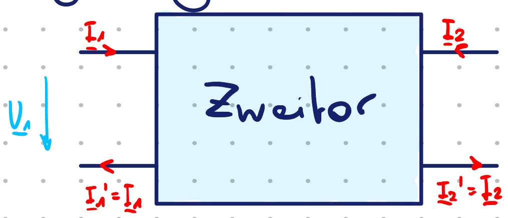
06.11.2019

Streuparameter

ab Buch S. 150

Gibt es, weil der Tastkopf beim Messen eine Fehlanpassung erzeugt

Mehrtorgleichungen



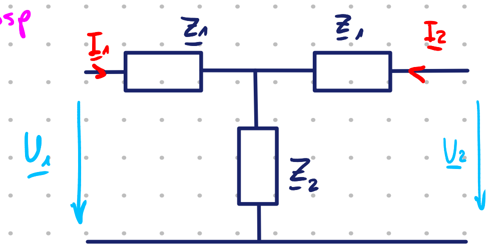
Torbedingungen: Summe aller zufließenden Ströme ist null: $\underline{I}_i' = \underline{I}_i$

Impedanzmatrix $\underline{Z}$ / Z-Parameter:

$$\underline{U}_1 = \underline{Z}_{11}\,\underline{I}_1 + \underline{Z}_{12}\,\underline{I}_2$$
$$\underline{U}_2 = \underline{Z}_{21}\,\underline{I}_1 + \underline{Z}_{22}\,\underline{I}_2$$

$$\begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_{11} & \underline{Z}_{12} \\ \underline{Z}_{21} & \underline{Z}_{22} \end{pmatrix}$$

Bsp



„T-Glied"

$$\underline{Z}_{11} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{I}_2=0} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \qquad \underline{Z}_{21} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_1}\right|_{\underline{I}_2=0} = \underline{Z}_2$$

$$\underline{Z}_{12} = \left.\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} = \underline{Z}_2 \qquad \underline{Z}_{22} = \left.\frac{\underline{U}_2}{\underline{I}_2}\right|_{\underline{I}_1=0} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$$

„Eingangswdst"

$$\underline{Z} = \begin{pmatrix} \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 & \underline{Z}_2 \\ \underline{Z}_2 & \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 \end{pmatrix}$$

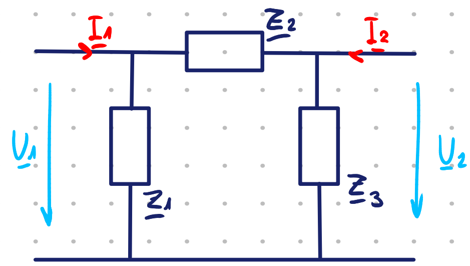
„Ausgangswdst"

Admittanzmatrix $\underline{Y}$ / Y-Parameter:

$$\underline{I}_1 = \underline{Y}_{11} \cdot \underline{U}_1 + \underline{Y}_{12} \cdot \underline{U}_2$$
$$\underline{I}_2 = \underline{Y}_{21}\,\underline{U}_1 + \underline{Y}_{22}\,\underline{U}_2$$

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{U}_2 \end{pmatrix}$$

Bsp

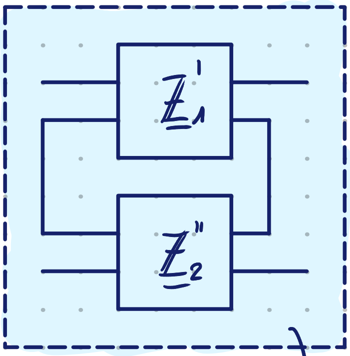


„π-Glied"

$$\underline{Y}_{11} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_1}\right|_{\underline{U}_2=0} = \frac{1}{\underline{Z}_1} + \frac{1}{\underline{Z}_2} \qquad \underline{Y}_{21} = -\frac{1}{\underline{Z}_2}$$

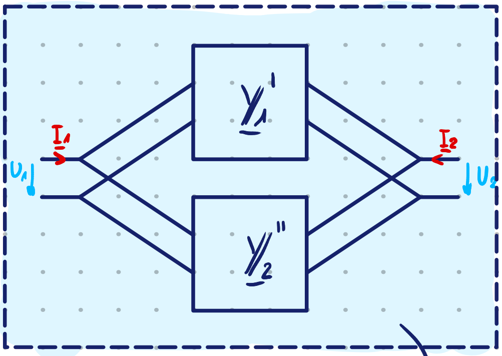
$$\underline{Y}_{12} = \left.\frac{\underline{I}_1}{\underline{U}_2}\right|_{\underline{U}_1=0} = -\frac{1}{\underline{Z}_2} \qquad \underline{Y}_{22} = \frac{1}{\underline{Z}_2} + \frac{1}{\underline{Z}_3}$$

kein Potentialunterschied
→ kein Stromfluss



$\underline{Z} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2$
Reihenschaltung

$\underline{Y} = \underline{Y}_1 + \underline{Y}_2$
Parallelschaltung



$\underline{Z}$

$Z_{11} = Z_{11}' + Z_{11}''$
$Z_{12} = Z_{12}' + Z_{12}''$
$Z_{21} = Z_{21}' + Z_{21}''$
$Z_{22} = Z_{22}' + Z_{22}''$

$\underline{Y}$

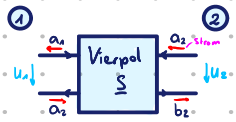
$Y_{11} = Y_{11}' + Y_{11}''$
$Y_{12} = Y_{12}' + Y_{12}''$
$Y_{21} = Y_{21}' + Y_{21}''$
$Y_{22} = Y_{22}' + Y_{22}''$

$\underline{Y}_1 = \begin{pmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{pmatrix}$

In der HF-Technik sind LL und KS nicht immer einfach zu realisieren bzw. können bei aktiven Komponenten zu instabilem Verhalten führen

Hinzu kommt, dass Strom und Spannung bei Toren deren Abmessungen nicht klein gegenüber der Wellenlänge sind, keine geeignete Beschreibungsgröße mehr darstellen.

Konsequenz: Bei hohen Frequenzen: Einführung von Wellengrößen & Streuparametern



$a_i = \frac{U_{hi}}{\sqrt{Z_{Li}}}$ ... Normierte hinlaufende Spannungswelle am Tor i

$[a_i] = [b_i] = \sqrt{W} = \sqrt{\frac{V^2}{\Omega}}$

$b_i = \frac{U_{ri}}{\sqrt{Z_{Li}}}$ ... Normierte rücklaufende –"–

Z_{Li} ... Leitungswellenwiderstand der Anschlussleitung

$\left\{\begin{array}{l} \text{Bezugs} \\ \text{Normierungs} \\ \text{Tor} \end{array}\right\}$ widerstand
Systemimpedanz

im Allgemeinen verlustlos → reell

11.11.2019

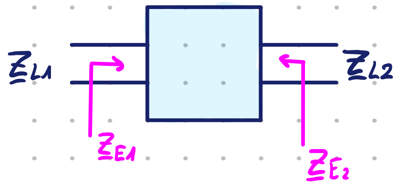
$b_1 = S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot a_2$
$b_2 = S_{21} \cdot a_1 + S_{22} \cdot a_2$

→ $S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0}$ ... Reflexionsfaktor

$S_{12} = \frac{b_1}{a_2}\Big|_{a_1=0}$ ... Rückwärtsübertragungsverhalten

$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0}$ ... Vorwärtsübertragungsverhältnis (oder Einfügedämpfung) (ideal: 0 dB)

$S_{22} = \frac{b_2}{a_2}\Big|_{a_1=0}$ ... Reflexionsfaktor am Tor 2



$P_{Wai} = \frac{1}{2} \cdot a_i \cdot a_i^* = \frac{1}{2} |a_i|^2$

$P_{Wbi} = \frac{1}{2}\, b_i\, b_i^* = \frac{1}{2}\, |b_i|^2$

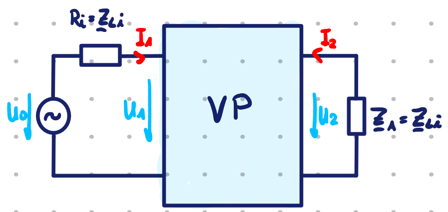
* am Tor i zulaufende bzw. ablaufende Welle

$$\boxed{\begin{aligned} U_h &= \tfrac{1}{2}\,(U_0 + Z_L I_0) \\ U_r &= \tfrac{1}{2}\,(U_0 - Z_L I_0) \end{aligned}}$$

$$a_i = \frac{U_{hi}}{\sqrt{Z_{Li}}} = \frac{\frac{1}{2}(U_0 + Z_L I_0)}{\sqrt{Z_{Li}}} \qquad b_i = \frac{U_{hi}}{\sqrt{Z_{Li}}} = \frac{\frac{1}{2}(U_0 - Z_L I_0)}{\sqrt{Z_{Li}}}$$

$$U_i = (a_i + b_i)\,\sqrt{Z_{Li}} \qquad I_i = \frac{a_i - b_i}{\sqrt{Z_{Li}}}$$

Aus den Zusammenhängen a_i, b_i, U_i und I_i erkennt man, dass unter Verwendung eines Torwiderstandes Z_{Li} formal immer Wellengrößen berechnet werden können, auch dann, wenn gar keine Anschlussleitungen vorhanden sind, sondern der Abschluss direkt über einen Lastwdst und die Speisung der Schaltung direkt über eine Spgquelle mit Innenwdst geschieht.

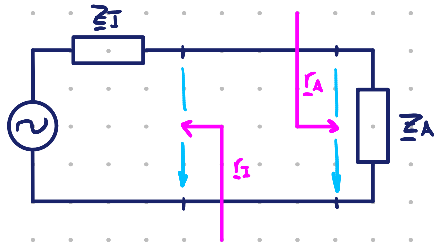


S_{ii} ... Reflexionsfaktor
S_{ij} ... Transmissionsfaktor $f_i \neq j$

$20 \cdot \log\left(\frac{1}{S_{ii}}\right)$ ... return loss / $20 \cdot \log\left(\frac{1}{S_{ij}}\right)$ ... insertion loss

Anpassung

$S_{ii} = 0$ für alle i -> „allseitige Anpassung"



$\underline{r}_I = \underline{r}_A^*$ ... Leistungsanpassung

Reziprozität (Übertragungssymmetrie)

Ein Mehrtor ist reziprok, falls sich die Transmissionsfaktoren sich bei Vertauschung der Torindizes i und j nicht ändern.

$\underline{S}_{ij} = \underline{S}_{ji}$ für alle i, j mit $i \neq j$

Tritt auf bei Verwendung isotroper Materialien
(isotrop ≙ richtungsunabh.)

Symmetrie

Eine Schaltung ist symmetrisch, wenn zusätzl. zur Reziprozität auch alle Reflexionsfaktoren gleich sind

$\underline{S}_{ii} = \underline{S}_{jj}\ \forall\ i,j$ „für alle" **und** $\underline{S}_{ij} = \underline{S}_{ji}\ \forall\ i,j$ mit $i \neq j$

zB Symm. Schaltungsaufbau
(T-Glied, π-Glied, ...)

Rückwirkungsfrei (unilateral)

Einer der Transmissionsfaktoren verschwindet, der andere ist $\neq 0$

$S_{ij} = 0$ und $S_{ji} \neq 0$

18.11.19

Verlustlosigkeit bzw. Passivität

Unitaritätsbedingung $\underline{S}^T \cdot \underline{S}^* = \underline{E}$

$$\underbrace{\begin{pmatrix} S_{11} & S_{21} \\ S_{12} & S_{22} \end{pmatrix}}_{\underline{S}^T} \cdot \underbrace{\begin{pmatrix} S_{11}^* & S_{12}^* \\ S_{21}^* & S_{22}^* \end{pmatrix}}_{\underline{S}^*} = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{\underline{E}}$$

$$S_{11} \cdot S_{11}^* + S_{21} \cdot S_{21}^* = 1$$
$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$$
$$S_{11} \cdot S_{12}^* + S_{21} \cdot S_{22}^* = 0$$
$$S_{12} \cdot S_{11}^* + S_{22} \cdot S_{21}^* = 0$$
$$S_{12} \cdot S_{12}^* + S_{22} \cdot S_{22}^* = 1$$

		S_{11}	S_{21}^*
		S_{21}^*	S_{22}^*
S_{11}	S_{21}	...	...
S_{12}	S_{22}	...	...

11.11.2019

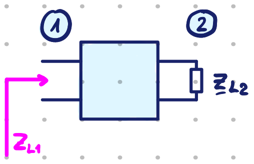
Besondere Bedingungen bei Dreitoren

Bei einem Dreitor können immer nur je 2 Bedingungen erfüllt sein:

- Verlustlosigkeit
- Allseitige Anpassung
- Reziprozität

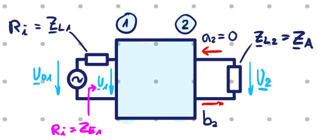
zB 3dB-Leistungsteiler

Berechnung von Streumatrizen



$$S_{ii} = \frac{Z_{Ei} - Z_{Li}}{Z_{Ei} + Z_{Li}}$$

Allgemein: $Z_{L1} \neq Z_{L2}$



$$S_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_i = 0}$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2 = 0}$$

13.11.2019

Bei Leistungsanpassung:

$$a_i = \frac{U_{hi}}{\sqrt{Z_{Li}}} \quad , \quad U_1 = U_{h1} + U_{r1}$$

$$S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2 = 0}$$

Spannungsteiler

$$= \frac{\sqrt{Z_{L1}}}{U_1} \cdot \frac{U_2}{\sqrt{Z_{L2}}} = \frac{2U_2}{U_{01}} \sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{L2}}}$$

$$\boxed{S_{ji} = \frac{2 \cdot U_j}{U_{0i}} \cdot \sqrt{\frac{Z_{Li}}{Z_{Lj}}}}$$

Wiederholung

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$$

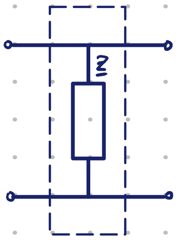
$S_{12} = \left. \frac{b_1}{a_2} \right|_{a_1 = 0}$

Einfügedämpf. Rückw.übertr. $S_{21} = \left. \frac{b_2}{a_1} \right|_{a_2 = 0}$

S_{ii}, S_{jj}... Reflexionsfaktor

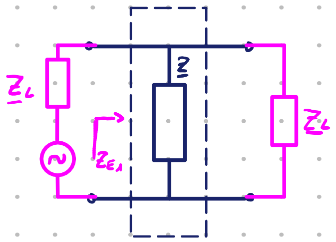
S_{ij}, S_{ji}... Übertragungsverhalten

Bsp ges.: S-Parameter geg.: $\underline{Z}$ → Symmetrisch: $S_{ii} = S_{ij}$



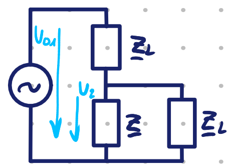
$$S_{11} = \frac{Z_{E_i} - Z_{L_i}}{Z_{E_i} + Z_{L_i}} = \frac{\frac{Z_L \cdot Z}{Z_L + Z} - Z_{L_i}}{\frac{Z_L \cdot Z}{Z_L + Z} + Z_{L_i}} = \frac{\cancel{Z_L} \cdot Z - \cancel{Z_L}(Z_L + Z)}{\cancel{Z_L} \cdot Z + \cancel{Z_L}(Z_L + Z)}$$

$$\Rightarrow S_{11} = S_{22} = \frac{Z - Z_L + Z}{Z + Z_L + Z} = \frac{-Z_L}{2Z + Z_L}$$



$$Z_E = \underline{Z}_L \| \underline{Z} = \frac{Z_L \cdot Z}{Z_L + Z}$$

$$S_{12} = S_{21} = \frac{2U_2}{U_{01}} \sqrt{\frac{\cancel{Z_L}}{\cancel{Z_L}}} = \frac{2U_2}{U_{01}}$$



$$\frac{U_{01}}{U_2} = \frac{Z \| Z_L + Z_L}{Z \| Z_L} = \frac{\frac{Z_L \cdot Z}{Z_L + Z} + Z_L}{\frac{Z_L \cdot Z}{Z_L + Z}}$$

$$= \frac{Z + Z_L + Z}{Z} = \frac{2Z + Z_L}{Z} \rightarrow \frac{2U_2}{U_{01}} = \frac{2Z}{2Z + Z_L}$$

$$S = \frac{1}{2Z + Z_L} \begin{pmatrix} -Z_L & 2Z \\ 2Z & -Z_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-Z_L}{2Z + Z_L} & \frac{2Z}{2Z + Z_L} \end{pmatrix}$$

$$\lim_{Z \to \infty} \left(-\frac{Z_L}{2Z + Z_L} \right) = \lim_{Z \to \infty} \left(\frac{-\frac{Z_L}{Z} \to 0}{2 + \frac{Z_L}{Z}} \right) = 0$$

$$\lim_{Z \to \infty} \left(\frac{2Z}{2Z + Z_L} \right) = \lim_{Z \to \infty} \left(\frac{2}{2 + \frac{Z_L}{Z} \to 0} \right) = \frac{2}{2} = 1$$

$$S|_{Z \to \infty} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \checkmark$$

Transmission ohne Verluste & Reflexion

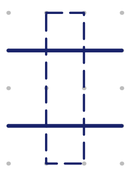
$$\lim_{Z \to 0} \left(-\frac{Z_L}{\cancel{2Z}_0 + Z_L} \right) = -\frac{Z_L}{Z} = -1$$

$$\lim_{Z \to 0} \left(\frac{\cancel{2Z}^0}{\cancel{2Z}_0 + Z_L} \right) = 0$$

$$S|_{Z \to 0} = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Keine Transmission (Totalreflexion)

Bsp geg.: β, l, $\alpha = 0$ ges.: $\underline{S}$



$$\gamma = \alpha + j\beta$$

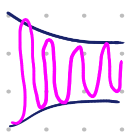
$$e^{\gamma l} = e^{\alpha l} e^{j\beta l} = e^{(\alpha + j\beta) l} = e^{j\beta l}$$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & e^{-j\beta l} \\ e^{-j\beta l} & 0 \end{pmatrix}$$

$S_{21} = e^{-j\beta l}$

$\frac{b_2}{a_1} = e^{-j\beta l}$

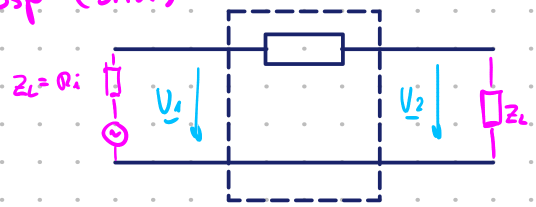
$b_2 = a_1 \cdot e^{-j\beta l}$



$$S_{21} = \frac{2U_2}{U_{01}} \sqrt{}$$

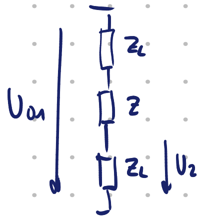
18.11.2019 + Einschub weiter oben

Bsp (SMK)



$S_{11} = S_{22}$

$$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{Z_{E1} - Z_L}{Z_{E1} + Z_L} = \frac{Z + Z_L - Z_L}{Z + Z_L + Z_L} = \frac{Z}{2Z_L + Z}$$



$$\frac{U_{01}}{U_2} = \frac{Z + 2Z_L}{Z_L}$$

$$S_{21} = -\frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{U_2}{\cancel{\sqrt{Z_L}}} \frac{2\cancel{\sqrt{Z_L}}}{U_{01}} = 2\frac{U_2}{U_{01}} = 2\frac{2Z_L}{2Z_L + Z}$$

$$s = \frac{1}{Z + 2Z_L}\begin{pmatrix} Z & 2Z_L \\ 2Z_L & Z \end{pmatrix}$$

Bsp Verlustlosigkeit

Passiv verlustloses ZT Betrages des $|S_{11}| = 0{,}3$
Betrag des Transmissionsfaktors $|S_{21}| = 0{,}954$

Return loss: $20 \cdot \log\left(\frac{1}{|S_{11}|}\right) = 10{,}46\,dB$

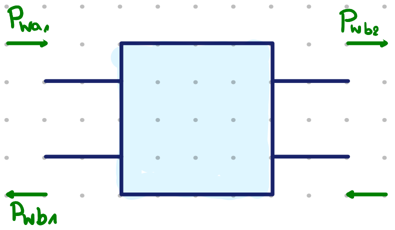
Unter der Bedingung der Verlustlosigkeit und der Passivität:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1 \rightarrow |S_{21}|^2 = 1 - |S_{11}|^2 = 1 - 0{,}3^2 = 1 ; -0{,}09$$

$$|S_{21}|^2 = 0{,}91$$

$$20\log\left(\frac{1}{|S_{21}|}\right) = 0{,}41\,dB$$

Bsp



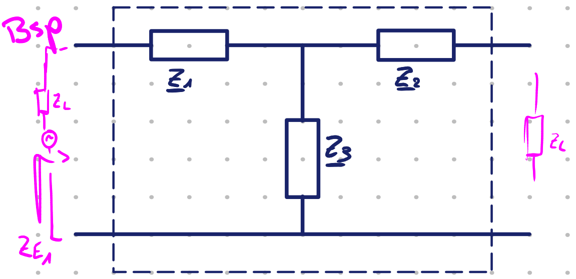
$$P_{Wa1} = P_{Wb1} + P_{Wb2}$$

$$1 = \underbrace{\frac{P_{Wb1}}{P_{Wa1}}}_{\text{Reflexionsfaktor}^2} + \left.\frac{P_{Wbe}}{P_{Wa1}}\right\} \text{Transmissionsfaktor}^2$$

$S_{11} = \frac{b_1}{a_1}\Big|_{a_2=0}$

$$1 = |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2$$

Bsp



geg.: $Z_1 \neq Z_2$

Symmetrisch: $S_{ii} = S_{jj}$, $S_{ij} = S_{ji}$

$$S_{11} = \frac{Z_{E1} - Z_L}{Z_{E1} + Z_L} = \frac{\frac{(Z_L+Z_2)Z_3}{Z_L+Z_2+Z_3} + Z_1 - Z_L}{\frac{(Z_L+Z_2)Z_3}{Z_L+Z_2+Z_3} + Z_1 + Z_L} = \ldots =$$

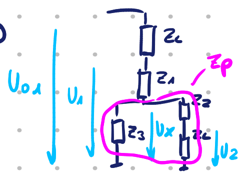
$$= \frac{Z_1 Z_L + Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_L - Z_L^2 - Z_L Z_2 - Z_L Z_3}{Z_1 Z_L + Z_1 Z_2 + Z_1 Z_3 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_L + Z_L^2 + Z_L Z_2 + Z_L Z_3} =$$

$$= \frac{Z_1(Z_L+Z_2+Z_3) + Z_2 Z_3 - Z_L(Z_L+Z_2)}{Z_1(Z_L+Z_2+Z_3) + Z_2 Z_3 + 2Z_L Z_3 + Z_L(Z_L+Z_2)}$$

$$Z_{E1} = ((Z_L + Z_2) \parallel Z_3) + Z_1$$

$$= \frac{(Z_L+Z_2)Z_3}{Z_L+Z_2+Z_3} + Z_1$$

Kontrolle: $Z_1 = Z_2 = 0$



$$S_{11} = \frac{-Z_L^{\cancel{2}}}{2\cancel{Z_L} \cdot Z_3 + Z_L^{\cancel{2}}} = \frac{-Z_L}{Z_L + 2Z_3}$$

$$S_{21} = \frac{b_2}{a_1}\Big|_{a_2=0} = \frac{2U_2}{U_{01}}\sqrt{\frac{Z_{L1}}{Z_{L1}}} = \frac{U_2}{U_x}\cdot\frac{U_x}{U_1} = \frac{Z}{Z_2 + Z_L}\cdot\frac{Z_p}{Z_1 + Z_p}$$

25.11.2019

Bsp 5.1)
↳ S. 174

- $\underline{S} = \begin{pmatrix} \frac{5}{13} & j\frac{12}{13} \\ j\frac{12}{13} & \frac{5}{13} \end{pmatrix}$

$Z_L = 50\Omega$

ges.: Reziprozität? — Ja, $S_{12} = S_{21}$
Symmetrie? — Ja, $S_{11} = S_{22}$ und $S_{12} = S_{21}$
Anpassung? — Nein, die Reflexionsfaktoren sind $\neq 0$
Verlustlosigkeit?

↓
Transponierte Matrix ist gleich

$\underline{S}^* = \begin{pmatrix} \frac{5}{13} & -j\frac{12}{13} \\ -j\frac{12}{13} & \frac{5}{13} \end{pmatrix}$

$|\underline{S}_{11}|^2 + |\underline{S}_{21}|^2 = \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = 1$

$S_{11} \cdot S_{12}^* + S_{21} \cdot \underline{S}_{22}^* = \frac{5}{13}\left(-j\frac{12}{13}\right) + j\frac{12}{13} \cdot \frac{5}{13} = 0$

$\begin{matrix} 1 \\ 0 \end{matrix} \dashrightarrow \begin{matrix} 0 \\ 1 \end{matrix}$ → Verlustfrei

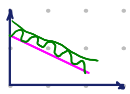
- Return loss = 8,3dB = $20 \log\left(\frac{1}{|S_{11}|}\right)$
Insertion loss = 0,7dB = $20 \log\left(\frac{1}{|S_{21}|}\right)$

27.11.2019

Vektor-Analysator: Notwendig für Messung von s-Parametern, Transistoreigenschaften, ... (Misst Betrag & Phase)
Spektrometer: Misst nur Betrag

S. 164, 247

Stehwellenverhältnis



keine Anpassung (Dämpfung)
Reflexion → U_{max} zu U_{min} auf Leitung: Stehwellenverhältnis
bessere Anpassung: geringeres Stehwellenverh.