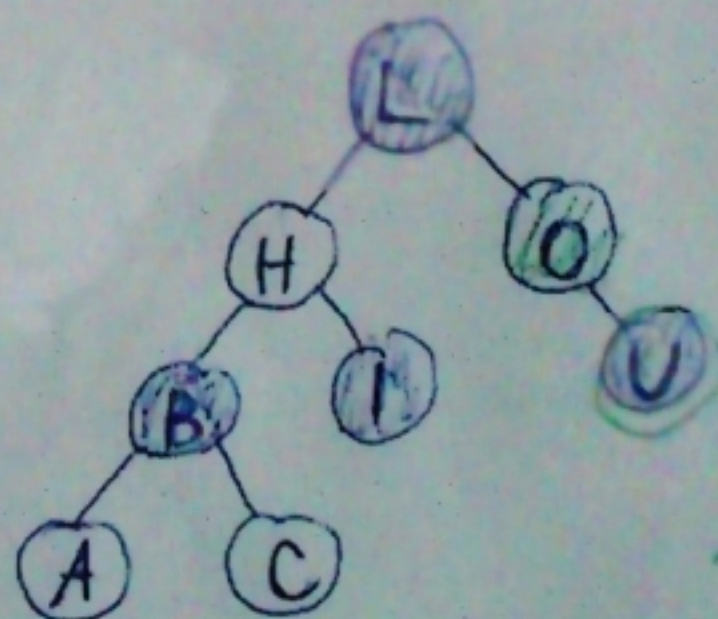
H O L U B I C A

do stromu, ktorý bol na začiatku prázdny.

Nakreslite červeno-čierny strom, ktorý vznikne postupným vkladáním tých istých kľúčov do stromu, ktorý bol na začiatku prázdny.



2,3,4 strom



č-č strom

č - čierny

č - červený

vrchol O - čierny
vrchol U - červený

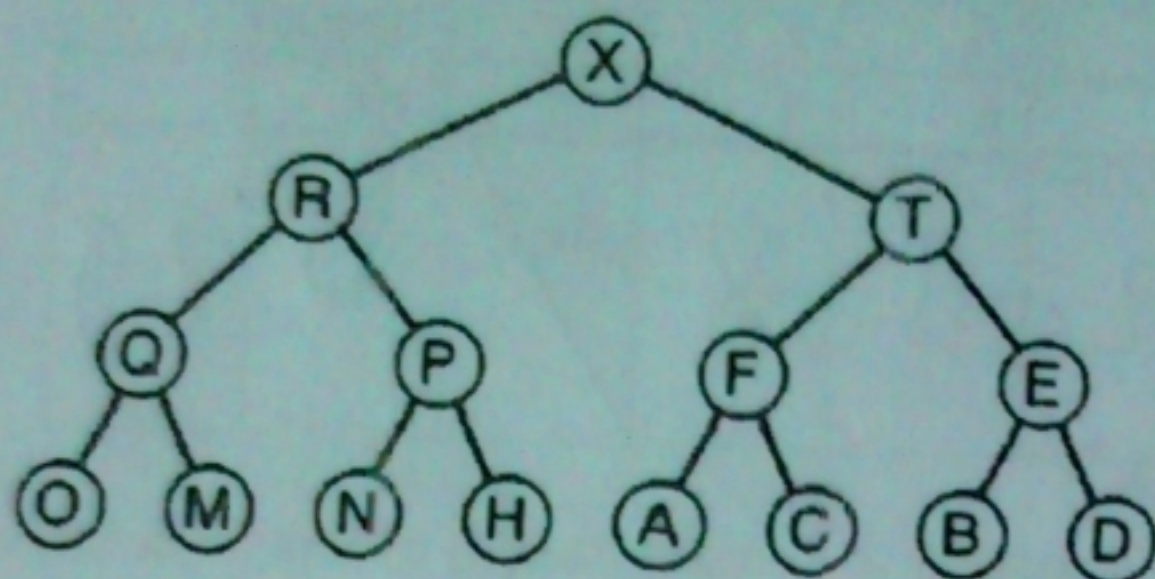
Podpíšte tento list aj dvojhárok – meno, priezvisko a osobné číslo.

Odpovede píšete priamo na tento list všade, kde sa to dá (máte to aj naznačené). Pracujete samostatne a odovzdáte len výsledky vlastnej práce, dosiahnuté bez pomoci.

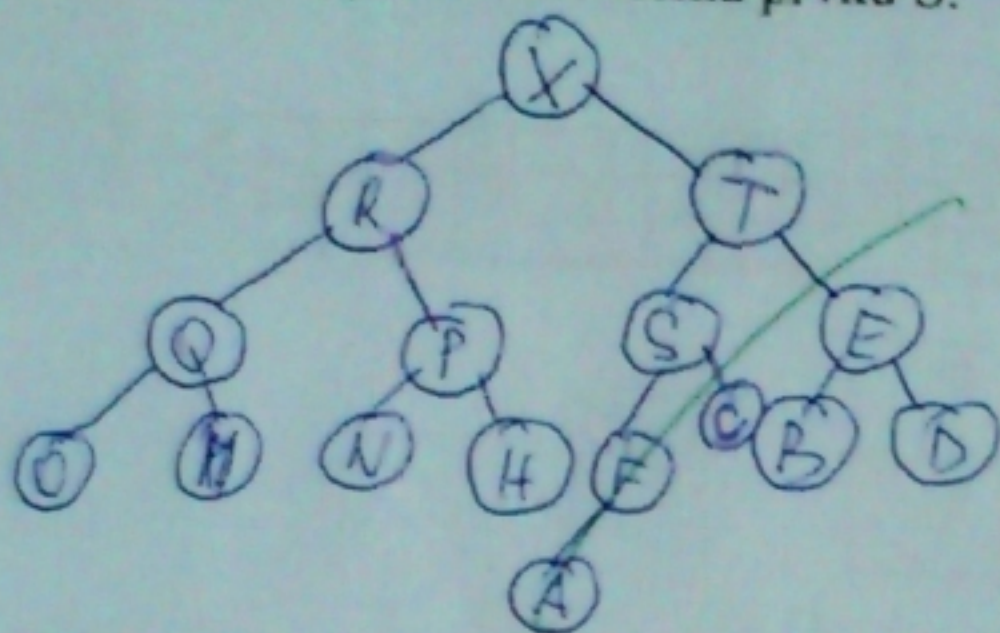
Meno a priezvisko:

osobné číslo:

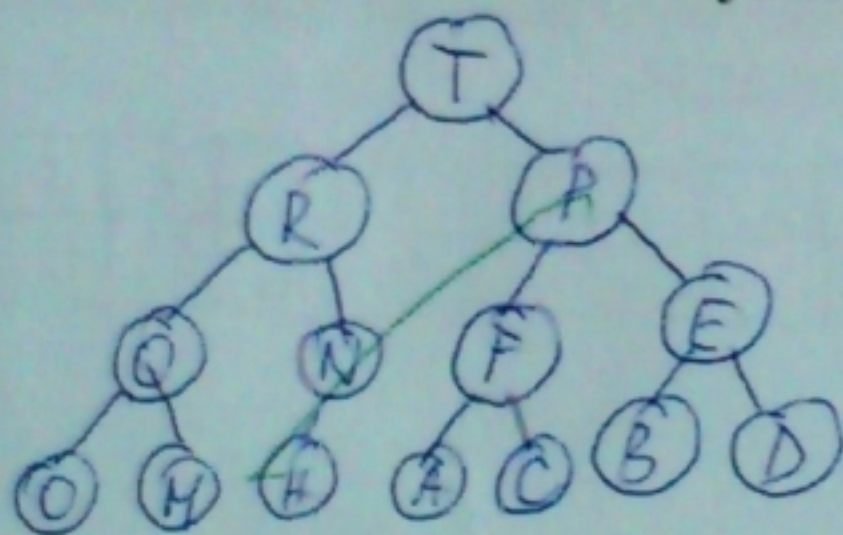
D 4 Uvažujte túto max-haldu (relácia usporiadania je daná abecedou).



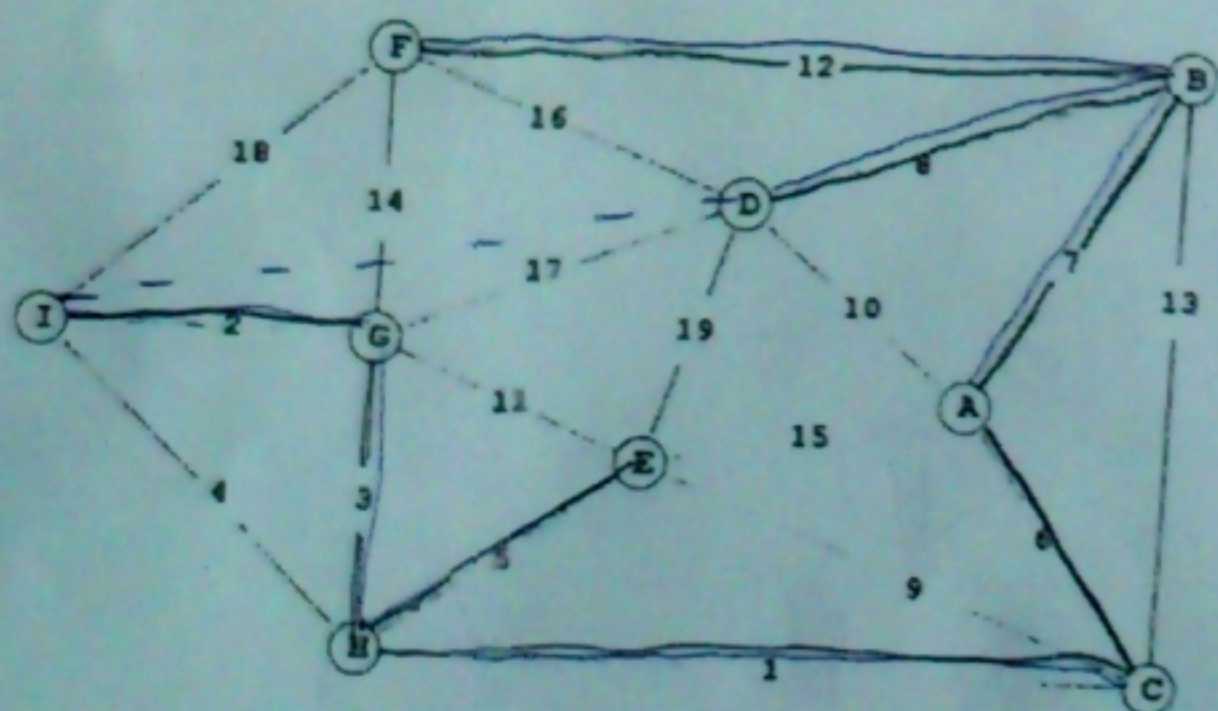
a) Nakreslite výsledok vloženia prvku S.



b) Nakreslite výsledok zrušenia najväčšieho prvku z pôvodnej haldu (t.j. pred vložením S).



E 5 Uvažujte tento hranovo ohodnotený neorientovaný graf s 9 vrcholmi a 19 hranami. Všimnite si, že váhy hrán sú rôzne celé čísla od 1 do 19.



Podpíšte tento list aj dvojhárok – meno, priezvisko a osobné číslo.

Odpovede píšete priamo na tento list všade, kde sa to dá (máte to aj naznačené). Pracujete samostatne a odovzdáte len výsledky vlastnej práce, dosiahnuté bez pomoci.

Meno a priezvisko:

osobné číslo:

- a) Napište postupnosť hrán, ktoré zaradí Kruskalov algoritmus do minimálnej kostry grafu, v poradí, v akom ich zaraďuje.

1 2 3 5 6 7 8 12 2

- b) Predpokladajte, že hrana D-I s váhou w sa pridá do grafu. Čo musí platiť o w , aby sa hrana D-I dostala do minimálnej kostry grafu?

- mala by byť menšia ako váha hrany B-D, čiže $w < 8$

- c) Napište postupnosť hrán, ktoré zaradí Primov algoritmus do minimálnej kostry grafu, v poradí, v akom ich zaraďuje. Algoritmus začína vo vrchole A.

6 1 3 2 5 ~~7~~ 8 12 2

F 4 Nizšie je naznačená tabuľka všetkých možných tvarov 2-3-4 stromov, ktoré môžu vzniknúť vložením N rôznych kľúčov do stromu, ktorý bol na začiatku prázdny, pre N od 1 po 6. V ľavom stĺpci je počet kľúčov, v ďalšom stĺpci je počet možných rôznych tvarov stromov s toľkými kľúčmi a ďalej vpravo sú nakreslené tie tvary.

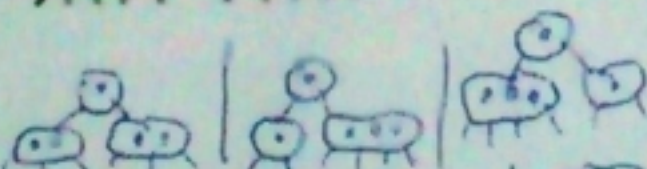
Doplňte posledné dva riadky tabuľky (nakreslite 3 tvary stromov s 5 kľúčmi a napíšte počet rôznych tvarov stromov s 6 kľúčmi a nakreslite ich),

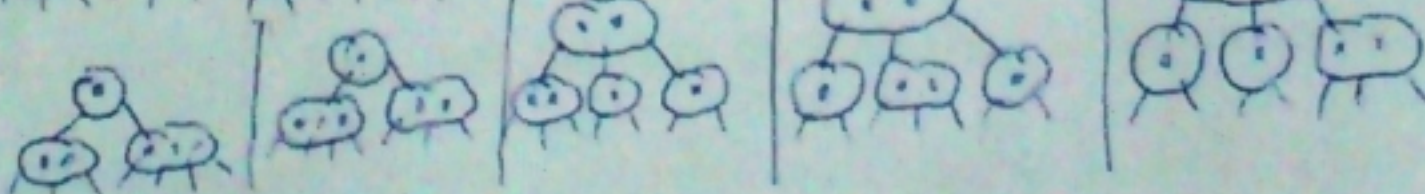
1 1 

2 1 

3 1 

4 2 

5 3 

6 5 

G 2 Majme binárny vyhľadávací strom s číslami z intervalu $[1, 1000]$. Chceme nájsť číslo 501. Môže byť táto postupnosť postupnosťou, v akej sa postupne pri hľadaní navštevujú vrcholy? Prečo áno alebo prečo nie? (Pri zdôvodnení si pomôžte obrázkom.)

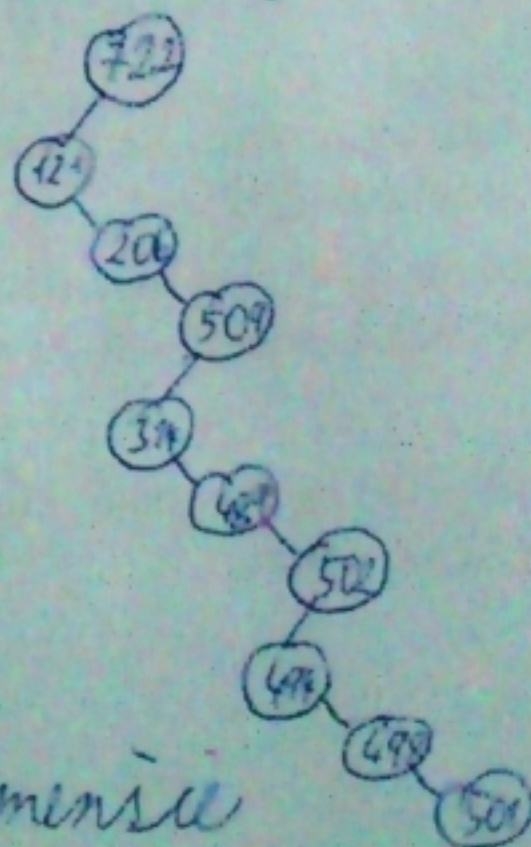
722, 121, 206, 509, 314, 489, 502, 494, 498, 501.

- áno môže, navštevované vrcholy spĺňajú podmienku BVS

~~menšie čísla ako otec~~

~~väčšie čísla, ako daný vrchol~~

↳ ľavý podstrom vrcholu obsahuje menšie čísla a pravý podstrom väčšie



Podpíšte tento list aj dvojhárok – meno, priezvisko a osobné číslo.

Odpovede píšete priamo na tento list vľade, kde sa to ilá (máte to aj naznačené). Pracujete samostatne a odovzdáte len výsledky vlastnej práce, dosiahnuté bez pomoci.
Meno a priezvisko: _____ osobné číslo: _____

H 6 bodov Napíšte algoritmus, ktorý usporiada postupnosť celých čísel z intervalu (0, 1000) zapísaných v $A[1..n]$ v zostupnom poradí. Napíšte asymptotický odhad časovej zložitosti Vášho algoritmu vyjadrený pomocou počtu operácií sprístupnenia prvku poľa alebo pomocou nejakej inej realistickej metriky. Čím rýchlejší algoritmus napíšete, tým bude zaň viac bodov.

Riešenie môžete písať na dvojhárok, označte „sort.“

I 10 Dynamické určovanie mediánu. Načítava sa veľký počet čísel, ktoré sú všetky navzájom rôzne. Treba stále udržiavať hodnotu mediánu už prečítanej množiny čísel. Napr. po prečítaní čísel 2 9 7 4 1 treba vrátiť 4. Keď sa ďalej prečítajú čísla 6 8 5 a vyžiada sa medián, treba vrátiť 5 alebo 6. Pri navrhovaní riešenia treba dodržať tieto požiadavky:

Možno použiť pomocnú pamäť iba v konštantnom rozsahu (navyššie toho, čo treba pre zapísanie samotných čísel).

Na vrátenie mediánu máte iba konštantný čas.

Na spracovanie n -tého prvku máte čas, najviac úmerný $\log n$.

Možno zmazať časť už prečítaných čísel tak, aby sa neskôr vždy dal určiť medián všetkých prečítaných čísel?

ano
nie

1

(zakrúžkujte)

Predpokladajme, že sa načítalo n čísel a ich medián je v . Ktoré z týchto tvrdení platia o mediáne po spracovaní $n+1$. prvku?

A. Nezmenil sa.

B. Je to najväčšie z čísel menších ako v .

C. Je to najmenšie z čísel väčších ako v .

D. Buď A. alebo B. alebo C.

E. Buď B. alebo C, ale nie A.

F. Môže to byť ľubovoľné z doteraz prečítaných čísel.

(zakrúžkujte)

2

Jednou či dvoma vetami opíšte, ako by ste vyriešili tento problém. (naozaj 2 vety, nie viac!)

dve vety:

načítavane čísla by som udržiaval v
binárnej halde.

Bonus 10 Navrhните algoritmus na nájdenie najčastejšie sa vyskytujúceho prvku (symbolu alebo celého čísla) v danej postupnosti dĺžky n :

a) prvky sú symboly z nejakej usporiadanej množiny

b) prvky sú celé čísla z nejakeho intervalu $[0, q]$.

Algoritmus musí byť čo najrýchlejší. Urobte odhad jeho časovej zložitosti a odôvodnite ho. Algoritmus opíšte v algoritmickom jazyku.