Matematika 4 – Logika pre informatikov
Teoretická úloha 1

Riešenie hodnotených častí teoretickej úlohy **odovzdajte** najneskôr v pondelok **25. februára 2019 o 11:30** na prednáške.

Hodnotené časti sú vyznačené v ich záhlaví.

Odovzdané riešenia musia byť **čitateľné** a mať primerane **malý** rozsah. Ohodnotené riešenia poskytneme k nahliadnutiu, ale **nevrátime** vám ich, uchovajte si kópiu. Na riešenia všetkých úloh sa vzťahujú všeobecné **pravidlá** zverejnené na adrese `https://dai.fmph.uniba.sk/w/Course:Mathematics_4/sk#pravidla-uloh`.

Čísla úloh v zátvorkách pochádzajú zo zbierky, v ktorej nájdete ďalšie úlohy na precvičovanie a vzorové riešenia: `https://github.com/FMFI-UK-1-AIN-412/lpi/blob/master/teoreticke/zbierka.pdf`.

Úloha 1 (1.0.1, 1.0.2, 1.0.4). Stav sveta, v ktorom sú pravdivé všetky tvrdenia teórie, je jej ....

Tvrdenie, ktoré je pravdivé vo všetkých stavoch sveta, v ktorých je pravdivá teória, je jej ....

Usudzovacie pravidlá, ktoré z pravdivých premís vždy odvodia pravdivé závery, nazývame ....

Úloha 2 (2.1.2, 2.1.3). Rozhodnite, či nasledovné postupnosti symbolov sú formulami nad nejakou množinou výrokových premenných $\mathcal{V}$.

V prípade kladnej odpovede určte množinu $\mathcal{V}$ a nájdite dve rôzne vytvárajúce postupnosti. Zápornú odpoveď stručne zdôvodnite.

a) *hrmí*

b) $(a \land \neg a)$

c) $\neg\neg\neg$*koľko_je_hodín?*

d) $\neg\neg\neg p \to \neg\neg q$

e) $(\forall x \lor \neg\, \exists y)$

f) $(\neg(\neg wow))$

g) $(\neg\neg a \neg \to \neg\neg(b \lor c))$

h) $\forall x\, ((student(x) \land \neg studies(x)) \to fails\_exam(x))$

i) $(((p \lor p) \to (p \land q)) \lor (\neg(p \land q) \to q))$

j) $(edo = vrátnik \lor edo = otec(ivana))$

Úloha 3 (hodnotená, 2.1.10). Sformulujte základné definície syntaxe výrokovej logiky s binárnymi spojkami $\veebar$ („exkluzívne alebo“, XOR) a $\to$. Formuly nemajú obsahovať iné spojky.

Riešenie pozostáva z definícií pojmov

i. *symboly* jazyka výrokovej logiky,
ii. *výroková formula* nad množinou výrokových premenných.
iii. *vytvárajúca postupnosť* a *vytvárajúca postupnosť pre formulu*.

💡 Symbol $\veebar$ pre xor sa zapisuje v LaTeXu s balíkom `amssymb` ako `\veebar`, v HTML5 ako `⊻`, v Unicode má číslo 0x022BB.

Úloha 4 (hodnotená, 2.2.3). Sformalizujte nasledujúce vety v jazyku výrokovej logiky. Zvoľte vhodnú spoločnú množinu výrokových premenných $\mathcal{V}$ a popíšte význam použitých premenných.

a) Filip hrá futbal a Eva volejbal.
b) Ondrej hrá basketbal, ale Filip nie.
c) Eva nehrá futbal, ak ho nehrá ani Ondrej.
d) Filip hrá futbal, alebo Filip nehrá futbal, iba ak Ondrej hrá basketbal.
e) Buď Filip nehrá futbal, ani Ondrej nehrá basketbal, alebo Filip hrá futbal a Ondrej basketbal.

Úloha 5 (2.2.5). Cieľom tohtotýždňovej praktickej úlohy je vyriešiť nasledujúci logický problém:

> Máme tri osoby, ktoré sa volajú Stirlitz, Müller a Eismann. Vieme, že práve jeden z nich je Rus, kým ostatní dvaja sú Nemci. Navyše každý Rus musí byť špión.
>
> Keď Stirlitz stretne Müllera na chodbe, zavtipkuje: „Vieš, Müller, ty si taký Nemec, ako som ja Rus.“ Je všeobecne známe, že Stirlitz vždy hovorí pravdu, keď vtipkuje.
>
> Máme rozhodnúť, že Eismann nie je ruský špión.

Pripravte sa na ňu tým, že problém sformalizujte vo výrokovej logike.

Pri formalizácii je dôležité zvoliť takú množinu výrokových premenných, aby ste tvrdenia sformalizovali *verne* a príliš *nezjednodušovali*. Napríklad byť Rusom a byť špiónom *nie je* to isté.

Zároveň ale dajte pozor, aby ste vo formalizácii vyjadrili *znalosti na pozadí*, teda aby vaša teória nepripúšťala nejaké nečakané možnosti. Napríklad sa nesmie stať, že niekto nie je ani Rus ani Nemec, alebo niekto je zároveň Rus aj Nemec.