

Sannsynlighet og kombinatorikk

Øvepgaver

Forklare og bruke begrepene utfallsrom, utfall og hendelse og sannsynlighetsmodell

Grunnleggende: Gjengi og gi eksempler til begrepene

Forklar hva en sannsynlighetsmodell er ved hjelp av begrepene utfall, utfallsrom og hendelse. Gi et eksempel på en sannsynlighetsmodell.

Middels: Avgjøre og begrunne om situasjoner er en sannsynlighetsmodell

1. Alfa 7.10
2. Alfa 7.11

Forklare og bruke begrepet uniform sannsynlighetsmodell

Grunnleggende: Gjengi og gi eksempler til begrepet

Forklar hva en uniform sannsynlighetsmodell er og gi et eksempel på en uniform sannsynlighetsmodell.

Middels: Avgjøre og begrunne om situasjoner er en uniform sannsynlighetsmodell

- Alfa 7.14
- 7.15. Besvarelsen skal begrunnes ved å peke på definisjonen av en uniform sannsynlighetsmodell.
- Et forsøk skal utføres ved å kaste en mynt tre ganger og registrere om det blir kron eller mynt. Henrik setter opp utfallsrommet $\{\text{tre kron, to kron og en mynt, en kron og to mynt, tre mynt}\}$. Avgjør om dette gir opphav til en uniform sannsynlighetsmodell.

Avansert: Sette opp uniforme sannsynlighetsmodeller fra en gitt situasjon

- Du er på hytta og kaster fire femmere på første kast. Med to kast igjen bestemmer du deg for å gå for yatzy. Sett opp et utfallsrom som gir en uniform sannsynlighetsmodell og finn sannsynligheten for at du får yatzy ved hjelp av modellen.
- André har kjøpt inn 6 lyspærer som han legger i en eske slik at han slipper å måtte kjøpe nye hver gang en pære går. Uten å tenke seg om byttet André tre lyspærer, men puttet de gamle defekte lyspærene sammen med de nye. Neste gang skal han bytte to pærer og tar han bare to tilfeldige pærer ut fra esken. Sett opp et utfallsrom som gir en uniform sannsynlighetsmodell

og avgjør, ved hjelp av modellen, hva sannsynligheten er for at André tar med seg en defekt pære.

Forklare og bruke store talls lov (Alfa 7.3)

Dette læringsmålet gjøres og godkjennes som en gruppeoppgave (på maks tre personer). Dere tar utgangspunkt i aktiviteten “Duelling dice” fra timen og gjør oppgavene under (oppgaven kan dere også finne her). Besvarelsen skrives og leveres i et word-dokument og *må* være strukturert på en slik måte at en leser forstår hva som er gjort og med relevante skjermtklipp.

Grunnleggende: Forklare store talls lov

- Forklar store talls lov ved hjelp av et eksempel.

Middels: Undersøke og estimere sannsynligheter ved å bruke store talls lov

- Forklare store talls lov ved hjelp av et eksempel
- Ta utgangspunkt i aktiviteten “Duelling dice”.
 - Bruk et verktøy (programmering eller excel eller lignende) til å simulere aktiviteten. Simuleringen skal brukes til å avgjøre strategier for hvordan man kan vinne spillet ved å estimere sannsynligheter.
 - * Merk at dere skal gjøre mer enn å løse oppgaven og avgi en vinnende strategi. Det skal også anslås sannsynligheter for å vinne best av 7.
 - * Hvis Excel brukes så kan “TILFELDIGMELLOM()” og “INDEKS()” være nyttige funksjoner.

Avansert: Undersøke, estimere og bruke store talls lov i undervisning

- Gjøre middels.
- Framstille utfallsrommet og de estimerte sannsynlighetene
- Anta at Henrik alltid velger den røde terningen først og at du får lov til å spille så mange best av 7 runder du vil. Hvis André ønsker å satse 100 kroner hver gang et spill spilles på at Henrik taper. Hvor mye bør gevinsten være for André for at det skal være lønnsomt for han å satse på dette?
- Vurder arbeidet som er gjort med utgangspunkt i kjerneelementer og kompetansemål for niende trinn.

Forklare, illustrere og bruke produktregelen

Grunnleggende: Forklare og illustrere et sammensatt valg/et forsøk sammensatt av flere trinn

Forklare og illustrere et sammensatt valg/et forsøk sammensatt av flere trinn.

Middels: Forklare og illustrere produktregelen

Forklare og illustrere produktregelen. Pek tydelig på hvorfor det kommer frem at produktregelen må gjelde (Setning 7.53).

Forklare og bruke begrepene ordnet utvalg med og uten tilbakelegg**Grunnleggende: Forklare og gi eksempler til begrepene**

Forklar og gi eksempler til begrepene

Middels: Begrunne at et utvalg er ordnet med og uten tilbakelegg, og finne antall muligheter i utvalget

- Begrunn at følgende situasjoner kan tenkes på som ordnede utvalg med tilbakelegg og finn antall muligheter i utvalgene
 - Du skal velge en firesifret kode der du kan ha sifrene 0-9 på hver posisjon.
 - Du skal kaste en terning tre ganger og skriver opp antall øyne på terningen for hvert kast i kronologisk rekkefølge.
- Begrunn at følgende situasjoner kan tenkes på som ordnede utvalg uten tilbakelegg og finn antall muligheter i utvalgene
 - Du skal stokke om bokstavene i navnet André.
 - I et skirenn deltar det 7 personer. Du ønsker å skrive opp mulige 1.- 2.- og 3.plasser som kan oppstå.

Forklare og bruke begrepene uordnet utvalg med og uten tilbakelegg**Grunnleggende: Forklare og gi eksempler til begrepene uordnet utvalg med og uten tilbakelegg**

Forklar og gi eksempler til begrepene

Middels: Begrunne at et utvalg er uordnet m/u tilbakelegg, og finne antall muligheter i utvalget

- Begrunn at følgende situasjoner kan tenkes på som uordnede utvalg uten tilbakelegg og finn antall muligheter i utvalgene
 - Du har en twistpose med 7 forskjellige twist igjen. Du tar hånden ned i poser og får med deg tre twist.
 - Det skal trekkes tre heldige ansatte blant 15 ansatte som får et gavekort på 1000 kr hver.
- Begrunn at følgende situasjoner kan tenkes på som uordnede utvalg med tilbakelegg og finn antall muligheter i utvalgene
 - Du skal bestille 3 pizza fra Dolly dimples til deg og vennegjengen på en fredag. Dolly dimples har 5 mulige typer dere kan velge mellom.
 - Du bestemmer deg for å spise fem frukter hver dag. Du har alltid 5 bananer, 5 pærer, 5 epler og 5 appelsiner liggende.

Avgjøre om utvalg er ordnet eller uordnet og om det er med eller uten tilbakelegg

Middels

Avgjør om situasjonene under kan tenkes som (u)ordnede utvalg m/u tilbakelegg

1. Du skal velge ut en komité fra en 20 lærerstudenter. Komitéen skal bestå av 4 studenter.
2. En klasse med 25 elever skal velge tillitsvalgt. De skal ta ut første, andre tillitsperson. Første elev skal være hovedtillitsvalgt, neste skal være stedfortreder.
3. Hver uke i tre uker har 6 lærere et ukentlig bruslotteri der de vinner en sekspakning Cola hvis de vinner. Det trekkes en vinner blant de 6 lærerne hver uke.
4. Til et lag i $4 \times 100\text{m}$ stafett er det tatt ut fire sprintere, A, B, C og D. Hvor mange rekkefølger kan de stille opp stafettlaget på?
5. Du har et bord med seks plasser og du skal dekke på til fire. Hvor mange mulige kombinasjoner kan lage?
6. Du skal kjøpe en firepakning med donuts fra Donutsjappa ved Aquarama. De har tre typer donuts du kan velge mellom. Hvor forskjellige firepakninger kan du lage?
7. Du skal trekke ut fire gutter fra en klasse på 16 gutter og 17 jenter. Hvor mange måter kan du gjøre det på?
8. Syv studenter bor i et kollektiv sammen. Den første uke trækker de lodd om hvem som skal lage mat, gjøre rent fellesarealet og vaske badet. Ingen får mer enn én jobb. Hvor mange mulige utfall kan trekningen ha?

Forklare, illustrere og bruke addisjonssetningen (for sannsynlighet og kombinatorikk)

Grunnleggende: Forklare hva union og snitt er

Forklare og illustrere et sammensatt valg/et forsøk sammensatt av flere trinn.

Middels: Forklare og illustrere addisjonssetningen for to mengder (Setning 7.53)

Forklare og illustrere produktregelen. Pek tydelig på hvorfor det kommer frem at produktregelen må gjelde (Setning 7.53).

Avansert: Bruke addisjonssetningen for å undersøke problemer

1. Henrik har en tresifret kombinasjon på sykkellåsen sin. Du får vite at koden inneholder en toer (minst), men er ikke et partall. Avgjør hvor mange gjenværende muligheter det er
2. André har en tresifret kombinasjon på sykkellåsen sin. Du får vite at koden inneholder minst én ener og minst én toer. Du regner deg fram til at det er 271 koder som inneholder minst én ener, og 271 koder som

inneholder minst én toer. I tillegg er det 512 av de totalt 1000 mulighetene som hverken inneholder enere eller toere. Hvor mange forskjellige koder kan André ha på sin lås?

Forklare, illustrere og bruke komplementsetningen

Grunnleggende: Forklare begrepet komplement

Forklare begrepet komplement gjennom et eksempel

Middels: Forklare og illustrere komplementsetningen i sannsynlighet

- Forklare begrepet komplementsetningen ved å illustrere et eksempel (setning 7.59)
- Alfa 7.70

Avansert: Bruke komplementsetningen for å undersøke problemer

- Alfa 7.72, 7.74.

Bruke begrepene i temaet til å løse sammensatte problemet

Avansert

1. Anta at sannsynligheten for å få en gutt alltid er $1/2$. I en familie som har to barn er det tre muligheter, to gutter, to jenter eller ett av hvert kjønn. Eleven per sier at hvis en velger en tilfeldig tobarnsfamilie er det $1/3$ sjans for at de har to gutter. André og Kristin planlegger å få fem barn.
 1. Hva er sannsynligheten for at de får bare gutter?
 2. Hva er sannsynligheten for at de får to jenter og tre gutter?
 3. Hva er sannsynligheten for at de får minst 2 jenter?
2. I en vanlig kortstokk med 52 kort finnes det fire sorter, hjerter, ruter, kløver og spar. I hver sort er det 13 kort, kortene 1 til 10 i tillegg til en knekt, en dame og en konge. Når man spiller bridge får man en hånd bestående av 13 tilfeldige kort.
 - Hvor mange av alle de mulige bridgehendene består av åtte kløver?
 - Hvor mange ulike bridgehender med nøyaktige fem spar er det mulig å dele ut?
 - Hvor mange bridgehender med seks kort i en og samme farge finnes det?
 - Hva er sannsynligheten for å få ei slik hånd?
3. Vi trekker ut seks kort av en kortstokk på 52 kort.
 - Hva er sannsynligheten for at det er nøyaktig to spar blant de fem?
 - Hva er sannsynligheten for at alle dem fem kortene er kløver?
 - Hva er sannsynligheten for at ruter knekt er med?
 - Hvor stor sannsynlighet er det for at det er to kort med samme verdi hånden som deles ut?

4. Vi har et rutenett med 2×5 ruter. Vi skal først fargelegge fire ruter røde og så to gule.
1. Hvor mange måter kan vi gjøre det på?
 2. Hvordan ville det blitt om vi først velger de to som skal være gule, og så de fire som skal være røde?
 3. Hva om vi velger rutene som ikke skal fargelegges, så de fire som skal være røde?