Tallteori

Øveoppgaver

Bruke begrepene faktor (divisor), felles faktor og største felles faktor, multiplum, felles multiplum og minste felles multiplum

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

1. Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepene *faktor* og *divisor*. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.
2. Forklar og gi eksempler på hva som menes med *felles faktor* og *største felles faktor* for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.
3. Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepet *multiplum*. Besvarelsen må inneholde både formell definisjon og grunnskoletilpasset forklaring.
4. Forklar og gi eksempler på hva som menes med *felles multiplum* og *minste felles multiplum* for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Forklar hvorfor produktet av største felles faktor og minste feles multiplum for to tall er det samme som produktet av de to tallene.
2. Du skal lage gaveposer med to typer godteri. Den ene typen har du 210 av, den andre 84. Hver pose skal ha likt innhold. Hvilke antall poser er det mulig å fylle, dersom alle godteriene skal brukes?
3. La $sff(a, b) = 12$, $mfm(a, b) = 5460$ og $a = 420$. Hva er b? Begrunn.
4. To tannhjul dreier med ulik hastighet. Det ene bruker 15 sekunder på én omdreining. Du ønsker at det andre skal holde en dreiehastighet slik at dersom de settes i gang på likt, vil de begge stå i utgangsposisjonen hvert 105. sekund. Hva må hastigheten til det andre tannhjulet være?
5. Undersøk og begrunn.
   a. Har alle summer av tre påfølgende naturlige tall en felles faktor?
   b. Hva med summer av fem, syv, ni og så videre påfølgende tall?
   c. Gjelder det samme for summer av påfølgende tall der antallet ledd i summen er et partall?

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

1. Hvis vi studerer summer av påfølgende tall, vil vi oppdage at summene i noen tilfeller er delelig med antallet ledd i summen. Vis algebraisk hvilke tilfeller det er slik, og hvilke tilfeller det ikke er slik.
2. Du får vite at minste felles multiplum for to tall er 1155 og det ene tallet er 105. Hva kan det andre tallet være?
3. Alle produkter av tre påfølgende naturlige tall har tre felles faktorer forskjellig fra 1. Hvilke er det? Begrunn.
4. Velg to sifre mellom 1 og 9. Lag to ulike tall som begge inneholder begge sifrene (for eksempel 64 og 46). Del summen av tallene på summen av de to sifrene.
   a. Undersøk flere tilfeller – hva ser ut til å være mønsteret?
   b. Begrunn mønsteret.

Bruke begrepene naturlig tall, partall og oddetall, primtall og sammensatt tall

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

1. Forklar og gi eksempler på hva et *naturlig tall* er.
2. Forklar og gi eksempler på hva *partall* og *oddetall* er. Besvarelsen må inneholde både algebraiske definisjoner, ordforklaringer og illustrasjoner.
3. Forklar og gi eksempler på hva *primtall* og *sammensatt tall* er.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Vis grunnskoletilpasset (ved hjelp av ordforklaringer og illustrasjoner) og formelt (med algebraiske symboler) at summen av ...
   a. par og par er par,
   b. odde og odde er par,
   c. par og odde er odde.
2. Vis grunnskoletilpasset (ved hjelp av ordforklaringer og illustrasjoner) og formelt (med algebraiske symboler) at produktet av ...
   a. par og par er par,
   b. odde og odde er odd,
   c. par og odde er par.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

1. Se for deg at du stiller opp tallene fra én til ti på en rekke. Kan du plassere $+$ og $-$ mellom dem slik at summen blir null? Hva med andre rekker fra én og opp? Finnes det et mønster?
2. Hvis vi ønsker å undersøke manuelt om et tall n er prim eller sammensatt, er det ikke nødvendig å lete etter faktorer i n som er høyere enn $\sqrt{n}$. Forklar hvorfor.

Begrunne delelighetsreglene for tall som er delelig med 2, 3, 4, 5, 6 og 9

Middels: Begrunne delelighetsreglene

1. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 2. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.
2. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 3. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.
3. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 4. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.
4. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 5. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.
5. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 6. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.
6. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 9. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.

Finne eksplisitt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av Gauss-trikset/doble summen for trekanttall, og ved hjelp av sum av tillegg for kvadrat- og rektangeltall

1. Utled det eksplisitte uttrykket for summen av de n første naturlige tallene, det vil si trekanttall nummer n, ved hjelp av Gauss-trikset (doble summen):
   a. ved hjelp av figur
   b. algebraisk
2. Finn summen av de naturlige tallene fra 1 til 9 ved hjelp av Gauss-trikset.
3. Utled det eksplisitte uttrykket for rektangeltall n ved hjelp av strategien *sum av tillegg*. Vis i en figur hvordan tilleggene danner et rektangel.

4. Utled det eksplisitte uttrykket for kvadrattall n ved hjelp av strategien *sum av tillegg.* Vis i en figur hvordan tilleggene danner et kvadrat.
5. Finn summen av de naturlige tallene fra 5 til 16.
6. Finn summen av oddetallene fra 5 til 13.
7. Finn summen av partallene fra 6 til 16.
8. Undersøk summen av par av nabo-trekanttall.
   a. Beskriv en antakelse du får,
   b. begrunn den geometrisk
   c. og algebraisk.
9. Alle gjestene i et selskap skal håndhilse med hverandre. Hvordan avhenger antall håndtrykk av antall gjester?

Middels: Ved hjelp av sum av tillegg for andre polygontall

1. Illustrer femkanttallene opp til P_4, og utled eksplisitt uttrykk for P_n ved hjelp av strategien *sum av tillegg.*
2. Illustrer sekskanttallene opp til H_4, og utled eksplisitt uttrykk for H_n ved hjelp av strategien *sum av tillegg.*
3. Illustrer syvkanttallene opp til S_4, og utled eksplisitt uttrykk for S_n ved hjelp av strategien *sum av tillegg.*
4. Undersøk tilleggene for polygontallene (trekant- kvadrat-, femkanttallene og så videre). Forsøk å generalisere mønsteret du finner.
   a. Argumenter for mønsteret ved å vise til figurene.
   b. Lag et algebraisk uttrykk som beskriver mønsteret tilleggene følger. (Hvis n står for figurnummer, kan du for eksempel la m stå for antall kanter i polygonen.)

Avansert: Ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre hardt og sum av tillegg for sammensatte figurtall

1. Under ser du figurtall én til fire.
   a. Finn eksplisitt sammenheng ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre-hardt-strategien. Dekomponer figuren på så mange måter du klarer.
   b. Finn eksplisitt sammenheng ved hjelp av strategien *sum av tillegg.*
   c. Vis at verdien av figurtall nummer n er én mindre enn kvadrattall nummer $n + 1$, og bruk dette til å omarrangere figurene.

1. Under ser du figurtall én til fire.
   a. Finn eksplisitt sammenheng ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre-hardt-strategien. Dekomponer figuren på så mange måter du klarer.
   b. Finn eksplisitt sammenheng ved hjelp av strategien *sum av tillegg*.

Finne rekursivt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for trekant-, kvadrat- og rektangeltall

1. Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for trekanttall n
   a. ved hjelp av strategien *form på tillegg*
   b. ved hjelp av strategien *differanse mellom eksplisitte uttrykk*
2. Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for kvadrattall n
   a. ved hjelp av strategien *form på tillegg*
   b. ved hjelp av strategien *differanse mellom eksplisitte uttrykk*
3. Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for rektangeltall n
   a. ved hjelp av strategien *form på tillegg*
   b. ved hjelp av strategien *differanse mellom eksplisitte uttrykk*

Middels: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for andre polygontall og sammensatte figurtall

1. Hva er sammenhengen mellom påfølgende figurer? Finn rekursivt uttrykk.
   a. Vis i figuren.
   b. Finn ved hjelp av *form på tillegg.*
   c. Finn ved hjelp av *differanse mellom eksplisitte uttrykk.*

1. Hva er sammenhengen mellom påfølgende figurer? Finn rekursivt uttrykk.
   a. Vis i figuren.
   b. Finn ved hjelp av *form på tillegg.*
   c. Finn ved hjelp av *differanse mellom eksplisitte uttrykk.*

Beskrive oppbygningen av figurtall (alle typer)

Grunnleggende: Beskrive eksplisitt og rekursiv sammenheng verbalt og ved hjelp av illustrasjon

1. Se figurtallene under.

    a. Gi en så kort og presis verbal beskrivelse du kan av hvordan figurene vokser (rekursiv sammenheng).

    b. Illustrer den rekursive sammenhengen i figurene.

    c. Gi en beskrivelse av den eksplisitte sammenhengen mellom figurnummer og figurtall (presisjon er målet her også).

    d. Vis den eksplisitte sammenhengen i figurene.

1. Samme ordlyd som oppgave 1.

Middels: Finne flere algebraiske uttrykk til samme figur

1. Dekomponer figuren på minst tre måter. Illustrer dekomponeringene i figurene, og beskriv dem algebraisk slik at det er en tydelig sammenheng mellom illustrasjon og uttrykk.

1. Under ser du trekantramme nummer fire, samt fem forslag til eksplisitt uttrykk for trekantramme nummer n.

a. Hvordan ser de foregående rammene ut?

b. Hvilke uttrykk stemmer? Argumenter ved hjelp av figuren og ved å omforme uttrykkene.

```
i.  $3(n - 1) + 3$

ii. $(n - 1) + n + (n + 1)$

iii. $3n$

iv. $\frac{(n + 1)(n + 2)}{2} - \frac{(n - 2)(n - 1)}{2}$
```

v. $3(n+1)-3$

Avansert: Lage figurer basert på algebraiske uttrykk

1. La $H_n = 2 \cdot T_{n+1} - K_{n-1}$.

    a. Illustrer H_1 til H_4 ved hjelp av trekant- og kvadrattall.

    b. Finn eksplisitt uttrykk for H_n ved hjelp av *stirre-hardt-metoden*.

    c. Bekreft uttrykket du fant i b. ved å regne ut $2 \cdot T_{n+1} - K_{n-1}$.

d. Bruk uttrykket fra b. og c. til å lage et nytt figurmønster som matcher formen på uttrykket (stirre-hardt-metoden bare baklengs, altså).

2. En figurtallfølge er gitt ved den rekursive sammenhengen $F_n = F_{n-1} + 2n + 1$, der $F_1 = 2$.

   a. Illustrer figur 1-4 slik at det går tydelig frem hvordan figuren vokser.

   b. Finn eksplisitt uttrykk.

3. Den n-te figuren i et figurtallmønster har eksplisitt uttrykk $G_n = 2n^2 - (n-2)^2 + \frac{n(n+1)}{2}$.

   a. Illustrer figur 1-4 slik at strukturen i det algebraiske uttrykket kommer tydelig frem.

   b. Finn rekursiv sammenheng.

4. Lag figurtall og finn rekursivt uttrykk til følgende eksplisitte sammenheng: $n^2 + 3n + 1$. Tips: Forsøk å omforme uttrykket slik at du finner uttrykk du kjenner fra før, sånn som trekanttall, kvadrattall eller kvadratsetninga. Hvor mange figurtall klarer du å lage?

Vurdere arbeid med figurtall med hensyn til læreplanens kjerneelementer og didaktikk knyttet til algebraisk tenkning

Middels: Forklare hvordan arbeid med figurtall innebærer algebraisk tenkning og arbeid med kjerneelementene

1. Ta utgangspunkt i Alfas beskrivelse av *algebraisk tenkning* i delkapittel 3.1. Gi flere argumenter for at arbeid med figurtall i grunnskolen vil innebære algebraisk tenkning for elevene.

2. Les kjerneelementene for matematikk i læreplanen. For hvert kjerneelement, argumenter for om arbeid med figurtall innebærer arbeid med aktuelle kjerneelementet.

3. Finn kompetansemål i læreplanen som du mener man berører når man arbeider med figurtall i skolen. Begrunn.

Avansert: Lage og begrunne undervisningsaktiviteter med utgangspunkt i kjerneelementer, kompetansemål og litteratur om algebraisk tenkning

1. Ta utgangspunkt i aktuell litteratur om algebraisk tenkning, samt læreplanens kompetansemål og kjerneelementer.

   a. Lag en undervisningsaktivitet med figurtall for *mellomtrinnet*.

   b. Begrunn hvordan oppgaven innebærer arbeid med algebraisk tenkning og kompetansemålene og kjerneelementene du valgte.

2. Ta utgangspunkt i aktuell litteratur om algebraisk tenkning, samt læreplanens kompetansemål og kjerneelementer.

   a. Lag en undervisningsaktivitet med figurtall for *ungdomstrinnet*.

   b. Begrunn hvordan oppgaven innebærer arbeid med algebraisk tenkning og kompetansemålene og kjerneelementene du valgte.

17.02.23

Bruke begrepene faktor (divisor), felles faktor og største felles faktor, multiplum, felles multiplum og minste felles multiplum

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Gi en grunnskoletilpasset forklaring med eksempel på begrepene faktor og divisor. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles multiplum og minste felles multiplum for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

To tannhjul dreier med ulik hastighet. Det ene bruker 15 sekunder på én omdreining. Du ønsker at det andre skal holde en dreiehastighet slik at dersom de settes i gang på likt, vil de begge stå i utgangsposisjonen hvert 105. sekund. Hva må hastigheten til det andre tannhjulet være?

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

1. Hvis vi ønsker å undersøke manuelt om et tall n er prim eller sammensatt, er det ikke nødvendig å lete etter faktorer i n som er høyere enn $\sqrt{n}$. Forklar hvorfor.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Det skal gis *både* formell og uformell forklaring.
Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare oppgaven på en forståelig og riktig måte.

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må gi en strukturert og logisk forklaring på hvorfor $\sqrt{n}$ er det høyeste tallet en trenger å sjekke.

Dette handler i hovedsak om å peke på at faktorer (som ikke er 1 eller tallet selv) kommer i par.

Bruke begrepene naturlig tall, partall og oddetall, primtall og sammensatt tall

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva partall og oddetall er. Forklar og gi eksempler på hva primtall og sammensatt tall er. Besvarelsen må inneholde både algebraiske definisjoner, ordforklaringer og illustrasjoner.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Gi et grunnskoletilpasset argument for at sum av oddetall og oddetall er partall.
2. Gi et formelt argument for at oddetall multiplisert med oddetall gir oddetall.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Hvis vi finner alle faktorene i kvadrattallene ser vi at det er et odde antall faktorer. Forklar alle tall, bortsett fra kvadrtattallene, har et partall antall faktorer.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare alle oppgavene.

Formelt: Ved hjelp av algebra.

Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt (se heftet for eksempler).

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må i besvarelsen få fram tydelig hvorfor dette alltid gjelder.

En naturlig besvarelse vil være å peke på at faktorene i et tall alltid kommer i par. På denne måten kan studenten få fram at kvadrattallene er (per definisjon) de tallene der to *like* faktorer er parret sammen. Det er denne egenskapen som må tas tak i.

Begrunne delelighetsreglene for tall som er delelig med 2, 3, 4, 5, 6 og 9

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

Gi en formell begrunnelse for delelighetsregelen for tall som er delelig med 5. Gi en grunnskoletilpasset begrunnelse for delelighetsregelen for tall som er delelig med 3.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare begge oppgavene.

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer.

Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Finne eksplisitt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av Gauss-trikset/doble summen for trekanttall, og ved hjelp av sum av tillegg for kvadrat- og rektangeltall

Utled det eksplisitte uttrykket for summen av de n første naturlige tallene, det vil si trekanttall nummer n, ved hjelp av Gauss-trikset (doble summen) geometrisk. Utled det eksplisitte uttrykket for kvadrattallene ved hjelp av sum av tillegg.

Middels: Ved hjelp av sum av tillegg for andre polygontall

Illustrer femkanttallene opp til P_3, og utled eksplisitt uttrykk for P_n ved hjelp av strategien sum av tillegg. Merk at tallrekken som tilhører sekskanttallene er $1, 6, 15, 28, \ldots.$

Avansert: Ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre hardt og sum av tillegg for sammensatte figurtall

På figuren under ser du de tre første figurene i en sammensatt figur, der $F_1 = 2$, $F_2 = 8$ og $F_3 = 16$.

1. Finn en eksplsitt formel for F_n ved å betrakte figuren geometrisk.
2. Finn en eksplisitt formel ved hjelp av sum av tillegg.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må illustrere figurene og finne eksplisitt uttrykk med riktig teknikk.

Studenten må derfor utlede at formen på tillegget er $4n-3$, som gir at figurtall nummer $n$kan skrives som summen av tilleggene slik:

$$F_n = 1 + 5 + 9 + 13 + ... + 4n - 3.$$

Deretter må de jobbe med summen av tilleggene og bruke den eksplisitte formelen ved å bruke formelen for trekanttall (se heftet for teknikken om sum av tillegg).

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må besvare begge oppgavene.

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel. For eksempel kan det pekes på at figuren nesten er to trekanter som starter *en før* (altså T_{n+1}) lagt opp på hverandre. Begge mangler bare toppen og deler rad 2. Dermed får vi $F_n = 2T_{n+1} - 2- 2 = (n+2)(n+1) - 4 $

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg som på middels.

Finne rekursiv uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for trekant-, kvadrat- og rektangeltall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for trekanttall n: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk eksplisitt uttrykk for trekanttall er $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$.

Middels: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for andre polygontall og sammensatte figurtall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for sekskanttallene H_n, der $H_1 = 1$, $H_2 = 6$ og $H_3 = 15$: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk: Det eksplisitte uttrykket for bikubetallene er $H_n = n(2n - 1)$.

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg*.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg.

ii. Her *må* de ta differanse mellom T_n og T_{n-1} og gjøre regne seg fram til formen på tillegget

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i). De må altså se at tilleggene øker med 4, noe som tilsier at formen på tillegget må være en lineær faktor med stigning 4. Fra dette bør de komme seg til

$$H_n = H_{n-1} + 4n - 3$$

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $H_n – H_{n-1}$.

Beskrive oppbygningen av figurtall (alle typer)

Under ser dere dere de fire første ambolttallene.

Grunnleggende: Beskrive eksplisitt og rekursiv sammenheng verbalt og ved hjelp av illustrasjon

Ved å illustrere ambolttallene og markere i illustrasjonen, gi en ordforklaring av

1. en eksplisitt sammenheng mellom ambolttall nummer n og antall prikker i ambolttallet.
2. en rekursiv sammenheng mellom to påfølgende ambolttall.

Middels: Finne flere algebraiske uttrykk til samme figur

Ved å bryte amboltallene ned på flere måter, utled to ulike, men likeverdige uttrykk for amboltallene.

Avansert: Lage figurer basert på algebraiske uttrykk og tallfølger

Du får vite at et figurtall F_n øker på følgende måte. $F_1 = 2$, $F_2 = 6$, $F_3 = 11$, $F_4 = 17$.

Lag en figur som følger mønsteret til F_n. Det er nok å illustrere F_1, F_2 og F_3, så lengde det får fram mønsteret. Vis og forklar sammenhengen mellom tallrekken og figurene rekursivt. Finn en eksplisitt formel på to forskjellige måter.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer.

i. Eksplisitt formel må utledes, og de må henvise til figuren.

ii. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

    Igjen kan de ta utgangspunkt i eksempelet gitt på (i) for å peke på hvordan utviklingen skjer.

Vurderingskriterier: Middels

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren. For eksempel kan de gjøre som i grunnleggende i tillegg til en annen geometrisk nedbrytning. Eventuelt kan de bruke andre teknikker (se heftet for teknikker). Blant annet kan de analysere tallfølgen og finne eksplisitt uttrykk ved hjelp av sum av tillegg.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

13.02.23

Bruke begrepene faktor (divisor), felles faktor og største felles faktor, multiplum, felles multiplum og minste felles multiplum

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Gi en grunnskoletilpasset forklaring med eksempel på begrepene faktor og divisor. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles multiplum og minste felles multiplum for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Forklar hvorfor ingen summer av fire påfølgende naturlige tall har felles faktor 4.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Du får vite at største felles faktor for to tall A og B er 210 og at tallet A er 1260.

1. Hva er minste mulige verdi for B, hvis B ikke er 210?

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Det skal gis *både* formell og uformell forklaring.
Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må gjøre følgende for å få godkjent.

Det må gis en forklaring på hvorfor dette alltid er tilfellet. For eksempel kan en peke på at $0+1+2+3 = 6 = 1\cdot 4+2$. Skal vi nå til «neste i rekka», må vi legge til 1 på hvert tall i summen, dvs $(0+1)+(1+1)+(2+1)+(3+1)+ = (1\cdot 4+2)+4 = 2\cdot 4+2$. Skal vi begynne på for eksempel 256, må vi legge til 256 på alle. Det gir $(0+256)+(1+256)+(2+256)+(3+256) = (1\cdot 4+2)+4\cdot 256 = 256\cdot 4+2$. Vi ser altså at dette alltid ligger to over noe i firegangen, uansett hvilket naturlig tall vi starter på. Dermed kan ingen summer av fire påfølgende naturlige tall ha faktor 4.

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må gi en strukturert og logisk forklaring på hva minste B må være.

For eksempel kan en først peke på at $A = 6 \cdot 210$. Siden B ikke skal være 210, må den inneholde minst én faktor til (og nøyaktig én å være minst mulig). Vi ser at A inneholder 2 og 3 i tillegg til 210, så B må inneholde faktoren 5. Dermed må $B = 5 \cdot 210$.

Bruke begrepene naturlig tall, partall og oddetall, primtall og sammensatt tall

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva partall og oddetall er. Forklar og gi eksempler på hva primtall og sammensatt tall er. Besvarelsen må inneholde både algebraiske definisjoner, ordforklaringer og illustrasjoner.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Gi et formelt argument for at sum av oddetall og partall er oddetall.
2. Gi et grunnskoletilpasset argument for at oddetall multiplisert med oddetall gir oddetall.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Alle naturlige tall kan beskrives relativ til et tall i tre-gangen. Noen tall er i tre-gangen $(3, 6, 9, \ldots, 3n, \ldots)$, noen er én mer enn et tall i tre-gangen $(1, 4, 7, \ldots, 3n+1, \ldots)$, resten er to mer enn tall i tre-gangen ($2, 5, 8, ..., 3n+2, ...$). Forklar hvorfor alle kvadrattall enten er i tre-gangen eller én mer enn et tall i tre-gangen. (Merk: Kvadrattallene er alle tallene på formen n^2)

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare alle oppgavene.

Formelt: Ved hjelp av algebra.

Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt (se heftet for eksempler).

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må i besvarelsen få fram tydelig hvorfor dette alltid gjelder.

En naturlig løsning kan være å splitte i tre tilfeller:

i. Alle tall som er i tre er på formen $3n$. Kvadratttallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(3n)^2 = 9n^2 = 3 \cdot (3n^2)$, noe i tregangen

ii. Alle tall som er én over tregangen er på formen $3n + 1$. Kvadrattallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(3n + 1)^2 = 9n^2 + 6n + 1 = 3\left(3n^2 + 2n\right) + 1$, altså noe én over noe i tregangen.

iii. Alle tall som er to over noe i tregangen er på formen $3n+2$. Kvadrattallene som har oppgav fra disse tallene er derfor $(3n + 2)^2 = 9n^2 + 12n + 4 = 3\left(3n^2 + 4n + 1\right) + 1$, altså noe én over noe i tregangen.

Da dette dekker alle mulige kvadrattall har vi nå vist at de enten er i tregangen eller er én over noe i tregangen.

Begrunne delelighetsreglene for tall som er delelig med 2, 3, 4, 5, 6 og 9

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

Gi en formell begrunnelse for delelighetsregelen for tall som er delelig med 4. Gi en grunnskoletilpasset begrunnelse for delelighetsregelen for tall som er delelig med 3.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare begge oppgavene.

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer.

Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Finne eksplisitt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av Gauss-trikset/doble summen for trekanttall, og ved hjelp av sum av tillegg for kvadrat- og rektangeltall

Utled det eksplisitte uttrykket for summen av de n første naturlige tallene, det vil si trekanttall nummer n, ved hjelp av Gauss-trikset (doble summen) geometrisk. Utled det eksplisitte uttrykket for kvadrattallene ved hjelp av sum av tillegg.

Middels: Ved hjelp av sum av tillegg for andre polygontall

Illustrer femkanttallene opp til P_3, og utled eksplisitt uttrykk for P_n ved hjelp av strategien sum av tillegg. Merk at tallrekken som tilhører sekskanttallene er $1, 6, 15, 28, ...$

Avansert: Ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre hardt og sum av tillegg for sammensatte figurtall

På figuren under ser du de tre første figurene i en sammensatt figur, der $F_1 = 3$, $F_2 = 13$ og $F_3 = 31$.

1. Finn en eksplsitt formel for F_n ved å betrakte figuren geometrisk.
2. Finn en eksplisitt formel ved hjelp av sum av tillegg.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må illustrere figurene og finne eksplisitt uttrykk med riktig teknikk.

Studenten må derfor utlede at formen på tillegget er $4n-3$, som gir at figurtall nummer $n$kan skrives som summen av tilleggene slik:

$$F_n = 1 + 5 + 9 + 13 + ... + 4n - 3.$$

Deretter må de jobbe med summen av tilleggene og bruke den eksplisitte formelen ved å bruke formelen for trekanttall (se heftet for teknikken om sum av tillegg).

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må besvare begge oppgavene.

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel. For eksempel kan en innse at de to ytterste firkantene er n^2, mens det skrå kvadratet kan deles inn i to "lag" som gir n^2 for det ene og $(n-1)^2$ for det andre. Totalt blir dette \$2n^{2+n}2 + (n-1)^2 \$.

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg som på middels.

Finne rekursiv uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for trekant-, kvadrat- og rektangeltall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for trekanttall n: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk eksplisitt uttrykk for trekanttall er $\frac{n \cdot (n+1)}{2}$.

Middels: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for andre polygontall og sammensatte figurtall

Over ser du de tre første figurene i bikubetallene. Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for bikubetallene B_n, der $B_1 = 1$, $H_2 = 7$ og $H_3 = 19$: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk: Det eksplisitte uttrykket for bikubetallene er $B_n = 3n(n-1)+1$.

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg*.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg.

ii. Her *må* de ta differanse mellom T_n og T_{n-1} og gjøre regne seg fram til formen på tillegget

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i). De må altså se at tilleggene øker med 6, noe som tilsier at formen på tillegget må være en lineær faktor med stigning 6. Fra dette bør de komme seg til

$$B_n = B_{n-1} + 6n$$

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $B_n - B_{n-1}$

Beskrive oppbygningen av figurtall (alle typer)

Under ser dere dere de tre første bokstallene.

Grunnleggende: Beskrive eksplisitt og rekursiv sammenheng verbalt og ved hjelp av illustrasjon

Ved å illustrere bokstallene og markere i illustrasjonen, gi en ordforklaring av

1. en eksplisitt sammenheng mellom bokstall nummer n og antall prikker i bokstallet.

2. en rekursiv sammenheng mellom to påfølgende bokstall.

Middels: Finne flere algebraiske uttrykk til samme figur

Ved å bryte bokstallene ned på flere måter, utled to ulike, men likeverdige uttrykk for bokstall.

Avansert: Lage figurer basert på algebraiske uttrykk og tallfølger

Du får vite at et figurtall F_n øker på følgende måte. $F_1 = 1$, $F_2 = 6$, $F_3 = 14$, $F_4 = 25$.

Lag en figur som følger mønsteret til F_n. Det er nok å illustrere F_1, F_2 og F_3, så lengde det får fram mønsteret. Vis og forklar sammenhengen mellom tallrekken og figurene rekursivt. Finn en eksplisitt formel på to forskjellige måter.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer.

i. Eksplisitt formel må utledes, og de må henvise til figuren.

   For eksempel kan det pekes på at det er et kvadrat med oddetalls sidelengde. Generelt er sidelengden $2n + 1$. I tillegg trekkes det fra fire trekanttall som *starter* en senere, altså trekkes det fra $4T_{n-1}$.

ii. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

   Igjen kan de ta utgangspunkt i eksempelet gitt på (i) for å peke på hvordan utviklingen skjer.

Vurderingskriterier: Middels

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren. For eksempel kan de gjøre som i grunnleggende i tillegg til en annen geometrisk nedbrytning. Eventuelt kan de bruke andre teknikker (se heftet for teknikker). Blant annet kan de analysere tallfølgen og finne eksplisitt uttrykk ved hjelp av sum av tillegg.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

10.02.23

Bruke begrepene faktor (divisor), felles faktor og største felles faktor, multiplum, felles multiplum og minste felles multiplum

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepene faktor og divisor. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles multiplum og minste felles multiplum for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Forklar hvorfor alle summer av fem påfølgende naturlige tall har felles faktor 5.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Du får vite at største felles faktor for to tall A og B er 210 og at tallet A er 1260.

Hva er minste mulige verdi for B, hvis B ikke er 210?

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Det skal gis *både* formell og uformell forklaring.
Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må gjøre følgende for å få godkjent.

Det må gis en forklaring på hvorfor dette alltid er tilfellet. For eksempel kan en peke på at $0+1+2+3+4 = 10 = 2\cdot 5$. Skal vi nå til «neste i rekka», må vi legge til 1 på hvert tall i summen, dvs $(0+1)+(1+1)+(2+1)+(3+1)+(4+1) = 10+5 = 2\cdot 5+5$. Skal vi begynne på for eksempel 256, må vi legge til 256 på alle. Det gir $(0+256)+(1+256)+(2+256)+(3+256)+(4+256) = 10+5\cdot 256$. Vi ser altså at dette alltid vil fungere, uansett hvilket naturlig tall vi starter på. Dermed må alle summer av fem påfølgende naturlige tall ha felles faktor 5.

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må gi en strukturert og logisk forklaring på hva minste B må være.

For eksempel kan en først peke på at $A = 6 \cdot 210$. Siden B ikke skal være 210, må den inneholde minst én faktor til (og nøyaktig én å være minst mulig). Vi ser at A inneholder 2 og 3 i tillegg til 210, så B må inneholde faktoren 5. Dermed må $B = 5 \cdot 210$.

Bruke begrepene naturlig tall, partall og oddetall, primtall og sammensatt tall

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva partall og oddetall er. Forklar og gi eksempler på hva primtall og sammensatt tall er. Besvarelsen må inneholde både algebraiske definisjoner, ordforklaringer og illustrasjoner.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Gi et grunnskoletilpasset argument for at sum av oddetall og oddetall er partall.
2. Gi et formelt argument for at oddetall multiplisert med oddetall gir oddetall.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Alle naturlige tall kan beskrives relativ til et tall i fire-gangen. Noen tall er i fire-gangen $(4, 8, 12, \ldots, 4n, \ldots)$, noen er én mer enn et tall i fire-gangen $(1, 5, 9, \ldots, 4n + 1, \ldots)$, noen er to mer enn tall i fire-gangen, og noen er tre mer enn tall i firegangen. Forklar hvorfor alle kvadrattall enten er i firegangen eller én mer enn et tall i fire-gangen. (Merk: Kvadrattallene er alle tallene på formen n^2)

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare alle oppgavene.

Formelt: Ved hjelp av algebra.

Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt (se heftet for eksempler).

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må i besvarelsen få fram tydelig hvorfor dette alltid gjelder.

En naturlig løsning kan være å splitte i fire tilfeller:

i. Alle tall som er i firegangen er på formen $4n$. Kvadratttallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(4n)^2 = 16n^2 = 4 \cdot (4n^2)$, noe i firegangen

ii. Alle tall som er én over firegangen er på formen $4n + 1$. Kvadrattallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(4n+1)^2 = 16n^2 + 8n + 1 = 4\left(4n^2 + 2n\right) + 1$, altså noe én over noe i firegangen.

iii. Alle tall som er to over noe i firegangen er på formen $4n+2$. Kvadrattallene som har oppgav fra disse tallene er derfor $(4n+2)^2 = 16n^2 + 16n + 4 = 4\left(6n^2 + 4n + 1\right)$, altså noe i firegangen

iv. Alle tall som er tre over noe i firegangen er på formen $4n + 3$. Kvadrattallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(4n+3)^2 = 16n^2 + 24n + 8 + 1 = \; 4\left(4n^2 + 6n + 2\right) + 1$, altså noe én over noe i firegangen.

Da dette dekker alle mulige kvadrattall har vi nå vist at de enten er i firegangen eller er én over noe i firegangen.

Begrunne delelighetsreglene for tall som er delelig med 2, 3, 4, 5, 6 og 9

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 4. Du må gi en formell begrunnelse. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 9. Du må gi en grunnskoletilpasset begrunnelse.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare begge oppgavene.

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer.

Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Finne eksplisitt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av Gauss-trikset/doble summen for trekanttall, og ved hjelp av sum av tillegg for kvadrat- og rektangeltall

Utled det eksplisitte uttrykket for summen av de n første naturlige tallene, det vil si trekanttall nummer n, ved hjelp av Gauss-trikset (doble summen) geometrisk. Utled det eksplisitte uttrykket for kvadrattallene ved hjelp av sum av tillegg.

Middels: Ved hjelp av sum av tillegg for andre polygontall

Illustrer femkanttallene opp til P_3, og utled eksplisitt uttrykk for P_n ved hjelp av strategien sum av tillegg. Merk at tallrekken som tilhører femkanttallene er $1, 5, 12, 22, ...$

Avansert: Ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre hardt og sum av tillegg for sammensatte figurtall

På figuren under ser du de fire første figurene i en sammensatt figur, der $F_1 = 12$, $F_2 = 26$ og $F_3 = 44$.

1. Finn en eksplsitt formel for F_n ved å betrakte figuren geometrisk.
2. Finn en eksplisitt formel ved hjelp av sum av tillegg.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må illustrere figurene og finne eksplisitt uttrykk med riktig teknikk.

Studenten må derfor utlede at formen på tillegget er $3n-2$, som gir at figurtall nummer $n$kan skrives som summen av tilleggene slik:

$$F_n = 1 + 4 + 7 + 10 + ... + 3n - 2.$$

Deretter må de jobbe med summen av tilleggene og bruke den eksplisitte formelen ved å bruke formelen for trekanttall (se heftet for teknikken om sum av tillegg).

Vurderingskriterier: Avansert

Studenten må besvare begge oppgavene.

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel.

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg som på middels.

Finne rekursiv uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for trekant-, kvadrat- og rektangeltall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for trekanttall n: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk eksplisitt uttrykk for trekanttall er $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$.

Middels: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for andre polygontall og sammensatte figurtall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for sekskanttallene H_n, der $H_1 = 1$, $H_2 = 6$ og $H_3 = 15$: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk: Det eksplisitte uttrykket for sekskanttallene er $H_n = n(2n-1)$.

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg.*

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg.

ii. Her *må* de ta differanse mellom T_n og T_{n-1} og gjøre regne seg fram til formen på tillegget

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i). De må altså se at tilleggene øker med 4, noe som tilsier at formen på tillegget må være en lineær faktor med stigning 4. Fra dette bør de komme seg til

$$H_n = H_{n-1} + 4n - 3$$

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $H_n - H_{n-1}$

Beskrive oppbygningen av figurtall (alle typer)

Under ser dere dere de tre første sommerfugltallene.

Grunnleggende: Beskrive eksplisitt og rekursiv sammenheng verbalt og ved hjelp av illustrasjon

Ved å illustrere sommerfugltallene og markere i illustrasjonen, gi en ordforklaring av

1. en eksplisitt sammenheng mellom piltall nummer n og antall prikker i sommerfugltallet.
2. en rekursiv sammenheng mellom to påfølgende sommerfugltall.

Middels: Finne flere algebraiske uttrykk til samme figur

Ved å bryte sommerfugltallene ned på flere måter, utled to ulike, men likeverdige uttrykk for sommerfugltallene.

Avansert: Lage figurer basert på algebraiske uttrykk og tallfølger

Du får vite at et figurtall F_n øker på følgende måte. $F_1 = 2$, $F_2 = 8$, $F_3 = 16$, $F_4 = 26$.

Lag en figur som følger mønsteret til F_n. Det er nok å illustrere F_1, F_2 og F_3, så lengde det får fram mønsteret. Vis og forklar sammenhengen mellom tallrekken og figurene rekursivt. Finn en eksplisitt formel på to forskjellige måter.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer. *Merk* at figuren ikke øker på en naturlig måte da *stammen* ikke passer inn i et godt mønster.

i. Eksplisitt formel må utledes, og de må henvise til figuren.

   For eksempel kan det pekes på at det er fire kvadrater som overlapper på 2 plasser, i tillegg til 2 trekanter og en konstant stamme på 10.

ii. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

   Igjen kan de ta utgangspunkt i eksempelet gitt på (i) for å peke på hvordan utviklingen skjer.

Vurderingskriterier: Middels

Merk at figuren ikke øker på en naturlig måte da *stammen* ikke passer inn i et godt mønster.

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren. For eksempel kan de gjøre som i grunnleggende i tillegg til en annen geometrisk nedbrytning. Eventuelt kan de bruke andre teknikker (se heftet for teknikker). Blant annet kan de analysere tallfølgen og finne eksplisitt uttrykk ved hjelp av sum av tillegg.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

03.02.23

Bruke begrepene faktor (divisor), felles faktor og største felles faktor, multiplum, felles multiplum og minste felles multiplum

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepene faktor og divisor. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles faktor og største felles faktor for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer. Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepet multiplum. Besvarelsen må inneholde både formell definisjon og grunnskoletilpasset forklaring. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles multiplum og minste felles multiplum for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Forklar hvorfor summen av tre påfølgende naturlige tall har en felles faktor.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Undersøk og begrunn følgende påstand.

Når vi deler et tall på et annet, får vi en rest som er mellom 0 og tallet vi deler på. Enhver felles faktor for de to tallene i divisjonen er også en faktor i resten.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares. Det skal gis *både* formell og uformell forklaring. Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Vurderingskriterier: Middels

Her må strukturen komme fram. Dette kan gjøres algebraisk eller med et konkret talleksempel, men det er viktig at de peker på den generelle strukturen som gjør at påstanden stemmer.

Vurderingskriterier: Avansert

Enten gjøre algebra ved å skrive tallene som ca og cb og forklare påstanden derifra. Eller med et talleksempel som får fram hvorfor det alltid gjelder!

Bruke begrepene naturlig tall, partall og oddetall, primtall og sammensatt tall

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva et naturlig tall er. Forklar og gi eksempler på hva partall og oddetall er. Besvarelsen må inneholde både algebraiske definisjoner, ordforklaringer og illustrasjoner. Forklar og gi eksempler på hva primtall og sammensatt tall er.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Gi et formelt og et grunnskoletilpasset argument for at sum av oddetall og oddetall er partall.
2. Gi et formelt og et grunnskoletilpasset argument for at oddetall multiplisert med oddetall gir oddetall.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Alle naturlige tall kan beskrives relativ til et tall i fire-gangen. Noen tall er i fire-gangen, noen er én mer enn et tall i fire-gangen, noen er to mer enn tall i fire-gangen, osv. Forklar hvorfor alle primtall bortsett fra 2 er enten én mer eller én mindre enn et tall i fire-gangen.

Begrunne delelighetsreglene for tall som er delelig med 2, 3, 4, 5, 6 og 9

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 5. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 3. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.

Finne eksplisitt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av Gauss-trikset/doble summen for trekanttall, og ved hjelp av sum av tillegg for kvadrat- og rektangeltall

Utled det eksplisitte uttrykket for summen av de n første naturlige tallene, det vil si trekanttall nummer n, ved hjelp av Gauss-trikset (doble summen): geometrisk algebraisk

Middels: Ved hjelp av sum av tillegg for andre polygontall

Illustrer syvkanttallene opp til H_3, og utled eksplisitt uttrykk for H_n ved hjelp av strategien sum av tillegg. Merk at tallrekken som tilhører femkanttallene er $1, 7, 18, 34, ...$

Avansert: Ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre hardt og sum av tillegg for sammensatte figurtall

På figuren under ser du de fire første figurene i en sammensatt figur, der $F_1 = 4$, $F_2 = 10$ og $F_3 = 19$.

1. Finn en eksplsitt formel for F_n ved å betrakte figuren geometrisk.
2. Finn en eksplisitt formel ved hjelp av sum av tillegg.

Finne rekursiv uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for trekant-, kvadrat- og rektangeltall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for trekanttall n: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk eksplisitt uttrykk for trekanttall er $\frac{n\cdot(n+1)}{2}$.

Middels: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for andre polygontall og sammensatte figurtall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for sekskanttallene H_n, der $H_1 = 1$, $H_2 = 6$ og $H_3 = 15$: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk: Det eksplisitte uttrykket for sekskanttallene er $H_n = n(2n - 1)$.

Beskrive oppbygningen av figurtall (alle typer)

Under ser dere dere de tre første piltallene.

Grunnleggende: Beskrive eksplisitt og rekursiv sammenheng verbalt og ved hjelp av illustrasjon

Ved å illustrere piltallene og markere i illustrasjonen, gi en ordforklaring av

1. en eksplisitt sammenheng mellom piltall nummer n og antall prikker i piltallet.
2. en rekursiv sammenheng mellom to påfølgende piltall.

Middels: Finne flere algebraiske uttrykk til samme figur

Ved å bryte piltallene ned på flere måter, utled to ulike, men likeverdige uttrykk for piltallene.

Avansert: Lage figurer basert på algebraiske uttrykk og tallfølger

Du får vite at et figurtall F_n øker på følgende måte. $F_1 = 6$, $F_2 = 12$, $F_3 = 20$, $F_4 = 30$ og $F_5 = 42$.

Lag en figur som følger mønsteret til F_n. Det er nok å illustrere F_1, F_2 og F_3, så lengde det får fram mønsteret. Vis og forklar sammenhengen mellom tallrekken og figurene rekursivt. Finn en eksplisitt formel på to forskjellige måter.

27.01.23

Bruke begrepene faktor (divisor), felles faktor og største felles faktor, multiplum, felles multiplum og minste felles multiplum

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepene faktor og divisor. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles faktor og største felles faktor for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer. Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepet multiplum. Besvarelsen må inneholde både formell definisjon og grunnskoletilpasset forklaring. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles multiplum og minste felles multiplum for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Forklar hvorfor produktet av største felles faktor og minste feles multiplum for to tall er det samme som produktet av de to tallene.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Hvis vi skal gange et tosifret tall med 11, kan vi gjøre det på denne måten, dersom tverrsummen er mindre enn ti: Sett første siffer på hundrerplassen, tverrsummen på tierplassen og andre siffer på enerplassen. Eksempelvis er da $35 \cdot 11 = 385$. Vis at dette er sant for alle tosifra tall med tverrsum lavere enn ti.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Grunnleggende: Her må alle spørsmålene besvares. Det skal gis *både* formell og uformell forklaring. Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner.

Vurderingskriterier: Middels

Her må strukturen komme fram. Dette gjøres gjerne ved et konkret talleksempel, men det er viktig at de peker på den generelle strukturen som gjør at sff*mfm = a*b

Vurderingskriterier: Avansert

Her må de skrive tosifra tall som a*10 + b og deretter gjøre noe algebra.

Bruke begrepene naturlig tall, partall og oddetall, primtall og sammensatt tall

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene

Forklar og gi eksempler på hva et naturlig tall er. Forklar og gi eksempler på hva partall og oddetall er. Besvarelsen må inneholde både algebraiske definisjoner, ordforklaringer og illustrasjoner. Forklar og gi eksempler på hva primtall og sammensatt tall er.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

1. Gi et formelt og et grunnskoletilpasset argument for at sum av oddetall og oddetall er partall.
2. Gi et formelt og et grunnskoletilpasset argument for at partall multiplisert med partall gir partall.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene

Tar du $6 \cdot 6 = 36$, slutter verdien på 6. Tar du $36 \cdot 6 = 216$, slutter verdien på 6. Forklar hvorfor, hvis en fortsetter å gange med 6, at produktene man får alltid ender på 6. Forklaringen skal være mulig for en elev å forstå.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares. Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Vurderingskriterier: Middels

Alle oppgavene må besvares: Formelt: Algebra, Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må man får frem struktur på en forståelig måte. For eksempel dele opp tallene slik: $6 \cdot 36 = 6 \cdot (30 + 6) = 6 \cdot 30 + 36$. Når vi skiller ut de 6 enerne ser vi at vi i hvert tilfelle får $6 \cdot$ *et antall tiere* $+ 36$. Med andre ord ender tallet på 6.

Begrunne delelighetsreglene for tall som er delelig med 2, 3, 4, 5, 6 og 9

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene

Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 5. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 3. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.

Vurdereingskriterier: Middels

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer. Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Finne eksplisitt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av Gauss-trikset/doble summen for trekanttall, og ved hjelp av sum av tillegg for kvadrat- og rektangeltall

Utled det eksplisitte uttrykket for summen av de n første naturlige tallene, det vil si trekanttall nummer n, ved hjelp av Gauss-trikset (doble summen): geometrisk algebraisk

Middels: Ved hjelp av sum av tillegg for andre polygontall

Illustrer femkanttallene opp til P_3, og utled eksplisitt uttrykk for P_n ved hjelp av strategien sum av tillegg. Merk at tallrekken som tilhører femkanttallene er $1, 5, 12, 22, ...$

Avansert: Ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre hardt og sum av tillegg for sammensatte figurtall

På figuren under ser du de tre første figurene i en sammensatt figur, der $F_1 = 10$, $F_2 = 22$ og $F_3 = 42$.

1. Finn en eksplsitt formel for F_n ved å betrakte figuren geometrisk.
2. Finn en eksplisitt formel ved hjelp av sum av tillegg.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Vurderingskriterier: Middels

Her må det være med en illustrasjon. I tillegg *må* den eksplisitte formelen utledes ved å bruke sum av tillegg: Det vil si jobbe seg fra $1+4+7+...+3n-2$ til $n^2 + \frac{n(n-1)}{2}$ ved hjelp av algebra og (mest sannsynlig) formelen for trekanttall.

Vurderingskriterier: Avansert

MERK: Her står det feil i oppgavetekst. Det skal være F_2 = 24

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg sånn som på middels

Finne rekursiv uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for trekant-, kvadrat- og rektangeltall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for rektangeltall n: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk eksplisitt uttrykk for rektangeltall er $n \cdot (n+1)$.

Middels: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for andre polygontall og sammensatte figurtall

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for syvkanttallene H_n, der $H_1 = 1$, $H_2 = 7$ og $H_3 = 18$: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk: Det eksplisitte uttrykket for syvkanttallene er $H_n = \frac{n(5n-3)}{2}$.

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg*.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg

ii. Her *må* de ta $R_n - R_{n-1}$ og gjøre algebra for å komme fram til formen på tillegget.

Vurderingskriterier: Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i)

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $H_n - H_{n-1}$

Beskrive oppbygningen av figurtall (alle typer)

Under ser dere dere de tre første medaljetallene

Grunnleggende: Beskrive eksplisitt og rekursiv sammenheng verbalt og ved hjelp av illustrasjon

Ved å illustrere medaljetallene og markere i illustrasjonen, gi en ordforklaring av

1. en eksplisitt sammenheng mellom medaljetall nummer n og antall prikker i medaljetallet.
2. en rekursiv forklaring av sammenhengen mellom to påfølgende medaljetall.

Middels: Finne flere algebraiske uttrykk til samme figur

Ved å bryte medaljetallene ned på flere måter, utled to ulike, men likeverdige uttrykk for medaljetallene.

Avansert: Lage figurer basert på algebraiske uttrykk og tallfølger

Du får vite at et figurtall F_n øker på følgende måte. $F_1 = 1$, $F_2 = 9$, $F_3 = 20$, $F_4 = 34$ og $F_5 = 51$.

Lag en figur som følger mønsteret til F_n. Vis og forklar sammenhengen mellom tallrekken og figurene rekursivt. Finn en eksplisitt formel på to forskjellige måter.

Vurderingskriterier: Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer

i. Eksplisitt formel må finnes, og de må henvise til figuren

ii. Her er ordlyden blitt litt dum. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

Vurderingskriterier: Middels

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren.

Vurderingskriterier: Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

10.01.2023

Bruke begrepene faktor (divisor), felles faktor og største felles faktor, multiplum, felles multiplum og minste felles multiplum

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene 20.01

Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepene faktor og divisor. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles faktor og største felles faktor for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer. Forklar og gi eksempler på hva som menes med begrepet multiplum. Besvarelsen må inneholde både formell definisjon og grunnskoletilpasset forklaring. Forklar og gi eksempler på hva som menes med felles multiplum og minste felles multiplum for to tall. Besvarelsen må inneholde både formelle definisjoner og grunnskoletilpassete forklaringer.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene 20.01

La a og b være to naturlige tall med største felles faktor 10 og minste felles multiplum 105. Hvis $a = 30$ hva er da b? Begrunn.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene 20.01

Under ser du en påstand. Undersøk den og begrunn at den stemmer. Du må begrunne både uformelt og formelt.

Hvis et tall er faktor i to tall, så er det også faktor i differansen mellom de to tallene.

Bruke begrepene naturlig tall, partall og oddetall, primtall og sammensatt tall

Grunnleggende: Gjengi og forklare, gi eksempler og illustrasjoner til begrepene 20.01

Forklar og gi eksempler på hva et naturlig tall er. Forklar og gi eksempler på hva partall og oddetall er. Besvarelsen må inneholde både algebraiske definisjoner, ordforklaringer og illustrasjoner. Forklar og gi eksempler på hva primtall og sammensatt tall er.

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene 20.01

1. Gi et formelt og grunnskoletilpasset argument for at sum av oddetall og partall er oddetall.
2. Gi et formelt og grunnskoletilpasset argument for at oddetall multiplisert med partall gir partall.

Avansert: Løse (også ukjente) problemer knyttet til begrepene 20.01

Ved å multiplisere primtallene to primtall a og b og legge til 1 får vi tallet $a \cdot b + 1$. Begrunn hvorfor dette tallet aldri er delelig på a eller b.

Begrunne delelighetsreglene for tall som er delelig med 2, 3, 4, 5, 6 og 9

Middels: Argumentere for enkle sammenhenger knyttet til begrepene 20.01

Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 4. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse. Begrunn delelighetsregelen for tall som er delelig med 9. Du må gi både en formell og en grunnskoletilpasset begrunnelse.

Finne eksplisitt uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av Gauss-trikset/doble summen for trekanttall, og ved hjelp av sum av tillegg for kvadrat- og rektangeltall 20.01

Utled det eksplisitte uttrykket for summen av de n første naturlige tallene, det vil si trekanttall nummer n, ved hjelp av Gauss-trikset (doble summen): geometrisk algebraisk

Middels: Ved hjelp av sum av tillegg for andre polygontall 20.01

Illustrer sekskanttallene opp til H_4, og utled eksplisitt uttrykk for H_n ved hjelp av strategien sum av tillegg. Avansert: Ved hjelp av geometrisk betraktning/stirre hardt og sum av tillegg for sammensatte figurtall. På figuren under ser du de tre første figurene i en sammensatt figur, der $F_1 = 12$, $F_2 = 22$ og $F_3 = 34$.

1. Finn en eksplsitt formel for F_n ved å betrakte figuren geometrisk.
2. Finn en eksplisitt formel ved hjelp av sum av tillegg.

Finne rekursiv uttrykk for figurtall

Grunnleggende: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for trekant-, kvadrat- og rektangeltall 20.01

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for trekanttall n: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk.

Middels: Ved hjelp av form på tillegg, og differanse mellom eksplisitte uttrykk for andre polygontall og sammensatte figurtall 20.01

Vis i en illustrasjon hvordan hver figur inneholder den forrige, og finn rekursivt uttrykk for sekskanttallene H_n: ved hjelp av strategien form på tillegg. ved hjelp av strategien differanse mellom eksplisitte uttrykk. Merk: Det eksplisitte uttrykket for sekskanttallene er $H_n = 2n^2 - n$.

Beskrive oppbygningen av figurtall (alle typer)

Under ser dere dere de tre første båttallene B_1, B_2 og B_3.

Grunnleggende: Beskrive eksplisitt og rekursiv sammenheng verbalt og ved hjelp av illustrasjon 20.01

Ved å illustrere båttallene og markere i illustrasjonen, gi en ordforklaring av

1. en eksplsitt sammenheng mellom båttall nummer n og antall prikker i båttallet.
2. en rekursiv forklaring av sammenhengen mellom to påfølgende båttall.

Middels: Finne flere algebraiske uttrykk til samme figur 20.01

Ved å bryte båttallene ned på flere måter, utled to ulike, men likeverdige uttrykk for båttallene.

Avansert: Lage figurer basert på algebraiske uttrykk og tallfølger 20.01

Du får vite at et figurtall F_n øker på følgende måte. $F_1 = 3$, $F_2 = 8$, $F_3 = 15$, $F_4 = 24$ og $F_5 = 35$.

Lag en figur som følger mønsteret til F_n. Begrunn sammenhengen mellom figuren og tallfølgen.

Vurdere arbeid med figurtall med hensyn til læreplanens kjerneelementer og didaktikk knyttet til algebraisk tenkning

Middels: Forklar hvordan arbeid med figurtall innebærer algebraisk tenkning og arbeid med kjerneelementene

Gi en forklaring hvordan arbeidet med figurtall innebærer algebraisk tenkning og pek på hvilke kjerneelementer som er relevante i arbeid med figurtall.

Avansert: Lag en undervisningsaktivitet med utgangspunkt i kjerneelementer, kompetansemål og litteratur om algebraisk tenkning. Forklar hvordan undervisnignsaktiviteten samsvarer med kjerneelementer, kompetansemål og litteratur om algebraisk tenkning

Lag en figur som vokser i et tydelig mønster. Lag en kort undervisningsaktivitet med utgangspunkt i kjerneelementer, kompetansemål, litteratur om algebraisk tenkning og figuren du har laget. Gi en begrunnelse for valgene du har gjort.