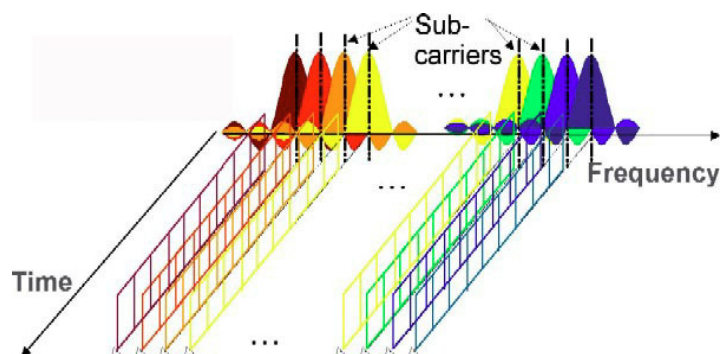
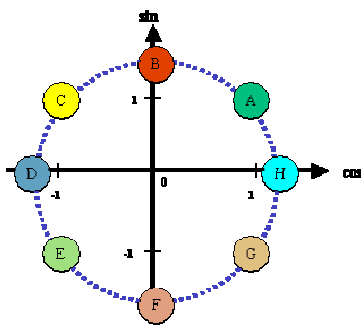


# Kapitel 8

## QPSK, MSK, OFDM & Co



### Inhaltsverzeichnis

|  |    |
|--|----|
| 8.1 ÜBERBLICK .....  | 2  |
| 8.2 QUADRATUR PHASE SHIFT KEYING (QPSK) .....                      | 3  |
| 8.3 MINIMUM SHIFT KEYING (MSK) .....                               | 8  |
| 8.4 HÖHERWERTIGE MODULATIONEN MPSK UND QAM .....                   | 11 |
| 8.4.1 Mehrstufige Amplitudenumtastung (PAM).....                   | 11 |
| 8.4.2 Mehrstufige Quadratur-Amplitudenmodulation (QAM, MPSK) ..... | 12 |
| 8.5 M-ARY FSK UND OFDM .....                                       | 15 |
| 8.5 LITERATURANGABEN .....   | 20 |
| ANHANG A: ERFOLGREICHE OFDM ANWENDUNGEN .....                      | 21 |
| ANHANG B: ADSL .....   | 22 |

## 8.1 Überblick

Möchte man die Datenrate erhöhen, so kann eigentlich einfach die Bitrate erhöht werden. Leider braucht dies entsprechend mehr Bandbreite. Diese ist entweder nicht verfügbar oder verhält sich wie im Kapitel über Fading behandelt nicht kohärent. Also braucht es noch weitere Verfahren.

Aus der klassischen Digitaltechnik sind wir ja bereits den Umgang mit zwei Symbolen gewohnt:  $A=0$ ,  $B=1$ . Die zugehörigen Modulationen BPSK, FSK und ASK sind aus Kapitel 7 bekannt.

Der Hit an der 4PSK-Modulation (und noch höherwertigen Varianten) ist, dass jetzt mit jedem übertragenen Symbol gleichzeitig zwei Bits (oder mehr) übertragen werden. Die Übertragungskapazität hat sich also verdoppelt. Wie ist das möglich? Daran ist die Orthogonalität der Cosinus- und Sinusfunktion schuld. Wie bei der Frequenzverschiebung gezeigt wurde, muss ein Signal mit der Cosinus-Funktion multipliziert werden, um es in den RF-Frequenzbereich zu verschieben. Praktischerweise gibt es eine orthogonale Funktion zur Cosinus-Funktion, nämlich die Sinus-Funktion. Wie bekannt ist, unterscheiden sich die Sinus- und die Cosinus-Funktion nur durch eine Phasenverschiebung von  $90^\circ$ . So haben in der Mathematik auch zueinander orthogonale Vektoren einen Winkel von  $90^\circ$  zueinander. Das orthogonale Verfahren gestaltet sich bei der Modulation folgendermaßen:

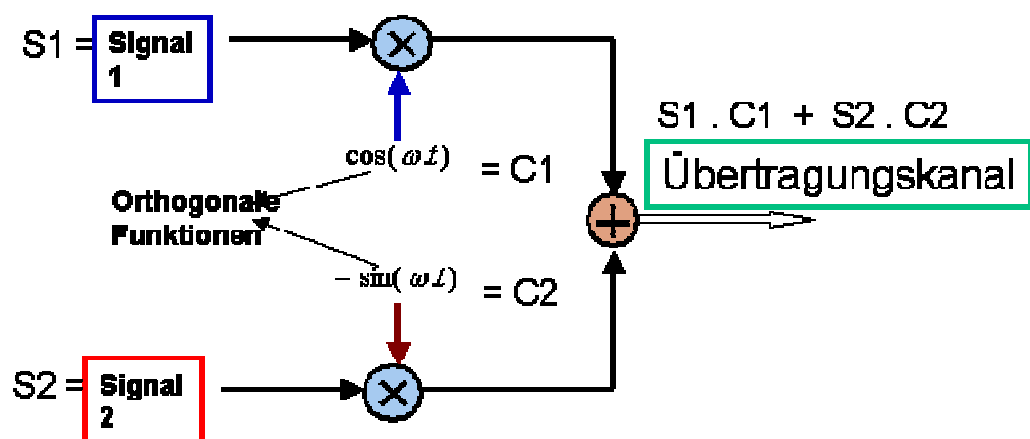


Fig. 8.1: Die orthogonale Übertragung mit einer Trägerfrequenz

Mit  $S1$  und  $S2$  lassen sich zwei Signale in den Übertragungskanal bringen, welche voneinander unabhängig wieder empfangbar sind unter der Voraussetzung, dass die Trägersignale im Empfänger phasentreu synchronisiert sind. Doch das bietet weit mehr als nur die Verdoppelung der Bitrate. Sind  $S1$  und  $S2$  in der Phase und Amplitude mehrwertig moduliert, so lassen sich noch vielmehr Bits pro Symbol übertragen. Die Verwendung eines einzigen Trägers nutzt effizient die Bandbreite und bietet auf Wunsch konstante Enveloppe des RF-Signals, beides wichtige Eigenschaften. Dies wird zum Beispiel in Satellitenverbindungen ausgenutzt. Je mehr Bits jedoch gepackt werden, desto höhere Sendeleistung ist für die gleich BER aufzuwenden.

Alternativ kann man auch mehrere Cosinus-Signale benutzen, welche sich in der Frequenz um den Reziprokwert der Signaldauer unterscheiden (vgl. FFT-Raster). So lassen sich mehrere Trägersignale addieren und dann gleichzeitig übertragen und so auch mehrere Bits pro Symbol (Summe der Träger) übermitteln. Die Amplitude ist nicht mehr konstant und die benötigte Bandbreite nimmt zu. Eine dieser Modulationen heisst OFDM und wird zum Beispiel im ADSL auf Twisted Pair und im Power Line auf Netzleitungen angewendet, sowie auf Funkkanälen mit grossem Multipath Delay Spread.

## 8.2 Quadratur Phase Shift Keying (QPSK)

Im Modulator für QPSK wird der Datenstrom  $d_k(t)$  der Quelle zuerst aufgeteilt in 2 Datenströme  $d_I(t)$  und  $d_Q(t)$ , wie dies Fig. 8.2 zeigt. Jeder Datenstrom hat offensichtlich nun die halbe Datenrate. In derselben verfügbaren Bandbreite kann also anders ausgedrückt die doppelte Datenrate übertragen werden. Die beiden Datenströme werden in Filtern zu den gewünschten Impulsen geformt, sofern nicht rechteckförmige Enveloppen erwünscht sind und dann den beiden in Quadratur betriebenen Mischern zugeführt. Deren Ausgangssignale werden addiert und entspricht dann dem Sendesignal oder einem ZF-Signal in einem Sender. Da man bei QPSK nur cosinusförmige Wellen gleicher Amplitude aber verschiedener Phasen addiert, weist die Summe konstante Enveloppe auf. Dadurch wird ein besserer Wirkungsgrad bei den RF-Endstufen erzielt. Durch die Teilung der Datenrate wird das Spektrum schmäler, also die Bandbreite sparsamer ausgenutzt, bzw. kann man die doppelte Bitrate in derselben Bandbreite gesendet werden.

Spätestens ab hier muss festgehalten werden, wie die Vergleiche zwischen höherwertigen Modulationen angestellt werden sollen. Behalten wir jeweils die Symboldauer  $T_s$  konstant und damit die Bandbreite. Dafür spendieren wir mehr Leistung um immer die gleiche Bitfehlerrate BER zu erreichen (Gray Codierung vorausgesetzt). BPSK diene als Basis.

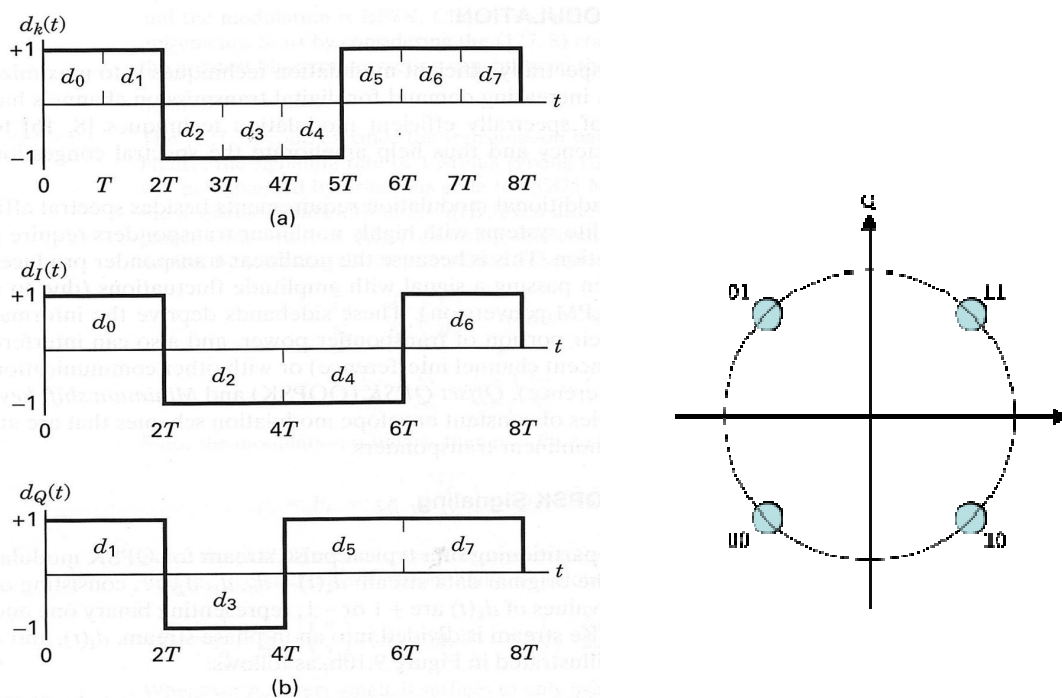


Fig. 8.2: rechts: Datenstrom Mapping für QPSK und links: Konstellationsdiagramm

Der Bit Splitter in Fig. 8.3 besteht aus einem 2 Bit Schieberegister und 2 Latches welche die Modulationssignale I und Q über die doppelte Bitdauer halten. Theoretisch kann ein beliebiges Mapping der Bitzustände in Phase vorgenommen werden. Vorteilhaft sind jedoch Lösungen nach dem Gray Code Prinzip, wo sich benachbarte Punkte in nur einem Bit unterscheiden. Dies erleichtert die Fehlerkorrektur der häufigsten Fehlerart, nämlich dann wenn sich der Konstellationspunkt für den Entscheider im Nachbarsegment befindet. Es entsteht so nur 1 Bitfehler, der zu korrigieren ist. Dieses Prinzip wird auch für die höherwertigeren PSK angewandt. Der oben erwähnte Vergleich zwischen höherwertigen Modulationen ist also gerechtfertigt.

Die geraden Bits gehen zum I-Kanal, die ungeraden zum Q-Kanal. Zum Beispiel in Fig. 8.2 ist d4 gleich 0 und d5 gleich 1. Man stellt die Punktpaare in einem so genannten Konstellationsdiagramm dar: d4 und d5 entsprechen dem Punkt 01. QPSK kann auch als zwei unabhängige BPSK Modulationen gesehen werden. Es wird die Orthogonalität der beiden um 90 Grad verschobenen Träger ausgenutzt.

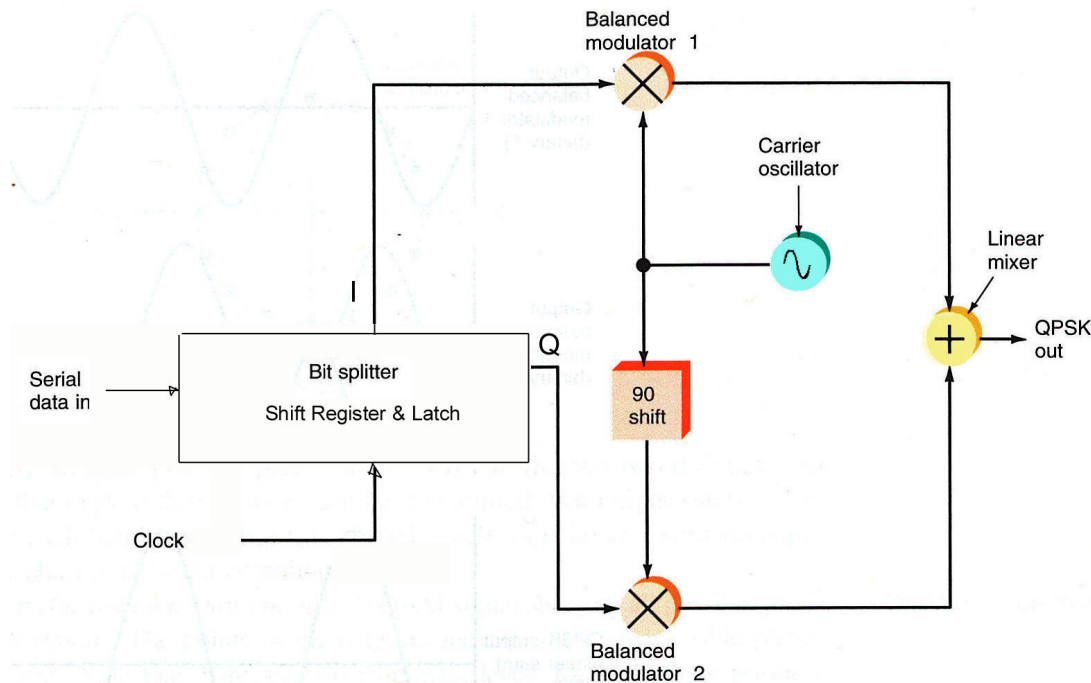


Fig. 8.3: Prinzipschema QPSK Erzeugung (Bit Splitter Latch Ausgänge in bipolarer Logik)

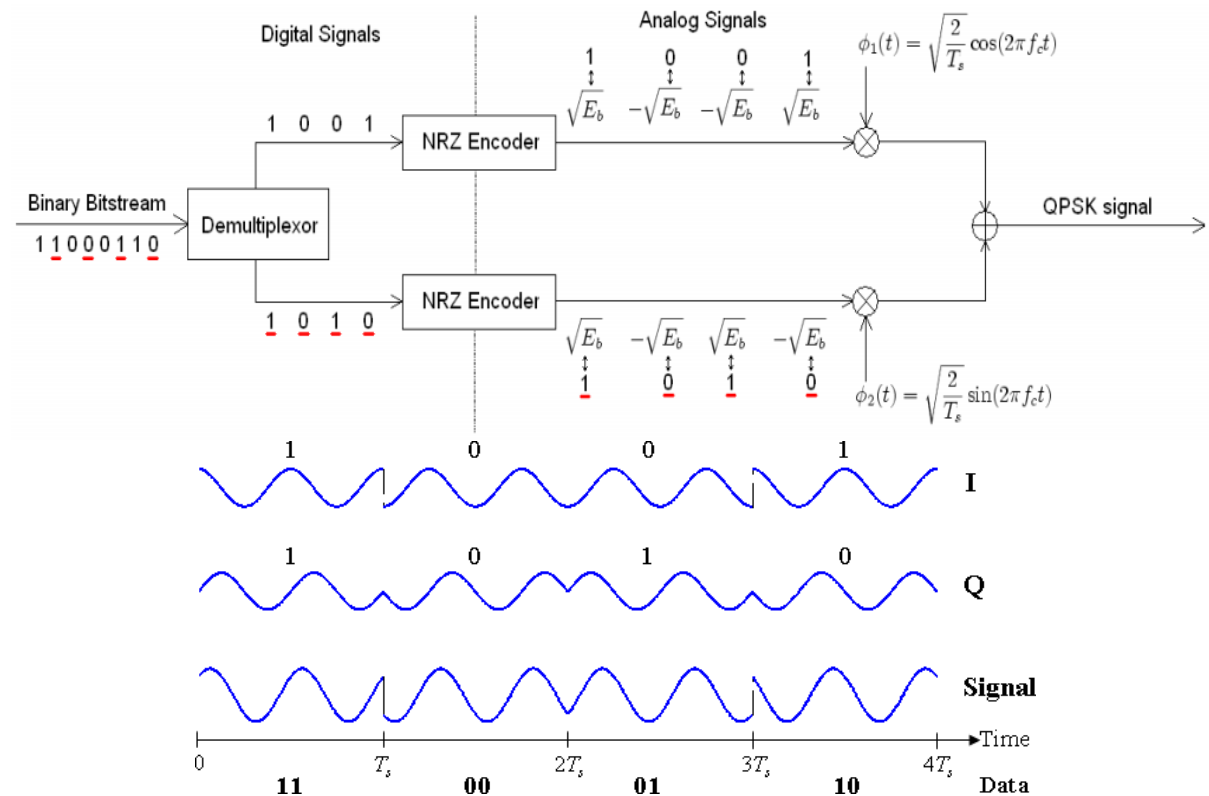


Fig. 8.5: QPSK Modulator und Signale

In Fig. 8.4 ist für eine kurze Bitfolge gezeigt, welche Signalwellen auf dem I- und dem Q-Zweig anliegen und wie das addierte Ausgangssignal aussieht. Der erste und der letzte Phasensprung betragen hier 180 Grad, der mittlere +90 Grad. Man beachte, dass es sich hier nicht um komplexe Signale handelt, sondern die Summe von Sin und Cos Funktionen. Positive Phasensprünge im Zeitbereich entsprechen Drehung im Uhrzeigersinn im Konstellationsdiagramm. (vgl auch:  $\sin(\omega t + 90^\circ) = \cos(\omega t)$ )

Der Empfänger für QPSK funktioniert wie jeder I/Q- Empfänger. Die wichtigste neue Aufgabe ist aber die Trägersrückgewinnung. Sie muss neben dem Frequenzabgleich zum Sender auch die genaue Phasenlage des Senders schätzen und regeln. Nach dem Heruntermischen von der RF (Direct Conversion) oder IF ins Basisband sind auf dem I-Kanal und dem Q-Kanal bereits wieder die getrennten orthogonalen Datenströme vorhanden. Zur Demodulation wird dann je ein Matched Filter (LPF in Fig. 8.6) eingesetzt, dessen Ausgänge in Binärsignale geformt werden und mittels Logik wieder in einen Bitstrom gewandelt werden. Matched Filter auf der RF- oder IF- Stufe sind kaum zu realisieren, da Trägerfrequenz und Datenrate sehr verschieden sind und die Wellenform kompliziert würde. Oft wird mit dem einfachen Rechteckpuls im Sender gearbeitet und dann das einfach zu realisierende Integrate & Dump als Matched Filter eingesetzt.

In DSP Empfängern von Software Defined Radios wird die Trägersrückgewinnung im Prozessor algorithmisch durchgeführt. Das Front-End ist dann ein allgemeiner I/Q- Empfänger ohne Rücksichtnahme auf die Modulation. Die Signale nach den Mischern werden Anti-Aliasing Filtern und A/D-Wandlern zugeführt. Das Konstellationsdiagramm rotiert dann noch mit der Differenzfrequenz der Träger von Sender und Empfänger mit einem beliebigen Phasenoffset. Dies zu schätzen und zu stabilisieren ist dann Aufgabe eines Tracking Algorithmus.

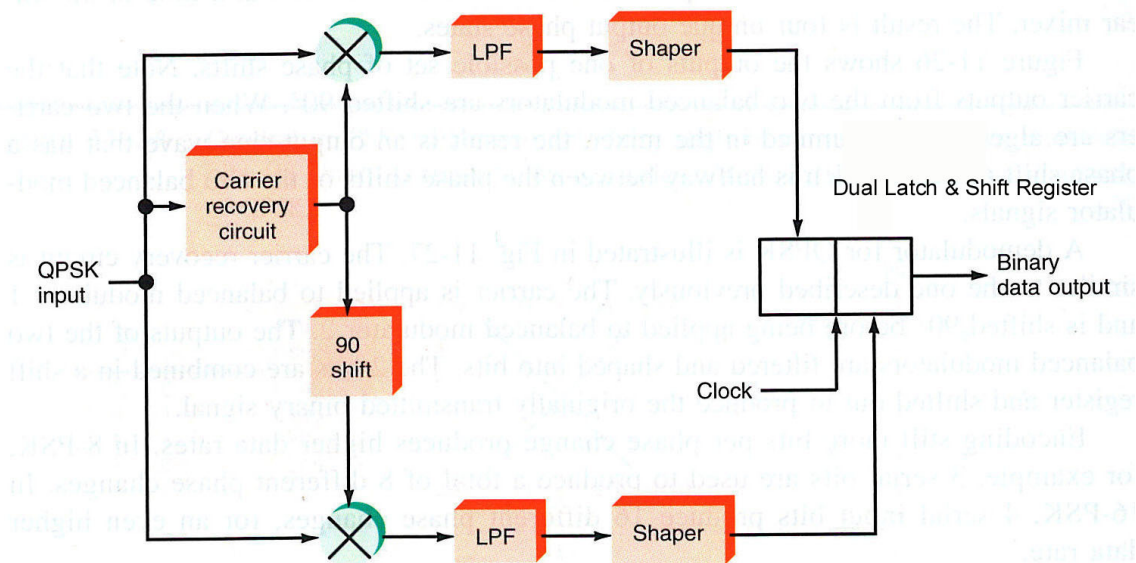


Fig. 8.6: QPSK Empfänger mit Trägersynchronisation

Die Bitfehlerwahrscheinlichkeit BER kann für QPSK recht einfach durch *Überlegung* bestimmt werden. Am besten geht man von den beiden involvierten BPSK Modulationen aus. Gemeinsam besitzen sie die doppelte Leistung und damit bei gegebener Bitdauer  $2T$  pro Kanal = Symboldauer  $T_s$  von QPSK auch die doppelte Energie. Es werden aber dafür 2 Bits pro  $2T$  übertragen. Somit ist die BER von QPSK identisch mit derjenigen von BPSK.

*Rechnerisch* wird das ganze etwas komplizierter.

Allgemein gilt zwischen  $E_b$ ,  $N_0$  und  $S$ ,  $N$  folgende Beziehung: 
$$\frac{E_b}{N_0} = \left( \frac{S}{N} \right) (B \cdot T)$$

mit  $B$  = Bandbreite in Hz und  $T$  = Bitdauer

Das schmalste sinnvolle Filter im Basisband (bei Matched Filter immer per Definition erfüllt) ist  $B = 1/(2T)$ . Im RF Band ist die Bandbreite  $2B$  einzusetzen.

Hier angewendet auf unser QPSK substituiert man für  $T$  die Bitdauer pro Kanal  $= 2T = T_s$ . Mit der Bitfehlerrate jedes der beiden BPSK-Signale gilt für QPSK (und Gray Coding vorausgesetzt) gilt:

$$\text{BER} = \frac{\left[ Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \right]}{2} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2 \cdot S \cdot T_s \cdot 2B}{N}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2S}{N}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{S_{\text{QPSK}}}{N}}\right)$$

Dies ist identisch mit der BER von BPSK.

Betrachtet man aus einer anderen Warte das benötigte S/N für das gesamte QPSK-Signal für eine bestimmte BER, so benötigt QPSK 3 dB mehr als BPSK wenn die gleiche Bandbreite benutzt werden darf. Was heisst das? Das Rauschen bleibt in der Leistung dasselbe. Aber die Signalleistung  $S_{\text{QPSK}}$  ist doppelt so gross wie vorhin festgestellt. Also benötigt QPSK das doppelte S/N gegenüber BPSK um im selben Kanal dieselbe BER zu erreichen. Für die gleiche Bitrate  $R$  bräuchte BPSK die doppelte Bandbreite. Anders ausgedrückt ist QPSK Bandbreite sparend.

*Intuitiv* ist der Sachverhalt auch logisch, da ja nicht mehr eine Entscheidungsschwelle zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  Drehung besteht sondern solche mit  $90^\circ$  Winkelabstand, wie dies in Fig. 8.7, dem Scatter Plot für QPSK bei einem S/N = 6 dB, als Achsenkreuz darstellbar ist.

Massgebend für die Fehlerrate ist bei Gray Codierung der Abstand benachbarter Punkte, also  $2A$ .  $A$  entspricht der Amplitude je der Träger auf dem I und Q-Kanal (halbe grüne Linie). Es gilt für Sinussignal:  $S = A^2/2$ . Gewissermassen ist die Fehlerbehandlung zwischen 2 Punkten immer dieselbe wie für BPSK. Die Signalleistung für QPSK  $S_{\text{QPSK}}$  entspricht der halben roten Linie, welche  $\sqrt{2}$  mal länger ist als  $A$ .

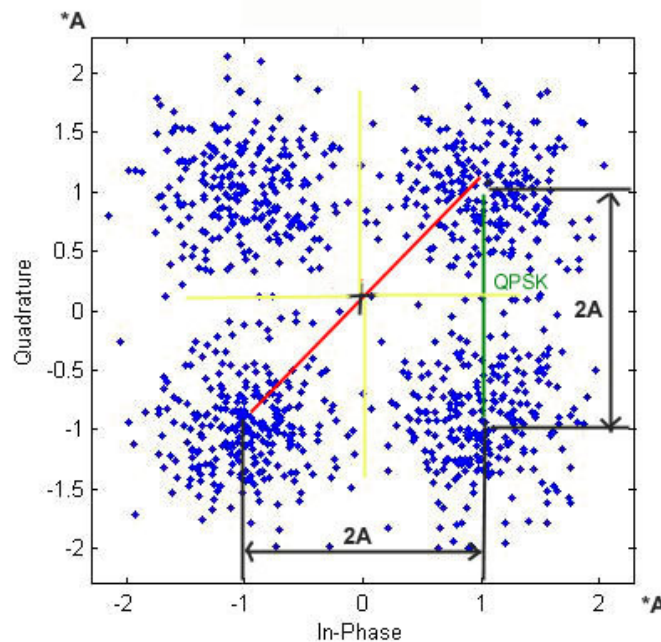


Fig. 8.7: Scatter Plot QPSK bei einem  $E_b/N_0$  von ca. 6 dB



Eine alternative QPSK Modulation verzögert das bei der bisherigen Betrachtung zuerst eingetroffene Bit nicht, sondern bedient damit den einen Zweig direkt, während im anderen Zweig das Vorgänger Bit noch um ein weiteres Bit Intervall  $T$  gehalten wird. Die beiden Zweige wechseln ihren Zustand also nicht mehr gleichzeitig. Diese Modulation wird mit Offset QPSK (**OQPSK**) bezeichnet. Der Vorteil bei dieser Modulation liegt darin, dass bei jedem Bit Intervall nur ein Phasensprung von  $0^\circ$  oder  $\pm 90^\circ$  möglich ist, weil nur 1 Bit ändert (Gray Codierung vorausgesetzt). Die grossen Phasensprünge um  $180^\circ$  werden also unterdrückt (vergleiche Fig. 8.5 mit 8.9), was unter bestimmten Umständen zu einer deutlichen Reduktion des spektralen Anteils ausserhalb des Nutzbandes führt. Dies ist überall dort sehr willkommen, wo Bandbreite limitiert ist, um den Nachbarkanal zu schützen. Die Umhüllende geht bei OQPSK also nie durch den Nullpunkt, im Konstellationsdiagramm sondern immer „ausser herum“ (Fig. 8.9 oben). Man kann zeigen, dass diese Modulation Vorteile beim Einsatz von schlecht linearen Verstärkern hat. Filtert man QPSK stark, so bleibt dessen Amplitude nicht mehr konstant. Nichtlineare Verstärker verursachen Intermodulation (v.a. 3. Ordnung) und drücken diese Amplitudenvariation dann wieder in Richtung konstante Enveloppe. Das führt zu einer spektralen Verbreiterung (englisch: spectral regrowth or splatting).

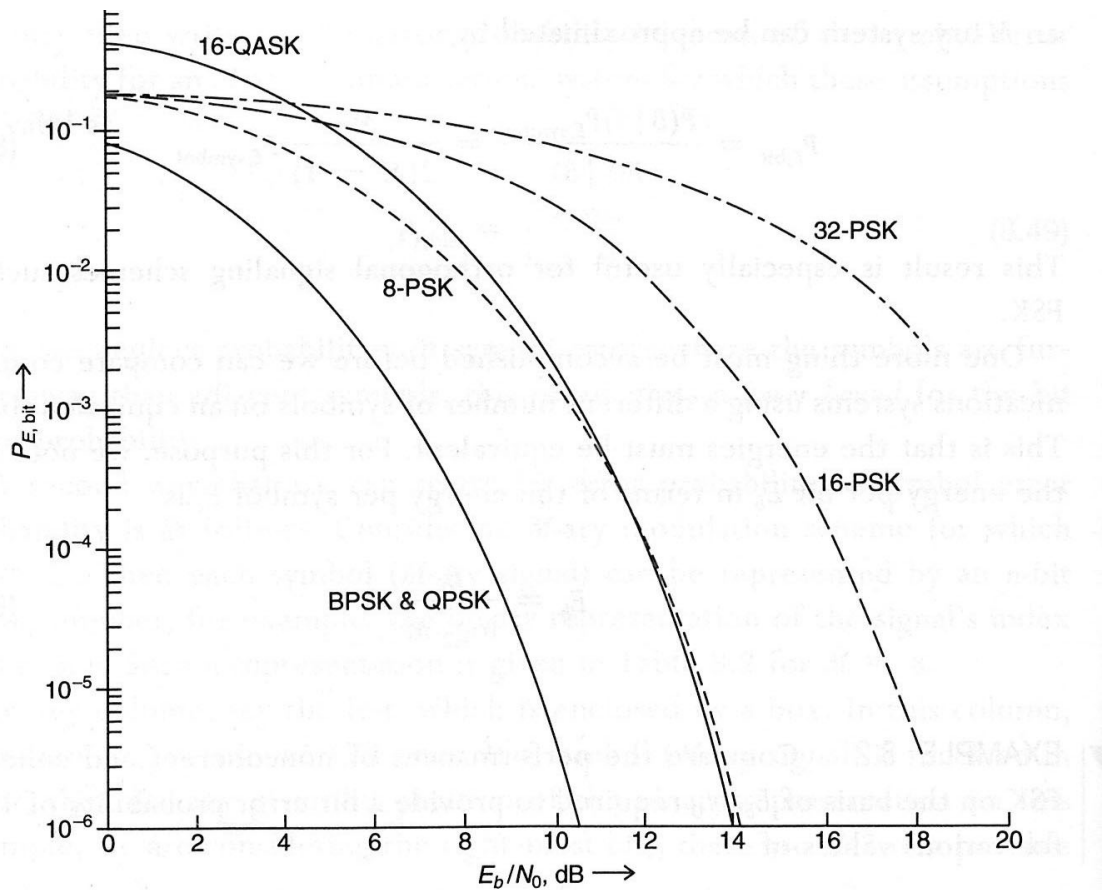


Fig. 8.8: BER in Funktion  $E_b/N_0$  für digitale Phasenmodulationen

Dieser Effekt ist bei OQPSK deutlich weniger ausgeprägt. Anwendung findet diese Modulation deshalb vor allem bei Satellitenmodems, wo nichtlineare Verstärker wegen des geringeren Stromverbrauchs beliebt sind. Andere Varianten wie  $\pi/4$ -QPSK verfolgen ähnliche Ziele. Sie haben alle etwa dieselbe BER Performance.

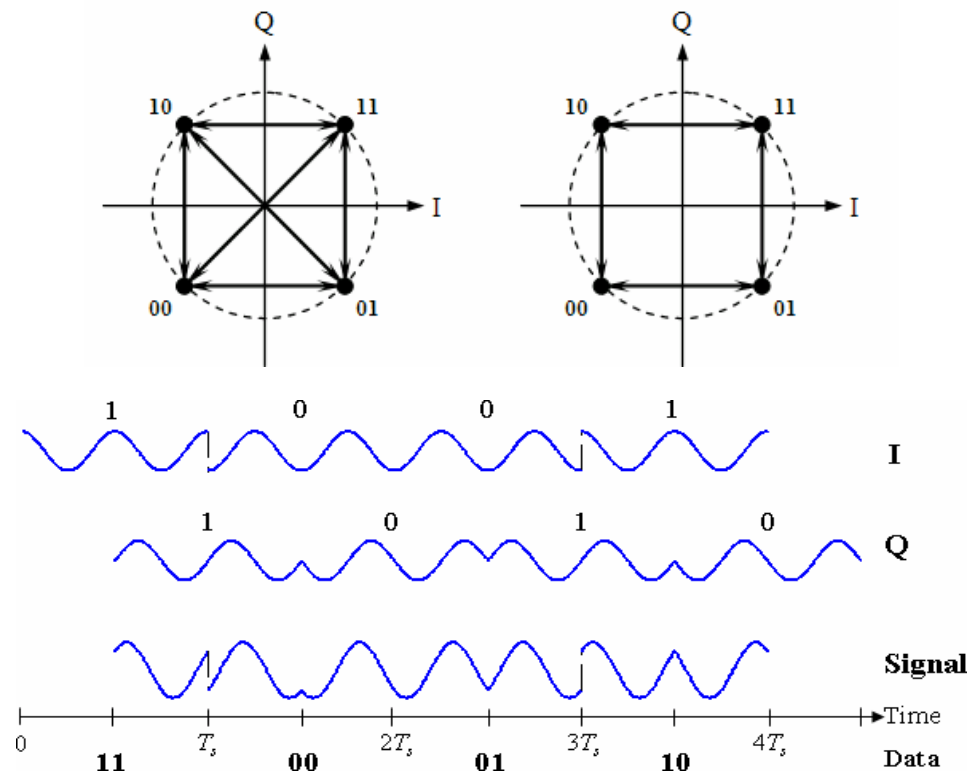


Fig. 8.9: Oben: Vergleich Konstellation QPSK (links) und OQPSK (rechts)  
 Unten: OQPSK Signalverläufe im I- und Q-Zweig und Sendesignal

### 8.3 Minimum Shift Keying (MSK)

OQPSK legt nahe, dass man PSK offenbar hinsichtlich spektralen Verhaltens verbessern kann, wenn man Sprünge im Phasengang vermeidet. Die Seitenbänder im Spektrum lassen sich zudem reduzieren, wenn solche Phasensprünge fehlen und auch nach einer Filterung bleibt daher die Enveloppe konstant. Dies führte zur Modulation Minimum Shift Keying (MSK) Modulation. Durch Gewichtung der bis dahin rechteckförmigen Basisbandsignale und Modulation erhält man für den

I- Zweig: 
$$d_I(t) \cos \frac{\pi t}{2T} \cos 2\pi f_0 t$$

und für den Q-Zweig: 
$$d_Q(t) \sin \frac{\pi t}{2T} \sin 2\pi f_0 t$$

Es entsteht eine PSK mit weichen Übergängen und konstanter Amplitude, wie in Fig. 8.10 dargestellt wird. Das Signal läuft nun von Konstellationspunkt zu Konstellationspunkt genau auf dem Kreis. Man verwechsle diese Pulsformung nicht mit derjenigen von Matched Filtern, es geht hier vor allem darum das Spektrum im Sender einzuschränken.

Da wie bei OQPSK die Daten um ein Bit Intervall verschoben appliziert werden, sind auch keine Übergänge via Nullpunkt im Konstellationsdiagramm zu finden.



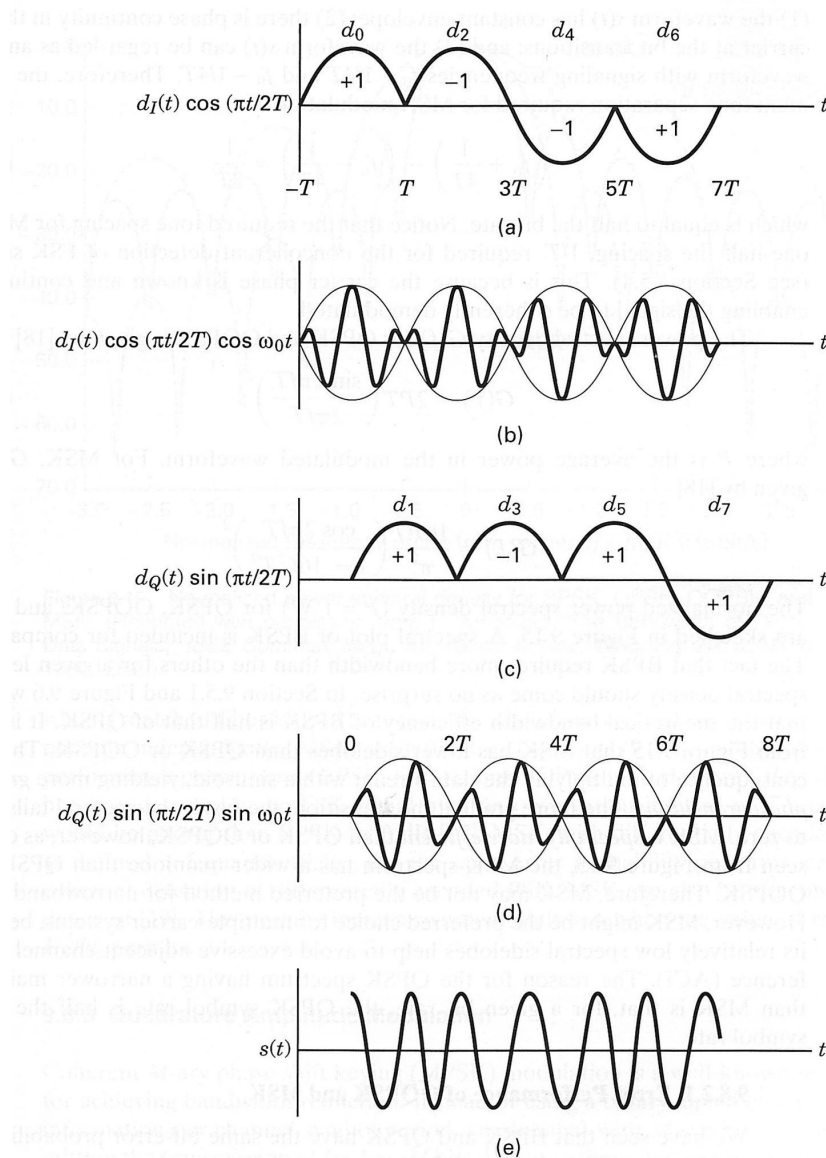


Fig. 8.10: Vorfilterung der Inphase und Quadratur Datenbits für MSK Modulation

Man kann MSK auch als FSK mit kontinuierlichem Phasenverlauf interpretieren, welches die Töne  $f_0 + 1/4T$  und  $f_0 - 1/4T$  benutzt und mit der Bitrate  $1/T$  arbeitet.

Bei einer MSK beträgt der Frequenzabstand somit:

$$\Delta f = \frac{1}{2T} = \frac{R}{2}$$

d.h. die Hälfte der Bitrate. Zur Erinnerung: bei nichtkohärenter FSK ist ein Abstand von  $1/T$  zu benutzen. Die Phase ändert sich pro Symbol genau um:

$$\Delta\phi = \pm \frac{\pi}{2}.$$

Die Bandbreite (Nullstelle zu Nullstelle) beträgt  $1.5 R$ .

MSK eignet sich für kohärente Detektion. Die Performance von MSK bezüglich Bitfehlerrate ist ungefähr gleich wie BPSK, QPSK [4].

Es geht somit vor allem um Bandbreitenvorteile. Fig. 8.11 zeigt das Spektrum von MSK mit Vorteilen vor allem im so genannten „Out of Band“ Bereich, wo strenge Vorgaben der Regulierungsbehörden einzuhalten sind.

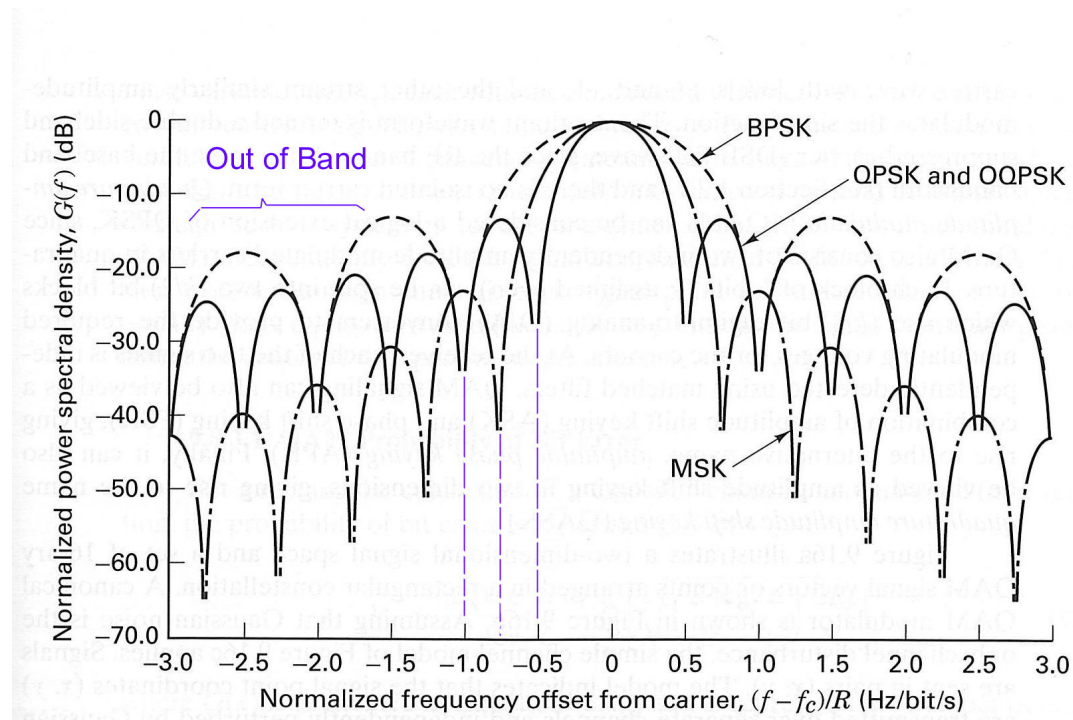


Fig. 8.11: Vergleich der Leistungsspektren von BPSK, QPSK und MSK mit gleicher Bitrate R

Noch weiter optimiert bezüglich Bandbreitenbedarf ist das im GSM Mobilfunk verwendete Gaussian Minimum Shift Keying GMSK [2], welches anstelle der sinusförmigen Gewichtung der Bit Impulse Vorfilter mit gaussförmiger Stossantwort verwendet. Fig. 8.12 zeigt eine Implementationsform basierend auf FSK, welche geeignet ist für eine Generierung mit DSP Technik. Der Integrator erzeugt ein Phasensignal, so dass  $b(t)$  den Oszillator in der Frequenz modulieren kann (vgl. FM – PM analog Modulation).

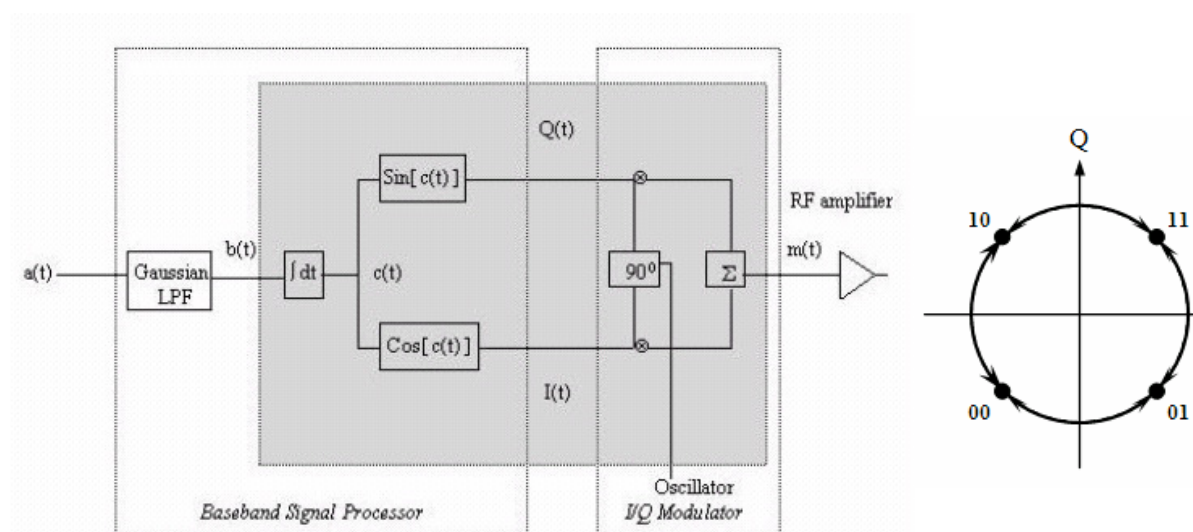


Fig. 8.12: GMSK Erzeugung mit einem Quadratur-Modulator

## 8.4 Höherwertige Modulationen MPSK und QAM

### 8.4.1 Mehrstufige Amplitudenumtastung (PAM)

Bisher haben wir mit Ausnahme von QPSK und MSK nur ein Bit pro Symbol übertragen, d.h. die Bitrate entsprach der Symbol- oder Baudrate. Um bei gleich bleibender Signalbandbreite eine höhere Datenrate erzielen zu können, muss auf mehrwertige Symbole übergegangen werden. Als Beispiel haben wir bei der Leitungscodierung von Basisbandsignalen den quaternären ISDN Layer 1 Code 2B1Q kennen gelernt, wie er in Fig. 8.13 aufgetragen ist. Wird ein solches mehrstufiges Basisbandsignal mit einem Träger multipliziert, spricht man allgemein von einer Pulsamplitudenmodulation (PAM), wobei die zweistufigen ASK- und PSK-Verfahren Spezialfälle darstellen. Ein typisches Merkmal für eine PAM ist die Eigenschaft, dass in der Signalraumdarstellung alle Signalpunkte auf einer Geraden liegen. Dies kann in Fig. 8.14 am Beispiel der vierwertigen PAM überprüft werden. Dabei wird wie schon für QPSK der Abstand der Punkte im Konstellationsdiagramm so gewählt, dass die Bitfehlerrate im Vergleich zu BPSK erhalten bleibt und die daraus resultierende Signalleistung errechnet.

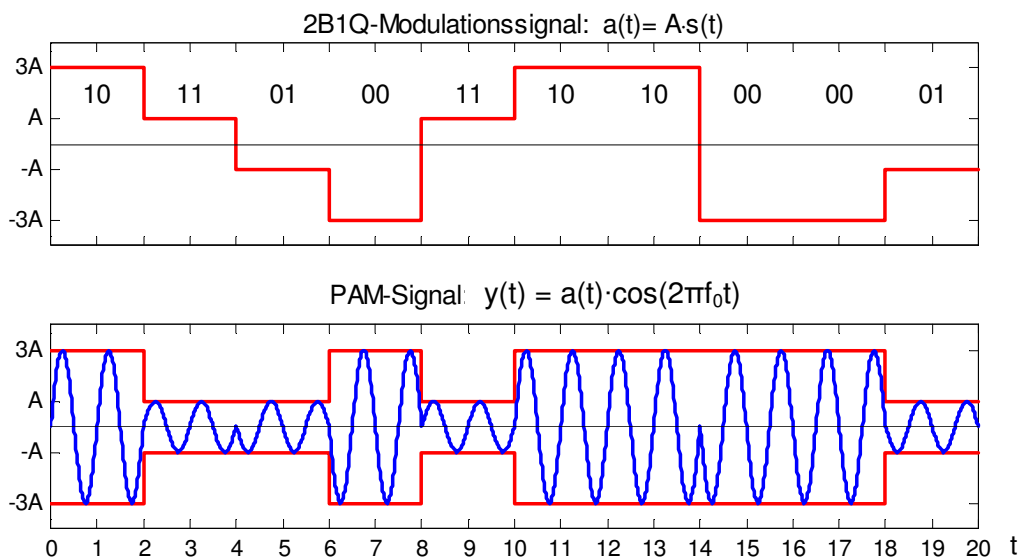


Fig. 8.13: Vierstufige Pulsamplitudenmodulation (PAM) mit Gray-Codierung.

Bei mehrwertigen Symbolen, deren Wertevorrat meist einer Zweierpotenz  $M = 2^N$  entspricht und durch  $N$  binäre Bits dargestellt werden kann, werden die einzelnen Signalzustände nicht der Reihe nach durchnummeriert, sondern es wird wie schon bei QPSK der sogenannte Gray-Code angewendet, der die Eigenschaft besitzt, dass sich benachbarte Signalpunkte nur in einem Bit unterscheiden. Dies folgt aus der Überlegung, dass bei normalverteiltem Rauschen mit grösster Wahrscheinlichkeit durch eine Fehlentscheidung im Detektor ein Nachbarsymbol ausgewählt wird und sich durch die Gray-Codierung der Schaden auf einen einzelnen Bitfehler beschränkt.

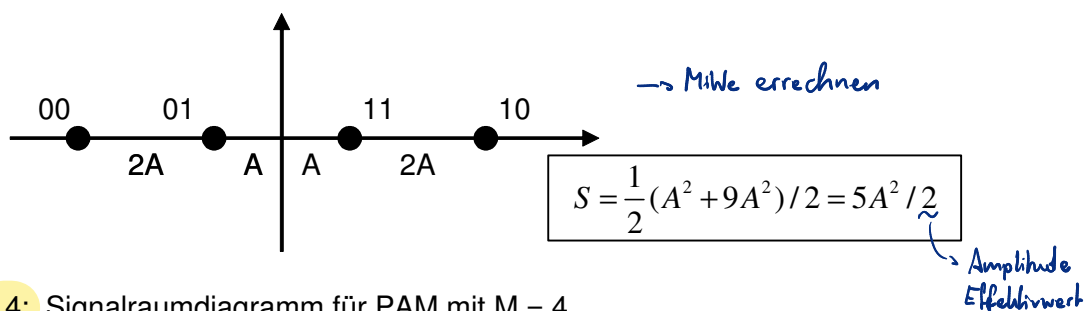


Fig. 8.14: Signalraumdiagramm für PAM mit  $M = 4$ .

Dimensionieren wir alle betrachteten Modulationsverfahren konsequent so, dass die kleinste Distanz zwischen zwei Signalpunkten im Signalraumdiagramm  $2A$  beträgt, so resultiert immer die gleiche Bitfehlerrate, welche mit BPSK vergleichbar ist. Was die verschiedenen Verfahren nun unterscheidet, ist die dazu benötigte Signalleistung und damit bei gleicher Rauschleistung, das notwendige SNR. BPSK benötigt  $A^2/2$  Leistung.

Wie man der Leistungsbilanz für  $M = 4$  entnehmen kann, nimmt die für eine konstante Bitfehlerrate notwendige mittlere Leistung mit zunehmender Anzahl der Amplitudenpegel sehr schnell zu, nämlich verglichen mit der zweiwertigen PSK, die fünffache Leistung für die vierwertige PAM. Normieren wir die Leistungen auf die Anzahl  $N$  übertragener Bits pro Symbol ( $\log_2 M$ ), so ergibt sich immer noch die 2.5-fache Leistung pro Bit für  $M = 4$ . Bei  $M = 8$  wäre es die siebenfache Leistung. Die PAM geht also sehr verschwenderisch mit der Leistung um.

### 8.4.2 Mehrstufige Quadratur-Amplitudenmodulation (QAM, MPSK)

Mit Hilfe der zwei unabhängigen Signalkomponenten  $i(t)$  und  $q(t)$  lässt sich jeder beliebige Punkt im komplexen Signalraum ansteuern, wobei  $i(t)$  den Realteil in Richtung der I-Achse und  $q(t)$  den Imaginärteil in Richtung der Q-Achse darstellt. Somit kann die Anzahl Symbole gegenüber PAM erhöht und die Leistungsbilanz verbessert werden. Fig. 8.15 zeigt eine achtwertige QAM, welche nur eine Leistung pro Bit von  $4.73/3$ , also etwa das 1.6-fache der BPSK Leistung benötigt.

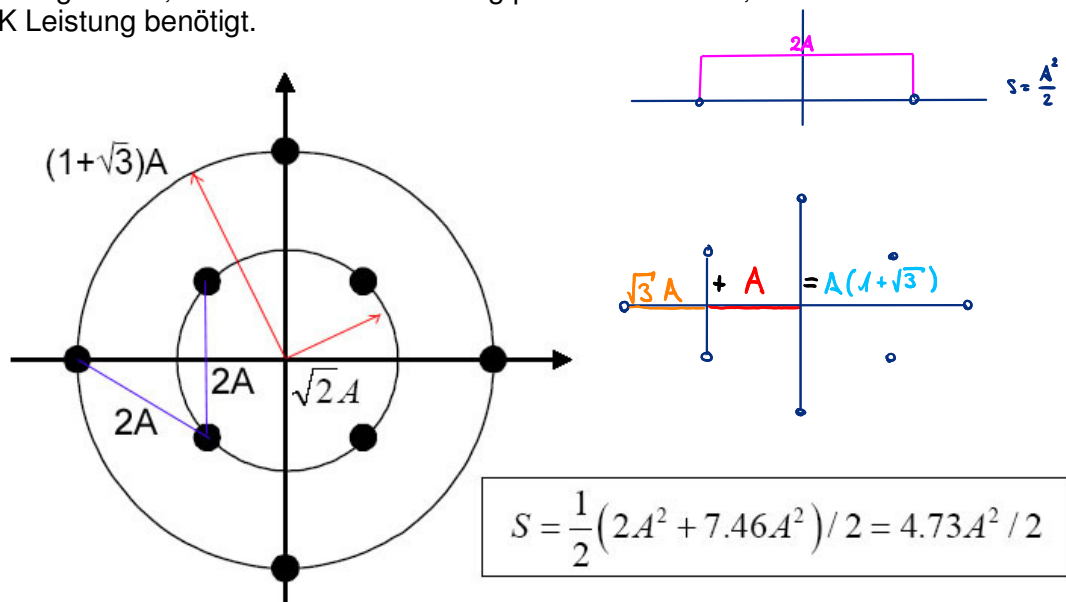


Fig. 8.14: Signalraumdiagramm mit Kreisradien für die optimale 8-QAM ( $M=8=2^3$ ). S ist der Mittelwert der möglichen Leistungsstufen.

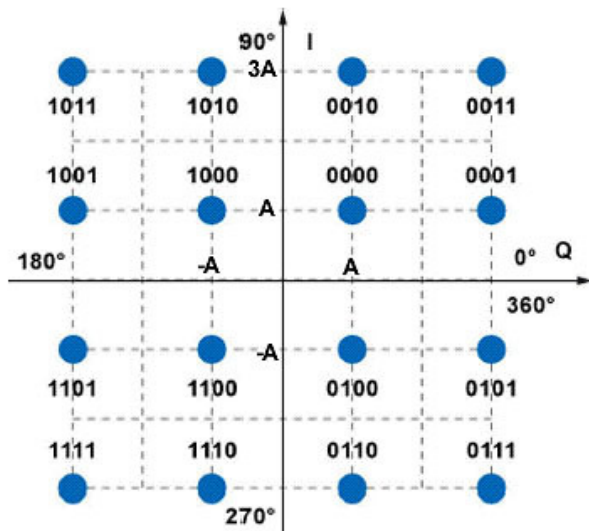
Man beachte die geschickte Auswahl der Punkte im Konstellationsdiagramm, so dass die Abstände benachbarter Punkte möglichst gross werden. Alle Punkte in Fig. 8.14 besitzen den Abstand  $2A$  voneinander. Die Wahrscheinlichkeiten für jeden Konstellationspunkt werden gleich gross angenommen.

Als weiteres Beispiel soll die 16-QAM in Fig. 8.15 dienen, die man sich aus einer vierwertigen PAM in I-Richtung und einer vierwertigen PAM in Q-Richtung zusammengesetzt vorstellen kann.

Dieses Schachbrettmuster kann beliebig erweitert werden. Gebräuchlich sind die 64-QAM und die 256-QAM, welche die Übertragung von 6 Bit, respektive 8 Bit pro Symbol erlauben. Diese Verfahren werden zum Beispiel im Downlink-Kanal eines Cable-TV Modems verwendet.

Bei 16-QAM sind 4 Leistungsstufen im Konstellationsdiagramm von Fig. 8.15 zu finden, mit Radius  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt{10}$  und  $\sqrt{18}$ . Der Leistungsbedarf ist 10-mal grösser als bei BPSK, pro Bit betrachtet 2.5-mal grösser. Die BER Kurve für 16-QAM liegt somit  $10 \log(2.5) = 4$  dB höher als diejenige von BPSK.

Generell wächst und wächst der Leistungsbedarf pro Bit mit wachsendem M und damit auch der auch Wert für  $E_b$  bei gleicher Symboldauer und damit Bandbreite.



$$S = 0.25 \cdot (2A^2 + 10A^2 + 10A^2 + 18A^2) / 2 = 10 \cdot A^2 / 2$$

Fig. 8.15: Signalraumdiagramm für die rechteckförmige 16-QAM.

Jeder Punkt im kartesischen I/Q-System lässt sich in die polare Darstellung

$$y(t) = a(t) \cos[2\pi f_0 t + \varphi(t)]$$

mit Amplitude und Phase

$$a(t) = \sqrt{i^2(t) + q^2(t)} \quad \text{und} \quad \varphi(t) = \arctan \frac{q(t)}{i(t)}$$

umformen. Für die reinen Phasenumtastungen muss

$$a(t) = \sqrt{i^2(t) + q^2(t)} = \text{constant}$$

gelten, damit alle Signalpunkte auf einem Kreis zu liegen kommen.

Für allgemeine QAM-Konstellationen, wie zum Beispiel die optimale 8-QAM in Fig. 8.15, können beliebige Phasenwinkel  $\varphi(t)$  und Radien  $a(t)$  angesteuert und somit auch wieder demoduliert werden.

Interessant sind die mehrwertigen PSK Modulationen, weil sie sich prinzipiell auch für nichtlineare Verstärker eignen.

Dazu wird im Konstellationsdiagramm auf dem Kreis M Punkte aufgetragen, wie zum Beispiel für 16-PSK in Fig. 8.16 ausgeführt. Die Leistung bleibt so eingestellt, dass der Abstand benachbarter Punkte  $2A$  beträgt ( $A$  ist die Amplitude der Schwingung). Für 8-PSK erhält man dann für den Kreisradius  $2.61 A$ . Auf ein Bit umgerechnet ergibt sich  $\log_2 8$  weniger Leistung, was  $2.28 A^2$  ausmacht. Dies ist rund 3-mal weniger als für achtwertige PAM, aber  $10 \log(2.28/(4.73/3)) = 1.6$  dB mehr als für achtwertige QAM.

PSK: Rauschen, ... (A-TV)  
 QAM weil kein Phasen-/Amplitudenrauschen

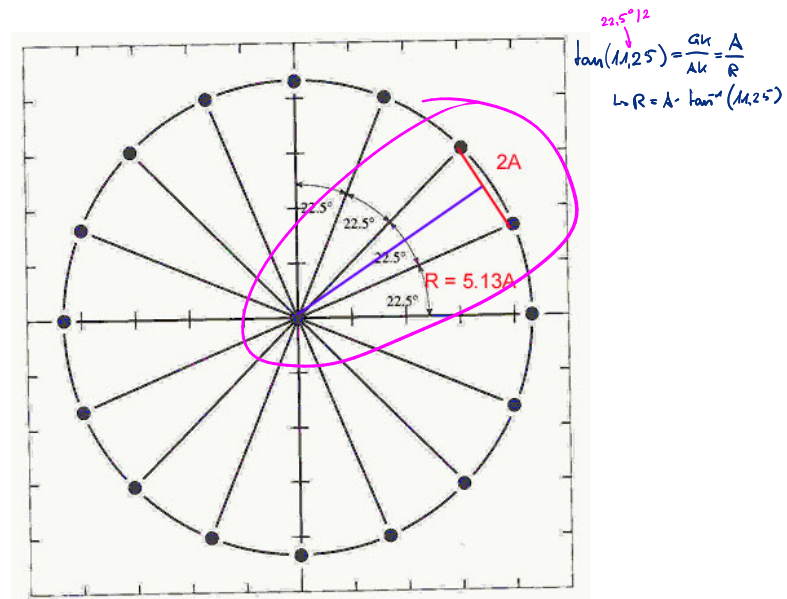
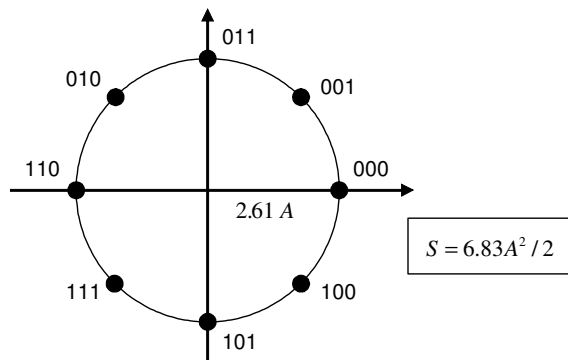


Fig. 8.16: 8-PSK mit Punktedistanz  $A$  zwischen Punkten und Winkелеinteilung für 16 PSK

Vergleicht man 8-PSK mit QPSK mit  $S = 2 A^2/2$  so erhält man auf Symbollevel einen Unterschied von 5.3 dB im  $E_s/N_0$ . Berechnet man dies bezogen pro Bit, so ist der effektive Unterschied nur 3.6 dB (Fig. 8.17). Zur Erinnerung, es wird bei diesen Vergleichen immer dieselbe Symbolrate  $1/T_s$  zu Grunde gelegt. Der zusätzlich aufzuwendende  $E_b/N_0$  Faktor ist also der Preis für mehr Bit/s in derselben Bandbreite.

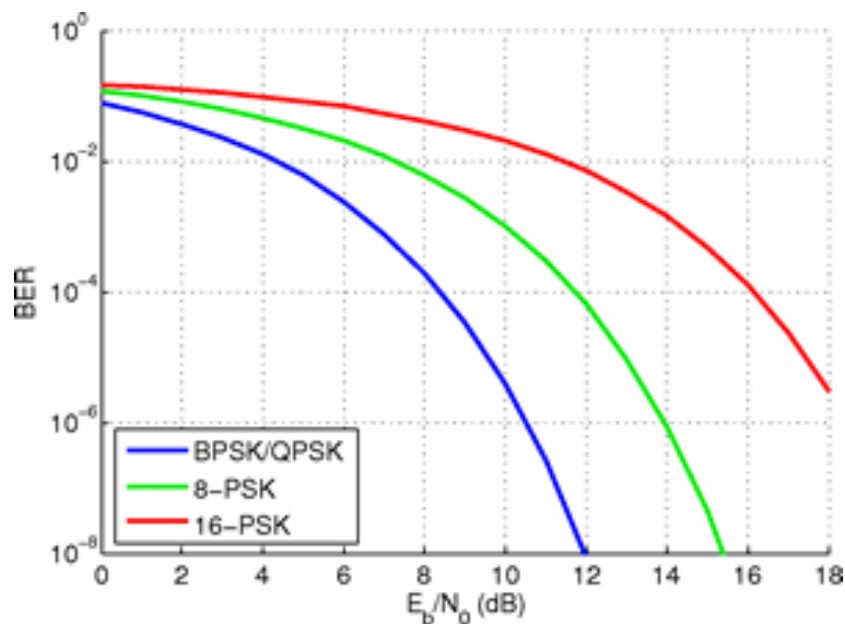


Fig. 8.17: BER Vergleich für M-ary PSK

Die Komplexität in der Architektur und die Art der Verstärkertechnik bestimmen die Wahl bei mehrwertigen Modulation mit einem Trägersignal bei vorgegebener Bandbreite. Tendenziell haben QAM bei Kabelübertragungen und M-ary PSK im Funkkanal ihre Stärken.

Betrachtet man die Möglichkeit, dass mehr Bandbreite verfügbar ist und man so einfach die Bitrate bei BPSK verkürzt, so stellt man fest, dass damit die Bitdauer sinkt und somit in der BER Kurve  $E_b$  um  $\log(M)$  sinkt. Entsprechend nimmt die Fehlerrate zu. Die BER-Kurve verschiebt sich um  $10 \cdot \log(M)$  nach rechts gegenüber der ursprünglichen Kurve mit  $E_b$ . Dies ist eine Verschlechterung im Vergleich zu QAM, dafür bleibt die Komplexität im Sender und Empfänger gering.



## 8.5 M-ary FSK und OFDM

Die Modulationen m-ary PSK, QAM können trotz der Mehrwertigkeit für sehr hohe Datenraten nur eingesetzt werden, wenn die entsprechende Bandbreite und Leistung zur Verfügung steht. Das heisst zweierlei: Es ist genügend Bandbreite zugeteilt und der Kanal hat eine grössere Kohärenzbandbreite  $B_c$ . Dies trifft für faseroptische und koaxiale Kabel zu, nicht jedoch für den Funkkanal (z.B. Kurzwellenfunk) und für eine Datenübertragung missbrauchte Netz- und Telefonleitungen (ADSL).

Es gibt Situationen in denen die verfügbare Sendeleistung begrenzt ist, jedoch genügend Bandbreite zur Verfügung steht. Man spricht von Power Limited Systems. Im Unterschied dazu ist bei den Bandwidth Limited Systems genügend Leistung vorhanden und die Bandbreite knapp.

Für Power Limited Systeme ist die M-wertige Erweiterung von FSK der bessere Weg um mehr Daten zu übertragen. Dabei bleibt wiederum die Symbolrate gleich. Man verwendet für die Übertragung von N Bit einfach M orthogonale Trägersignale, also im kohärenten Fall Frequenzen mit mindestens dem Abstand  $\Delta f = 1/2T = R_s/2$  zueinander und sendet je nach Bitwertigkeit einen dieser Töne für die Symboldauer  $T_s = T$  aus. Bei 8-ary FSK werden somit  $N = 3$  Bit ausgewertet und in eine der  $M = 8$  möglichen Frequenzen umgesetzt. Dabei steigt die Datenrate um  $\log_2(M)$  und die Bandbreite um M an, während die Symbolrate konstant bleibt.

Oft wird aber auch eine FSK mit gegebener Datenrate wegen zu geringer Kohärenzbandbreite  $B_c$  mittels M-ary FSK übertragen (z.B. Kurzwellenfunk). Hierbei wird die Symbolrate um  $\log_2(M)$  gesenkt, wobei sich Bandbreite um  $M/\log_2(M)$  erhöht.

Für diesen Fall kann die Symbol Fehlerrate von m-ary FSK kann bezogen auf die BER Kurve von FSK mit der gleichen Datenrate als obere Grenze für kohärenten Empfang mit folgender Formel bestimmt werden (ohne Beweis):

$$P_E(M) \leq (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{(\log_2 M) \cdot E_b}{N_0}}\right) \quad \text{für } M > 4 \text{ gilt: } BER \approx 0.5 \cdot P_E$$

Dies ist graphisch in Fig. 8.18 dargestellt.

Für  $M=4$  erhält man also die 3 fache BER von BPSK. Da BPSK in der BER 3 dB besser abschneidet als FSK ergibt sich ein respektabler Gewinn gegenüber der normalen FSK.

Die Konstruktion eines  $P_E$  –Punktes oder eines BER Punktes:

1. Wähle entsprechenden BER Punkt auf der Binary FSK Kurve in Fig. 8.18
2. Gehe horizontal um  $10 \cdot \log(M)$  nach links
3. Gehe  $(M-1)$  für  $P_E$  oder  $(M-1)/2$  für BER nach oben

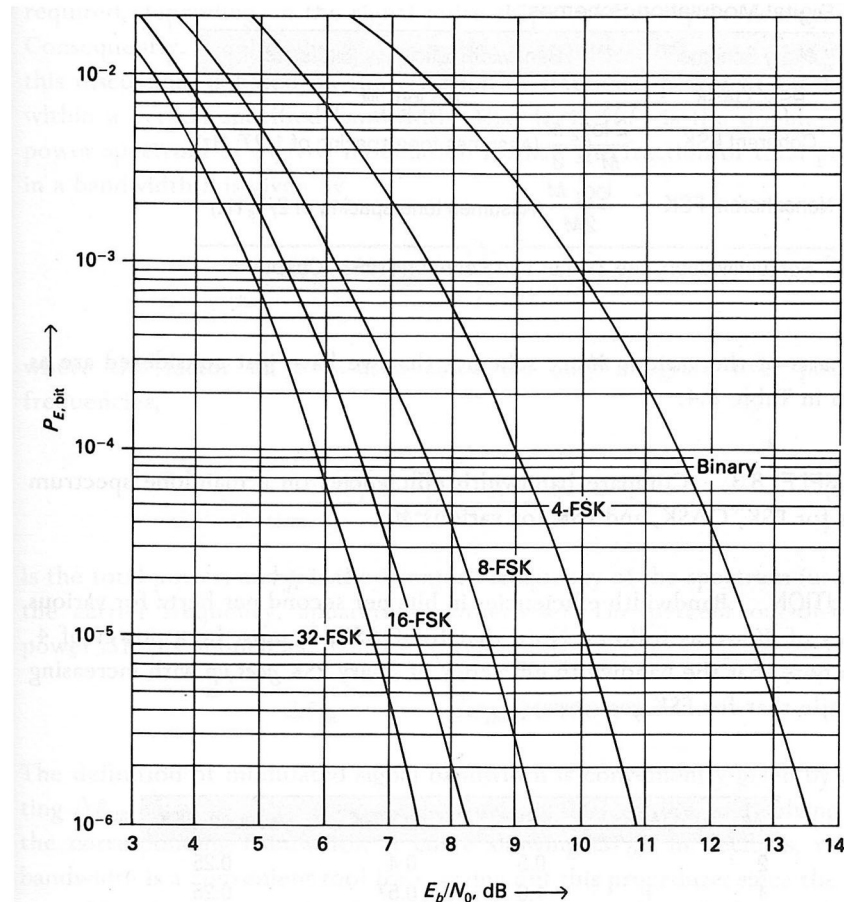


Fig. 8.18: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für m-FSK in Funktion von  $E_b/N_0$ . (Binary = 2-FSK)

Die Empfangsarchitektur, meist in DSP Technik realisiert (FFT Empfänger), entspricht grob skizziert dem Blockdiagramm von Fig. 8.19. Beim gelb markierten ML Detector handelt es sich um einen so genannten „Maximum Likelihood“ Detektor, der aus den M angebotenen Signalen nach der kohärenten Demodulation dasjenige auswählt, welches den grössten Pegel aufweist.

Nichtkohärente M-ary FSK weist lediglich eine um etwa 1 dB schlechtere BER Performance gegenüber der kohärenten Variante auf. Wichtigster Unterschied ist wohl mehr der Frequenzabstand um Orthogonalität zu erhalten. Für nichtkohärente FSK ist der Tonabstand zwischen 2 Trägersignalen mit  $1/T$  doppelt so gross zu wählen.

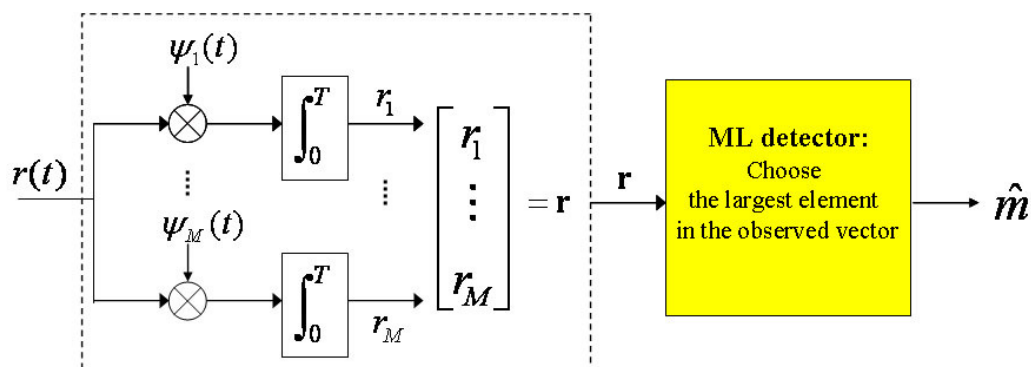


Fig. 8.19: Kohärenter M-ary FSK Empfänger

Schliesslich führen all die betrachteten Modulationsformen zu einer weiteren seit ein paar Jahren sehr erfolgreichen Modulationsform. Hat man an sich genügend Bandbreite aber zu wenig Kohärenzbandbreite infolge von Mehrwegausbreitung oder Variationen der Leitungsimpedanz, so kann man die bandbreiteneffiziente Modulation mit der leistungseffizienten kombinieren.

**OFDM** ist erfunden, **Orthogonal Frequency Division Multiplexing** [7]. Man unterteilt den Kanal in  $N$  Subkanäle, die für sich noch perfekt Eigenschaften haben (Kohärenzbandbreite  $\gg$  Subkanalbandbreite). Jeden dieser Subkanäle besetzt man mit einem Trägersignal welches  $M$ -wertig in Amplitude und/oder Phase moduliert wird, z.B. QAM.

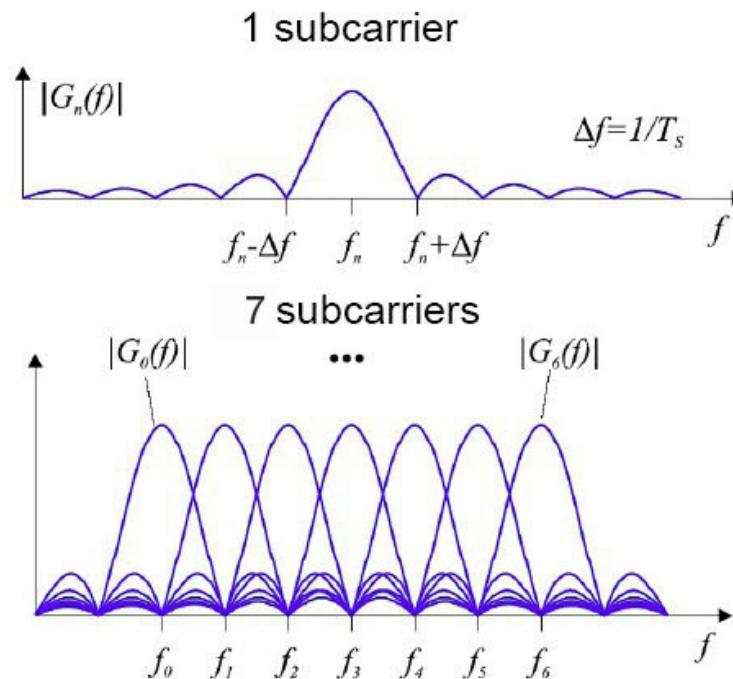


Fig. 8.20: OFDM Kanalbelegung durch  $M$  Träger, Beispiel  $M= 7$ .

Der Trägerabstand wird so gewählt, dass die einzelnen Träger orthogonal zueinander sind. Da die Träger im Unterschied zu FSK mit Daten verschieden in der Phase moduliert sind beträgt  $\Delta f = 1/T_s$  für Orthogonalität, mit  $T_s$  der Symboldauer. Die Trägerfrequenzen liegen exakt im Nulldurchgang ihrer Nachbarträger. Die Nachbarträger überlappen sich genau zu dem Zeitpunkt, wo der mittige Träger sich im Nulldurchgang befindet, so wie in Fig. 8.20 ersichtlich.

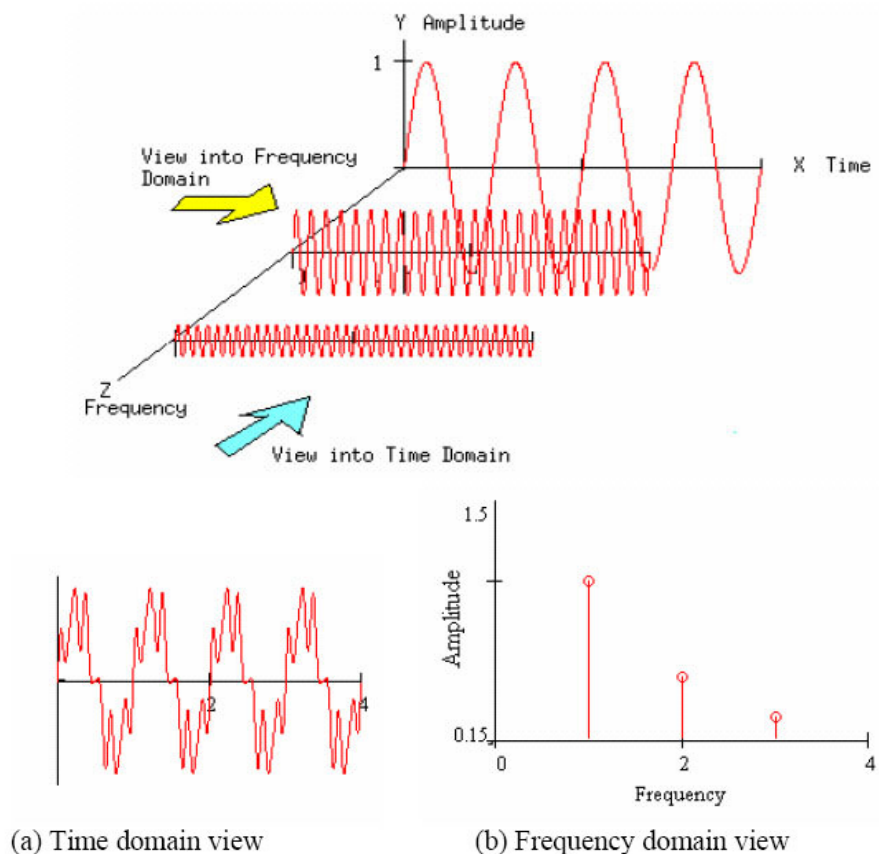


Fig. 8.21: Einfaches Beispiel eines OFDM-Signal und Zeit- / Frequenzbereichsdarstellung

M-ary QAM (M-ary PSK ist Untermenge) hat den grossen Vorteil, dass eine Erzeugung Symbol für Symbol direkt mittels inverser FFT möglich ist und die Detektion mit einer FFT sehr einfach umsetzbar ist (Fig. 8.22, 8.23). Ein simples Demo-Beispiel zeigt in Fig. 8.21 die Situation für 3 Kanäle während 1 Symboldauer  $T_s$  und PAM/QAM als Modulation. Während der Dauer eines Symbols haben alle Subträger eine datenabhängige aber feste Amplitude und Phase, welche in der IFFT dann jedem Frequenzstützwert zugeordnet werden. Anders ausgedrückt wird die komplexwertige  $2N$ -Punkte IFFT bzw. FFT genau über die Beobachtungsdauer eines Symbols durchgeführt und hat damit eine Frequenzauflösung von  $1/T_s$  erzielt. Das Spektrum ist komplexwertig, Um ein reelles Signal für den Kanal zu erhalten muss das Spektrum konjugiert komplex auf  $2N$  Werte erweitert werden.

Man beachte, dass die Symboldauer recht lang sein kann, wenn viele Subträger und grosse M-Werte eingesetzt werden. Ein 20 MBit/s Link mit 1000 Subträgern und 64-QAM weist eine Symbolrate (alle 1000 Subcarrier seien moduliert) von 2500 Symbolen/s, also eine Symboldauer von 400  $\mu$ s auf. Im Kurzwellenfunk werden sogar OFDM Systeme mit nur 50 Symbolen/s wegen der geringen Kohärenzbandbreite eingesetzt. Entsprechend gilt es dann der Kohärenzzeit  $T_c$  des Kanals abzuklären. Sonst werden die einzelnen Symbole unzulässig durch den Doppler verzerrt.

Bei Funkübertragung muss zwischen 2 aufeinander folgenden Symbolen eine so genannte „Guard Time“ (Wartezeit) eingefügt werden, um die Mehrweg-Echos abklingen zu lassen. Andernfalls erscheinen sie als Fehlersignal im nächstfolgenden Symbol.

Vielfältige adaptive Methoden verhelfen dem Verfahren zu weiterer Leistungssteigerung. So können in Kanäle mit gutem S/N viele Datenbits pro Sekunde gepackt werden und in schlechtere Kanäle wenige Bits/s, also kleinere M Werte gewählt werden. Eine Kanalschätzung an Hand von Referenzsymbolen gibt Auskunft über die Qualität der Subkanäle.

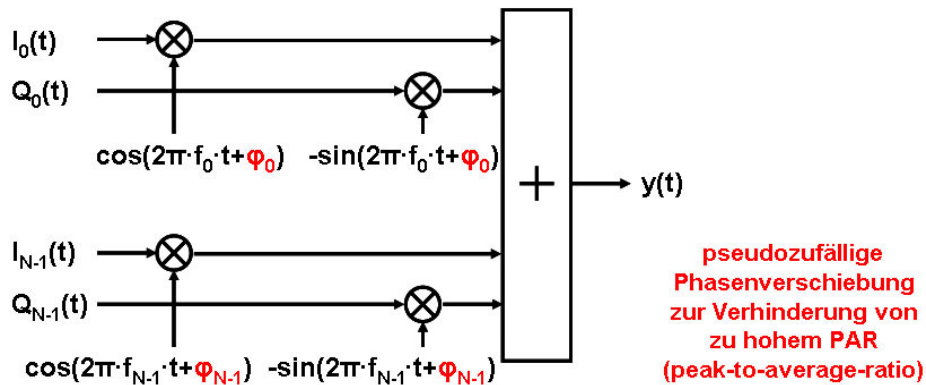


Fig. 8.22: Erzeugung eines OFDM Signals,  $I_k(t)$  und  $Q_k(t)$  entsprechend QAM Konstellation

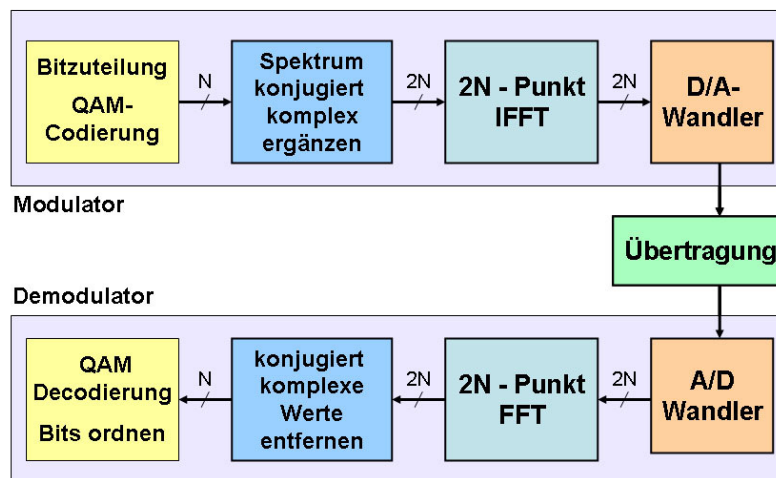


Fig. 8.23: Blockdiagramm Sende/Empfänger für OFDM

OFDM wird zum Beispiel für WLAN im 5 GHz Band unter dem Standard IEEE 802.11a angewendet, im IEEE 802.16 bei 3.5 GHz für WiMAX definiert und im ADSL auf dem Telefonkabel benutzt. Im ADSL wird OFDM meist historisch mit DMT für Discrete Multi Tone bezeichnet (Anhang B, [9]).

Im WLAN Standard wird der Subkanal mit BPSK, QPSK, 16-QAM oder 64-QAM belegt, je nach S/N Ergebnis aus einer Kanalschätzung des Empfängers. Von 52 Subträgern werden deren 48 moduliert [6]. Die übrigen 4 dienen als Referenz, so genannte „Pilots“, auf deren Phasenlage sich die Modulationen der anderen Träger beziehen kann und aus denen sich der Kanal schätzen lässt. Ein kompletter OFDM Kanal belegt 20 MHz Bandbreite. Dies ergibt pro Subträger 0.3125 MHz, was mit allen praktischen Kohärenzbandbreiten im Mikrowellen Indoor-Bereich problemlos ist. Es können so bis zu 72 MBit/s brutto übertragen werden, von denen 54 MBit/s nutzbar sind.

Ein Nachteil hat aber auch OFDM: Das Sendesignal ist die Summe einer Anzahl von modulierten Sinus- und Cosinuswellen. Dies führt zu einem hohen Spitzenwert bei relativ geringem Effektivwert. Die Verstärker müssen aber auf den Spitzenwert ausgelegt sein, da sonst Intermodulation entsteht. Durch geschickte Wahl der Phasenterme der Trägersignale kann dieses Verhältnis von Peak to Average Power etwas abgefedert werden. Ein anderer Nachteil ist die hohe Empfindlichkeit auf Frequenzsynchronisationsfehler. Die Modulation eignet sich nicht besonders für schnell bewegte Fahrzeuge wegen der Dopplerverschiebung und verlangt genaue Frequenzen der LO-Synthesizer.

DAB und DVB-T benutzen ebenfalls OFDM mit mehr als 1000 Subträgern (vgl. Anhang A)).

## 8.5 Literaturangaben

- [1] J.G. Proakis, M. Salehi, "Grundlagen der Kommunikationstechnik", Pearson, 2004.
- [2] Murota, K. and Hirade, K., "GMSK Modulation for Digital Mobile Radio Telephony," IEEE Transactions on Communications, vol COM-29, No. 7. pp. 1044-1050, July 1981.
- [3] M. Meyer, „Kommunikationstechnik“, ISBN-978-3-8348-0564-5, Vieweg+Teubner 2008.
- [4] QPSK, OQPSK, CPM Probability Of Error for AWGN and Flat Fading Channels, Sanjit Krishnan Kaul, Wireless communication technologies, Spring 2005, Rutgers University
- [5] M. Hufschmid, „Information und Kommunikation“, Teubner, 2006.
- [6] OFDM Based WLAN Systems, M.Rahman et.al. Universität Aalborg 2004, [kom.aau.dk/~imr/RadioCommIII/TR\\_OFDM\\_review.pdf](http://kom.aau.dk/~imr/RadioCommIII/TR_OFDM_review.pdf)
- [7] OFDM Tutorial, <http://www.complextoreal.com/chapters/ofdm2.pdf>
- [8] Digital and Analog Communication Systems, Leon Couch, ISBN-10: 0-13-142492-0, Prentice Hall 2007
- [9] ADSL, [www.iol.unh.edu/services/testing/dsl/training/ADSL\\_Tutorial.pdf](http://www.iol.unh.edu/services/testing/dsl/training/ADSL_Tutorial.pdf)

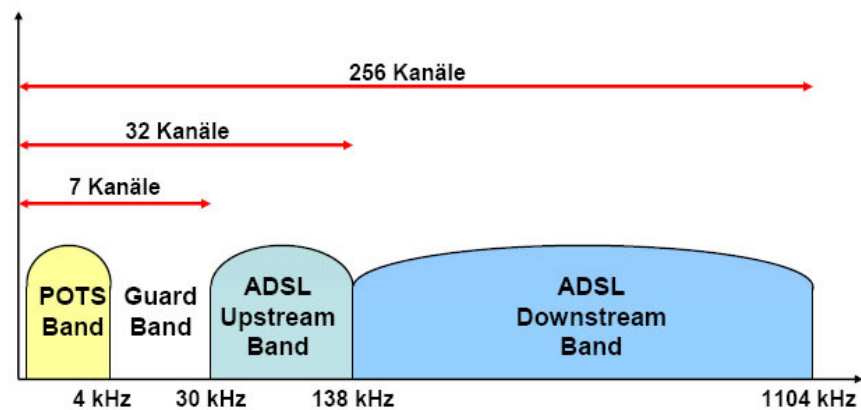


**Anhang A: Erfolgreiche OFDM Anwendungen**

| Standard name  | DAB Eureka 147           | DVB-T                                | DVB-H                                | DMB-T/H   | IEEE 802.11a                                  |
|--|--------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---|---|
| Ratified year  | 1995                     | 1997                                 | 2004                                 | 2006  | 1999  |
| Frequency range of today's equipment (MHz)               | 174 - 240<br>1452 - 1492 | 470 - 862<br>174 - 230               | 470 - 862                            | 470 - 862   | 4915 - 5825                                   |
| Channel spacing $B$ (MHz)                                | 1.712                    | 8, 7, 6,                             | 8, 7, 6 & 5                          | 8   | 20  |
| Number of subcarriers $N$                                | 192, 384, 768 or 1536    | 2K mode: 1705<br>8K mode: 6817       | 1705, 3409, 6817                     | 1 (single-carrier)<br>3780 (multi-carrier)                                  | 52  |
| Subcarrier modulation scheme                             | DQPSK                    | QPSK <sup>[1]</sup> , 16QAM or 64QAM | QPSK <sup>[1]</sup> , 16QAM or 64QAM | 4QAM <sup>[1]</sup> ,<br>4QAM-NR, <sup>[2]</sup><br>16QAM, 32QAM and 64QAM. | BPSK, QPSK <sup>[1]</sup> ,<br>16QAM or 64QAM |
| Useful symbol length $T_U$ ( $\mu$ s)                    |                          | 2K mode: 224<br>8K mode: 896         | 224, 448, 896                        | 500 (multi-carrier)   | 3.2   |
| Additional guard interval $T_G$ (Fraction of $T_U$ )     |                          | 1/4, 1/8, 1/16, 1/32                 | 1/4, 1/8, 1/16, 1/32                 | 1/4, 1/6, 1/9   | 1/4   |
| Subcarrier spacing $\Delta f = 1/(T_U) \approx B/N$ (Hz) |                          | 2K mode: 4464<br>8K mode: 1116       | 4464, 2232, 1116                     | 8 M (single-carrier)<br>2000 (multi-carrier)                                | 312.5K  |
| Net bit rate $R$ (Mbit/s)                                | 0.576 - 1.152            | 4.98 - 31.67<br>(typically 24)       | 3.7 - 23.8                           | 4.81 - 32.49  | 6 - 54  |
| Link spectral efficiency $R/B$ (bit/s/Hz)                | 0.34 - 0.67              | 0.62 - 4.0                           | 0.62 - 4.0                           | 0.60 - 4.1  | 0.30 - 2.7                                    |

## Anhang B: ADSL

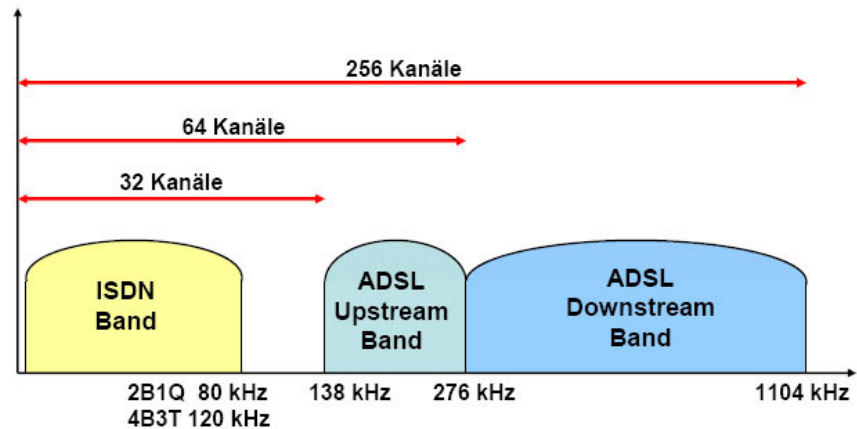
### ADSL mit POTS Splitter



FDM Kanalraster:  $k \times 4.3125 \text{ kHz}$ ,  $k = 0 \dots 256$

Symbolrate 4 kbaud pro Unterkanal

### ADSL mit ISDN Splitter



FDM Kanalraster:  $k \times 4.3125 \text{ kHz}$ ,  $k = 0 \dots 256$

### ADSL mit DMT-Verfahren: ITU-T G.992.1

- Downstream:  $N = 256$ ,  $\Delta f = 4.3125 \text{ kHz}$ ,  $B = 1.104 \text{ MHz}$ ,  
 $R \leq 8.192 \text{ Mbit/s}$ , QAM mit  $M = 2^2 \dots 2^{15}$
- Upstream:  $N = 32$ ,  $\Delta f = 4.3125 \text{ kHz}$ ,  $B = 138 \text{ kHz}$ ,  
 $R \leq 768 \text{ kbit/s}$ , QAM mit  $M = 2^2 \dots 2^{15}$

DMT = Discrete Multi Tone

POTS = Plain Old Telephone Service

ISDN = Integrated Services Digital Network