Likninger og ulikheter

Øveoppgaver

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

1. Alfa s. 279
   a. 3.40 Løs likningene på flere måter der det virker naturlig.
   b. 3.46 Løs likningene på flere måter der det virker naturlig, ikke bare slik boka spør etter.
   c. 3.47 Løs likningene på flere måter der det virker naturlig, ikke bare slik boka spør etter.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

1. Alfa s. 279
   a. 3.40 Løs likningene på flere måter der det virker naturlig. Forklar og begrunn stegene i strategiene du bruker.
   b. 3.46 Løs likningene på flere måter der det virker naturlig, ikke bare slik boka spør etter. Forklar og begrunn stegene i strategiene du bruker.
   c. 3.47 Løs likningene på flere måter der det virker naturlig, ikke bare slik boka spør etter. Forklar og begrunn stegene i strategiene du bruker.

Løsningsforslag

1. Alfa s. 279
   a. 3.40
   c) Løsning 1: Utvider til 2-deler, sammenlikner tellerne. Hvis *noe* pluss 10 er null, er *noe* -10.

$$\begin{aligned}\frac{3x}{2}+5&=\frac{x}{2}\\ \frac{3x+10}{2}&=\frac{x}{2}\\ 2x+10&=0\\ x&=-5.\end{aligned}$$

Løsning 2: Sorterer uttrykk med ukjent på VS, tall på HS (trekker fra $\frac{x}{2}$ og 5 på begge sider av likhetstegnet). To halve er én hel.

$$\begin{aligned}&\frac{3x}{2}+5=\frac{x}{2}\\ &\frac{3x}{2}-\frac{x}{2}=-5\\ &x=-5.\end{aligned}$$

b. Starter i hvert tilfelle med x, og leser likninga fra venstre. Deretter rygger vi steg for steg: Starter med *svaret*, og leser (det vil si regner) baklengs med motsatte regneoperasjoner til vi er tilbake på x.
a) 20. Gange med to (40), trekke fra ti (30), dele på tre (10).
b) 15. Trekke fra seks (9), gange med fire (24).
c) 10. Gange med tre (30), legge til femten (45), dele på fem (7).

c. Holde over:

a) TELLER delt på to er tjue; TELLER er 40. NOE pluss ti er førti; NOE er 30. Det tredobbelt av tallet er tretti; tallet er 10.
b) Noe + 6 = 15, noe = 9. En firedel av noe er 9, noe er 36.
c) Teller er 30; 5x er 45; x er 7.
d) Noe + 5 = 37; noe = 32. Det dobbelte av noe er 32; noe er 16. Tallet i andre er 16; tallet er 4.
e) To ganger noe er 20; noe er 10. π ganger tallet er 10; tallet $\frac{10}{\pi}$. .

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

1. *Se oppgaver fra tidligere nasjonal deleksamen fra seminar og i modulen nasjonal deleksamen.*

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

1. Alfa s. 282
   a. 3.68
   b. 3.69
   c. 3.70

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

1. Alfa s. 282
   a. 3.68 Undersøk og begrunn, gjerne på flere måter hvis mulig.
   b. 3.69 Undersøk og begrunn, gjerne på flere måter hvis mulig.
   c. 3.70 Forklar hver overgang (slik Alfa ber om), og begrunn -- gjerne på flere måter -- hva som foregår de gangene du må «snu ulikhetstegnet».

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

1. *Se oppgaver fra tidligere nasjonal deleksamen fra seminar.*

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

1. Alfa s. 281
   a. 3.60 Løs på så mange måter du greier.

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

1. Alfa s. 281
    a. 3.63 Løs på så mange måter du greier.
    b. 3.64 Løs på så mange måter du greier.

Løse kvadratiske likninger ved hjelp av fullstendige kvadraters metode

Grunnleggende: Løse likninger med heltallige koeffisienter og løsninger

1. Løs likningene:
    a. $x^2 + 2x = 15$
    b. $x^2 + 12x = 64$
    c. $x^2 + 12x = -27$
    d. $x^2 + 5x = 14$
    e. $x^2 - 5x = 14$
    f. $2x^2 + 20x = 48$
    g. $x^2 + 8x = 105$
    h. $x^2 - 14x = -48$
2. En svært nyttig øvelse: Lag likninger til hverandre. Likningene må lages slik at du selv hvordan de kan løses og hva løsningene er.

Middels: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og løsninger

1. Løs likningene:
    a. $\frac{10}{3} - x = x^2$
    b. $4x^2 + 20x = 144$
    c. $3x^2 - 2x = 1$
    d. $\frac{1}{3}\left(10x^2 + 14\right) + 13x = 0$
2. En svært nyttig øvelse: Lag likninger til hverandre. Likningene må lages slik at du selv hvordan de kan løses og hva løsningene er.

Avansert: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og irrasjonale løsninger

1. Løs likningene:
    a. $x^2 - 6x = 5$
    b. $x^2 + 5x = 2$
    c. $x^2 + \sqrt{2}x = 4$
    d. $1 + x = x^2$
2. En svært nyttig øvelse: Lag likninger til hverandre. Likningene må lages slik at du selv hvordan de kan løses og hva løsningene er.
3. **Bonus** (ikke aktuell til vurdering)**:** Enhver andregradslikning kan skrives $ax^2 + bx + c = 0$, dersom man rydder og samler alle ledd på venstre side. Bruk fullstendige kvadraters metode på den generelle likninga til å utlede andregradsformelen, det vil si formelen som gir løsningene på enhver andregradslikning, $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.

24.04

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $3(x-1)=2(x+1)$ på to måter, formelt og grunnskoletilpasset.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* de løse likningen både formelt og grunnskoletilpasset. Formelt vil være med algebra og grunnskoletilpasset kan for eksempel være gjett og sjekk.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen på to måter, formelt og uformelt. La det gå klart frem at hvert steg i løsningen din må være riktig.
$3+\frac{12}{\frac{3x+3}{8}}=7$

Vurderingskriterier: Middels

Løses på to måter, formelt (vanlig) og uformelt (for eksempel «holde over»). 3 + noe er 7, noe er 4 og så videre.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

Se 27.01.23

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

Grunnleggende: Se 20.01.23

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Middels: Se 20.01.23

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

Avansert: Se 27.01.23

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk

Se 17.04.23

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

Henrik befinner seg i Retnym, der myntenheten heter Renork (ren), og myntene bare finnes i valørene 3 og 5 ren. Her har han handlet et verdifullt eksemplar av Euklids Elementer. Han betalte med 17 mynter til en verdi av 69 ren.

Hvor mange mynter av hver valør betalte Henrik for boka?
a. Løs oppgaven uten å bruke likninger eller gjett og sjekk.
b. Løs oppgaven ved å sette og løse et likningssett på to måter.

Vurderingskriterier: Middels

Begge oppgavene må gjøres

1. Fordeler 17 3-ere, som gir 51 ren. Det er 18 for lite. 18:2=9, så må ha ni 5-ere og resten, det vil si åtte 3-ere.

Løse kvadratiske likninger ved hjelp av fullstendige kvadraters metode

Grunnleggende: Løse likninger med heltallige koeffisienter og løsninger

Se 03.02.23

Middels: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og løsninger

Se 03.02.23

Avansert: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og irrasjonale løsninger

Se 03.02.23

Bruke de tre kvadratsetningene

Grunnleggende: Gjengi og vise kvadratsetningene algebraisk

Gjengi og vis de tre kvadratsetningene algebraisk

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* første og tredje kvadratsetning gjengis.

Middels: Illustrere kvadratsetningene geometrisk

Illustrer andre og tredje kvadratsetning geometrisk. Bruk illustrasjonene til å gi en forklaring av identitetene.

Vurderingskriterier: Middels

Her *må* andre og tredje kvadratsetning illustrerer geometrisk og brukes til å forklare identitetene.

Avansert: Bruke kvadratsetningene til å faktorisere uttrykk

Faktoriser uttrykkene ved hjelp kvadratsetningene.

a. $10x^2 + 3(2x^2 - y(8x - 3y))$.
b. $x^4 - 9y^2$

Vurderingskriterier: Avansert

a. $(4x - 3y)^2$
b. $(x^2 + 3y)(x^2 - 3y)$

17.04.23

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $3(x-1)=2(x+1)$ på to måter, formelt og grunnskoletilpasset.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* de løse likningen både formelt og grunnskoletilpasset. Formelt vil være med algebra og grunnskoletilpasset kan for eksempel være gjett og sjekk.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

En lærer ga elevene følgende tallgåte: "Tenk på et tall. Legg til fem, og multipliser summen med fire. Trekk så fra seks, og del det du fikk på to. Trekk til slutt fra syv. Hvis du forteller meg tallet du nå har, skal jeg fortelle deg hvilket tall du tenkte på." En elev oppgir åtte. Hvilket tall tenkte hun på? Løs problemet på to måter.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må løse problemet på to måter. For eksempel kan de jobbe baklengs. De endte med åtte. Dette fikk de ved å trekke fra syv. Da hadde de altså 15. Tallet 15 kom fra å dele på to, så da hadde de 30. Igjen kom 30 fra en subtraksjon på 6, så de hadde 36 på det tidspunktet. Siden 36 kom fra å multiplisere med 4 kan vi gå baklengs ved å ta $\frac{36}{4}=9$. Tallet 9 fikk de ved å legge til fem, så vi finner det originale tallet ved å trekke fra fem. De må altså ha begynt med 4.

En annen måte vil være algebraisk. Da kan vi skrive opp hele rekken. Vi kaller tallet eleven tenke på for a. Gjennom forklaringen får vi vite at

$$\frac{(a+5)\cdot 4-6}{2}-7=8.$$

Løser de denne ligningen vil de essensielt gjøre det samme som er gjort over (eller noe tilsvarende).

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En elev løser likningen $\frac{1}{5}(3x+1)=x+5$ slik du ser under. Forklar hvordan eleven kan ha tenkt. Avgjør og begrunn om løsningen er riktig. Det som eventuelt er riktig, må begrunnes. Det som eventuelt er feil, må rettes opp i.

$$\frac{1}{5}(3x+1) = x+5$$

$$\frac{1}{5}(3x+1) = \frac{1}{5}(5x+1)$$

$$3x+1 = 3x+1+2x$$

$$\underline{0 = } \; x$$

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må forklare hva eleven kan ha tenkt og peke på og begrunne det riktige og rette opp i det gale. Fra linje 1 til 2 bør studenten peke på at eleven har faktorisert ut $\frac{1}{5}$ på høyre side, men at det er blitt en feil med konstantleddet i parentesen. Eleven har trukket ut en femdel og dermed bør alt i parentesen bli fem større. Det burde derfor stått

$$\frac{1}{5}(3x+1) = \frac{1}{5}(5x+25).$$

Studenten bør videre peke på at fra linje 2 til 3 så har eleven multiplisert begge sider med 5 slik at VS blir $3x+1$ og HS blir $5x+1$, eller uten feilen i forrige linje $5x+25$. Med følgefeilen har eleven splittet $5x+1$ opp til $3x+1+2x$ og sammenlignet sidene, noe som gjør at eleven konkluderer med at $0 = 2x$ eller bare at $0 = x$. Hadde eleven ikke hatt en følgefeil ville resultatet blitt

$$3x+1 = 3x+1+2x+24,$$

som ville ført til at $x = 12$.

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

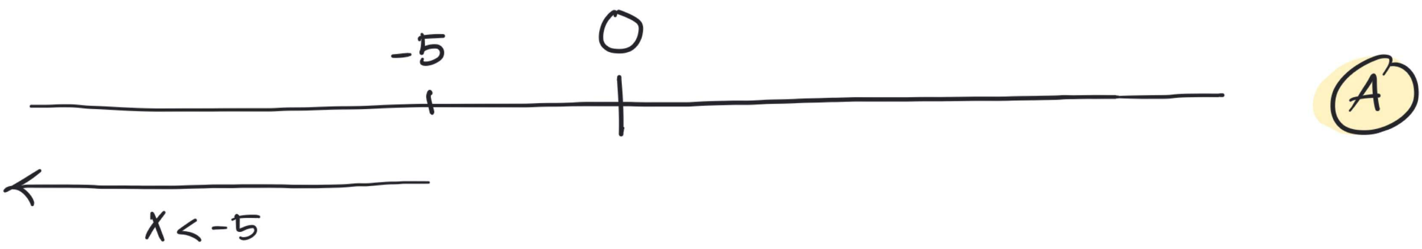
Løs ulikheten $2(3-x) \leq 6$.

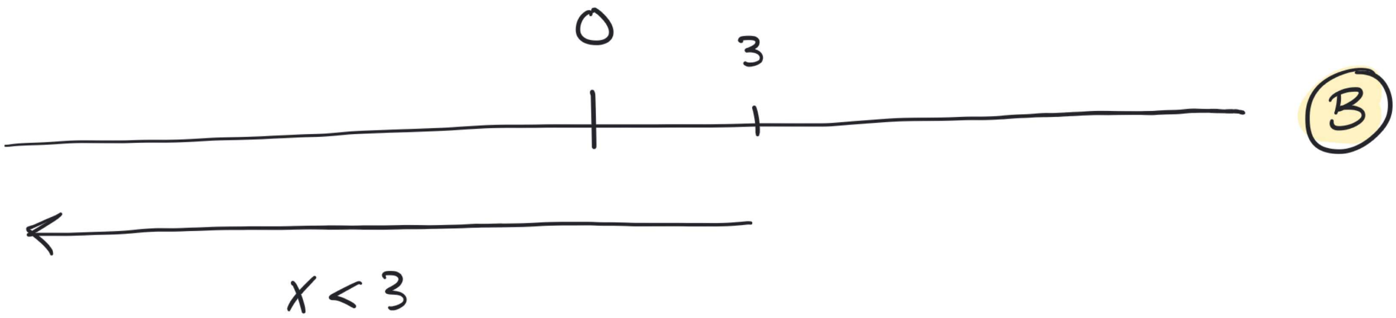
Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse ulikheten.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Illustrasjon A er ei tallinje som indikerer alle tall x som er lavere enn -5. Illustrasjon B viser alle tall lavere enn tre. Fullfør hver illustrasjon slik at de sammen med en kort ordforklaring viser hvor vi finner $-x$ i hvert tilfelle.





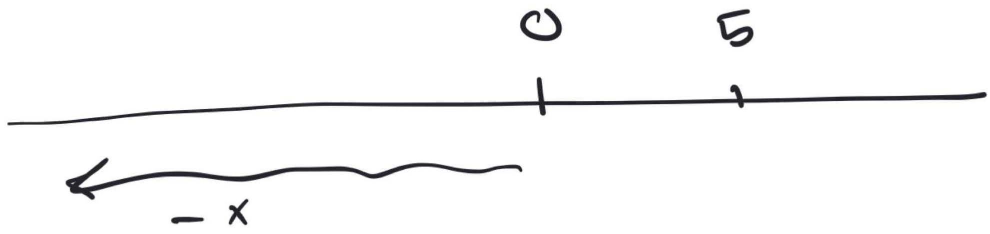
Vurderingskriterier: Middels

Studenten må fullføre illustrasjonene (se for eksempel heftet).

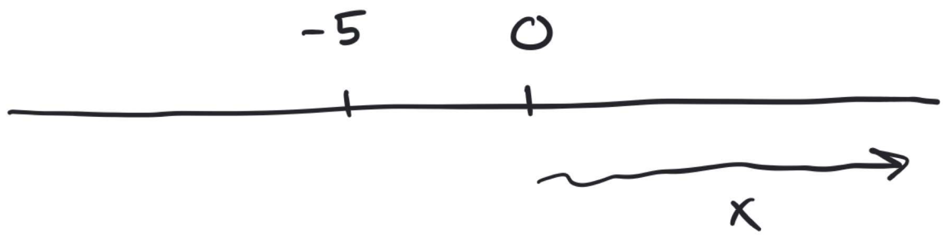
Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En klasse fikk i oppgave å vise ved hjelp av en illustrasjon at hvis $-x < 5$ så er $x > -5$. En elev besvarte oppgaven slik du ser under. Kommenter hva som ikke er riktig i besvarelsen, og rett opp i den slik at den blir riktig.

$\boxed{-x < 5}$



$\boxed{x > -5}$



Begge er alltid sant.

Vurderingskriterier: Avansert

Studentene må peke på problemet med at pilen går fra origo, deretter rette opp i den (se heftet).

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk

Under ser du to likninger med to ukjente.

$2(x - y) = y - 11,$

$3(1 - x) + 2y = 2.$

Løs likningssettet ved hjelp av

1. innsettingsmetoden og
2. addisjonsmetoden.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Begge oppgavene skal gjøres med metodene som er oppgitt. For eksempel kan studenten begynne med å rydde litt i likningene. Første likning kan skrives om til

$$2x = 3y - 11,$$

og andre likning kan skrives om til

$$-3x + 2y = -1.$$

Hvis vi multipliserer første likning med 3 og andre likning med 2, da får vi det ekvivalente likningssettet

$$6x = 9y - 33,$$

$$-6x + 4y = -2.$$

Legger vi disse likningene sammen (addisjonsmetoden) ser vi at $2y = 9y - 33 - 2$, eller at $5y = 35$ eller at $y = 7$. Nå kan vi sette inn $y = 7$ i en av likningene å få at $x = 5$.

Innsetting kan vi løse ved å for eksempel ta første likning $2x = 3y - 11$ og dele på to. Det gir $x = \frac{3}{2}y - \frac{11}{2}$. Setter vi nå dette inn i likning to får vi $-3(\frac{3}{2}y - \frac{11}{2}) + 2y = -1$. Som vi nå kan løse for y og få samme konklusjon.

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

To tall har følgende to egenskaper: Egenskap 1: Divisjon av det en tallet med det andre gir 3 og 1 i rest. Egenskap 2: En femdel av én mer enn differansen mellom tallene, er 2. Avgjør ved hjelp av en formell strategi hvilke to tall det er snakk om.

André panter 30 flasker, og får 72 kroner. Noen flasker gir to og resten tre kroner i pant. Uten bruk av likninger eller gjett og sjekk, avgjør hvor mange flasker André pantet av hver type.

Vurderingskriterier: Middels

Begge oppgavene må gjøres

1. Studenten kan løse ved oppgaven ved å innse at første egenskap gir $x = 3y + 1$ og andre egenskap gir $\frac{x-y+1}{5} = 2$. Setter vi inn får vi $\frac{3y+1-y-1+1}{5} = 2$, eller at $2y + 2 = 10$ eller at $y = 4$. Det gir altså at $x = 12 + 1$, altså 13.
2. Studenten kan gi et logisk ressonement. For eksempel kan de peke på at hvis en kun panter flasker som gir 2 kr, så får André 60 kroner. Ved å øke hver flaske som koster 2kr til 3kr øker vi panten han får med 1kr. Siden 72 kroner er 12 mer enn 60, så må han altså ha 18 flasker som gir 2kr og 12 som gir tre.

Løse kvadratiske likninger ved hjelp av fullstendige kvadraters metode

Grunnleggende: Løse likninger med heltallige koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $x^2 - 14x = -40$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $3x^2 + 12x = 15$ med fullstendige kvadraters metode.

Vurderingskriterier

Begge likningene må løses med korrekt teknikk.

Middels: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $3x^2 + 4x - 7 = 0$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $x^2 + \frac{4}{3}(x + \frac{1}{3}) = \frac{9}{4}$ med fullstendige kvadraters metode.

Vurderingskriterier

Begge likningene må løses med korrekt teknikk.

Avansert: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og irrasjonale løsninger

1. Løs likningen $x^2 + x = 3$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $5x^2 - 4 = -3x$ med fullstendige kvadraters metode.

Vurderingskriterier

Begge likningene må løses med korrekt teknikk.

Bruke de tre kvadratsetningene

Grunnleggende: Gjengi og vise kvadratsetningene algebraisk

Gjengi og vis de tre kvadratsetningene algebraisk

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* første og tredje kvadratsetning gjengis.

Middels: Illustrere kvadratsetningene geometrisk

Illustrer andre og tredje kvadratsetning geometrisk. Bruk illustrasjonene til å gi en forklaring av identitetene.

Vurderingskriterier: Middels

Her *må* andre og tredje kvadratsetning illustrerer geometrisk og brukes til å forklare identitetene.

Avansert: Bruke kvadratsetningene til å faktorisere uttrykk

1. Uttrykket under mangler et ledd for å bli et fullstendig kvadrat. Finn leddet som mangler, og faktoriser det fullstendige uttrykket ved hjelp av en kvadratsetning.

$4x^2y^2 - 12xy.$

2. Faktoriser uttrykket under. Illustrer kvadratsetningen du brukte med tallene og variablene fra uttrykket.

$-4b^2 + 9x^2.$

Vurderingskriterier: Avansert

1. Studenten må finne det manglende leddet. En kan innse at uttrykket kan skrives som $(2xy)^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2xy$. Dermed kan de innse at det som mangler i uttrykket er 3^2, noe som ville gitt $(2xy - 3)^2 = 4x^2y^2 - 12xy + 9$.

17.02.23

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Blant 163 spurte mennesker, svarte alle at de spiser enten taco, nudler eller foie gras på fredager. Det er 35 flere som spiser taco enn fiskepinner, og antallet som spiser foie gras er det tredobbelte av én mer enn antallet som spiser fiskepinner.

1. Fullfør og bruk illustrasjonen under til å finne ut hvor mange som spiser hva.
2. Sett opp og løs likningen situasjonen svarer til.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

På et klassetrinn er det 45 elever. Alle deltar i en idrett. Antallet elever på håndball er fem mer enn det dobbelte av antallet på fotball. Det er én og en halv ganger flere på basket enn fotball, men fem elever spiller både fotball og basket.

a. Finn ut hvor mange som spiller hva ved hjelp av en illustrasjon.

b. Sett opp og løs en likning som passer situasjonen. Vis tydelig hvordan likningen samsvarer med situasjonen.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

Under ser du tre elevers løsninger av likningen $3(2x + 5) = (12 + 3x)$. Forklar hvordan elevene kan ha tenkt. Avgjør og begrunn om løsningene er riktige.

A

$$3(2x+5) = 12 + 3x$$

$$3(2x+5) = 3(4+x)$$

$$(x+1) + (4+x) = 4+x$$

$$x = -1$$

B

$$3(2x+5) = 12 + 3x \quad \Big| \cdot \tfrac{1}{3} - 2x$$

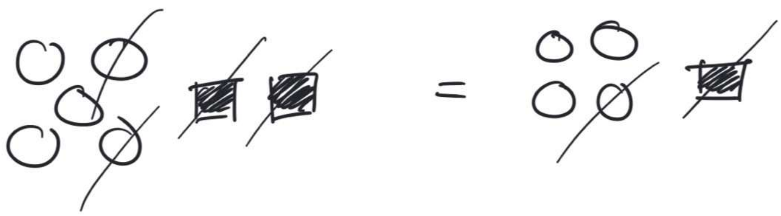
$$5 = 4 + x$$

$$x = 1$$

C

$$3(2x+5) = 12 + 3x$$

$$\Rightarrow 5 + 2x = 4 + x$$



Ser at $x = ■$ må

Vurderingskriterier: Grunnleggende

være -1.

Her *må* de fullføre illustrasjonen for å løse likningen. Deretter *må* de sette opp og løse likingen selv.

Vurderingskriterier: Middels

Her må de løse situasjonen ved å sette opp en illustrasjon *og* sette opp en likning. For eksempel kan de både i en illustrasjon og algebraisk ta utgangspunkt i antall personer på fotball og kalle antallet for x. Da får de at det er $5 + 2x$ som spiller håndball og $\frac{3}{2}x - 5$ som spiller *kun* basket. Totalt gir dette at $x + 5 + 2x + \frac{3}{2}x - 5 = 45$. Det er da denne likningen som må løses.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må studentene peke på elevenes tolkning.
Det viktigste som må fram er at:
I besvarelse A så sammenlignes sidene på en meningsfull måte (studentene må peke på hvordan sammenligningen skjer).
I besvarelse B må det pekes på at det gjøres en forkorting, men at dette ikke gjøres likt på begge sider.
I besvarelse C må det pekes på må det også pekes på at det sammenlignes på begge sider (studentene må her også peke på hvordan sammenligningen skjer).

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

Løs ulikheten $2(3 - x) \geq 6$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Vis ved hjelp av ei tallinje at dersom $-\frac{1}{2}x > 3$, så må $x < -6$.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En elev løste ulikheten $\frac{-x+1}{2} \leq 5$ slik:

$$\begin{aligned} \frac{-x+1}{2} &\leq 5 \\ -x + 1 &\geq 10 \\ -x &\geq 9 \\ x &\leq -9 \end{aligned}$$

Begrunn kort med ordforklaring og/eller illustrasjon hvorfor hvert hvert steg i løsningen er rett eller galt.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse ulikheten.

Vurderingskriterier: Middels

Her må de presisere alt som gjøres i utregningen med en begrunnelse

Vurderingskriterier: Avansert

Her må de peke på alle feilene eleven gjør. I tillegg må de gi en meningsfull forklaring av hvordan en skal løse oppgaven.

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk

Under ser du to likninger med to ukjente.

$2y = 3(1-2x) - y,$

$\frac{y-3x}{2} = 8.$

Løs likningssettet ved hjelp av

1. grafisk metode og
2. addisjonsmetoden.

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

To tall har følgende to egenskaper: Egenskap 1: Divisjon av det en tallet (dividend) med det andre (divisor) gir 12 og 3 i rest. Egenskap 2: Summen av de to tallene er én mer enn halvparten av dividenden. Avgjør hvilke tall det er snakk om på to formelle måter.

André samler på terninger. Han har har 16 terninger, noen med fire sider og noen med seks. Til sammen har terningene 76 sider. Uten bruk av likninger eller gjett og sjekk, avgjør hvor mange terninger André har av hver type. Løsningen din må inneholde en passende illustrasjon.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Begge oppgavene skal gjøres med metodene som er oppgitt.

Vurderingskriterier: Middels

Begge oppgavene må gjøres

1. En kan merke seg at teksten tilsier at hvis x er dividend og y er divisor, så kan x skrives som $12y+3$. Det betyr at

   $$x = 12y + 3.$$

   I tillegg får vi at $x + y = \frac{x}{2} + 1$. Som gir likningsettet

   $$\begin{aligned} x &= 12y + 3 \\ x + y &= \frac{x}{2} + 1. \end{aligned}$$

   Dermed kan de løse likningsettet ved for eksempel innsetting eller addisjonsmetoden. *Merk* Svaret gir ikke heltall da oppsettet er blitt noe galt.
2. Her må likningssettet

   $$\begin{aligned} 4x + 6y &= 76 \\ x + y &= 16, \end{aligned}$$

løses (uten at det skal settes opp som likning), der x er antall firesidede terninger og y er antall sekssidede terninger. For eksempel kan en tenke seg at 16 terninger som kun er seksidet gir $16 \cdot 6 = 96$ sider, altså 20 for mye. Dette kan da brukes videre for å løse problemet uten bruk av likninger.

Løse kvadratiske likninger ved hjelp av fullstendige kvadraters metode

Grunnleggende: Løse likninger med heltallige koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $x^2 - 20x = -64$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $3x^2 + 12x = 180$ med fullstendige kvadraters metode.

Middels: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $3x^2 + 4x = 20$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{8}$ med fullstendige kvadraters metode.

Avansert: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og irrasjonale løsninger

1. Løs likningen $x^2 - x = 1$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $2x^2 + \frac{3}{4} = 3x$ med fullstendige kvadraters metode.

Vurderingskriterier: Grunnleggende, middels og avansert

Begge likningene må løses med korrekt teknikk.

Bruke de tre kvadratsetningene

Grunnleggende: Gjengi og vise kvadratsetningene algebraisk

Gjengi og vis de tre kvadratsetningene algebraisk

Middels: Illustrere kvadratsetningene geometrisk

Illustrer andre og tredje kvadratsetning geometrisk. Bruk illustrasjonene til å gi en forklaring av identitetene.

Avansert: Bruke kvadratsetningene til å faktorisere uttrykk

Under ser du to uttrykk.

$$9x^2 - 4b^2,$$
$$9x^2y^2 + 1 - 6xy.$$

1. Faktoriser uttrykkene over. Besvarelsene må inneholde en referanse til hvilken kvadratsetning som brukes.
2. Velg ett av uttrykkene du har faktorisert. Illustrer kvadratsetningen du brukte med tallene og variablene fra uttrykket.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* første og tredje kvadratsetning gjengis.

Vurderingskriterier: Middels

Her *må* andre og tredje kvadratsetning illustrerer geometrisk og brukes til å forklare identitetene.

Vurderingskriterier: Avansert

Her *må* begge uttrykkene faktoriseres, med en referanse til kvadratsetningen som brukes.Deretter *m* ett av uttrykkene du har faktorisert illustreres geometrisk der.

13.02.23

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Blant 163 spurte mennesker, svarte alle at de spiser enten taco, nudler eller foie gras på fredager. Det er 35 flere som spiser taco enn fiskepinner, og antallet som spiser foie gras er det tredobbelte av én mer enn antallet som spiser fiskepinner.

1. Fullfør og bruk illustrasjonen under til å finne ut hvor mange som spiser hva.
2. Sett opp og løs likningen situasjonen svarer til.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

1. Løs likningen $\frac{15}{\frac{2x-4}{3}-2}=5$ på en måte som ikke innebærer "flytt og bytt" eller å utføre samme operasjon på hver side av likhetstegnet. på to uformelle måter. Løs likningen deretter formelt.
2. På et klassetrinn er det 45 elever. Alle deltar i en idrett. Antallet elever på håndball er fem mer enn det dobbelte av antallet på fotball. Det er én og en halv ganger flere på basket enn fotball, men fem elever spiller både fotball og basket.

a. Finn ut hvor mange som spiller hva ved hjelp av en illustrasjon.

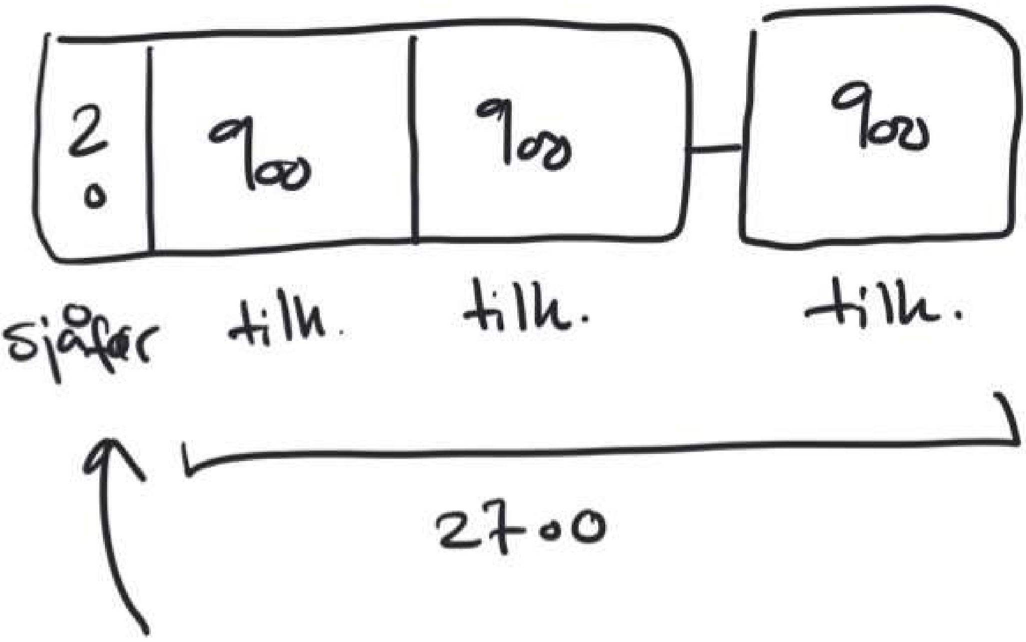
b. Sett opp og løs en likning som passer situasjonen. Vis tydelig hvordan likningen samsvarer med situasjonen.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

Noen mellomtrinnselever fikk denne utfordringen: En bil, sjåfør og tilhenger veier totalt $2900kg$. Bilen veier to ganger vekten av tilhengeren pluss vekten av sjåføren. Tilhengeren veier $900kg$. Hvor mye veier sjåføren?

Under ser du tre elevers løsninger. Forklar hvordan de har tolket og løst oppgaven.

A



$2910 - 2700 = \underline{210}$

Ⓑ

I $B + S + T = 2910$

II $B = 2\cdot(T+S)$

III $T = 900$

Gir $2\cdot(900+S) + S + 900 = 2910$

$$2\cdot 900 + 3S = 2010$$

$$3S = 210$$

$$S = 70$$

Ⓒ

x = vekt sjåfør.

$$\text{bil} = \underbrace{2\cdot \text{tilh.}}_{2\cdot 900} + x$$

$$x + (1800 + x) + 900 = 2910$$

$$2x = 210$$

$$x = 105$$

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* de fullføre illustrasjonen for å løse likningen. Deretter *må* de sette opp og løse likingen selv.

Vurderingskriterier: Middels

1. Her må det komme fram to uformelle metoder. Eksempler er, hold over, bruk av tallinje, gjett og sjekk, bruk av konkreter. Formelt må gjøres med algebra. Et eksempel kan være: Ved å holde over nevner på venstre side av

$$\frac{15}{\frac{2x-4}{2}-2}=5,$$

ser vi at $\frac{2x-4}{2}-2$ må være 3. Igjen ser ser nå at $\frac{2x-4}{2}=5$. Videre må vi derfor ha at $2x-4=10$ for å få 5. Til slutt må $2x=14$ som gir at $x=7$.
2. Deretter må de løse situasjonen ved å sette opp en illustrasjon *og* sette opp en likning. For eksempel kan de både i en illustrasjon og algebraisk ta utgangspunkt i antall personer på fotball og kalle antallet for x. Da får de at det er $5+2x$ som spiller håndball og $\frac{3}{2}x-5$ som spiller *kun* basket. Totalt gir dette at $x+5+2x+\frac{3}{2}x-5=45$. Det er da denne likningen som må løses.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må studentene peke på elevenes tolkning.
Det viktigste som må fram er at:
I besvarelse A så har eleven tolket det som at bil er to ganger vekten til tilhengeren og så må sjåføren legges til.
I B har de tolket setningen som at vekten til sjåfør *og* tilhenger må dobles for å få vekt til bil.
I C har de tolket setningen som at vekt av sjåfør addert med to ganger vekt av tilhenger gir vekt til bil.

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

Løs ulikheten $2(3-x)\geq 6$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Vis ved hjelp av ei tallinje at dersom $-\frac{1}{2}x>3$, så må $x<-6$.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En elev løste ulikheten $\frac{-x+1}{2}\leq 5$ slik:

$$\begin{aligned}\frac{-x+1}{2}&\leq 5\\ -x+1&\geq 10\\ -x&\geq 9\\ x&\leq -9\end{aligned}$$

Begrunn kort med ordforklaring og/eller illustrasjon hvorfor hvert hvert steg i løsningen er rett eller galt.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse ulikheten.

Vurderingskriterier: Middels

Her må de presisere alt som gjøres i utregningen med en begrunnelse

Vurderingskriterier: Avansert

Her må de peke på alle feilene eleven gjør. I tillegg må de gi en meningsfull forklaring av hvordan en skal løse oppgaven.

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk

Under ser du to likninger med to ukjente.

$3x + 5y = 45 - y$,

$3x + y = -y + 25$.

Løs likningssettet ved hjelp av

1. innsettingsmetoden og
2. addisjonsmetoden.

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

André og Philip perler ofte i helgene. André perler alltid stjerner som inneholder 60 perler og Philip perler alltid hjerter som bruker 45 perler. Totalt perlet André og Philip 23 figurer den helgen og brukte totalt 1230 perler.

Avgjør hvor mange stjerner André perlet uten å bruke likninger eller gjett og sjekk.

Avgjør hvor mange figurer André perlet ved å sette opp et likningssett og deretter løse likningssettet med
innsettingsmetoden
addisjonsmetoden.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Begge oppgavene skal gjøres med metodene som er oppgitt.

Vurderingskriterier: Middels

Begge oppgavene må gjøres

1. Her må de gjøre noe annet enn gjett og sjekk og bruk av likninger.
   Eksempelvis kan være å peke på at Hvis en kun bruker hjerter så vil man bruke $45 \cdot 23 = 1035$ perler. Det er 195 perler for lite. Hver gang man bytter et hjerte med en stjerne må man bruke 15 flere perler. Siden vi mangler $195 = 150 + 45$ perler så må dette bety at vi må gjøre 13 bytter. Vi må altså ha 10 hjerter og 13 stjerner.
2. Her må likningssettet

$$x + y = 23$$
$$45x + 60y = 1230,$$

der x er antall hjerter og y er antall stjerner.

Løse kvadratiske likninger ved hjelp av fullstendige kvadraters metode

Grunnleggende: Løse likninger med heltallige koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $x^2 - 20x = -64$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $3x^2 + 12x = 180$ med fullstendige kvadraters metode.

Middels: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $3x^2 + 4x = 20$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{3}x = \frac{1}{8}$ med fullstendige kvadraters metode.

Avansert: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og irrasjonale løsninger

1. Løs likningen $x^2 - x = 1$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $2x^2 + \frac{3}{4} = 3x$ med fullstendige kvadraters metode.

Vurderingskriterier: Grunnleggende, middels og avansert

Begge likningene må løses med korrekt teknikk.

Bruke de tre kvadratsetningene

Grunnleggende: Gjengi og vise kvadratsetningene algebraisk

Gjengi og vis første og tredje kvadratsetningene algebraisk

Middels: Illustrere kvadratsetningene geometrisk

Illustrer andre og tredje kvadratsetningene geometrisk. Bruk illustrasjonene til å gi en forklaring av identitetene.

Avansert: Bruke kvadratsetningene til å faktorisere uttrykk

Under ser du to uttrykk.

$9x^2 - 4b^2,$
$9x^2y^2 + 1 - 6xy.$

1. Faktoriser uttrykkene over. Besvarelsene må inneholde en referanse til hvilken kvadratsetning som brukes.
2. Velg ett av uttrykkene du har faktorisert. Illustrer kvadratsetningen du brukte med tallene og variablene fra uttrykket.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* første og tredje kvadratsetning gjengis.

Vurderingskriterier: Middels

Her *må* andre og tredje kvadratsetning illustrerer geometrisk og brukes til å forklare identitetene.

Vurderingskriterier: Avansert

Her *må* begge uttrykkene faktoriseres, med en referanse til kvadratsetningen som brukes.Deretter *m* ett av uttrykkene du har faktorisert illustreres geometrisk der.

10.02.23

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $3x + 1 = 2 + 14$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $\frac{15}{\frac{2x-4}{2} - 2} = 5$ på to uformelle måter. Løs likningen deretter formelt.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En lærer ber elevene løse likningen

$$-8x^2 + 4 = 10x^2 - 14.$$

Læreren observerer at elevene bruker ulike strategier. Avgjør for hver av de tre strategiene i)-iii) nedenfor om den er riktig eller feil. Begrunn svaret ditt ved å beskrive hva elevene i hvert steg i sin løsning gjør riktig eller feil.

i) $-8x^2+4=10x^2-14$

$4=18x^2-14$

$18=18x^2$

$x=\pm 1$

ii) $-8x^2+4=10x^2-14$

$-\cancel{8x^2}+4=-4x^2$

$+\cancel{8x^2} \quad +8x^2$

$4=4x^2$

$x^2=1 \Rightarrow x=\pm 1$

iii) $-8x^2+4=10x^2-14$

$\frac{4}{2}=\frac{18x^2-14}{2}=\frac{2(8x^2-7)}{2}$

$\sqrt{2}=\sqrt{(8x^2-7)}$

$1=8x-7 \quad 1+7$

$8=8x$

$x=1$

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse likningen. Strategien de velger er ikke viktig, men de må vise utregning/forklare.

Vurderingskriterier: Middels

er må det komme fram to uformelle metoder. Eksempler er, hold over, bruk av tallinje, gjett og sjekk, bruk av konkreter. Formelt må gjøres med algebra. Et eksempel kan være: Ved å holde over nevner på venstre side av

$$\frac{15}{\frac{2x-4}{2}-2}=5,$$

ser vi at $\frac{2x-4}{2}-2$ må være 3. Igjen ser ser nå at $\frac{2x-4}{2}=5$. Videre må vi derfor ha at $2x-4=10$ for å få 5. Til slutt må $2x=14$ som gir at $x=7$.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må studentene peke på alle operasjonene som gjøres av elevene. Det innebærer å peke både når de gjør noe rett og når de gjør noe galt.

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

Løs ulikheten $2(3-x)\geq 6$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Løs ulikheten $3+2\leq -3(2+x)$ og forklar hvorfor alle stegene du gjør er riktige

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En elev løste ulikheten $\frac{-x+1}{2}\leq 5$ slik:

$$\begin{aligned}\frac{-x+1}{2}&\leq 5\\ -x+1&\leq 10\\ -x&\leq 11\\ x&\leq -11\end{aligned}$$

Påpek eventuelle feil eleven har gjort og beskriv hvordan du vil hjelpe eleven til å forstå hvordan oppgaven kan løses riktig.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse ulikheten.

Vurderingskriterier: Middels

Her må de presisere alt som gjøres i utregningen med en begrunnelse

Vurderingskriterier: Avansert

Her må de peke på alle feilene eleven gjør. I tillegg må de gi en meningsfull forklaring av hvordan en skal løse oppgaven.

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk

Under ser du to likninger med to ukjente.

$3x + 5y = 45 - y,$

$3x + y = -y + 25.$

Løs likningssettet ved hjelp av

1. innsettingsmetoden og
2. addisjonsmetoden.

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

André og Philip perler ofte i helgene. André perler alltid stjerner som inneholder 70 perler og Philip perler alltid hjerter som bruker 50 perler. Totalt perlet André og Philip 21 figurer den helgen og brukte totalt 1250 perler.

Avgjør hvor mange stjerner André perlet uten å bruke likninger eller gjett og sjekk.

Avgjør hvor mange figurer André perlet ved å sette opp et likningsett og deretter løse likningsettet med
innsettingsmetoden
addisjonsmetoden.

Begge oppgavene skal gjøres med metodene som er oppgitt.

Vurderingskriterier: Middels

Begge oppgavene må gjøres

1. Her må de gjøre noe annet enn gjett og sjekk og bruk av likninger.
   Eksempelvis kan være å peke på at vvis en kun bruker hjerter så vil man bruke $50 \cdot 21 = 1050$ perler. Det er 200 perler for lite. Hver gang man bytter et hjerte med en stjerne må man bruke 20 flere perler. Siden vi mangler 200 perler så må dette bety at vi må gjøre 10 bytter. Vi må altså ha 11 hjerter og 10 stjerner.
2. Her må likningssettet

$$\begin{gathered} x + y = 21 \\ 50x + 70y = 1250, \end{gathered}$$

   der x er antall hjerter og y er antall stjerner.

Løse kvadratiske likninger ved hjelp av fullstendige kvadraters metode

Grunnleggende: Løse likninger med heltallige koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $x^2 + 4x = 45$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $x^2 + 8x = 9$ med fullstendige kvadraters metode.

Middels: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $4x^2 + 4x = 15$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $-\frac{x}{6} + \frac{1}{3} = x^2$ med fullstendige kvadraters metode.

Avansert: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og irrasjonale løsninger

1. Løs likningen $3x^2 - 6 = -6x$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $x^2 - \frac{11}{4} = x$ med fullstendige kvadraters metode.

Vurderingskriterier: Grunnleggende, middels og avansert

Begge likningene må løses med korrekt teknikk.

Bruke de tre kvadratsetningene

Grunnleggende: Gjengi og vise kvadratsetningene algebraisk

Gjengi og vis de første og tredje kvadratsetningene algebraisk

Middels: Illustrere kvadratsetningene geometrisk

Illustrer andre og tredje kvadratsetningene geometrisk. Bruk illustrasjonene til å gi en forklaring av identitetene.

Avansert: Bruke kvadratsetningene til å faktorisere uttrykk

Under ser du to uttrykk.

$$4x^2 - 49,$$
$$16b^2 + 4a^2 - 16ab.$$

1. Faktoriser uttrykkene over. Besvarelsene må inneholde en referanse til hvilken kvadratsetning som brukes.
2. Velg ett av uttrykkene du har faktorisert. Illustrer kvadratsetningen du brukte med tallene og variablene fra uttrykket.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her *må* første og tredje kvadratsetning gjengis.

Vurderingskriterier: Middels

Her *må* andre og tredje kvadratsetning illustrerer geometrisk og brukes til å forklare identitetene.

Vurderingskriterier: Avansert

Her *må* begge uttrykkene faktoriseres, med en referanse til kvadratsetningen som brukes.Deretter *m¨* ett av uttrykkene du har faktorisert illustreres geometrisk der.

03.02.23

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $4x + 2 = 3 + 6$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $6x - 5 = 21 - 8$ på to uformelle måter. Løs likningen deretter formelt.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En lærer ber elevene løse likningen

$$\frac{x - 1 + 2x}{x + 1} = \frac{6 - 4}{2}.$$

Læreren observerer at elevene bruker ulike strategier. Avgjør for hver av de tre stategiene i)-iii) nedenfor om den er riktig eller feil. Begrunn svaret ditt ved å beskrive hva elevene i hvert steg i sin løsning gjør riktig eller feil.

i)

$$\begin{aligned}\frac{x - 1 + 2x}{x + 1} &= \frac{6 - 4}{2}\\ \frac{\cancel{x} - \cancel{1} + 2x}{\cancel{x} + \cancel{1}} &= \frac{6 - 4}{2}\\ \frac{1 - 1 + 2x}{1 + 1} &= \frac{6 - 4}{2}\\ \frac{2x}{2} &= 1\\ x &= 1\end{aligned}$$

ii)

$$\begin{aligned}\frac{x - 1 + 2x}{x + 1} &= \frac{6 - 4}{2} = 1\\ 3x - 1 &= x + 1\\ 2x &= 2\\ x &= 1\end{aligned}$$

iii)

$$\frac{x - 1 + 2x}{x + 1} = \frac{6 - 4}{2} = 1$$

Ser at $x - 1 + 2x$ må være lik $x + 1$ for at dette skal bli 1. Det betyr altså at $-1 + 2x = 1$. Derfor må $x = 1$.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse likningen. Strategien de velger er ikke viktig, men de må vise utregning/forklare.

Vurderingskriterier: Middels

Her må det komme fram to uformelle metoder. Eksempler er, hold over, bruk av tallinje, gjett og sjekk, bruk av konkreter. Formelt må gjøres med algebra.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må studentene peke på alle operasjonene som gjøres av elevene. Det innebærer å peke både når de gjør noe rett og når de gjør noe galt.

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

Løs ulikheten $4(3-x) \geq 5-2$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Løs ulikheten $3+6 \geq 2(2-x)$ og forklar hvorfor alle stegene du gjør er riktige

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En elev løste ulikheten $-4x+1 \leq x-(2+x)$ slik:

$$\begin{aligned} -4x+1 &\leq x-(2+x) \\ -4x+1 &\leq x-2+x \\ -6x &\leq -3 \\ -6x &\leq -3 \\ 6x &\leq 3 \\ x &\leq \frac{1}{2} \end{aligned}$$

Påpek eventuelle feil eleven har gjort og beskriv hvordan du vil hjelpe eleven til å forstå hvordan oppgaven kan løses riktig.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse ulikheten rett, med utregning.

Vurderingskriterier: Middels

Her må de presisere alt som gjøres i utregningene med en begrunnelse.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må de peke på *alle* feilene eleven gjør. I tillegg må de gi en meningsfull forklaring av hvordan en skal løse oppgaven.

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk

Under ser du to likninger med to ukjente.

$3x + 5y = 51 - y,$

$-x + y + 3 = x - 6.$

Løs likningsettet over ved hjelp av innsettingsmetoden og addisjonsmetoden.

Løs likningsettet grafisk.

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

Bonden Olav har en gård og har nettop kjøpt seg 100 dyr. Olav liker å gi gåter til sine barnebarn og gir dem følgende gåte. Jeg har kjøpt 100 dyr, noen høner og noen sauer. Til sammen har dyrene jeg har kjøpt 344 bein. Hvor mange høner har jeg kjøpt?

Løs Olavs gåte uten å bruke likninger eller gjett og sjekk.

Løs Olavs gåte ved å lage et likningsettet og deretter ved å både bruke innsettingsmetoden og addisjonsmetoden.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Begge oppgavene skal gjøres med metodene som er oppgitt.

Vurderingskriterier: Middels

Begge oppgavene må gjøres.
i. Her må de gjøre noe annet enn å bruke likninger og gjett og sjekk. Et logisk resonnement er nok det mest naturlige.
ii. Her må de omgjøre til to likninger med to ukjente og deretter løse med de gitte metodene

Løse kvadratiske likninger ved hjelp av fullstendige kvadraters metode

Grunnleggende: Løse likninger med heltallige koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $x^2 + 2x = 63$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $x^2 + 6x = 16$ med fullstendige kvadraters metode.

Middels: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og løsninger

1. Løs likningen $2x^2 + 2x = \frac{15}{2}$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $\frac{7x}{15} + \frac{2}{15} = x^2$ med fullstendige kvadraters metode.

Avansert: Løse likninger med rasjonale koeffisienter og irrasjonale løsninger

1. Løs likningen $2x^2 + 4x = 4$ med fullstendige kvadraters metode.
2. Løs likningen $x^2 = \frac{2x}{3} + \frac{17}{9}$ med fullstendige kvadraters metode.

Vurderingskriterier: Grunnleggende, middels og avansert

Begge likningene må løses med korrekt teknikk.

Bruke de tre kvadratsetningene

Grunnleggende: Gjengi og vise kvadratsetningene algebraisk

Gjengi og vis de tre kvadratsetningene algebraisk

Middels: Illustrere kvadratsetningnene geometrisk

Illustrer de tre kvadratsetningene geometrisk. Bruk illustrasjonene til å gi en forklaring av identitetene.

Avansert: Bruke kvadratsetningene til å faktorisere uttrykk

Faktoriser uttrykkene under:

1. $16x^2 - 4$,
2. $9 + 4a^2 - 3a$.

Besvarelsene må inneholde en referanse til hvilken kvadratsetning som brukes.

27.01.23

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $2x - 3 = \frac{14+2}{2}$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $4x + 1 = 21$ på to uformelle måter. Løs likningen deretter formelt.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En lærer ber elevene løse likningen

$$\frac{1+x}{x} + \frac{1}{x} = 3.$$

Læreren observerer at elevene bruker ulike strategier. Avgjør for hver av de tre stategiene i)-iii) nedenfor om den er riktig eller feil. Begrunn svaret ditt ved å beskrive hva elevene i hvert steg i sin løsning gjør riktig eller feil.

ii) $\frac{1+x}{x} + \frac{1}{x} = 3 \quad | \cdot x$

$1+x + 1 = 3$

$x+2 = 3 \quad | -2$

$x=1$

iii) $\frac{1+x}{x} + \frac{1}{x} = 3$

$\frac{1}{x} + \frac{x}{x} + \frac{1}{x} = 3$

$2 \cdot \frac{1}{x} + 1 = 3 \Rightarrow \frac{1}{x} = 1 \Rightarrow x = 1$

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse likningen. Strategien de velger er ikke viktig, men de må vise utregning/forklare.

Vurderingskriterier: Middels

Her må det komme fram to uformelle metoder. Eksempler er, hold over, bruk av tallinje, gjett og sjekk, bruk av konkreter. Formelt må gjøres med algebra.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må studentene peke på alle operasjonene som gjøres av elevene. Det innebærer å peke både når de gjør noe rett og når de gjør noe galt.

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

Løs ulikheten $-3(x+3) < 5+2$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Løs ulikheten $2 \leq -7(2+x)$ og forklar hvorfor alle stegene du gjør er riktige

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En elev løste ulikheten $-5+1 \geq x-(2+3x)$ slik:

$$\begin{aligned} -7+1 &\geq x-(2+3x) \\ -6 &\geq x-2+3x \\ -4 &\geq 4x \\ -1 &\geq x \end{aligned}$$

Påpek eventuelle feil eleven har gjort og beskriv hvordan du vil hjelpe eleven til å forstå hvordan oppgaven kan løses riktig.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må de bare løse ulikheten rett, med utregning.

Vurderingskriterier: Middels

Her må de presisere alt som gjøres i utregningene med en begrunnelse.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må de peke på *alle* feilene eleven gjør. I tillegg må de gi en meningsfull forklaring av hvordan en skal løse oppgaven. Merk: At det står «5» en plass og «7» en annen, er bare slurv fra vår side.

Løse lineære likningssett med to ukjente på ulike måter

Grunnleggende: Løse likningssett ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk

Under ser du to likninger med to ukjente.

$$\begin{aligned} 2x+3y &= 50-y \\ -x+4 &= y-11. \end{aligned}$$

Løs likningsettet over ved hjelp av innsettingsmetoden og addisjonsmetoden.

Løs likningsettet grafisk.

Middels: Tolke problemstillinger som svarer til likningssett, og løse disse ved hjelp av innsetting, addisjonsmetoden og grafisk og uten bruk av likninger

Søstrene Anja og Beate er 15 år til sammen. Dersom Anja var født ett år senere, ville Beate vært dobbelt så gammel som Anja om to år.

Finn aldrene på Anja og Beate på to måter uten å bruke likninger eller gjett og sjekk.

Løs likningsettet ved å bruke innsettingsmetoden og addisjonsmetoden.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Begge oppgavene skal gjøres med metodene som er oppgitt.

Vurderingskriterier: Middels

b. Middels: Begge oppgavene må gjøres. Merk feil i oppgavetekst: Kun én uformell løsning kreves, ettersom man ikke fikk bruke gjett/sjekk.
i. Her må de gjøre noe annet enn å bruke likninger og gjett og sjekk. For eksempel kan de svare slik: Dersom Anja var ett år yngre ville de vært 14 år til sammen. Om to år ville de da vært 18 år til sammen. Siden 6+12 = 18 og 6*2 = 12, må Beate derfor være 10 år nå. Det betyr at Anja må være 5, siden de er 15 år til sammen.
ii. Her må de omgjøre til to likninger med to ukjente og deretter løse med de gitte metodene. Det blir typisk: La x være Anja sin alder og y være Beate sin alder. Da gir opplysningene:
x + y = 15
2(x-1+2) = y+2.

20.01.23

Løse lineære likninger ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse likninger, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $\frac{3x-5}{2} = 14 + 2$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier, formelt og grunnskoletilpasset

Løs likningen $6x + 3 = 15$ på to uformelle måter. Løs likningen deretter formelt.

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En lærer ber elevene løse likningen

$$\frac{6}{\frac{2x-1}{3} + 1} = \frac{3}{4}.$$

Læreren observerer at elevene bruker ulike strategier. Avgjør for hver av de tre stategiene i)-iii) nedenfor om den er riktig eller feil. Begrunn svaret ditt ved å beskrive hva eleven i hvert tilfelle gjør riktig eller feil.

i) $$\frac{6}{\boxed{\frac{2x-1}{3}+1}} = \frac{3}{4}$$

Ser at $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, som

betyr at $\boxed{\frac{2x-1}{3}}+1=8$

derfor må dette være 7:

$$\boxed{\frac{2x-1}{3}} = 7,$$

siden $\frac{21}{3}=7$, må $2x-1=21$

så $x = 11$.

ii) $$\frac{6}{\left(\frac{2x-1}{3}+1\right)} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{6}{\left(\frac{2x-1}{3}+1\right)} \cdot \left(\frac{2x-1}{3}+1\right) = \frac{3}{4}\left(\frac{2x-1}{3}+1\right)$$

$$\frac{4}{\cancel{3}} \cdot \cancel{6}^{2} = \frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\left(\frac{2x-1}{3}+1\right) \cdot \frac{\cancel{4}}{\cancel{3}}$$

$$8 \cdot 3 = \left(\frac{2x-1}{3}+1\right) \cdot 3$$

$$24 = 2x-1+3$$

$$24 = 2x+2 \Rightarrow x = 11.$$

iii $$\frac{6}{\left(\frac{2x-1}{}+1\right)} \cdot \frac{(2x-1)}{} = \frac{3}{4} \frac{(2x-1)}{}$$

Løse lineære ulikheter ved hjelp av ulike strategier

Grunnleggende: Løse ulikheter

Løs ulikheten $-3 \geq -6x + 2$.

Middels: Forklare og begrunne løsningsstrategier

Løs ulikheten $3 < 7(2 - x)$ og forklar hvorfor alle stegene du gjør er riktige

Avansert: Analysere elevers løsningsstrategier

En elev løste ulikheten $3(4 - x) \geq 5$ slik:

$$3(4 - x) > 5 \quad | \div 3$$
$$12 - x > 5 \quad | -12$$
$$-x > -7 \quad | \div -1$$
$$x > 7$$

Påpek eventuelle feil eleven har gjort og beskriv hvordan du vil hjelpe eleven til å forstå hvordan oppgaven kan løses riktig.