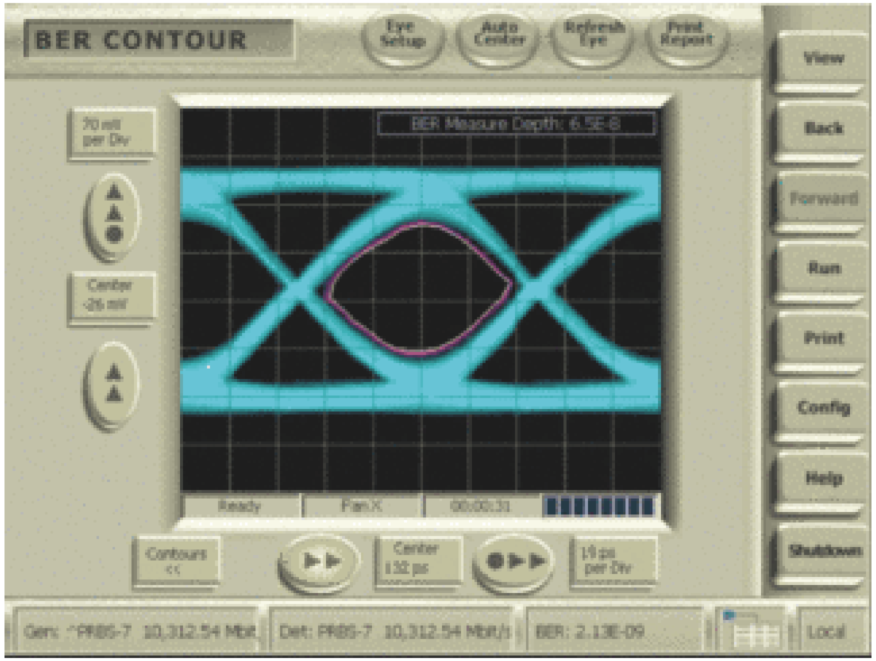
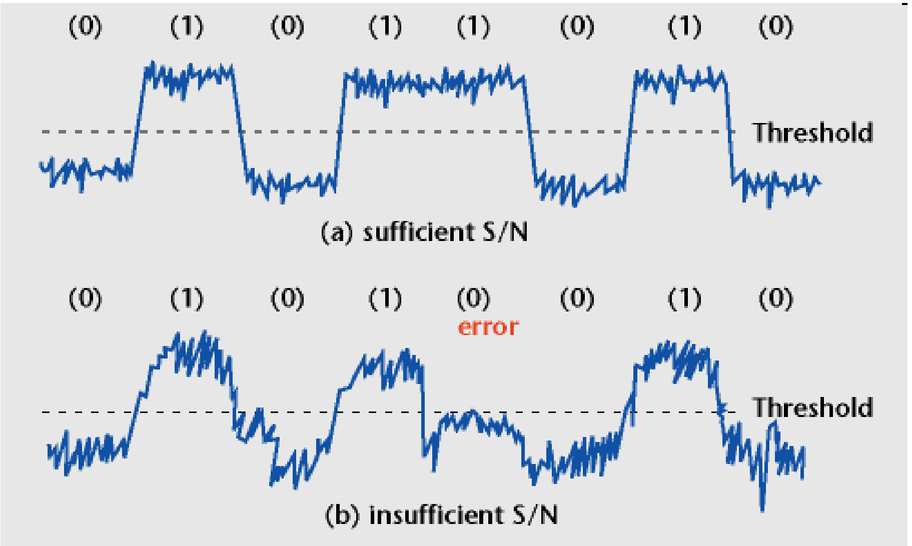
Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften
School of Engineering

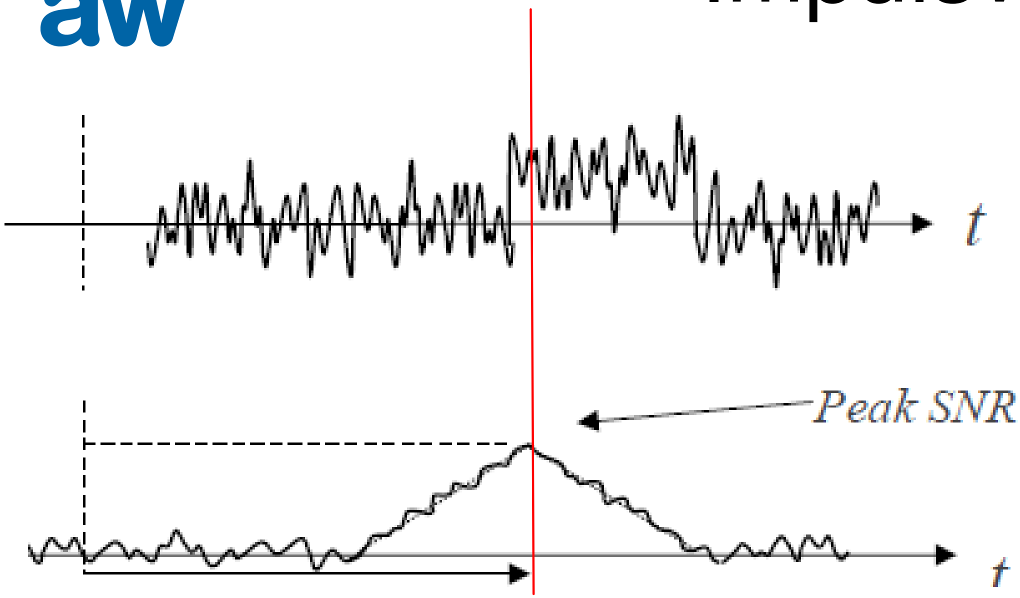
Impulsverzerrungen





Impulsverzerrungen

Noise
Übersprechen



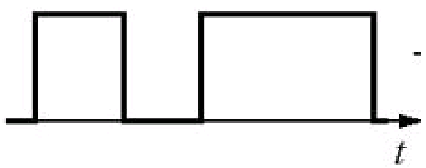
T

schlechte Lösung

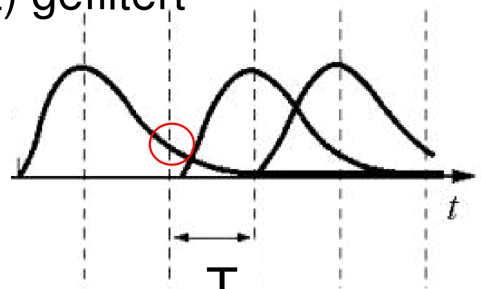
1. Idee Mittelung

gute Lösung, aber wie?

s(t)

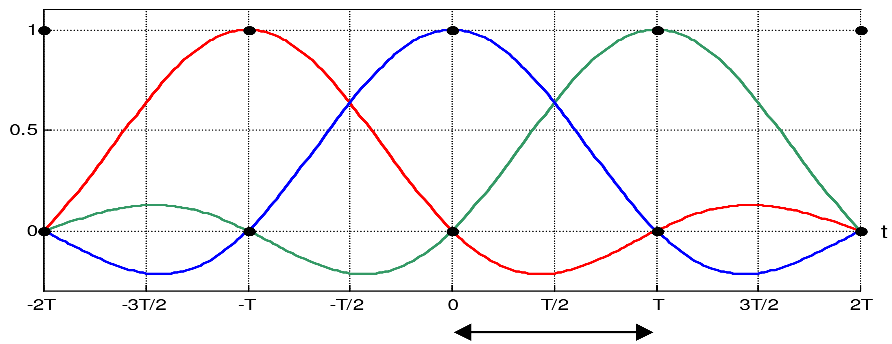


s(t) gefiltert



T

schlechte Lösung

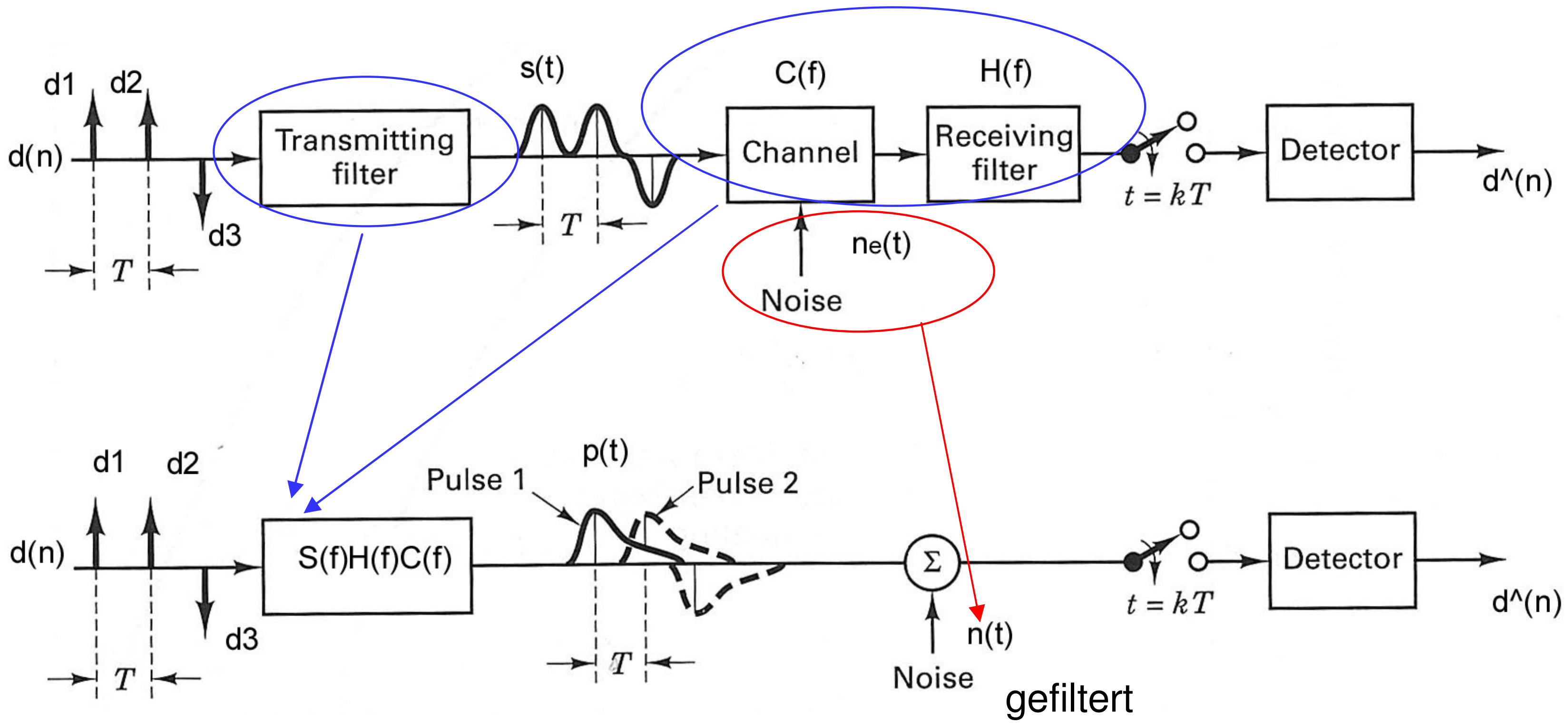


T

gute Lösung, aber wie?

1. Idee keine Rechteckpulse

Aufsplitten der Problematik



S(f): Pulsspektrum Sendesignal
C(f): Frequenzgang Kanal
H(f): Frequenzgang Empfangsfilter

2 Challenges beim Design;

- Empfangsfilter zur Beschränkung Rauschbandbreite
- Pulsformung für Abtasten ohne Interferenz

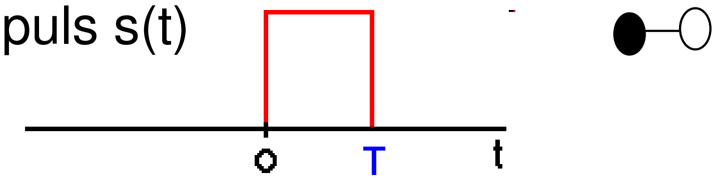
Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

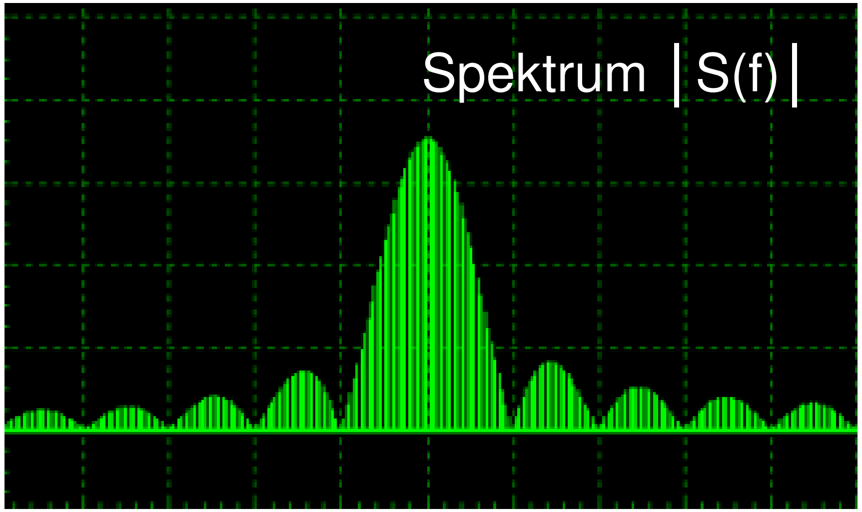
School of Engineering

Optimales Filter = Matched Filter

1. Problem: Noise minimieren

Sendepuls s(t)





Optimale Filterung intuitiv betrachtet:

Man gewichtet im Frequenzgang des optimalen Filters
genau jene spektralen Anteile, die vom Sendepuls belegt sind
und zwar proportional der Belegungsstärke !

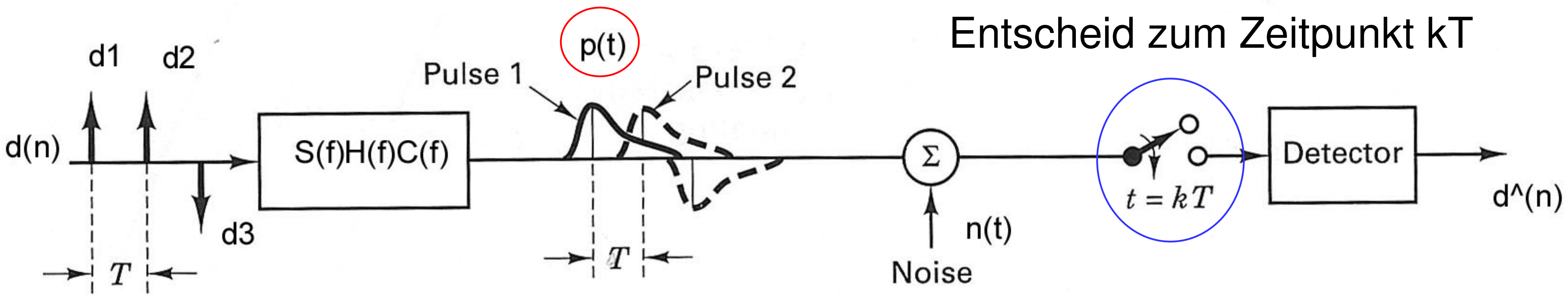
→ Amplitudengang des Empfangsfilters H(f) = Betrag des Pulsspektrum S(f)

→ Die Fläche unter dem Ausgangsspektrum entspricht der Energie* des Sendepulses

$$E_S = \int_{-\infty}^{\infty} |S(f)|^2 df$$

*Note Energie von x(t) nach Parceval Theorem: $\int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 df$

Matched Filter (MF)



p(t) habe das Spektrum:

$$P(f) = \underbrace{S(f) \cdot C(f)}_{S_e(f)} \cdot H(f)$$

S(f): Pulsspektrum Sendesignal
C(f): Frequenzgang Kanal
H(f): Frequenzgang Empfangsfilter
T: Symboldauer

H(f) ist ein so genanntes Matched Filter wenn:
Zum Zeitpunkt T vor dem Abtaster das Verhältnis Pulse p(t) zu Varianz des Rauschsignal n(t) maximal wird

Anders formuliert: Signal/Geräuschverhältnis S/N von p(t)+n(t) zur Abtastzeit T soll maximal werden durch die geeignete Wahl von H(f)

Matched Filter (MF)

Matched Filter mathematisch betrachtet (ohne Beweis):

$$\frac{S}{N} = \frac{|p(T)|}{\sigma_n^2}$$ wird maximal bei weissem Rauschen wenn gilt:

$$H(f) = S_e^*(f)e^{-j2\pi Tf} = S(f)^* C(f)^* e^{-j2\pi Tf}$$

* konj.komplex

das heisst:

$$h(t) = \begin{cases} s_e(T-t), & 0 \le t \le T \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

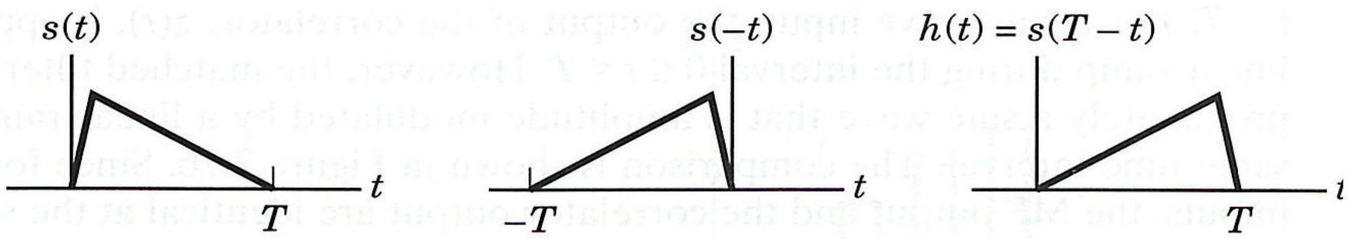
Mit Vereinfachung* C(f) = 1
wird $s_e(t) = s(t)$ und:

$$h_{opt}(t) = \begin{cases} s(T-t), & 0 \le t \le T \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

$$|H(f)| = |S(f)|$$

$$p(T) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau)^2 d\tau = E_S$$

Bsp.:



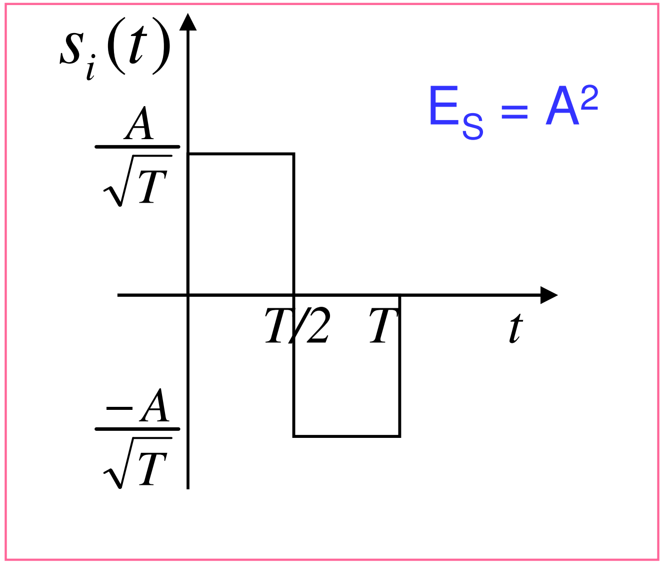
Signal waveform

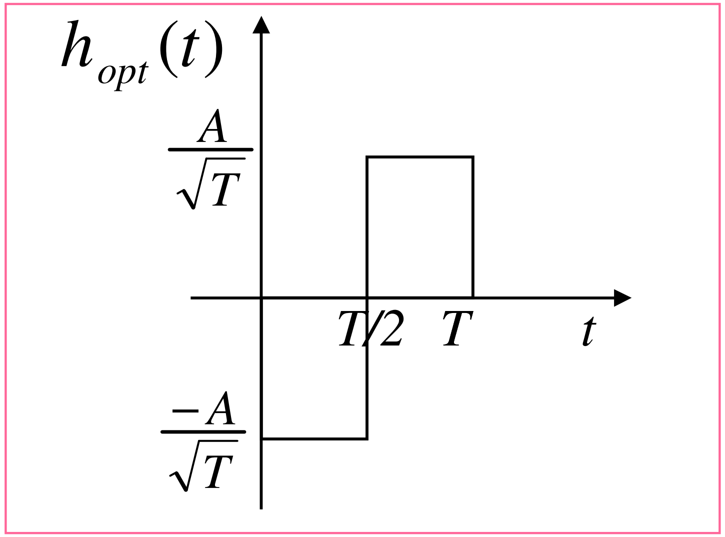
Mirror image of signal waveform

Impulse response of matched filter

*Note: allfällige Kanaldämpfung wird in s(t) berücksichtigt

Beispiel Matched Filter



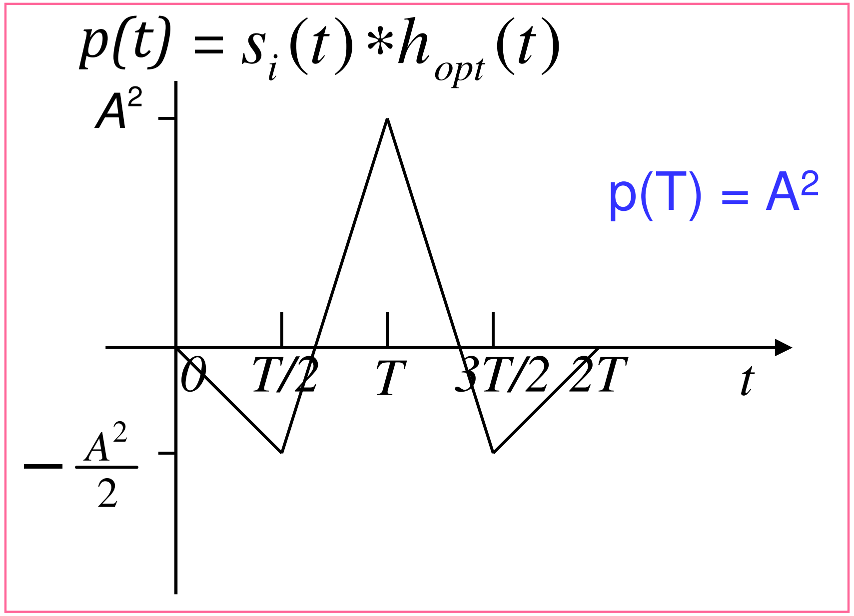


Betrachtung mit Faltung:

$$p(t) = s_i(t) * h_{opt}(t) = \int s_i(\tau) \cdot h_{opt}(t-\tau) d\tau$$

$$p(T) = s_i(T) * h_{opt}(T) = \int s_i(\tau) \cdot h_{opt}(T-\tau) d\tau = \int s_i^2(\tau) d\tau$$

$$p(T) = \int s_i^2(\tau) d\tau = E_S$$

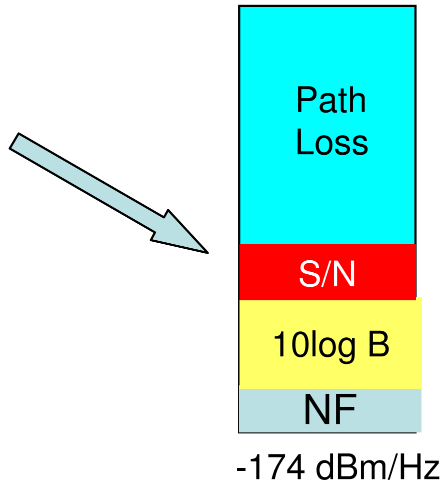


p(T) entspricht der Energie des Sendepuls

S/N am Ausgang des MF

Man kann zeigen, dass für das Signal/Geräuschverhältnis S/N nach dem MF gilt:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{out} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|S(f)|^2}{N_0/2} df = \frac{2}{N_0}\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)\cdot dt = \frac{2E_s}{N_0}$$



S(f) = Pulsspektrum des Sendesignal s(t) an Empfängereingang

N_0 = einseitige Rauschleistungsdichte

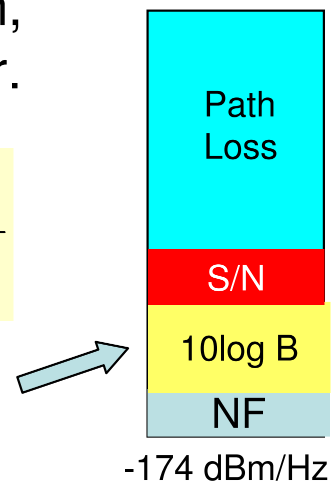
E_s = Impulsenergie von s(t), Symbolenergie am Empfängereingang

- Das S/N ist unabhängig von der Pulsform!
- Eine Erhöhung ist nur durch Erhöhung der Symbolenergie möglich, also durch mehr mittlere Signalleistung oder längere Symboldauer.

Mit Rausch- und Signalleistung am Eingang $N_{eq} = N_0 B_{eq}$, $S = E_S/T$:

$$\left(\frac{S}{N}\right)_{out} = \left(\frac{S}{N_{eq}}\right)_{in} = \frac{E_S}{N_0 B_{eq} T} = \frac{2E_S}{N_0}$$

d.h. äquivalente Rauschbandbreite B_{eq} des MF ist somit: $B_{eq} = \frac{1}{2T}$



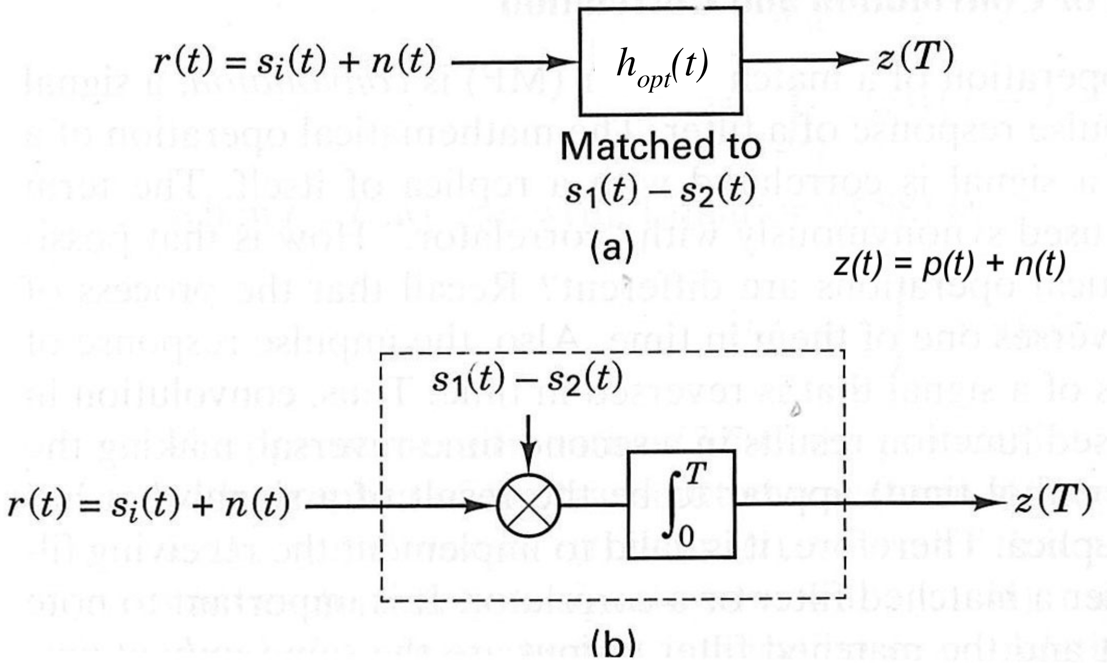
Note: diese Bandbreite ist i.A. nicht mit der Signalbandbreite identisch

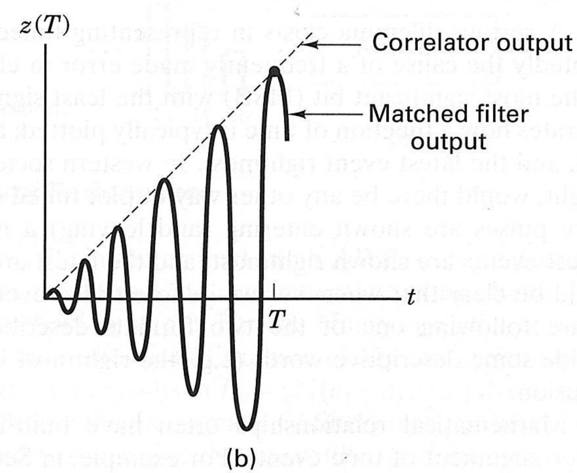
Matched Filter … Korrelator

Die zur Zeit t=nT mathematisch äquivalente Grösse liefert der Korrelator

vgl. math. Verwandtschaft Faltung und Korrelation $p(t) = s_i(t) * h(t) = \int_T s_i(\tau) \cdot s_i(t-(T-\tau))d\tau$

$$p(t) = \int_0^t s_i(\tau) \cdot s_i(\tau)d\tau$$





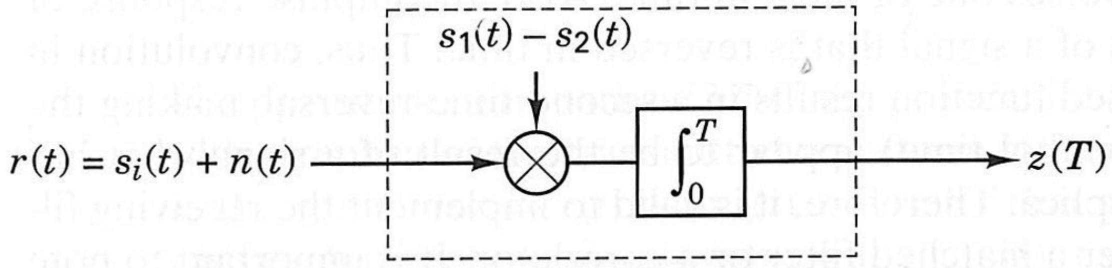
Allg. Def: Sender liefert entweder Impuls $s_1(t)$ oder Impuls $s_2(t)$

- MF wird auf das Differenzsignal $s_1(t) - s_2(t)$ entworfen
- Korrelator multipliziert mit Referenz $s_1(t) - s_2(t)$,
  Sync needed!

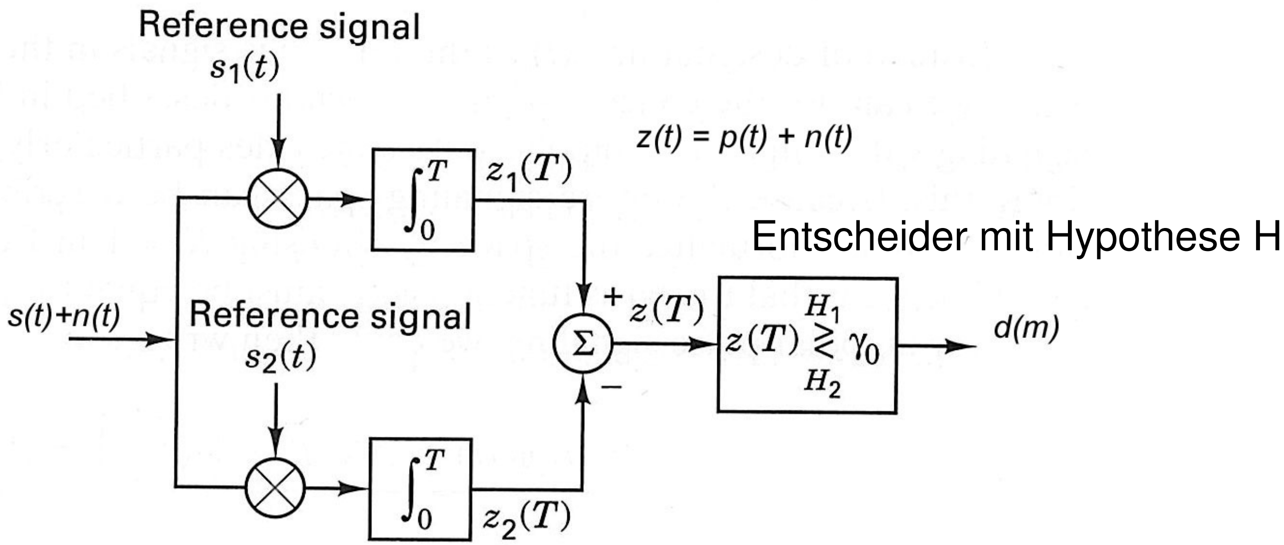
Korrelator

Korrelatoren sind meist einfacher umzusetzen als Matched Filter

Prinzipbild



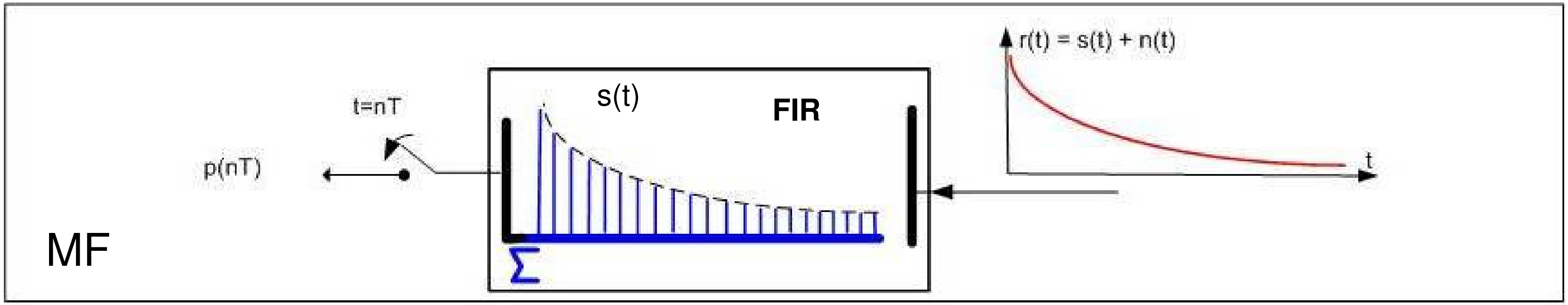
Praktische Ausführung (z.B. FSK)

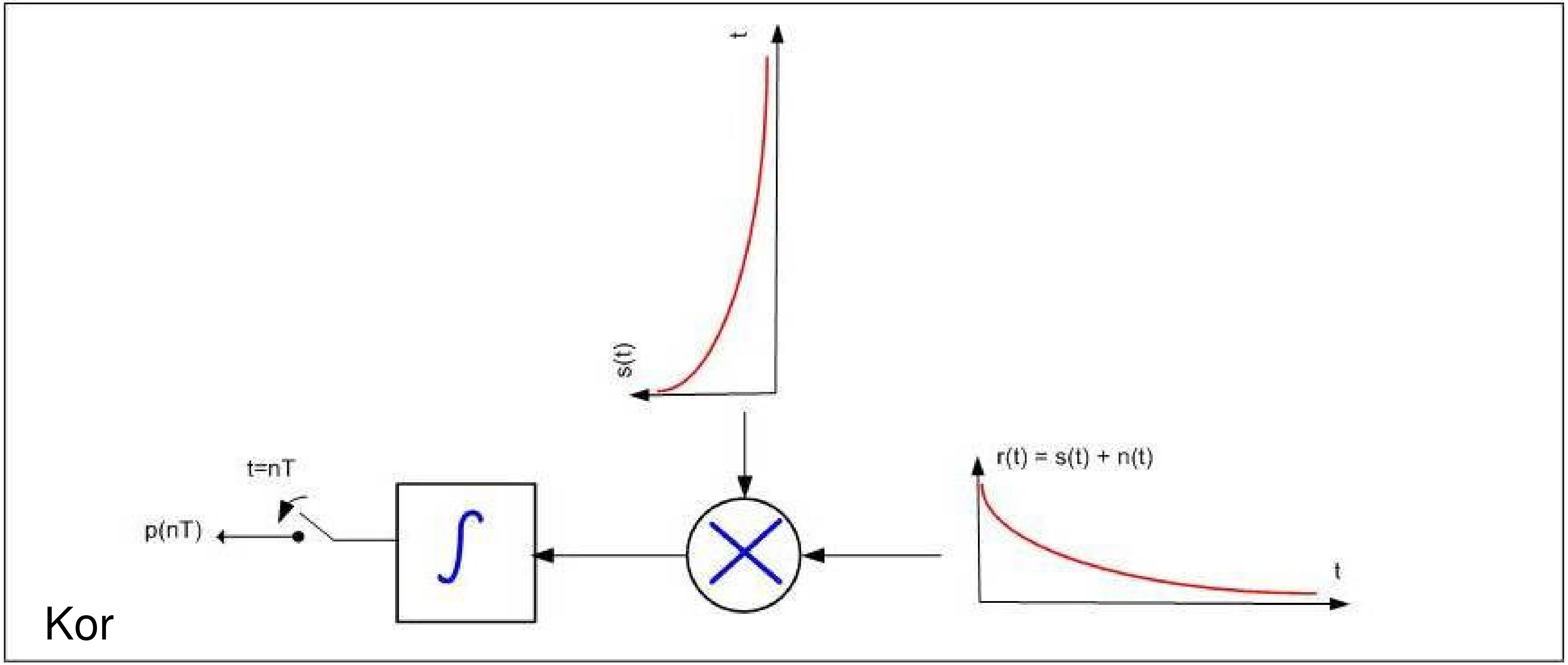


Wie soll man die Entscheiderschwelle setzen?

Die Schwelle γ_0 des Entscheiders liegt in der Mitte der Energiedifferenz der Signale s_1 und s_2

MF – Korrelator: Handhabung



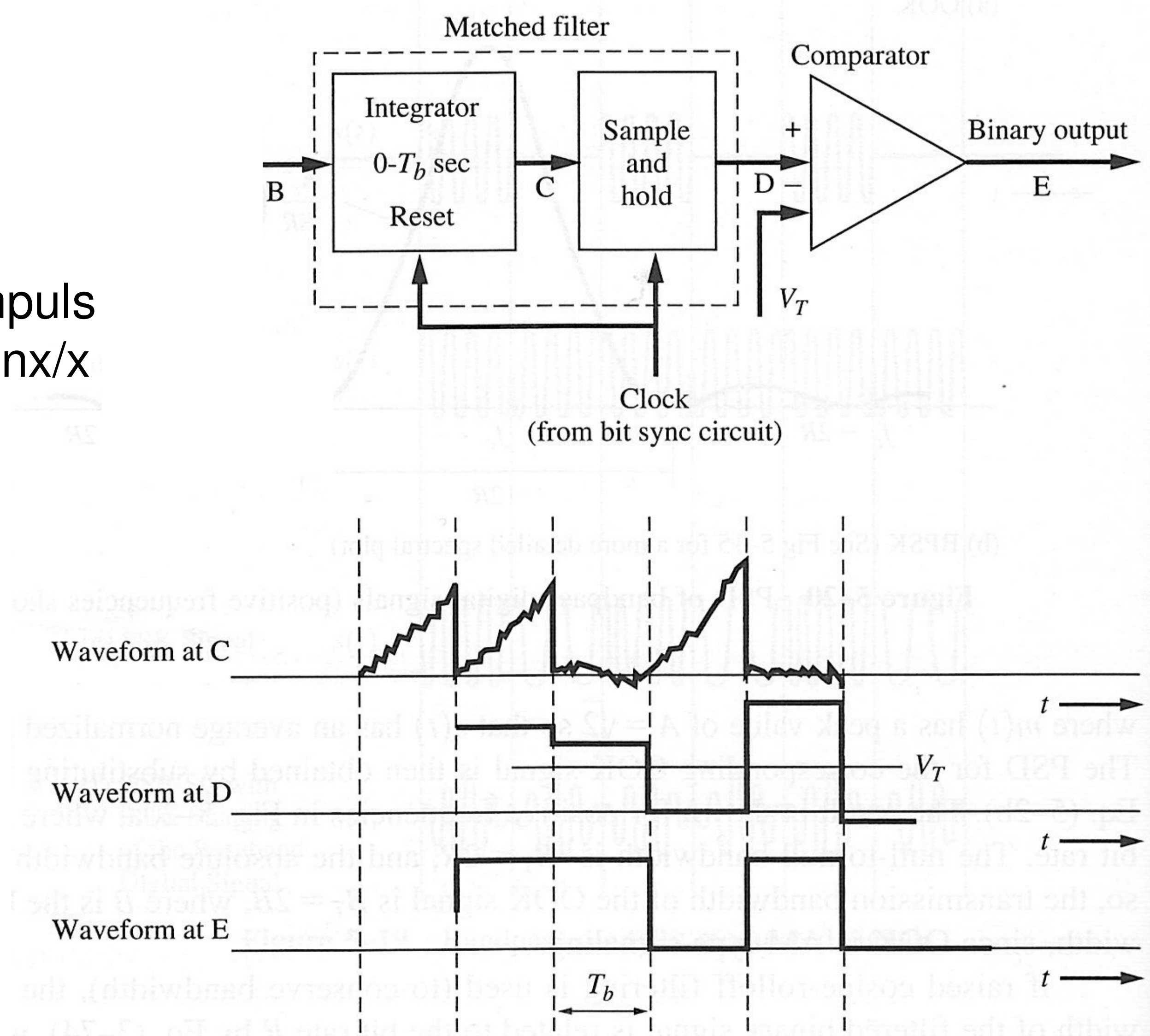


MF für Rechteckimpuls

Für Rechteck-Impulse s(t) :

- MF Stossantwort: Rechteckimpuls
  Spektrum Amplitudengang: sinx/x
- Korrelator identisch mit MF
- äquivalente Realisation:

  Integrate & Dump



- Alternative Näherung:

  optimiertes RC-Filter

Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

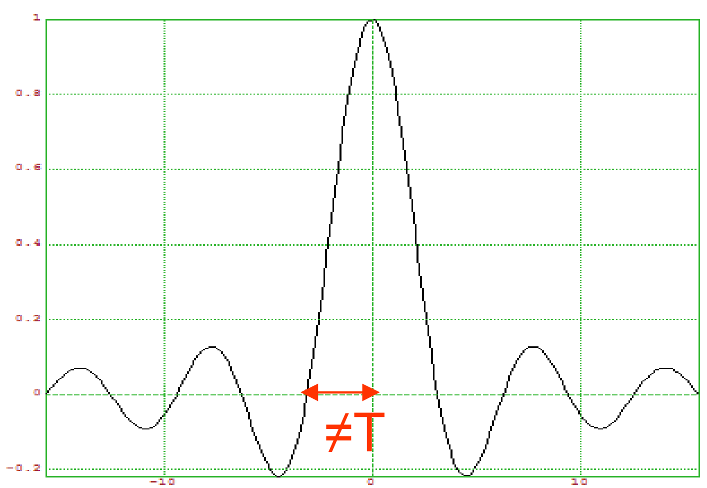
School of Engineering

MF: Intersymbol Interferenz

Häufige Forderung: Sendepuls soll möglichst wenig Bandbreite benötigen

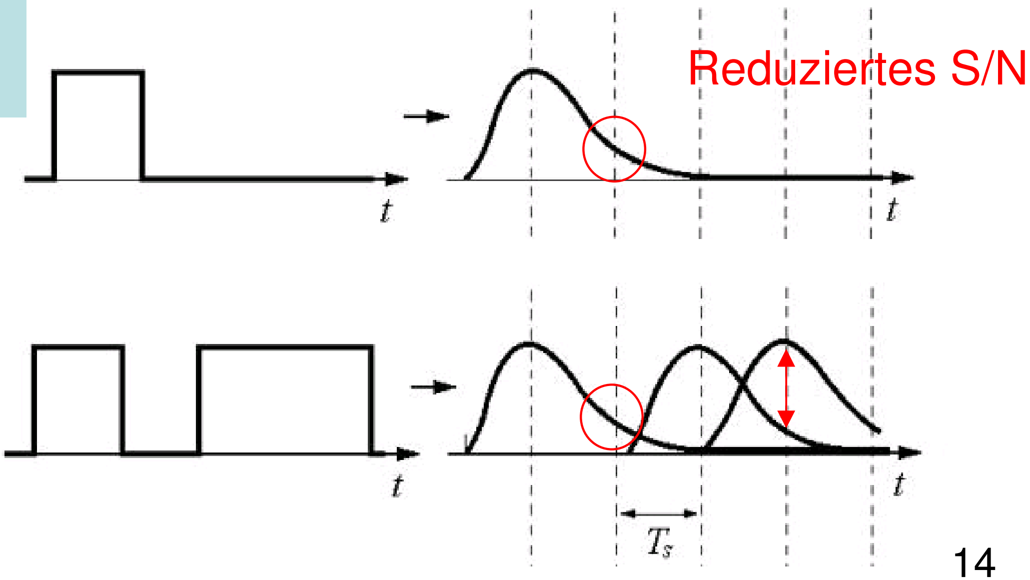
d.h.
Realisation mit TP sehr hoher Steilheit

Leider: Dauer Impulsantwort >> Bitdauer



→ Problem Nr. 2 :

Pulsübersprechen auf Nachbar Bit zu den Abtastzeitpunkten
d.h. Intersymbolinterferenz ISI

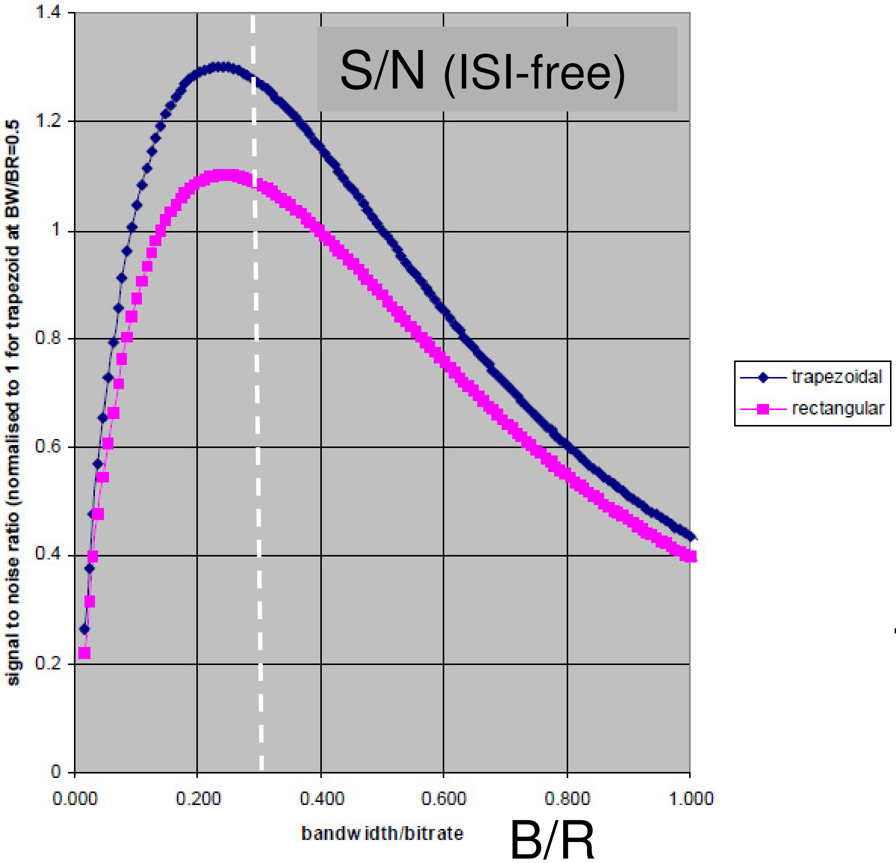


Tritt auch bei andern Pulsformen auf z.B. Rechteckpuls nach einer ungeeigneten RC-Tiefpass Filterung

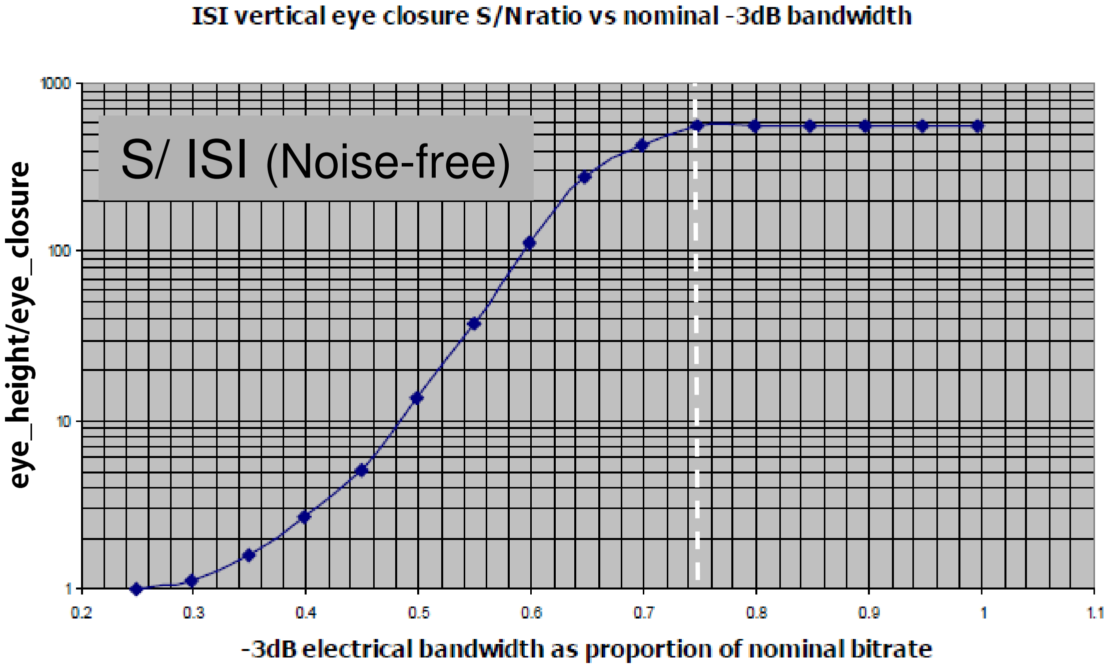
Rechteck: Intersymbol Interferenz

Optimierung Bsp. Tiefpass 1. Ordnung

Source: Mindspeed White Paper NRZ Bandwidth



B/R



B/R

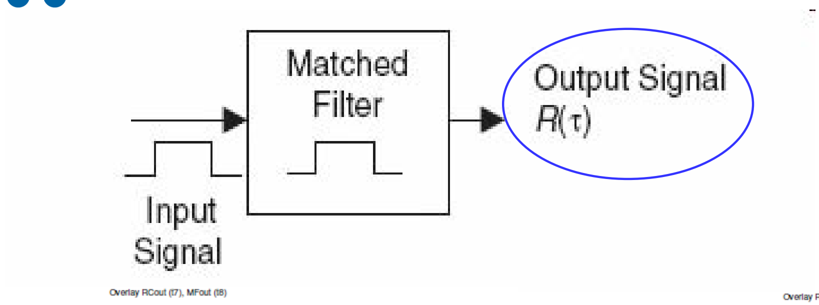
→ Erlaubte Filterung Rechteckimpuls:
Weniger als 0.75*Rate ergibt ISI
Mehr als 0.3*Rate verschlechtert S/N

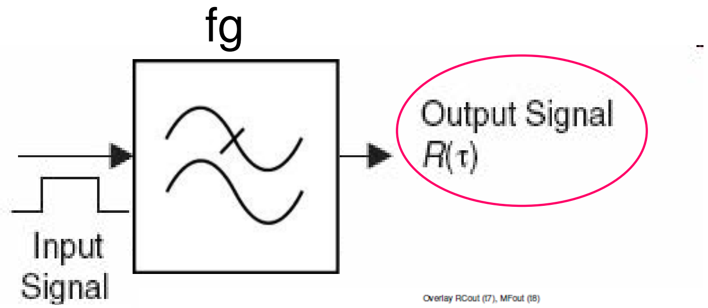
Optimum bei ca. B = 0.5…0.6*Bitrate

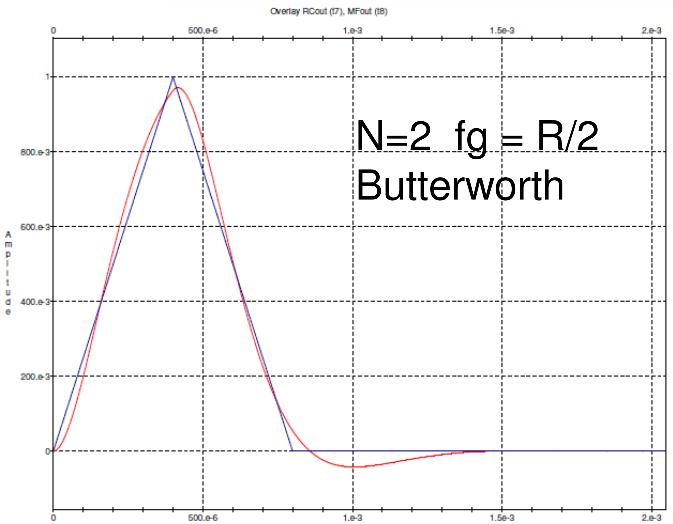
Rechteckpulse Tiefpass gefiltert mit B = 1/2T…1/T sind keine schlechte Wahl

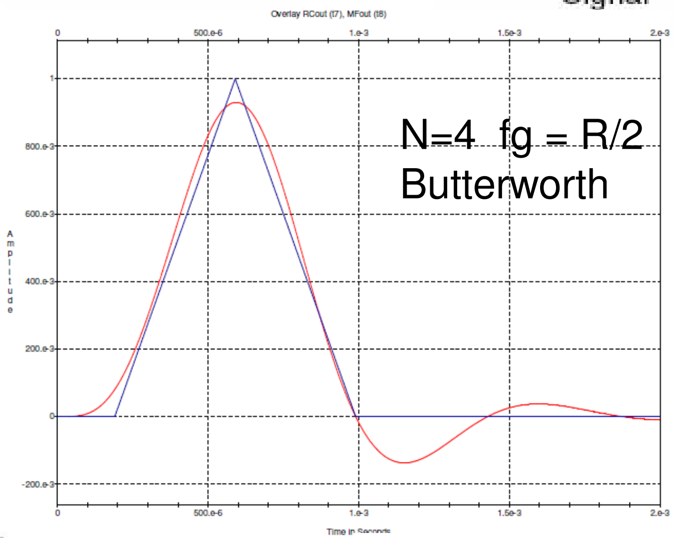
Note: eye closure = eye height – eye opening

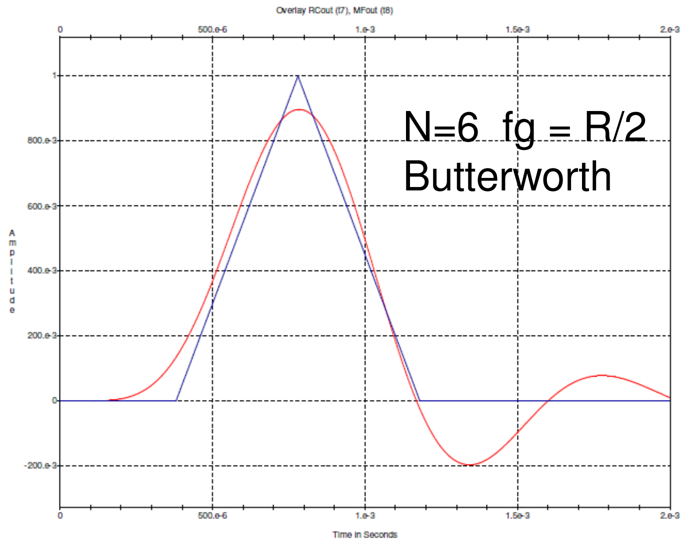
Matched Filter versus RC Tiefpass





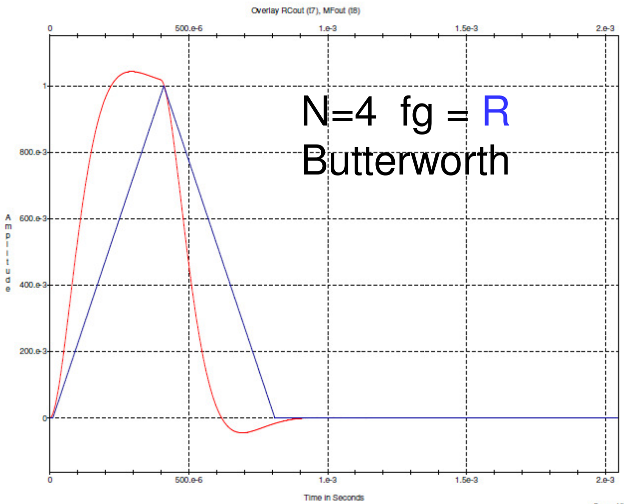


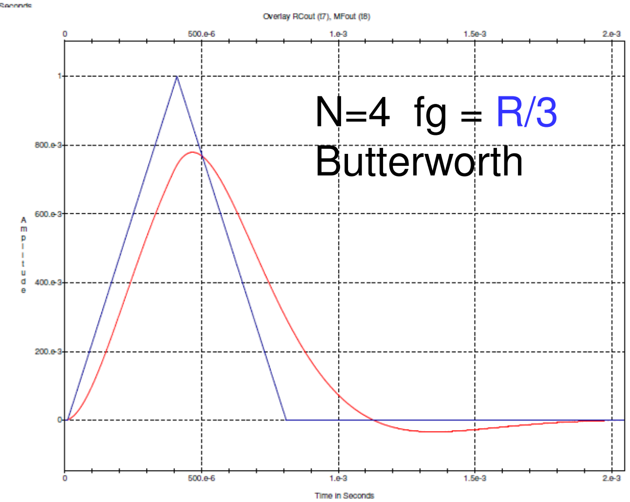




SNR ↓

ISI ↓





ISI ↑

SNR ↓

Optimaler Lösungsansatz Nyquist Kriterien

Kriterien für die Pulsform
am Ausgang des MF

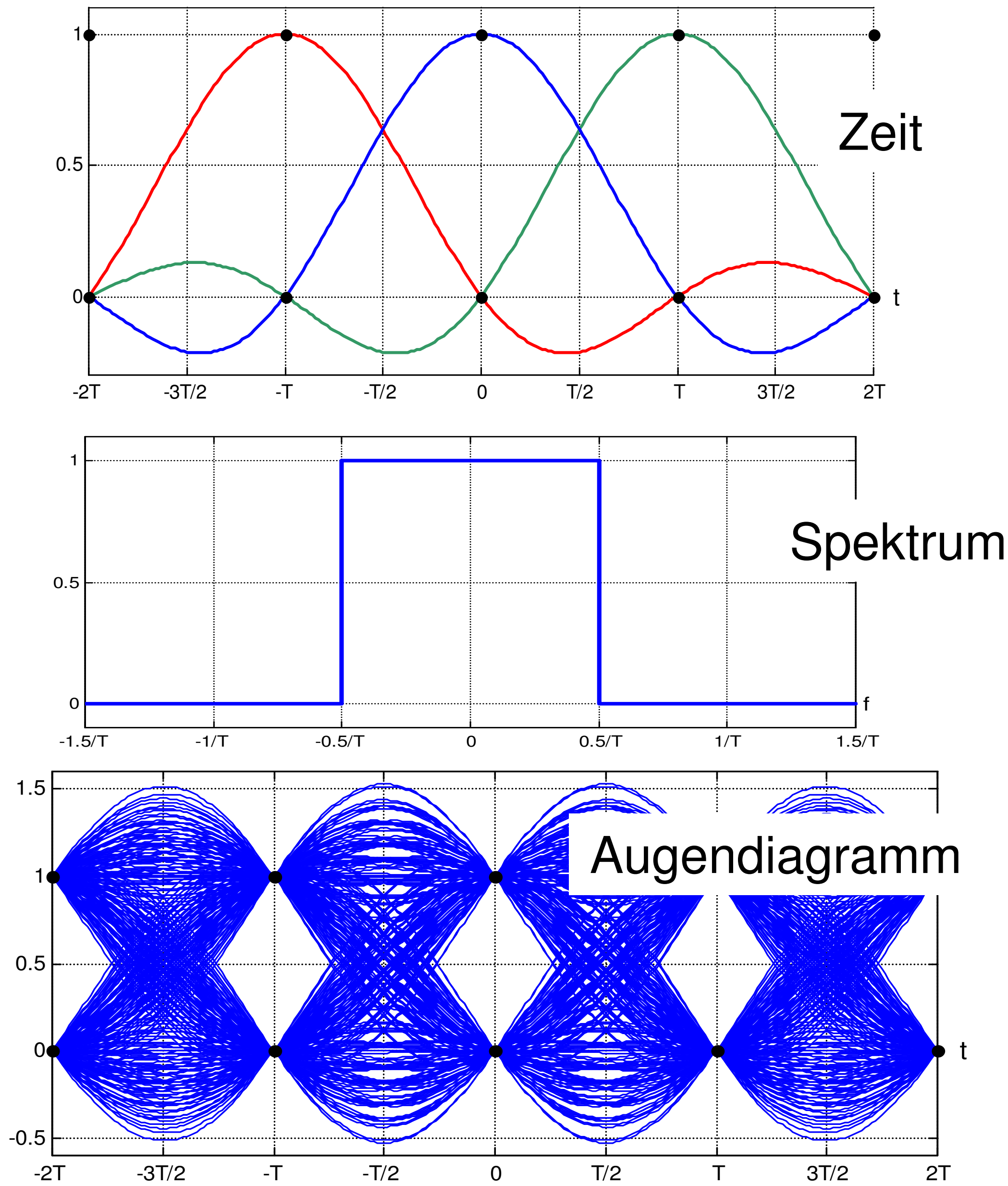
1. Kriterium für t=nT

$$p(nT) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases}$$

Bsp. $$p(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T}$$

Kriterium vertikal: okay
Volle Öffnung
Entscheider: Schwelle bei 0.5

Problem bei Signal Jitter (horizontal)
- Jitter z.B durch Taktregeneration



Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften
zh aw School of Engineering

Nyquist Kriterien

Kriterien für die Pulsform
am Ausgang des MF

2. Kriterium für t= nT/2

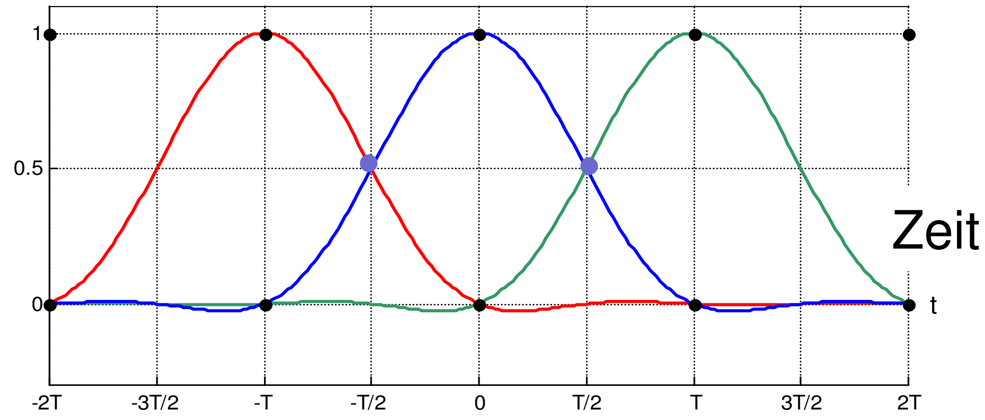
$$p(nT/2) = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0.5 & n = \pm 1 \\ 0 & n = \pm 2, \ldots \end{cases}$$

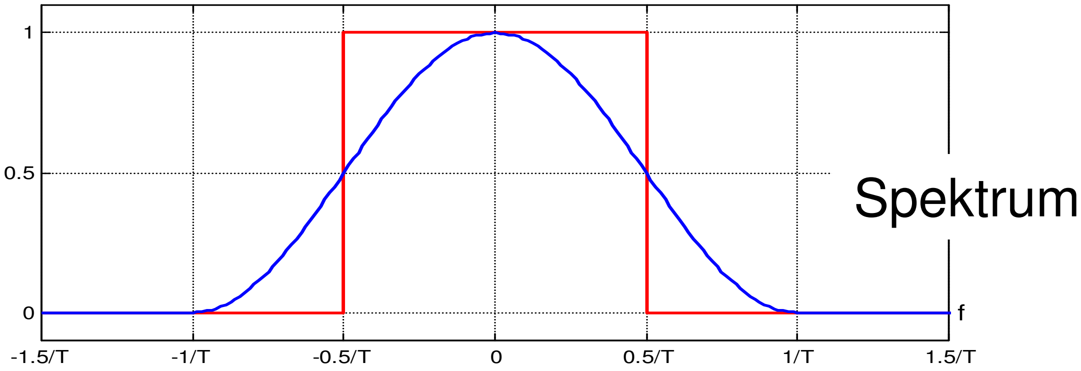
Bsp:

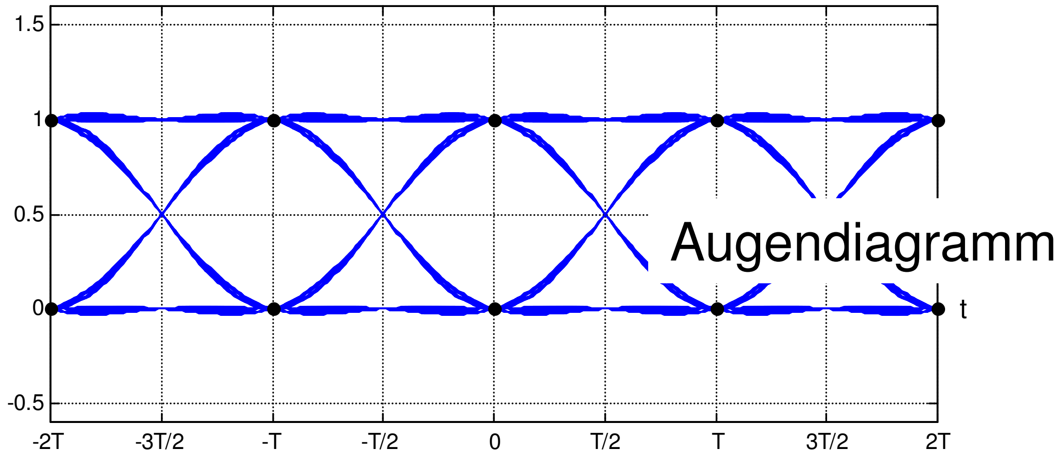
$$p(t) = \frac{\sin(\pi t/T)}{\pi t/T} \cdot \frac{\cos(\pi t/T)}{1-4(t/T)^2}$$

Spektrum wird breiter: Raised Cosine

$$P(f) = \begin{cases} 1+\cos(\pi T f) & |f| \le 1/T \\ 0 & |f| > 1/T \end{cases}$$







Zürcher Hochschule
für Angewandte Wissenschaften

School of Engineering

Nyquist Kriterien

Kompromiss:

1. Nyquist Krit. ganz erfüllen
2. Nyquist Krit. so gut wie möglich

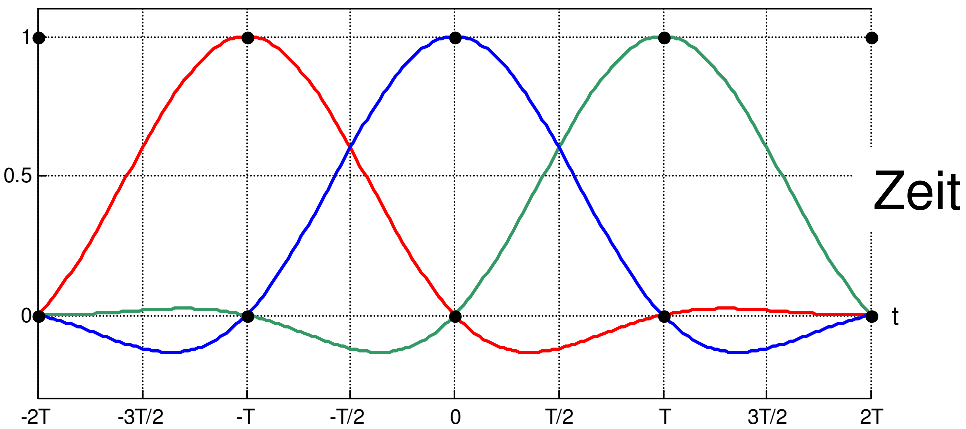
Bandbreite einstellen
mit Roll-off Faktor β

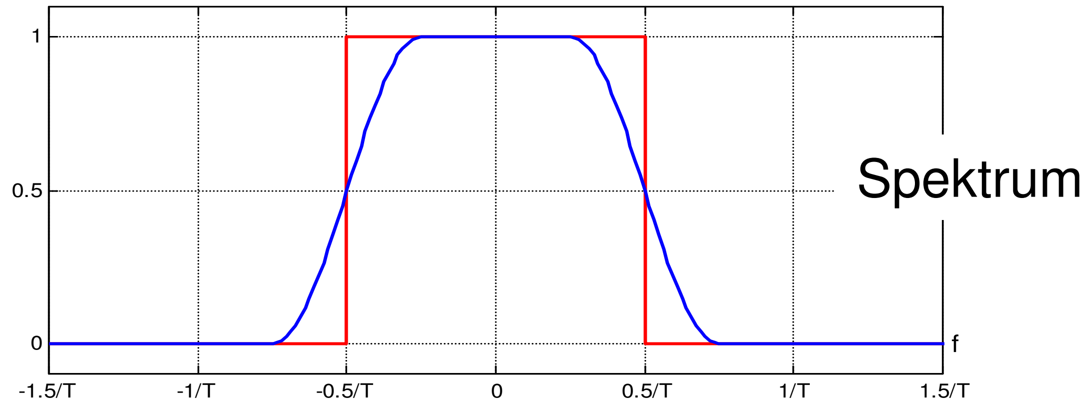
$$p(t) = \frac{\sin(\pi\ t/T)}{\pi\ t/T} \cdot \frac{\cos(\pi\ \beta t/T)}{1-4(\beta t/T)^2}$$

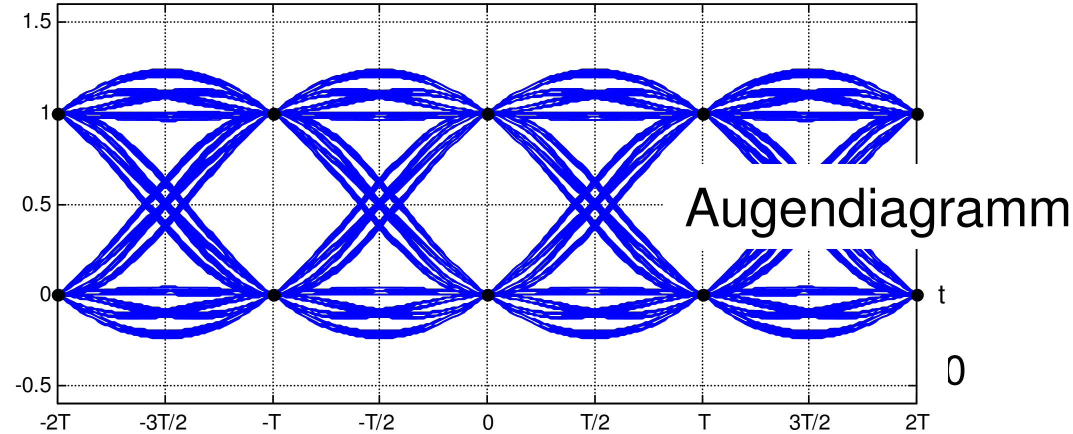
Bsp. Fig. $\beta = 0.5$

Spektrum allg:

$$P(f) = \begin{cases} 1 & 0 \le |f| \le \frac{1-\beta}{2T} \\ 1+\cos\left[\frac{\pi T}{\beta}\left(|f| - \frac{1-\beta}{2T}\right)\right] & \frac{1-\beta}{2T} \le |f| \le \frac{1+\beta}{2T} \\ 0 & |f| \ge \frac{1+\beta}{2T} \end{cases}$$

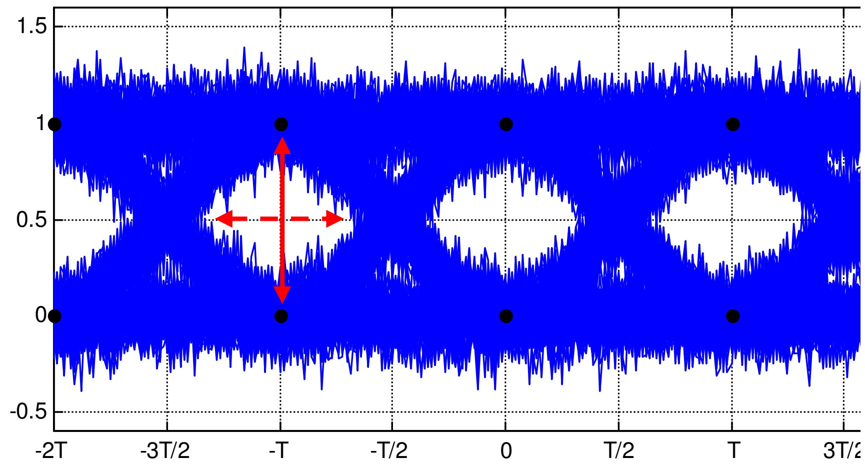






Aufteilung Filter TX - RX

Rauschen macht das Auge zu!
Jitter im Abtaster macht das Auge zu!



Abhilfe:
- P(f) nach den Nyquist Kriterien wählen
- Jitter-arme Abtastregelung entwerfen

Problem:
P(f) enthält eigentlich 2 Filter in der Übertragungsstrecke:
Das den Sendepuls formende Filter S(f) und das passende MF H(f).
Lösung:
Verteilen der Nyquist Impulsform auf Sender und Empfänger in gleichem Mass:

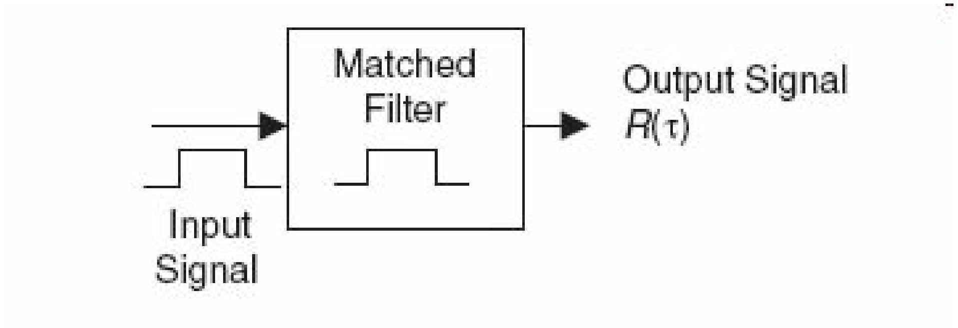
$$|H(f)| \approx |S(f)| \approx \sqrt{P(f)}$$

z.B. Root Raised Cosine Filter

P.S. Übrige Filter im System tendenziell breitbandig halten → kaum ISI

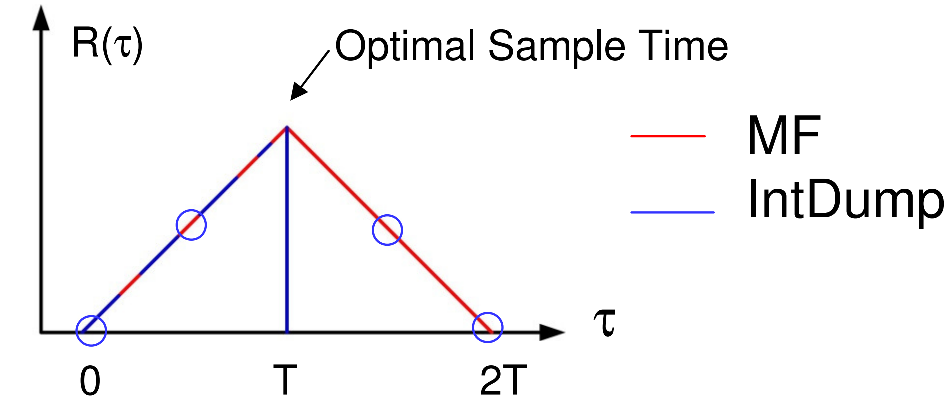
Aufteilung Filter TX - RX

Einfachste Implementation für $|H(f)| \approx |S(f)| \approx \sqrt{P(f)}$



- Rechteckimpulse s(t)
- MF mit Rechteck h(t)
  (oder Integrate & Dump)
- Spektrum

$$P(f) = \left[\frac{\sin(\pi T f)}{\pi T f}\right]^2$$



MF-Ausgang erfüllt auch
beide Nyquistbedingungen!

Nachteil: Kanal muss viel Bandbreite bereitstellen / erlauben

Mittels Simulation kann auch eine Lösung mit Rechteck und Tiefpassfilter gefunden werden (vgl. Slide 16 und Praktikum)