
Matematika 4 — Logika pre informatikov

Teoretická úloha 2

Riešenie hodnotenej časti tejto úlohy **odovzdajte** najneskôr v pondelok **4. marca 2019 o 11:30** na prednáške.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh.

Číslo úloh v zátvorkách odkazujú do zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: <https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/teoreticke/zbierka.pdf>.

Cvičenie 1. (2.1.5) Zakreslite vytvárajúce stromy pre formuly:

- a) $\neg(q \wedge p)$
- b) $(\neg p \rightarrow q)$
- c) $((p \vee p) \rightarrow (p \wedge q)) \vee (\neg(p \wedge q) \rightarrow q)$

Cvičenie 2. (2.1.6) Určte stupeň formúl z cvičenia 1.

Cvičenie 3. (2.3.1) Majme danú množinu výrokových premenných $\mathcal{V} = \{p, q, r\}$ a jej ohodnotenie $v = \{p \mapsto t, q \mapsto f, r \mapsto f\}$. Zistite, či ohodnotenie v spĺňa nasledovné formuly:

- a) $(p \wedge (\neg q \rightarrow r))$
- b) $((r \wedge q) \rightarrow \neg p)$
- c) $((\neg p \vee \neg q) \vee \neg r)$
- d) $(r \rightarrow ((p \vee \neg p) \wedge \neg(q \rightarrow r)))$

Formuly a) a c) vyhodnoťte postupom *zhora nadol*, formuly b) a d) postupom *zdola nahor* (viď zbierka).

Cvičenie 4. (2.3.2) O každej z nasledujúcich formúl nad $\mathcal{V} = \{p, q, r\}$ rozhodnite, či je i. tautológia, ii. splniteľná, iii. falzifikovateľná, iv. nespĺniteľná. Rozhodnite o všetkých možnostiach a rozhodnutia zdôvodnite.

- a) $((p \rightarrow p) \rightarrow p) \rightarrow \neg p$
- b) $((p \wedge \neg p) \vee (p \vee \neg p))$
- c) $\neg((p \vee r) \vee (\neg p \vee q))$


Cvičenie 5. (2.1.9) Zadefinujte nasledujúce funkcie nad výrokovými formulami:

- a) $\text{vars}(A)$ — množinu všetkých výrokových premenných formuly A ;
- b) $\text{vcount}(A, p)$ — počet výskytov výrokovej premennej p vo formule A .

Cvičenie 6. (2.3.3) Zadefinujte

- i. pojem vytvárajúci strom pre formulu X ,
- ii. vzťah ohodnotenie v spĺňa formulu X ($v \models X$)

pre výrokovú logiku s jedinou spojkou \uparrow (Shefferova spojka, NAND), ktorá je binárna. Neformálne je formula $(A \uparrow B)$ pravdivá práve vtedy, keď nie je súčasne pravdivé A aj B .

 Pre definíciu vzťahu spĺňania nie je uvedené neformálne vyjadrenie významu dostatočné.

Hodnotená časť

Úloha 1. (2.3.2) O nasledujúcej formule nad $\mathcal{V} = \{p, q\}$ rozhodnite, či je i. tautológia, ii. splniteľná, iii. falzifikovateľná, iv. nespĺniteľná. Rozhodnite o všetkých možnostiach a rozhodnutia zdôvodnite.

$$((p \wedge q) \rightarrow (\neg p \wedge q))$$


Úloha 2. (2.1.9) Zadefinujte nasledujúce funkcie nad výrokovými formulami:

- a) $\text{subfs}(A)$ — množinu všetkých podformúl formuly A ;
- b) $\text{bccount}(A, b)$ — počet výskytov binárnej spojky b vo formule A .

Úloha 3. (2.3.3) Zadefinujte

- i. pojem vytvárajúci strom pre formulu X ,
- ii. vzťah ohodnotenie v spĺňa formulu X ($v \models X$)

pre výrokovú logiku, ktorá má iba dve spojky: \vee (exkluzívne alebo, XOR) a \rightarrow , pričom obe sú binárne. Neformálne je formula $(A \vee B)$ pravdivá práve vtedy, keď je práve jedna z formúl A a B pravdivá.

 Pre definíciu vzťahu spĺňania nie je uvedené neformálne vyjadrenie významu dostatočné.