

1. Aufgabe: RSA und das Entschlüsseln

m ... Message-Text (der sog. Klartext: A → 1, B → 2, C → 3, ...)
 n ... der RSA-Modul
 c ... Cipher-Text (der verschlüsselte Text)
 (e,N) ... der Public-Key (wird zum Verschlüsseln verwendet)
 (d,N) ... der Private-Key (wird zum Entschlüsseln verwendet)
 phi(N) ... Eulersche phi-Funktion (wird zum Berechnen von e und d verwendet)

1.1. Entschlüssele "8 1 4 7 2 5 6"

- ☒ Gegeben: a) Cipher-Text: c= "8 1 4 7 2 5 6" b) public Key(e,n): (3,10)
☒ **Gesucht: Message: m="? ? ? ? ? ? ?" (im Klartext; also in Form v. Buchstaben)**

Lösung:

- ☒ Entschlüsseln mit (Formel angeben): $m = \underline{\hspace{5cm}}$
☒ Berechne: d, wenn N=10 und e=3 bekannt sind:
☐ es gilt: $e \cdot d \equiv \underline{\hspace{5cm}}$
☐ es gilt: $\phi(n) = \underline{\hspace{5cm}}$
☐ Berechne nun d durch Einsetzen von d=1,2,3,4,... in die Formel zur Berechnung des multiplikativ Inversen zu e. Die Formel lautet: $3 \cdot d \underline{\hspace{5cm}}$.
☒ Finde ein d, sodass $3 \cdot d \pmod{\hspace{1cm}}$ die Zahl 1 ergibt.

| d | $3 \cdot d \pmod{\hspace{1cm}}$ | Ergebnis |
|---|---------------------------------|----------|
| 1 | $3 \cdot 1 \pmod{\hspace{1cm}}$ | |
| 2 | | |
| 3 | | |

→ d=

- ☒ Entschlüssele nun den Text: $m = c^d \pmod N$

| c | 8 | 1 | 4 | 7 | 2 | 5 | 6 |
|-------------------|---|---|---|---|---|---|---|
| berechne: c^d | | | | | | | |
| $m = c^d \pmod N$ | | | | | | | |
| Buchstabenfolge | | | | | | | |

- ☒ Probe: Verschlüsseln: $c = m^e \pmod N$

| m | | | | | | | |
|-------------------|--|--|--|--|--|--|--|
| berechne: m^e | | | | | | | |
| $c = m^e \pmod N$ | | | | | | | |

1.2. Euklidischer Algorithmus zur Berechnung von d

- ☒ Zeige die Berechnung von d durch den erweiterten Euklidischen Algorithmus. Es gelten die Werte von oben.
- ☒ Es gilt: $\text{ggT}(a,b)=\text{ggT}(b,a)$ und $\text{ggT}(a,1)=1$ und $\text{ggT}(a,b)=\text{ggT}(b,a\%b)$

| ggT | Division | Modulo | Linearkombination | Rest explizit schreiben |
|----------------|--------------|--------------|-------------------|-------------------------|
| ggT(__ , __) | __ / __ = __ | __ % __ = __ | __ = __ * __ + __ | __ = __ - __ * __ |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | rückwärts einsetzen |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |

→ k= _____

→ d= _____

1.3. Weitere Fragen

- ☐ n,p,q sind Zahlen, die geheim,öffentlich,prim oder nicht prim sein können? Was gilt?

| | | | | |
|-----------|------------------------------------|--|--------------------------------------|---|
| n: | <input type="radio"/> prim, | <input type="radio"/> nicht prim, | <input type="radio"/> geheim, | <input type="radio"/> öffentlich |
| p: | <input type="radio"/> prim, | <input type="radio"/> nicht prim, | <input type="radio"/> geheim, | <input type="radio"/> öffentlich |
| q: | <input type="radio"/> prim, | <input type="radio"/> nicht prim, | <input type="radio"/> geheim, | <input type="radio"/> öffentlich |

- ☐ Wie können p und q geheim sein, wenn doch $n = p \cdot q$ öffentlich bekannt ist?

Antwort:

- ☐ Für die Zahl **e**, den öffentlichen Schlüssel, muss gelten

$\text{ggT}(e, \phi(n)) = \underline{\hspace{2cm}}$

Hierbei ist $\phi(n)$, die $\underline{\hspace{2cm}}$

- ☐ Gib eine math. Erklärung für

$\phi(n) = (p - 1)(q - 1)$

- ☐ Wie wählt man e? Was muss für e gelten?

e wird gewählt unter folg. Bedingungen: $\underline{\hspace{2cm}}$
