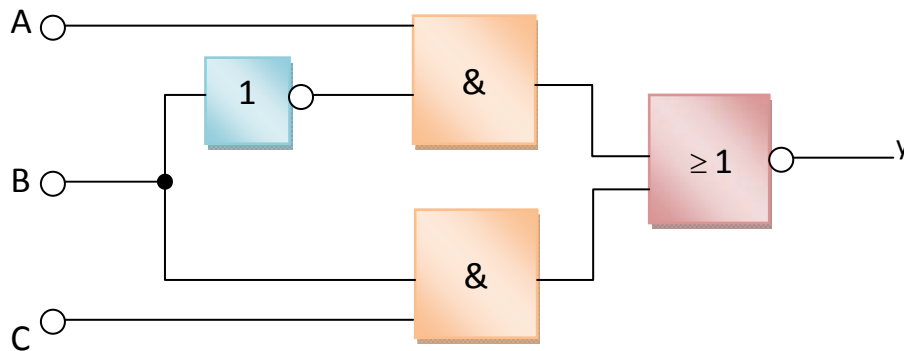


# Übung 1: *Boolesche Algebra*

in  
„*Digitaltechnik*“  
WS 2008/09

## Aufgabe 1

Gegeben sei die nachfolgende Schaltung. Bestimmen Sie ihre Logikfunktion. Um welche Schaltung handelt es sich hierbei?



$$y = (A \cdot \overline{B}) + (B \cdot C)$$

Anzahl der Zeilen:  $2^n$   
 $n$  = Anzahl der Eingänge

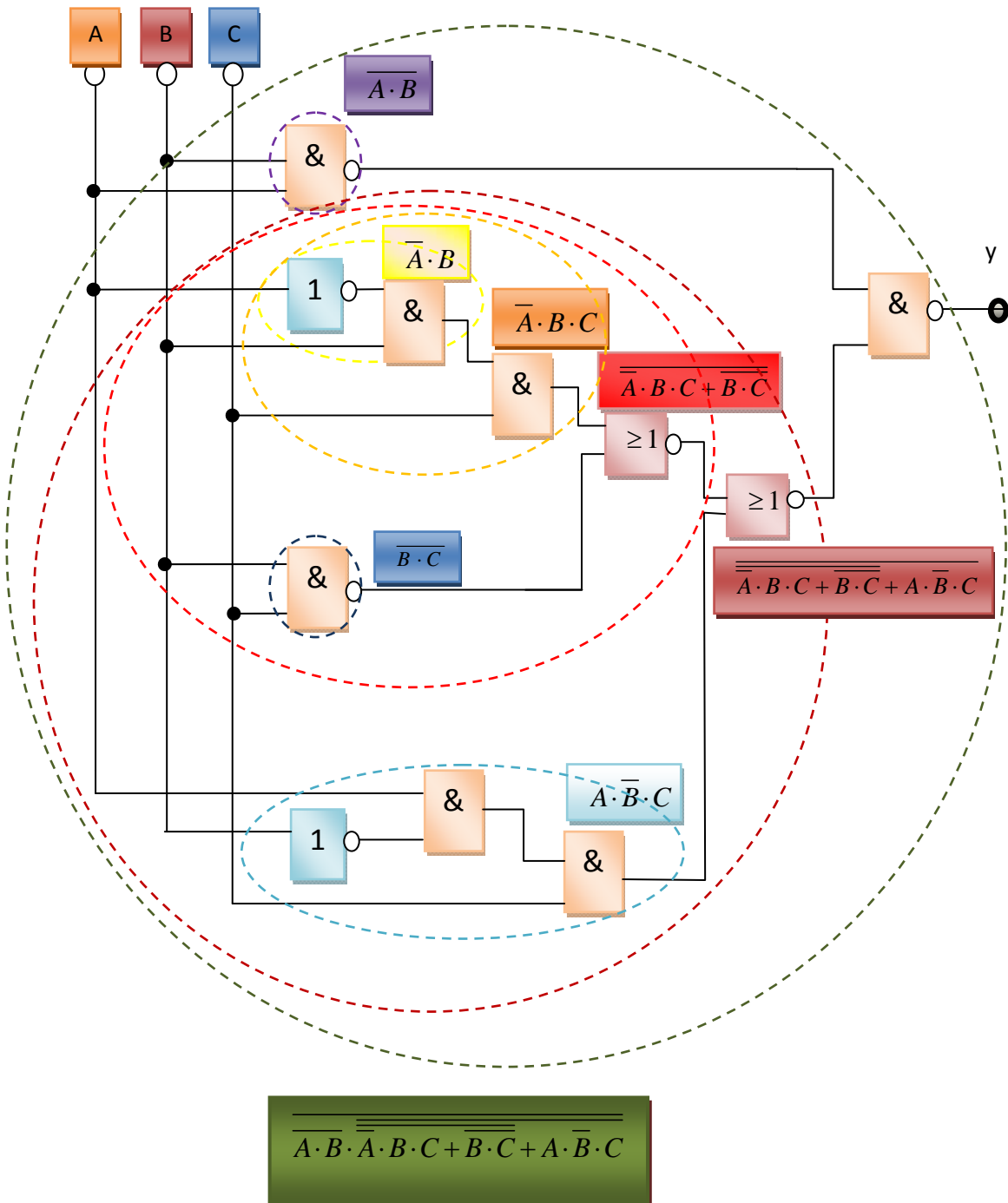
A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Schaltung für  $B = 0$  ist  $y = A$   
Schaltung für  $B = 1$  ist  $y = C$

→ 2 - zu - 1 - Multiplexer

## Aufgabe 2

- a) Gegeben sei die nachfolgende Schaltung. Bestimmen Sie ihre Schaltfunktion.  
 b) Minimieren Sie die Schaltfunktion unter Verwendung der Axiome und Sätze der booleschen Algebra.



- $\overline{\overline{\overline{A \cdot B \cdot A \cdot B \cdot C + B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C}}}$
- $\overline{\overline{A \cdot B + A \cdot B \cdot C + B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C}}$
- $A \cdot B + (\overline{\overline{A \cdot B \cdot C + B \cdot C}}) + A \cdot \overline{B} \cdot C$

| Regel (11) =  $\overline{a \cdot b} = \overline{a} + \overline{b}$

$$\begin{aligned}
& - A \cdot B + \overline{\overline{A \cdot B \cdot C} \cdot \overline{B \cdot C}} + A \cdot \overline{B} \cdot C & | \text{Regel (12)} = \overline{a+b} = \overline{a} \cdot \overline{b} \\
& - A \cdot B + \overline{\overline{A \cdot B \cdot C} \cdot B \cdot C} + A \cdot \overline{B} \cdot C \\
& - A \cdot B + \left( \overline{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}} \right) \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C \\
& - A \cdot B + \overline{\overline{A} \cdot B \cdot C} + \overline{\overline{B} \cdot B \cdot C} + \overline{\overline{C} \cdot B \cdot C} + A \cdot \overline{B} \cdot C & | \text{Regel (6)} = a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \\
& - A \cdot B + A \cdot B \cdot C + \overline{\overline{B} \cdot B \cdot C} + \overline{\overline{C} \cdot B \cdot C} + A \cdot \overline{B} \cdot C \\
& - A \cdot B + A \cdot B \cdot C + \overline{\overline{B} \cdot B \cdot C} + \overline{\overline{C} \cdot C \cdot B} + A \cdot \overline{B} \cdot C & | \text{Regel (9) und (15)} = a \cdot \overline{a} = 0 \text{ und} \\
& & \quad \blacksquare a \cdot 0 = 0 \\
& - A \cdot B + A \cdot B \cdot C + \underbrace{\overline{\overline{B} \cdot B \cdot C}}_0 + \underbrace{\overline{\overline{C} \cdot C \cdot B}}_0 + A \cdot \overline{B} \cdot C \\
& - A \cdot B + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C \\
& - A \cdot B + A \cdot C \cdot (B + \overline{B}) & | \text{Regel (6)} = a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \\
& - A \cdot B + A \cdot C & | \text{Regel (10)} = a + \overline{a} = 1, (8) = a \cdot 1 = a \\
& \quad \text{auch: } A \cdot (B + C) & | \text{Regel (6)} = a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c \\
& \quad \text{(aber lieber ohne Klammer am Ende ☺)}
\end{aligned}$$

### Aufgabe 3

Minimieren Sie die Schaltfunktion unter Verwendung der Axiome und Sätze der booleschen Algebra.

$$\begin{aligned}
F &= \overline{\overline{\overline{A+B \cdot C \cdot D} + \overline{(A+B)} \cdot \overline{\overline{C \cdot D}} \cdot \overline{(\overline{C+D})} \cdot \overline{(\overline{A+B})} \cdot \overline{\overline{A \cdot B + C \cdot D}}}} \\
&= \overline{\overline{\overline{A+B \cdot C \cdot D} + \overline{(A+B)} \cdot \overline{\overline{C \cdot D}} + \overline{(\overline{C+D})} \cdot \overline{(\overline{A+B})} \cdot \overline{\overline{A \cdot B + C \cdot D}}}} \\
&= \overline{\overline{\overline{A+B \cdot C \cdot D} + \overline{(A+B)} \cdot \overline{\overline{C \cdot D}} + \overline{(\overline{C+D})} \cdot \overline{(\overline{A+B})} \cdot \overline{\overline{A \cdot B + C \cdot D}}}} \\
&= \overline{\overline{\overline{A+B \cdot C \cdot D} + \overline{(A+B)} \cdot \overline{C \cdot D} + \overline{(\overline{C+D})} \cdot \overline{(\overline{A+B})} \cdot \overline{A \cdot B + C \cdot D}}} \\
&= \overline{\overline{\overline{A+B} + \overline{\overline{C \cdot D}} + \overline{(A+B)} + \overline{C \cdot D} + \overline{(\overline{C+D})} + \overline{(\overline{A+B})} + \overline{A \cdot B + C \cdot D}}} \\
&= \overline{\overline{(A \cdot B + C \cdot D + \overline{A \cdot B} + \overline{C \cdot D}) + (C \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} + \overline{A \cdot B} + \overline{C \cdot D})}} \\
&= \overline{\overline{(A \cdot B + A \cdot \overline{B} + \overline{A \cdot B} + \overline{A \cdot B}) + (C \cdot D + C \cdot \overline{D} + \overline{C \cdot D} + \overline{C \cdot D})}} \\
& \quad | (a+b)(c+d) = (ac+ad+bc+bd) \\
&= \overline{\overline{((A+\overline{A}) \cdot (B+\overline{B})) + ((C+\overline{C}) \cdot (D+\overline{D}))}} \\
& \text{Regel (10)} = a + \overline{a} = 1
\end{aligned}$$

$\Rightarrow 1$