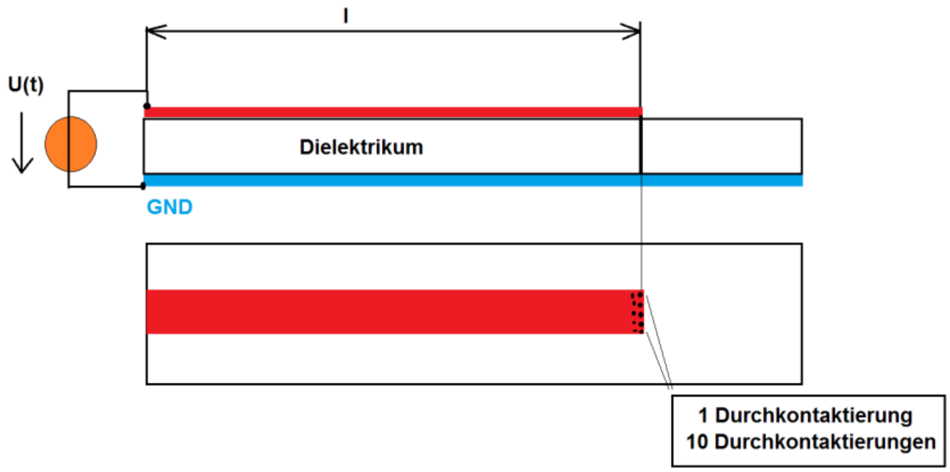
Beispiel 1

Es soll die Induktivität einer Durchkontaktierungen auf einer Leiterplatte messtechnisch erfasst werden. Dazu wird ein Leitungsstück der Länge l mit einer unterschiedlichen Anzahl von Durchkontaktierungen auf Resonanz ausgemessen.



Es ergibt sich bei **einer** Durchkontaktierung

- l = 150 mm (liegt in der Größenordnung von $\lambda/2$)
- N=1 (Eine Durchkontaktierung)
- $Z_W = 20\ \Omega$
- **fr = 476.2 MHz**

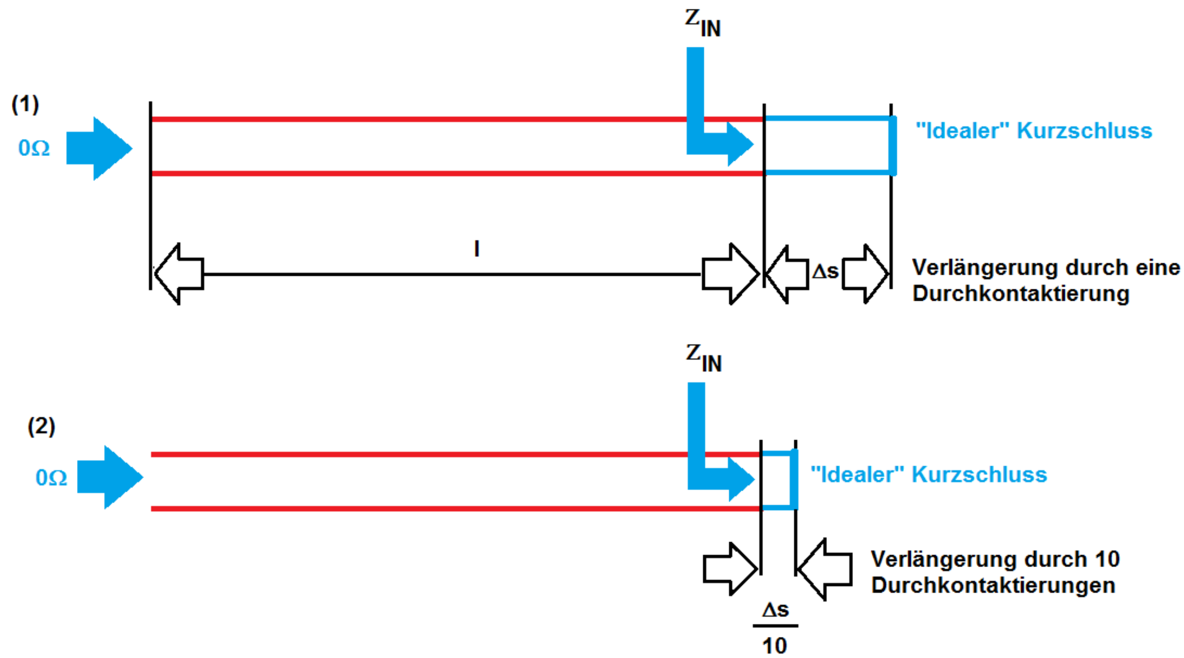
Bei 10 Durchkontaktierungen stellt sich eine Serienresonanzfrequenz von

- **fr = 497,6 MHz** ein.
- (N = 10)

Welche Induktivität hat eine Durchkontaktierung wenn die magnetische Gegenkopplung der Durchkontaktierungen nicht mit eingerechnet wird.

Lösung

Schaltungsbeschreibung



Eine Durchkontaktierung der Induktivität L entspricht einer Leitungsverlängerung um Δs (**blaue Linien**) wegen:

$$Z_{in} = Z_w \frac{Z_L + j\,Z_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s)}{Z_w + j\,Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s)} = j\omega L$$

mit

$Z_L = 0$ folgt (idealer Kurzschluss nach der Länge Δs)

Für $Z_L = 0$ und kleine Δs folgt mit $\tan(x) \approx x$

$$Z_{in} = j\omega L = Z_w \frac{\cancel{Z_L} + j\,Z_w * \frac{2\pi}{\lambda}\Delta s}{Z_w + \cancel{j\,Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s)}} = Z_W * \frac{j\cancel{Z_W}\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s}{\cancel{Z_W}} = jZ_W\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s$$

Mit

$c = \lambda f$ folgt

$$Z_{in} = jZ_W\frac{2\pi}{\lambda}\Delta s = jZ_W\frac{2\pi f}{c}\Delta s = j\,\omega\,\frac{Z_W}{c}\Delta s = j\omega\frac{\sqrt{\frac{L'}{C'}}}{\frac{1}{\sqrt{L'C'}}}\Delta s = j\omega L'\Delta s$$

Wie zu erwarten war, entspricht die Induktivität einer Verlängerung der Leitung wobei gilt:

$$L'\Delta s = L$$

Wir suchen die Serienresonanzen der beiden Leitungen und erhalten so ein Gleichungssystem mit den zwei Unbekannten Größen c und Δs

$$0 = Z_w \frac{\cancel{Z_L} + j\,Z_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda}(l + \Delta s_1))}{Z_w + \cancel{j\,Z_L \tan(\frac{2\pi}{\lambda}(l + \Delta s_1))}} = jZ_w \tan(\frac{2\pi}{\lambda}(l + \Delta s_1))$$
$$= jZ_w \tan\left(\frac{2\pi f}{c}(l + \Delta s_1)\right) = jZ_w \tan\left(\frac{\omega}{c}(l + \Delta s_1)\right)$$

Das Argument im tan muss π betragen damit ein Kurzschluss an den Eingangsklemmen entsteht.

Für die beiden Durchkontaktierungsschaltungen (n=1 bzw. n=10) ergeben sich folgende beiden Gleichungen

$$\frac{\omega_1}{c}(l + \Delta s_1) = \pi$$

$$\frac{\omega_2}{c}(l + \Delta s_2) = \pi$$

Daher ergibt sich für die beiden Frequenzen folgendes Gleichungssystem

$$\frac{2\pi f_1}{c}(l + \Delta s_1) = \pi$$

$$\frac{2\pi f_2}{c}\left(l+\frac{\Delta s_1}{10}\right)=\pi$$

Nach der Division der beiden Gleichungen ergibt sich

$$\frac{\frac{\cancel{2\pi} f_1}{\cancel{c}}(l+\Delta s_1)}{\frac{\cancel{2\pi} f_2}{\cancel{c}}\left(l+\frac{\Delta s_1}{10}\right)}=1$$

➔

$$f_1(l+\Delta s_1)=f_2\left(l+\frac{\Delta s_1}{10}\right)$$

$$(f_1-f_2)*l=f_2\frac{\Delta s_1}{10}-f_1\Delta s$$

Daraus ergibt sich für Δs

$$\Delta s=\frac{(f_1-f_2)*l}{f_2\frac{1}{10}-f_1}=\frac{(450.2MHz-480.6MHz)*0.15m}{\frac{480.2MHz}{10}-450.6MHz}=11.3\,mm$$

Eine Durchkontaktierung entspricht daher einer Verlängerung um 11.3 mm. Für die Ausbreitungsgeschwindigkeit c auf der Leitung ergibt sich daher

$$\frac{2\cancel{\pi} f}{c}(l+\Delta s_1)=\cancel{\pi}$$

$$c=\frac{1}{\sqrt{L'C'}}=2f(l+\Delta s_1)=2*450,2\,MHz\,(0.15+0.0113)=1.45*10^8\,m/s.$$

Mit

$$Z_W=20\,\Omega=\sqrt{\frac{L'}{C'}}$$ folgt für L‘

$$L'=\frac{20}{1{,}45*10^8}=13{,}79\frac{nH}{m}$$

$$L_{\text{eineDurchkontaktierung}}=13{,}79\frac{nH}{m}*0{,}0113\,m=0.155\;nH$$