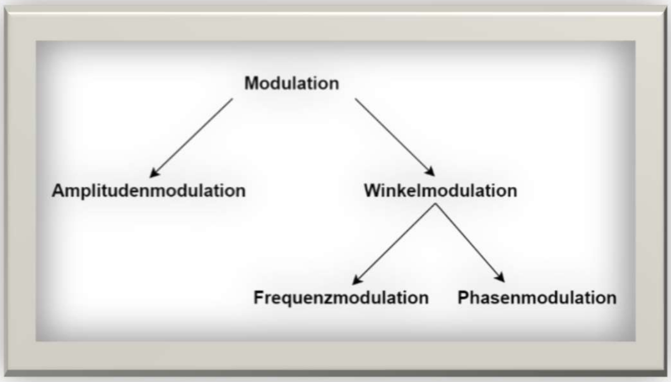
MODULATION

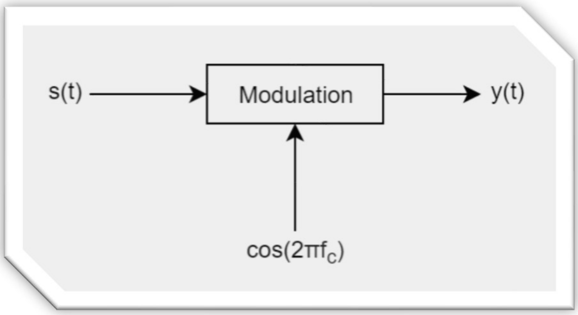
Warum?

Passt das Signal an den Übertragungskanal an

Arten der Modulation:



Allgmeine Funktion:



$$y(t) = a(t)\cos(2\pi f_c t + \varphi(t))$$

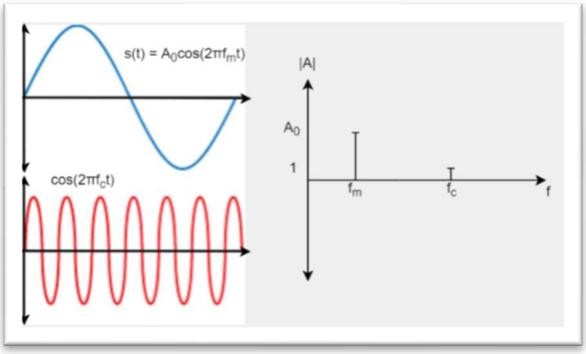
AMPLITUDENMODULATION

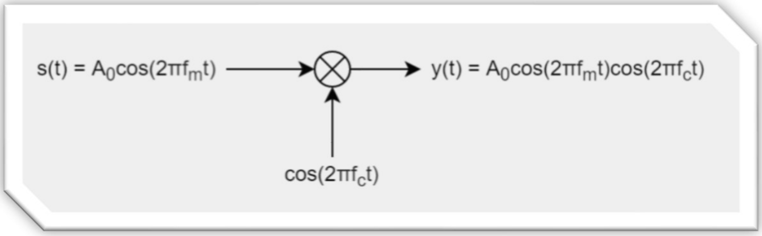
Funktion:

$a(t) = f\{\,s(t)\,\}$
$\varphi(t) = \varphi_0$

Die Amplitude des Ausgangssignals ist abhängig von der Amplitude des Eingangssignals

AM ohne Träger:





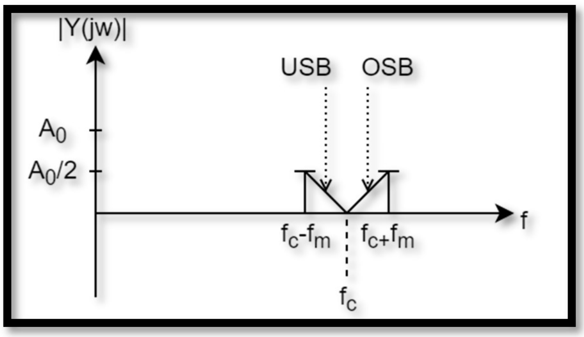
$$y(t) = A_0 \cos(2\pi f_m t)\cos(2\pi f_c t)$$

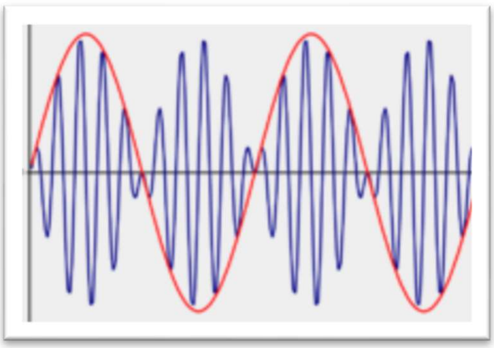
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) - \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\cos(\alpha-\beta) = \cos(\alpha)\cos(\beta) + \sin(\alpha)\sin(\beta)$$

$$\boldsymbol{\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta) = 2\cos(\alpha)\cos(\beta)}$$

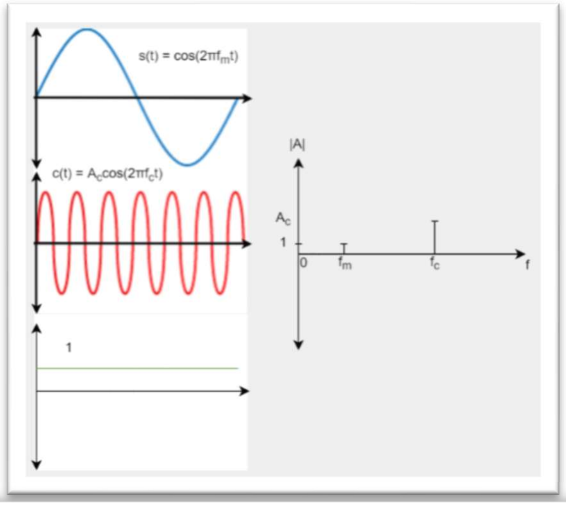
$$\boldsymbol{y(t) = \frac{A_0}{2}\{\cos[2\pi(f_c - f_m)t] + \cos[2\pi(f_c + f_m)t]}$$

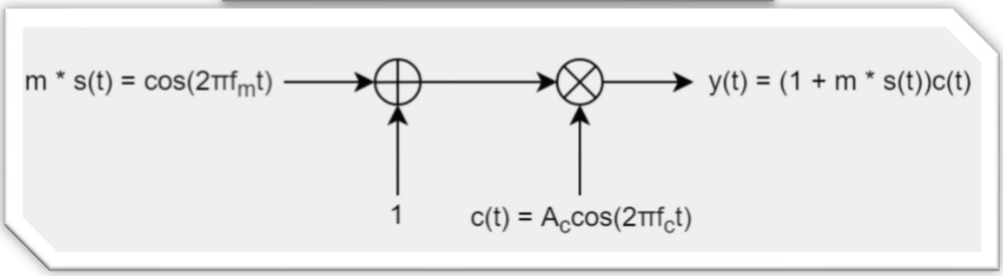




Amplitudenmodulation mit unterdrücktem Träger

AM mit Träger:





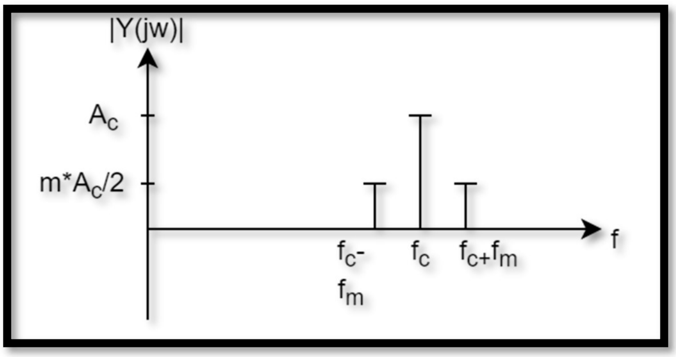
$$y(t) = \big(1 + m * s(t)\big)c(t)$$

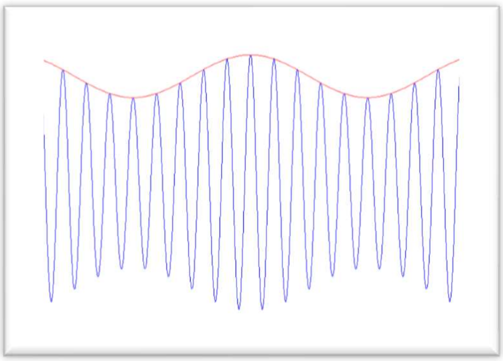
$$y(t) = (1 + m * \cos(2\pi f_m t))A_c \cos(2\pi f_c t)$$

$$y(t) = \boldsymbol{A_c \cos(2\pi f_c t)} + A_c * m * \cos(2\pi f_m t) * \cos(2\pi f_c t)$$

Träger ist präsent!

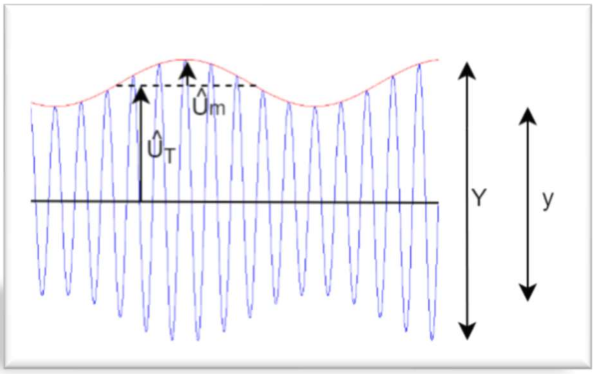
$$\boldsymbol{y(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{A_c * m}{2}\{cos[2\pi(f_c - f_m)t] + cos[2\pi(f_c + f_m)t]\}}$$





Amplitudenmodulation mit Träger

Kenngrößen:



Modulationsgrad

$$\boldsymbol{m} = \frac{Y-y}{Y+y}, St\ddot{a}rke\ der\ Modulations, falls\ gr\ddot{o}\beta er\ als\ 1 \rightarrow \ddot{U}bersteuereung$$

Spannungen

$$U_{Am,max} = \frac{Y}{2} \qquad U_{Am,min} = \frac{y}{2}$$

$$\boldsymbol{\widehat{U}_M} = \frac{U_{Am,max} - U_{Am,min}}{2} = \frac{Y-y}{4}, Amplitude\ des\ Modulationssignals$$

$$\boldsymbol{\widehat{U}_T} = \frac{U_{Am,max} + U_{Am,min}}{2} = \frac{Y+y}{4}, Amplitude\ des\ Tr\ddot{a}gerssignals$$

Leistungen, am Widerstand R

$$P_c = \frac{\widehat{U}_T{}^2}{2R}, Leistung\ des\ Tr\ddot{a}gers$$

$$P_{SB} = \frac{\widehat{U}_m{}^2}{8R}, Leistung\ eines\ Seitenbandes$$

$$P_M = 2P_{SB} = 2\frac{\widehat{U}_m{}^2}{8R} = \frac{\widehat{U}_m{}^2}{4R}, Leistung\ des\ Modulationssignals -\ 2\ Seitenb\ddot{a}nder$$

$$P_{AM} = P_c\left(1 + \frac{m^2}{2}\right), mittlere\ Leistung\ der\ AM$$

$$PEP = P_c(1+m)^2, max.Leistung\ der\ Einh\ddot{u}llenden$$

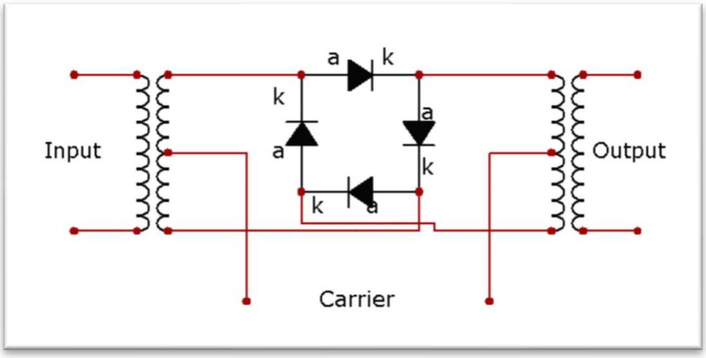
Frequenzen

$$f_{OSB} = f_T + f_M, Frequenz\ des\ oberen\ Seitenbandes$$

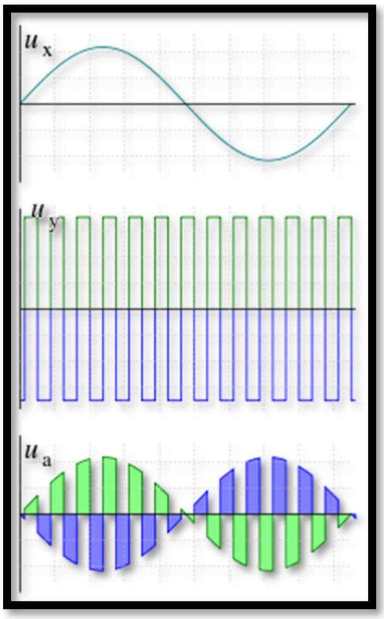
$$f_{USB} = f_T - f_M, Frequenz\ des\ unteren\ Seitenbandes$$

$$B = f_{OSB} - f_{USB} = 2f_m, Bandbreite$$

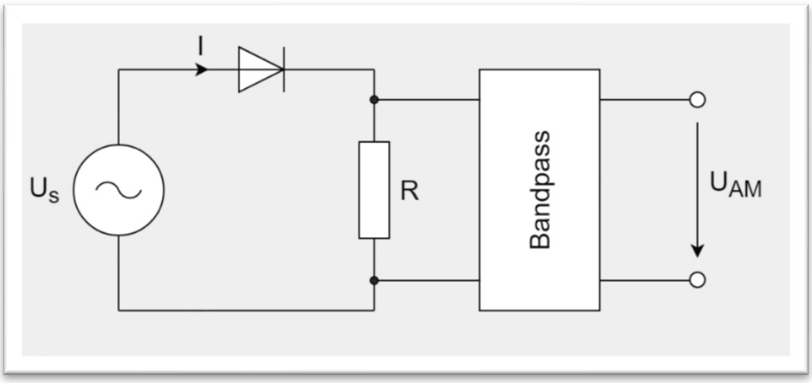
Ringmodulator:



Der Ringmodulator multipliziert die Input- und Carrierspannung miteinander. Die Spannung am Carrier legt fest, welche Dioden leiten. Dadurch wird die Spannung am Input entweder normal weitergegeben oder negiert. Vorrausetzung dafür ist, dass die Carrierspannung deutlich höher als die Modulationsspannung ist.



Diodenmodulator:



$$U_R = I * R$$

$$I = I_0(e^{\frac{U}{mU_T}} - 1)$$

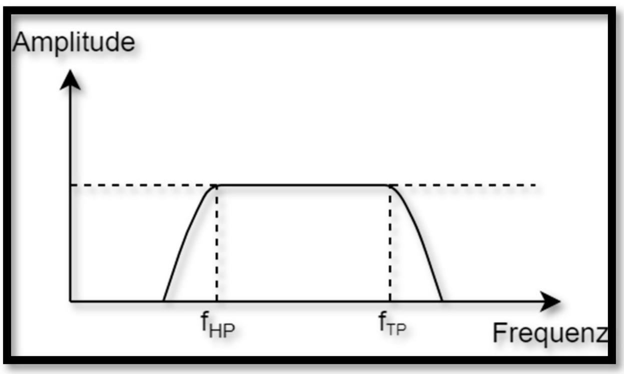
$$I \sim e^{\frac{U}{k}} - 1$$

$$e^{\frac{U}{k}} - 1 = \frac{U}{k} + \frac{1}{2!}\left(\frac{U}{k}\right)^2 + \frac{1}{3!}\left(\frac{U}{k}\right)^3 \ldots \rightarrow Strom\ is\ proportional\ zum\ Quadrat\ der\ Spannung$$

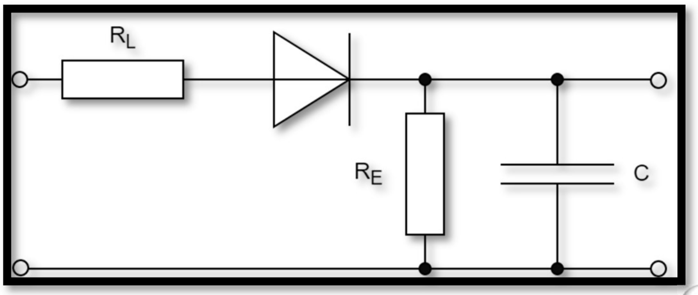
$$U_s = m\cos(2\pi f_m t) + A_c\cos(2\pi f_c t)$$

$$I \sim U_s^2 \sim [m\cos(2\pi f_m t) + A_c\cos(2\pi f_c t)]^2$$

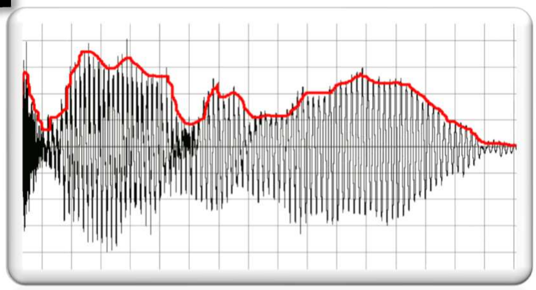
Durch lösen der binomischen Formel und Anwendung der Kosinussätzen lässt sich herleiten, dass im Signal nach der Diode folgende Frequenzen vorhanden sind: $\mathbf{f_c}, \mathbf{f_c - f_m}, \mathbf{f_c + f_m}$ und genau genommen unendlich weitere, die durch die **Mischprodukte** zustande kommen (siehe Reihenentwicklung **e-Funktion**). Weil aber für uns nur der quadratische Anteil wichtig ist, werden alle anderen mit einem **Bandpass** herausgefiltert.



Hüllkurvendemodulator:



Während der positiven Halbwelle lädt sich der Kondensator auf. Während der negativen entlädt er sich. Ist die Aufladezeit kürzer als die Entladezeit, so kann man sehr gut die einhüllende Kurve herausfiltern.



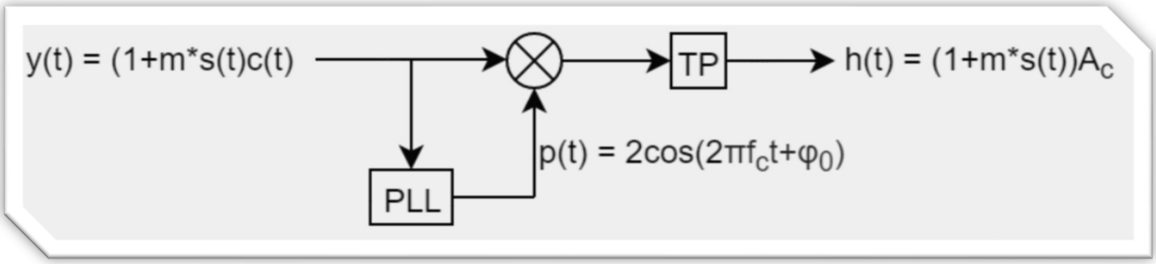
$$\tau_1 = R_L C, möglichst\ klein$$

$$\tau_1 = R_E C, möglichst\ groß$$

$$f_T \ll \frac{1}{\tau_1} \ll f_M$$

Synchrondemodulator: Kohärente AM-Demodulation

- Falls Phasenlage unbekannt



PLL misst Phasenverschiebung und stellt anschließend einen Oszillator ein, bis die Phasenverschiebung 0 ist → Trägerrekonstruktion.

$$h(t) = TP(y(t) * p(t))$$

$$h(t) = TP((1 + m * s(t))A_c \mathbf{\cos(2\pi f_c t + \varphi_0)} * \mathbf{2\cos(2\pi f_c t + \varphi_0)})$$

$$cos^2(x) = \frac{1}{2}(\cos(2x) + 1) \rightarrow\ 2cos^2(x) = (\mathbf{\cos(2x) + 1})$$

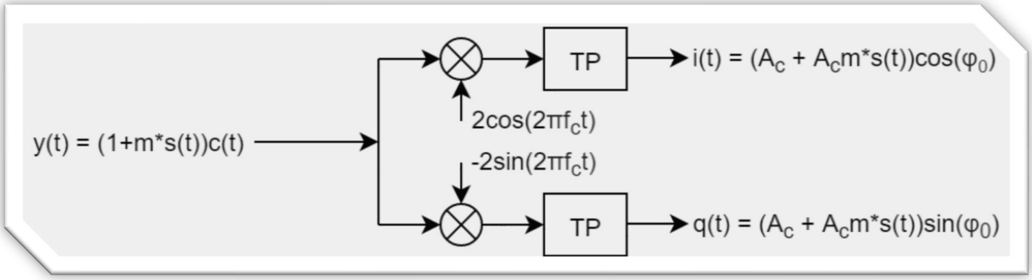
$$h(t) = TP((1 + m * s(t))A_c(\mathbf{\cos(4\pi f_c t + 2\varphi_0)) + 1})$$

$$h(t) = TP\left(\left(1 + m * s(t)\right)A_c \cos(4\pi f_c t + 2\varphi_0) + A_c\right), \text{wird durch Tiefpass eliminiert}$$

$$h(t) = \left(1 + m * s(t)\right)A_c = \ \boldsymbol{A_c + \ A_c m * s(t)}$$

IQ-Demodulator: Kohärente AM-Demodulation

- Falls Phasenlage unbekannt



$$i(t) = TP((1+m*s(t))c(t) * 2\cos(2\pi f_c t))$$

$$i(t) = TP((1+m*s(t))A_c \boldsymbol{\cos(2\pi f_c t + \varphi_0)\, 2\cos(2\pi f_c t)})$$

$$cos(x)\,cos(x+y) = \frac{1}{2}(cos(2x+y) + cos(y)) \rightarrow 2\,cos(x)\,cos(x+y) = \boldsymbol{cos(2x+y) + cos(y)}$$

$$i(t) = TP((1+m*s(t))(A_c cos(4\,\pi f_c t + \varphi_0) + A_c cos(\varphi_0))), \textit{wird durch Tiefpass eliminiert}$$

$$i(t) = (1+m*s(t))A_c cos(\varphi_0)$$

$$i(t) = (A_c + A_c m * s(t))cos(\varphi_0)$$

$$q(t) = TP((1+m*s(t))c(t) * 2\sin(2\pi f_c t))$$

$$q(t) = TP((1+m*s(t))A_c \boldsymbol{\cos(2\pi f_c t + \varphi_0)\,(-2)\,sin(2\pi f_c t)})$$

$$-2\,sin(x)\,cos(x+y) = \boldsymbol{-sin(2x+y) + sin(y)}$$

$$q(t) = TP((1+m*s(t))(A_c \cos(4\,\pi f_c t + \varphi_0)\, A_c sin(\varphi_0))), \textit{wird durch Tiefpass eliminiert}$$

$$q(t) = (1+m*s(t))A_c \sin(\varphi_0)$$

$$q(t) = (A_c + A_c m * s(t))\sin(\varphi_0)$$

$$A_c + A_c m * s(t) = k$$

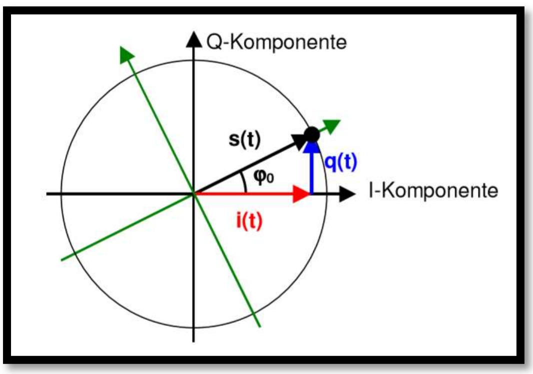
$$s(t) = \sqrt{i(t)^2 + q(t)^2}$$

$$s(t) = \sqrt{k^2 cos^2(\varphi_0) + k^2 sin^2(\varphi_0)}$$

$$s(t) = \sqrt{k^2(cos^2(\varphi_0) + sin^2(\varphi_0))}, 1$$

$$s(t) = \sqrt{k^2} = k$$

$$s(t) = A_c + A_c m * s(t)$$



Beispiel: Zur Darstellung eines AM-Signals im Zeigerdiagramm sind die Amplituden der Trägerspannung $\widehat{U}_T$ und der Seitenbänder $\widehat{U}_S$ zu berechnen. Die Trägerleistung des AM-Signals beträgt $P_T = 80W$, gesucht ist weiters die Spitzenleistung bei einem Modulationsgrad von 60% und einem Innenwiderstand von $R = 75\Omega$.

Gesucht: $P_T, \widehat{U}_s, PEP$

$$P_T = \frac{\widehat{U}_T{}^2}{2R} \rightarrow \widehat{U}_T = \sqrt{2RP_T} = \sqrt{2 * 75 * 80} = \mathbf{109,544V}$$

$$m = \frac{\widehat{U}_s}{\widehat{U}_T} \rightarrow \widehat{U}_s = m * \widehat{U}_T = 0,6 * 109,544 = \mathbf{65,727V}$$

$$PEP = P_T(1 + m^2) = 75(1 + 0,6^2) = \mathbf{102W}$$

Beispiel: $U_{AM,max} = 18V, U_{AM,min} = 2V, f_M = 1kHz,\ f_T = 20kHz, R = 50\Omega$

Gesucht: Modulationsgrad, Funktionsgleichung, Leistungen, Skizze im Frequenzbereich

$$Y = 2U_{AM,max} = 2 * 18 = 36V$$

$$y = 2U_{AM,min} = 2 * 2 = 4V$$

$$m = \frac{Y - y}{Y + y} = \frac{36 - 4}{36 + 4} = 0,8$$

$$\widehat{U}_T = \frac{Y + y}{4} = \frac{36 + 4}{4} = 10V$$

$$\widehat{U}_M = \frac{Y - y}{4} = \frac{36 - 4}{4} = 8V$$

$$P_T = \frac{\widehat{U}_T{}^2}{2R} = \frac{10^2}{2 * 50} = 1W$$

$$P_{SB} = \frac{\widehat{U}_M{}^2}{8R} = \frac{8^2}{8 * 50} = 0,16W$$

$$P_M = 2P_{SB} = 2 * 0,16 = 0,32W$$

$$P_{AM} = P_T\left(1 + \frac{m^2}{2}\right) = 1\left(1 + \frac{0,8^2}{2}\right) = 1,32W$$

$$PEP = P_T(1 + m^2) = 1(1 + 0,8^2) = 1,64W$$

$$Y(t) = \big(1 + m * s(t)\big)c(t) = (1 + m * \cos(2\pi f_M t))\widehat{U}_T \cos(2\pi f_T t)$$

$$Y(t) = \widehat{U}_T \cos(2\pi f_T t) + \widehat{U}_T m * \cos(2\pi f_M t)\cos(2\pi f_T t)$$

$$Y(t) = \widehat{U}_T \cos(2\pi f_T t) + \frac{\widehat{U}_T m}{2}\{\cos[2\pi(f_T - f_M)t] + \cos[2\pi(f_T + f_M)t]\}$$

$$\boldsymbol{Y(t) = 10V\cos(2\pi t * 20kHz) + 4V[\cos(2\pi t * 19kHz) + \cos(2\pi t * 21kHz)]}$$