Leitungen

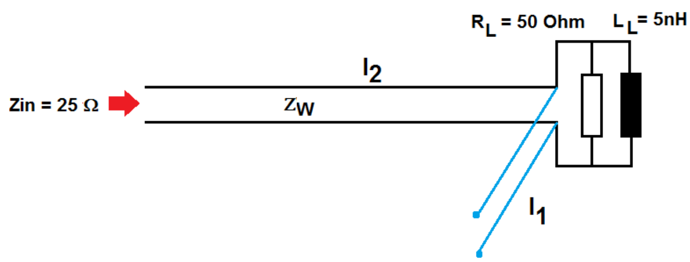
Beispiel 1

Bestimme die Länge l_1 und den Wellenwiderstand Z_W damit bei

f = 600 MHz

- Z_{in} = 25 Ohm

beträgt.



Für die Stichleitung kann ein beliebiger Wellenwiderstand angenommen werden. Üblich ist 50 Ohm.

Lösung

Bei 600MHz hat die Induktivität von L=5nH

$Z_L = j2\pi fL = j2\pi 600Mhz * 5nH = j18{,}85\Omega$

Wir benötigen daher einen kapazitiven Widerstand der Stichleitung von

Z $_{\text{Stichleitung}}$ = -j18,85 Ω

$$Z_{\text{Stichleitung}} = \boldsymbol{Z_w}\,\frac{\boldsymbol{Z_L} + \cancel{\boldsymbol{j\,Z_w}\,\tan(\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{l})}}{\cancel{\boldsymbol{Z_w}} + \boldsymbol{j\,Z_L}\tan(\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{l})} = \boldsymbol{Z_W} * \frac{\cancel{\boldsymbol{Z_L}}}{\boldsymbol{j}\,\cancel{\boldsymbol{Z_L}}\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{l}\right)} = -\boldsymbol{j}\boldsymbol{Z_W} * \frac{\mathbf{1}}{\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{l}\right)} \overset{!}{=} -\boldsymbol{j}\mathbf{18.85}\Omega$$

$$18.85 = \frac{50}{\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{l}\right)}$$

$$\tan\left(\frac{2\pi}{\lambda}\boldsymbol{l}\right) = \frac{\mathbf{50}}{\mathbf{18.85}} = \mathbf{2.65}$$

$$\frac{2\pi f}{c} l = \arctan(2.65)$$

$$l = \frac{c * \arctan(2.65)}{2\pi f} = \frac{300\cancel{Meg} * \arctan(2.65)}{2 * \pi * 600\ \cancel{Meg}} = 0.0963m = 96{,}3\ mm$$

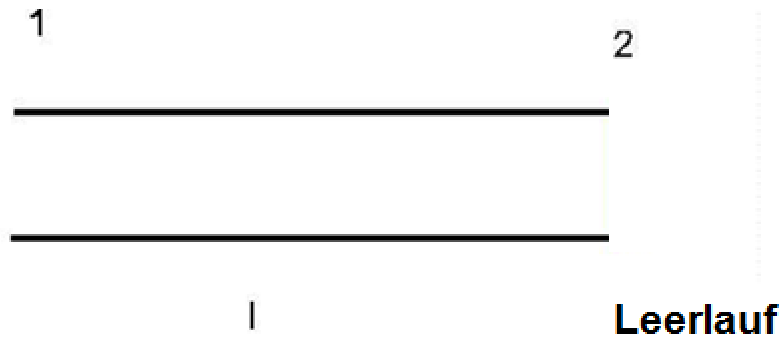
- Wellenwiderstand der Leitung

$$Z_W = \sqrt{50 * 25} = 35.4\Omega$$

- Länge der Leitung

$l = \frac{\lambda}{4} = \frac{c}{4f} = \frac{300Meg}{4*600Meg}$ = 125 mm

Beispiel 2: Leitung als Resonator 5P



Wellenwiderstand = 50 Ohm

Ausbreitungsgeschwindigkeit = C0

Bestimme 2 Serien und 2 Parallelresonanzen der Leitung.

$$Z_{\mathrm{IN}} = \boldsymbol{Z_w} \frac{\boldsymbol{Z_L + j\, Z_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda} l)}}{\boldsymbol{Z_w + j\, Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda} l)}}$$

In unserem Fall is der Lastwiderstand ein Leerlauf, daher gilt:

$$Z_{\mathrm{IN}} = \boldsymbol{Z_w} \frac{\boldsymbol{Z_L + \cancel{j\, Z_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda} l)}}}{\boldsymbol{\cancel{Z_w} + j\, Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda} l)}} = \boldsymbol{Z_W} * \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{j \tan(\frac{2\pi}{\lambda} l)}}$$

Parallelresonanzen:

$\boldsymbol{\infty = Z_W * \frac{1}{j\tan(\frac{2\pi}{\lambda}l)}}$

$\frac{2\pi}{\lambda} l = k\pi$

$$l = \frac{k\lambda}{2} = \frac{kc}{2f}$$

$$f(1) = \frac{c}{2l} = \frac{300Meg}{2*0.2} = 750\ MHz$$

$$f(2) = \frac{2c}{2l} = \frac{2*300Meg}{2*0.2} = 1500\ MHz$$

Serienresonanzen:

$$\boldsymbol{0 = Z_W * \frac{1}{j\tan(\frac{2\pi}{\lambda}l)}}$$

$$\boldsymbol{\frac{2\pi}{\lambda} l = \frac{2\pi f}{c} l = \frac{\pi}{2} + k\pi}$$

$$\boldsymbol{f(1) = \frac{c}{4l} = \frac{300Meg}{4*0.2} = 375\ MHz}$$

$$\boldsymbol{f(2) = \frac{c*\frac{3}{2}}{2l} = \frac{300*1.5}{2*0.2}\ MHz = 1125\ MHz}$$

Beispiel 3

Beweisen Sie, dass mit Hilfe einer $\lambda/4$ Leitung ein HF Transformator (Leitungstransformator) realisiert werden kann. Der Leitungstransformator kann über folgende Beziehung

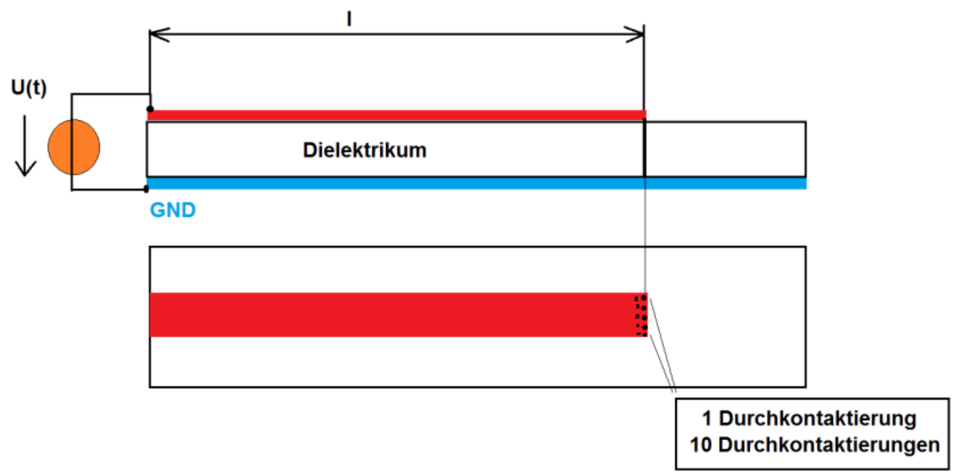
$$Z_W = \sqrt{Z_1 * Z_2}$$

berechnet werden:

Z_1 und Z_2 sind die Abschlussimpedanzen der Leitung.

Beispiel 4

Es soll die Induktivität einer Durchkontaktierungen auf einer Leiterplatte messtechnisch erfasst werden. Dazu wird ein Leitungsstück der Länge l mit einer unterschiedlichen Anzahl von Durchkontaktierungen auf Resonanz ausgemessen.



Es ergibt sich bei **einer** Durchkontaktierung

- l = 150 mm (liegt in der Größenordnung von $\lambda/2$)
- N=1 (Eine Durchkontaktierung)
- $Z_W = 20\ \Omega$
- **fr = 450.2 MHz**

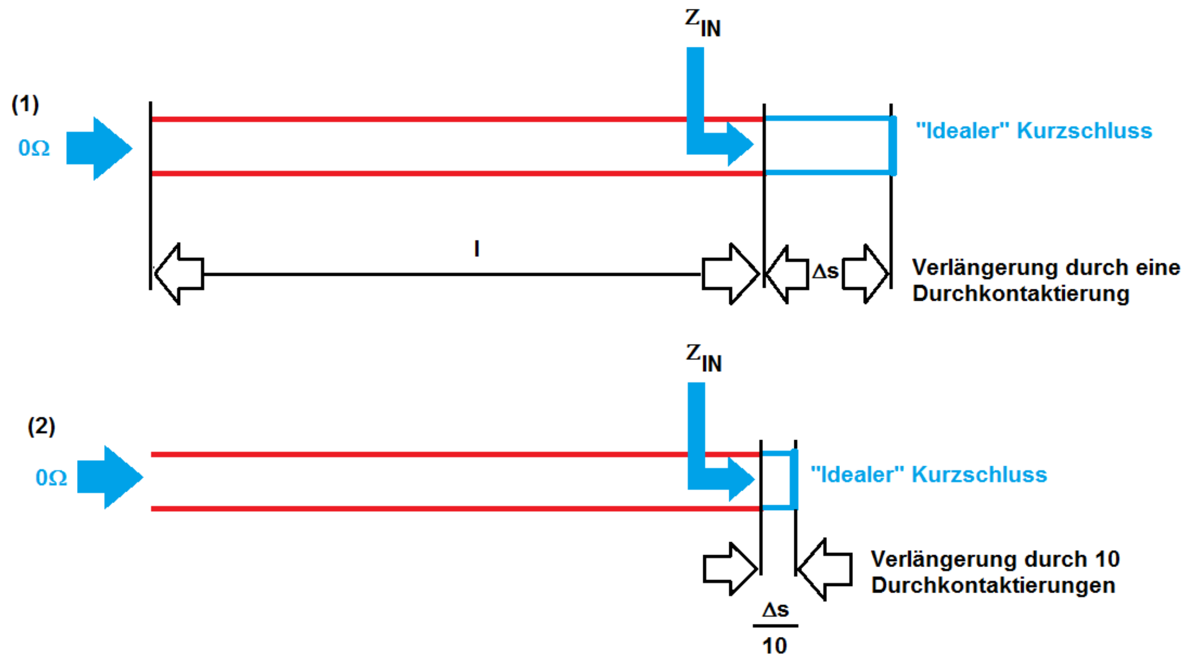
Bei 10 Durchkontaktierungen stellt sich eine Serienresonanzfrequenz von

- **fr = 480,6 MHz** ein.
- (N = 10)

Welche Induktivität hat eine Durchkontaktierung wenn die magnetische Gegenkopplung der Durchkontaktierungen nicht mit eingerechnet wird.

Lösung

Schaltungsbeschreibung



Eine Durchkontaktierung der Induktivität L entspricht einer Leitungsverlängerung um Δs (**blaue Linien**) wegen:

$$Z_{in} = Z_w \frac{Z_L + j\, Z_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s)}{Z_w + j\, Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s)} = j\omega L$$

mit

$Z_L = 0$ folgt (idealer Kurzschluss nach der Länge Δs)

Für $Z_L = 0$ und kleine Δs folgt mit $\tan(x) \approx x$

$$Z_{in} = j\omega L = Z_w \frac{\cancel{Z_L} + j\, Z_w * \frac{2\pi}{\lambda}\Delta s}{Z_w + \cancel{j\, Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s)}} = Z_W * \frac{j\cancel{Z_W}\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s}{\cancel{Z_W}} = jZ_W\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s$$

Mit

$c = \lambda f$ folgt

$$Z_{in} = jZ_W\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s = jZ_W\frac{2\pi f}{c}\Delta s = j\,\omega\,\frac{Z_W}{c}\Delta s = j\omega\frac{\sqrt{\frac{L'}{C'}}}{\frac{1}{\sqrt{L'C'}}}\Delta s = j\omega L'\Delta s$$

Wie zu erwarten war, entspricht die Induktivität einer Verlängerung der Leitung wobei gilt:

$$L'\Delta s = L$$

Wir suchen die Serienresonanzen der beiden Leitungen und erhalten so ein Gleichungssystem mit den zwei Unbekannten Größen c und Δs

$$0 = Z_w \frac{\cancel{Z_L} + j\, Z_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda}(l + \Delta s_1))}{Z_w + \cancel{j\, Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda}(l + \Delta s_1))}} = jZ_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda}(l + \Delta s_1))$$

$$= jZ_w \tan\left(\frac{2\pi f}{c}(l + \Delta s_1)\right) = jZ_w \tan\left(\frac{\omega}{c}(l + \Delta s_1)\right)$$

Das Argument im tan muss π betragen damit ein Kurzschluss an den Eingangsklemmen entsteht.

Für die beiden Durchkontaktierungsschaltungen (n=1 bzw. n=10) ergeben sich folgende beiden Gleichungen

$$\frac{\omega_1}{c}(l + \Delta s_1) = \pi$$

$$\frac{\omega_2}{c}(l + \Delta s_2) = \pi$$

Daher ergibt sich für die beiden Frequenzen folgendes Gleichungssystem

$$\frac{2\pi f_1}{c}(l + \Delta s_1) = \pi$$

$$\frac{2\pi f_2}{c}\left(l + \frac{\Delta s_1}{10}\right) = \pi$$

Nach der Division der beiden Gleichungen ergibt sich

$$\frac{\frac{\cancel{2\pi} f_1}{\cancel{c}}(l + \Delta s_1)}{\frac{\cancel{2\pi} f_2}{\cancel{c}}\left(l + \frac{\Delta s_1}{10}\right)} = 1$$

➔

$$f_1(\, l + \Delta s_1\,) = f_2\left(l + \frac{\Delta s_1}{10}\right)$$

$$(f_1 - f_2\,) * l = f_2\,\frac{\Delta s_1}{10} - f_1\,\Delta s$$

Daraus ergibt sich für Δs

$$\Delta s = \frac{(\,f_1 - f_2\,) * l}{f_2\,\frac{1}{10} - f_1} = \frac{(450.2MHz - 480.6MHz) * 0.15m}{\frac{480.2MHz}{10} - 450.6MHz} = 11.3\ mm$$

Eine Durchkontaktierung entspricht daher einer Verlängerung um 11.3 mm. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c auf der Leitung ergibt sich daher

$$\frac{2\cancel{\pi} f}{c}(l + \Delta s_1) = \cancel{\pi}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{L'C'}} = 2f(l + \Delta s_1) = 2 * 450{,}2\ MHz\,(0.15 + 0.0113\,) = 1.45 * 10^8\ m/s.$$

Mit

$Z_W = 20\ \Omega = \sqrt{\frac{L'}{C'}}$ folgt für L‘

$$L' = \frac{20}{1{,}45 * 10^8} = 13{,}79\,\frac{nH}{m}$$

L $_{\textbf{eineDurchkontaktierung}}$ $= 13{,}79\,\frac{nH}{m} * 0{,}0113\ m = 0.155\ nH$