Vurderingskriteriter

Tallteori 17.02.23

Oppgave 1

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Det skal gis *både* formell og uformell forklaring.
Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Middels

Studenten må besvare oppgaven på en forståelig og riktig måte.

Avansert

Studenten må gi en strukturert og logisk forklaring på hvorfor $\sqrt{n}$ er det høyeste tallet en trenger å sjekke.

Dette handler i hovedsak om å peke på at faktorer (som ikke er 1 eller tallet selv) kommer i par.

Oppgave 2

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Middels

Studenten må besvare alle oppgavene.

Formelt: Ved hjelp av algebra.

Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt (se heftet for eksempler).

Avansert

Studenten må i besvarelsen få fram tydelig hvorfor dette alltid gjelder.

En naturlig besvarelse vil være å peke på at faktorene i et tall alltid kommer i par. På denne måten kan studenten få fram at kvadrattallene er (per definisjon) de tallene der to *like* faktorer er parret sammen. Det er denne egenskapen som må tas tak i.

Oppgave 3

Studenten må besvare begge oppgavene.

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer.

Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Oppgave 4

Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Middels

Studenten må illustrere figurene og finne eksplisitt uttrykk med riktig teknikk.

Studenten må derfor utlede at formen på tillegget er $4n-3$, som gir at figurtall nummer $n$kan skrives som summen av tilleggene slik:

$$F_n = 1 + 5 + 9 + 13 + ... + 4n - 3.$$

Deretter må de jobbe med summen av tilleggene og bruke den eksplisitte formelen ved å bruke formelen for trekanttall (se heftet for teknikken om sum av tillegg).

Avansert

Studenten må besvare begge oppgavene.

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel. For eksempel kan det pekes på at figuren nesten er to trekanter som starter *en før* (altså T_{n+1}) lagt opp på hverandre. Begge mangler bare toppen og deler rad 2. Dermed får vi $F_n = 2T_{n+1} - 2- 2 = (n+2)(n+1) - 4 $

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg som på middels.

Oppgave 5

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg*.

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg.

ii. Her *må* de ta differanse mellom T_n og T_{n-1} og gjøre regne seg fram til formen på tillegget

Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i). De må altså se at tilleggene øker med 4, noe som tilsier at formen på tillegget må være en lineær faktor med stigning 4. Fra dette bør de komme seg til

$$H_n = H_{n-1} + 4n - 3$$

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $H_n – H_{n-1}$.

Oppgave 6

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer.

i. Eksplisitt formel må utledes, og de må henvise til figuren.

ii. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

   Igjen kan de ta utgangspunkt i eksempelet gitt på (i) for å peke på hvordan utviklingen skjer.

Middels

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren. For eksempel kan de gjøre som i grunnleggende i tillegg til en annen geometrisk nedbrytning. Eventuelt kan de bruke andre teknikker (se heftet for teknikker). Blant annet kan de analysere tallfølgen og finne eksplisitt uttrykk ved hjelp av sum av tillegg.

Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

Oppgave 7

Middels

For å få godkjent må studenten vise:

i. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum "abstraksjon og generalisering")

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Avansert

For å få godkjent må disse punktene være oppfylt:

i. Figurtallet og oppgaven knyttet til den må gi mening. Det bør også være forklart hva som er nødvendige forkunnskaper for elevene, eller om oppgaven er en intro til figurtall. (Eks.: Å gi en kompleks figurtallsoppgave som inneholder trekant- og eller kvadrattall til 8.-klassinger som aldri har sett figurtall, er ikke rimelig.)

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven/aktiviteten er relevant mht kompetansemålet/-ene

iii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum "abstraksjon og generalisering")

iv. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Tallteori 13.02.23

Oppgave 1

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Det skal gis *både* formell og uformell forklaring.
Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Middels

Studenten må gjøre følgende for å få godkjent.

Det må gis en forklaring på hvorfor dette alltid er tilfellet. For eksempel kan en peke på at $0+1+2+3 = 6 = 1\cdot 4+2$. Skal vi nå til «neste i rekka», må vi legge til 1 på hvert tall i summen, dvs $(0+1)+(1+1)+(2+1)+(3+1)+ = (1\cdot 4+2)+4 = 2\cdot 4+2$. Skal vi begynne på for eksempel 256, må vi legge til 256 på alle. Det gir $(0+256)+(1+256)+(2+256)+(3+256) = (1\cdot 4+2)+4\cdot 256 = 256\cdot 4+2$. Vi ser altså at dette alltid ligger to over noe i firegangen, uansett hvilket naturlig tall vi starter på. Dermed kan ingen summer av fire påfølgende naturlige tall ha faktor 4.

Avansert

Studenten må gi en strukturert og logisk forklaring på hva minste B må være.

For eksempel kan en først peke på at $A = 6\cdot 210$. Siden B ikke skal være 210, må den inneholde minst én faktor til (og nøyaktig én å være minst mulig). Vi ser at A inneholder 2 og 3 i tillegg til 210, så B må inneholde faktoren 5. Dermed må $B = 5\cdot 210$.

Oppgave 2

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Middels

Studenten må besvare alle oppgavene.

Formelt: Ved hjelp av algebra.

Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt (se heftet for eksempler).

Avansert

Studenten må i besvarelsen få fram tydelig hvorfor dette alltid gjelder.

En naturlig løsning kan være å splitte i tre tilfeller:

i. Alle tall som er i tre er på formen $3n$. Kvadratttallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(3n)^2 = 9n^2 = 3 \cdot (3n^2)$, noe i tregangen

ii. Alle tall som er én over tregangen er på formen $3n + 1$. Kvadrattallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(3n + 1)^2 = 9n^2 + 6n + 1 = 3\left(3n^2 + 2n\right) + 1$, altså noe én over noe i tregangen.

iii. Alle tall som er to over noe i tregangen er på formen $3n+2$. Kvadrattallene som har oppgav fra disse tallene er derfor $(3n + 2)^2 = 9n^2 + 12n + 4 = 3\left(3n^2 + 4n + 1\right) + 1$, altså noe én over noe i tregangen.

Da dette dekker alle mulige kvadrattall har vi nå vist at de enten er i tregangen eller er én over noe i tregangen.

Oppgave 3

Studenten må besvare begge oppgavene.

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer.

Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Oppgave 4

Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Middels

Studenten må illustrere figurene og finne eksplisitt uttrykk med riktig teknikk.

Studenten må derfor utlede at formen på tillegget er $4n-3$, som gir at figurtall nummer $n$kan skrives som summen av tilleggene slik:

$$F_n = 1 + 5 + 9 + 13 + ... + 4n - 3.$$

Deretter må de jobbe med summen av tilleggene og bruke den eksplisitte formelen ved å bruke formelen for trekanttall (se heftet for teknikken om sum av tillegg).

Avansert

Studenten må besvare begge oppgavene.

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel. For eksempel kan en innse at de to ytterste firkantene er n^2, mens det skrå kvadratet kan deles inn i to "lag" som gir n^2 for det ene og $(n-1)^2$ for det andre. Totalt blir dette $\$2\mathrm{n}^{2+\mathrm{n}}2 + (\mathrm{n}\text{-}1)\hat{}2\ \$$.

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg som på middels.

Oppgave 5

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg*.

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg.

ii. Her *må* de ta differanse mellom T_n og T_{n-1} og gjøre regne seg fram til formen på tillegget

Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i). De må altså se at tilleggene øker med 6, noe som tilsier at formen på tillegget må være en lineær faktor med stigning 6. Fra dette bør de komme seg til

$$B_n = B_{n-1} + 6n$$

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $B_n - B_{n-1}$

Oppgave 6

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer.

i. Eksplisitt formel må utledes, og de må henvise til figuren.

   For eksempel kan det pekes på at det er et kvadrat med oddetalls sidelengde. Generelt er sidelengden $2n + 1$. I tillegg trekkes det fra fire trekanttall som *starter* en senere, altså trekkes det fra $4T_{n-1}$.

ii. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

Igjen kan de ta utgangspunkt i eksempelet gitt på (i) for å peke på hvordan utviklingen skjer.

Middels

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren. For eksempel kan de gjøre som i grunnleggende i tillegg til en annen geometrisk nedbrytning. Eventuelt kan de bruke andre teknikker (se heftet for teknikker). Blant annet kan de analysere tallfølgen og finne eksplisitt uttrykk ved hjelp av sum av tillegg.

Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

Oppgave 7

Middels

For å få godkjent må studenten vise:

i. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum ”abstraksjon og generalisering”)

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Avansert

For å få godkjent må disse punktene være oppfylt:

i. Figurtallet og oppgaven knyttet til den må gi mening. Det bør også være forklart hva som er nødvendige forkunnskaper for elevene, eller om oppgaven er en intro til figurtall. (Eks.: Å gi en kompleks figurtallsoppgave som inneholder trekant- og eller kvadrattall til 8.-klassinger som aldri har sett figurtall, er ikke rimelig).

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven/aktiviteten er relevant mht kompetansemålet/-ene

iii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum "abstraksjon og generalisering")

iv. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Tallteori 10.02.23

Oppgave 1

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Det skal gis *både* formell og uformell forklaring.
Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Middels

Studenten må gjøre følgende for å få godkjent.

Det må gis en forklaring på hvorfor dette alltid er tilfellet. For eksempel kan en peke på at $0+1+2+3+4 = 10 = 2 \cdot 5$. Skal vi nå til «neste i rekka», må vi legge til 1 på hvert tall i summen, dvs $(0+1)+(1+1)+(2+1)+(3+1)+(4+1) = 10+5 = 2 \cdot 5 + 5$. Skal vi begynne på for eksempel 256, må vi legge til 256 på alle. Det gir $(0+256)+(1+256)+(2+256)+(3+256)+(4+256) = 10+5 \cdot 256$. Vi ser altså at dette alltid vil fungere, uansett hvilket naturlig tall vi starter på. Dermed må alle summer av fem påfølgende naturlige tall ha felles faktor 5.

Avansert

Studenten må gi en strukturert og logisk forklaring på hva minste B må være.

For eksempel kan en først peke på at $A = 6 \cdot 210$. Siden B ikke skal være 210, må den inneholde minst én faktor til (og nøyaktig én å være minst mulig). Vi ser at A inneholder 2 og 3 i tillegg til 210, så B må inneholde faktoren 5. Dermed må $B = 5 \cdot 210$.

Oppgave 2

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene.

Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Middels

Studenten må besvare alle oppgavene.

Formelt: Ved hjelp av algebra.

Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt (se heftet for eksempler).

Avansert

Studenten må i besvarelsen få fram tydelig hvorfor dette alltid gjelder.

En naturlig løsning kan være å splitte i fire tilfeller:

i. Alle tall som er i firegangen er på formen $4n$. Kvadratttallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(4n)^2 = 16n^2 = 4\cdot(4n^2)$, noe i firegangen

ii. Alle tall som er én over firegangen er på formen $4n+1$. Kvadrattallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(4n+1)^2 = 16n^2 + 8n + 1 = 4\left(4n^2 + 2n\right) + 1$, altså noe én over noe i firegangen.

iii. Alle tall som er to over noe i firegangen er på formen $4n+2$. Kvadrattallene som har oppgav fra disse tallene er derfor $(4n+2)^2 = 16n^2 + 16n + 4 = 4\left(6n^2 + 4n + 1\right)$, altså noe i firegangen

iv. Alle tall som er tre over noe i firegangen er på formen $4n+3$. Kvadrattallene som har opphav fra disse tallene er derfor $(4n+3)^2 = 16n^2 + 24n + 8 + 1 = \ 4\left(4n^2 + 6n + 2\right) + 1$, altså noe én over noe i firegangen.

Da dette dekker alle mulige kvadrattall har vi nå vist at de enten er i firegangen eller er én over noe i firegangen.

Oppgave 3

Studenten må besvare begge oppgavene.

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer.

Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Oppgave 4

Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Middels

Studenten må illustrere figurene og finne eksplisitt uttrykk med riktig teknikk.

Studenten må derfor utlede at formen på tillegget er $3n-2$, som gir at figurtall nummer $n$kan skrives som summen av tilleggene slik:

$$F_n = 1 + 4 + 7 + 10 + ... + 3n - 2.$$

Deretter må de jobbe med summen av tilleggene og bruke den eksplisitte formelen ved å bruke formelen for trekanttall (se heftet for teknikken om sum av tillegg).

Avansert

Studenten må besvare begge oppgavene.

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel.

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg som på middels.

Oppgave 5

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg*.

Grunnleggende

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg.

ii. Her *må* de ta differanse mellom T_n og T_{n-1} og gjøre regne seg fram til formen på tillegget

Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i). De må altså se at tilleggene øker med 4, noe som tilsier at formen på tillegget må være en lineær faktor med stigning 4. Fra dette bør de komme seg til

$$H_n = H_{n-1} + 4n - 3$$

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $H_n - H_{n-1}$

Oppgave 6

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer. *Merk* at figuren ikke øker på en naturlig måte da *stammen* ikke passer inn i et godt mønster.

i. Eksplisitt formel må utledes, og de må henvise til figuren.

   For eksempel kan det pekes på at det er fire kvadrater som overlapper på 2 plasser, i tillegg til 2 trekanter og en konstant stamme på 10.

ii. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

   Igjen kan de ta utgangspunkt i eksempelet gitt på (i) for å peke på hvordan utviklingen skjer.

Middels

Merk at figuren ikke øker på en naturlig måte da *stammen* ikke passer inn i et godt mønster.

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren. For eksempel kan de gjøre som i grunnleggende i tillegg til en annen geometrisk nedbrytning. Eventuelt kan de bruke andre teknikker (se heftet for teknikker). Blant annet kan de analysere tallfølgen og finne eksplisitt uttrykk ved hjelp av sum av tillegg.

Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

Oppgave 7

Middels

For å få godkjent må studenten vise:

i. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum ”abstraksjon og generalisering”)

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Avansert

For å få godkjent må disse punktene være oppfylt:

i. Figurtallet og oppgaven knyttet til den må gi mening. Det bør også være forklart hva som er nødvendige forkunnskaper for elevene, eller om oppgaven er en intro til figurtall. (Eks.: Å gi en kompleks figurtallsoppgave som inneholder trekant- og eller kvadrattall til 8.-klassinger som aldri har sett figurtall, er ikke rimelig.)

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven/aktiviteten er relevant mht kompetansemålet/-ene

iii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum ”abstraksjon og generalisering”)

iv. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Tallteori 03.02.23

Oppgave 1

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares. Det skal gis *både* formell og uformell forklaring. Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner

Middels

Her må strukturen komme fram. Dette kan gjøres algebraisk eller med et konkret talleksempel, men det er viktig at de peker på den generelle strukturen som gjør at påstanden stemmer.

Avansert

Enten gjøre algebra ved å skrive tallene som ca og cb og forklare påstanden derifra. Eller med et talleksempel som får fram hvorfor det alltid gjelder!

Oppgave 2

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares. Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Middels

Alle oppgavene må besvares: Formelt: Algebra, Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt.

Avansert

Oppgaven løses mest naturlig algebraisk ved å først uttrykke alle primtall > 2 som for eksempel noe på formen 2n-1 eller 4n+1 og 4n+3 og deretter regne. Besvarelsen må få fram at det gjelder alltid gjelder

Oppgave 3

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall $(1000a + 100b + 10c + d)$ og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer. Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Oppgave 4

Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Middels

Her må det være med en illustrasjon. I tillegg *må* den eksplisitte formelen utledes ved å bruke sum av tillegg: Det vil si jobbe seg summen av tilleggene den eksplisitte formelen ved å bruke formelen for trekanttall.

Avansert

Studenten må besvare begge oppgavene.

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg sånn som på middels.

Oppgave 5

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg.*

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg

ii. Her *må* de ta differanse F_n og F_{n-1} og gjøre algebra for å komme fram til formen på tillegget.

Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i)
ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $H_n – H_{n-1}$

Oppgave 6

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer.

i. Eksplisitt formel må utledes, og de må henvise til figuren.

ii. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

Middels

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren. For eksempel kan de gjøre som i grunnleggende i tillegg til en annen geometrisk nedbrytning. Eventuelt kan de bruke andre teknikker (se heftet for teknikker). Blant annet kan de analysere tallfølgen og finne eksplisitt uttrykk ved hjelp av sum av tillegg.

Avansert

i. Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

Oppgave 7

Middels

For å få godkjent må studenten vise:

i. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum "abstraksjon og generalisering")

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Avansert

For å få godkjent må disse punktene være oppfylt:

i. Figurtallet og oppgaven knyttet til den må gi mening. Det bør også være forklart hva som er nødvendige forkunnskaper for elevene, eller om oppgaven er en intro til figurtall. (Eks.: Å gi en kompleks figurtallsoppgave som inneholder trekant- og eller kvadrattall til 8.-klassinger som aldri har sett figurtall, er ikke rimelig).

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven/aktiviteten er relevant mht kompetansemålet/-ene

iii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum "abstraksjon og generalisering")

iv. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Tallteori 27.01.23

Oppgave 1

Grunnleggende

Grunnleggende: Her må alle spørsmålene besvares. Det skal gis *både* formell og uformell forklaring. Formelt: Algebraisk. Grunnskoletilpasset: med ord og/eller illustrasjoner.

Middels

Her må strukturen komme fram. Dette gjøres gjerne ved et konkret talleksempel, men det er viktig at de peker på den generelle strukturen som gjør at sff*mfm = a*b

Avansert

Her må de skrive tosifra tall som a*10 + b og deretter gjøre noe algebra.

Oppgave 2

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares. Besvarelsene må inneholde, forklaringer, eksempler, definisjoner og illustrasjoner der dette påpekes i oppgaveteksten.

Middels

Alle oppgavene må besvares: Formelt: Algebra, Grunnskoletilpasset: Kan gjøres ved hjelp av et talleksempel der de drar ut strukturer/egenskaper som forklarer hvorfor det gjelder generelt (generisk eksempel). Kan også gjøres visuelt/ved hjelp av en figur; også da er det viktig at illustrasjonen viser strukturer/egenskaper som får frem hvorfor sammenhengen gjelder generelt.

Avansert

Her må man får frem struktur på en forståelig måte. For eksempel dele opp tallene slik: $6 \cdot 36 = 6 \cdot (30 + 6) = 6 \cdot 30 + 36$. Når vi skiller ut de 6 enerne ser vi at vi i hvert tilfelle får $6\cdot$ *et antall tiere* + 36. Med andre ord ender tallet på 6.

Oppgave 3

Formelt: Ta utgangspunkt i tre eller firesifra tall ($1000a + 100b + 10c + d$) og gjøre argumentene. Deretter *må* de peke på hvorfor dette også fungerer for tall med flere siffer. Grunnskoletilpasset: Ta utgangspunkt i et konkret eksempel og forklare strukturen. Igjen må det komme tydelig fram hvordan resultatet gjelder for et hvilket som helst antall sifre.

Oppgave 4

Grunnleggende

Studentene må besvare begge spørsmålene med riktig teknikk (se heftet).

Middels

Her må det være med en illustrasjon. I tillegg *må* den eksplisitte formelen utledes ved å bruke sum av tillegg: Det vil si jobbe seg fra $1+4+7+...+3n-2$ til $n^2 + \frac{n(n-1)}{2}$ ved hjelp av algebra og (mest sannsynlig) formelen for trekanttall.

Avansert

MERK: Her står det feil i oppgavetekst. Det skal være F_2 = 24

i. Her må de henvise til figuren (gjerne ved å ha tegnet den inn selv) og forklare hvordan den er brutt ned for å finne en eksplisitt formel

ii. Her må de igjen bruke sum av tillegg sånn som på middels

Oppgave 5

I begge oppgavene bes det om to teknikker. Se heftet for *differanse mellom eksplisitte uttrykk* og *form på tillegg*.

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares med riktig teknikk.

i. Her må de peke på formen på tillegget. Enten ved å peke på figuren og vise hvordan den utvikler seg generelt. Eller ved å peke på tilleggene i tallfølgen og forklare hvordan den utvikler seg

ii. Her *må* de ta $R_n - R_{n-1}$ og gjøre algebra for å komme fram til formen på tillegget.

Middels

Studenten må besvare alle spørsmålene med riktig teknikk. Her *må* det være med en illustrasjon.

i. Finne ved å peke på form på tillegg (se grunnleggende i)

ii. Finne uttrykket ved hjelp av å regne $H_n - H_{n-1}$

Oppgave 6

Grunnleggende

Her må alle spørsmålene besvares, og de må illustrere figurer

i. Eksplisitt formel må finnes, og de må henvise til figuren

ii. Her er ordlyden blitt litt dum. Her må de henvise til illustrasjonen for å få fram hvordan figuren utvikler seg rekursivt.

Middels

De må finne minst to eksplisitte uttrykk og det må gis en god nok forklaring på hvordan de har brutt ned figuren.

Avansert

Her må illustrere figuren (nok med de tre første), men strukturen må komme fram i hvordan figuren utvikler seg!

ii. Her må de peke på utviklingen i både figur og tallrekker for så å forklare hvordan de utvikler seg

iii. Finn eksplisitt på to forskjellige måter: Typisk kan det være: Bryte ned figur geometrisk, sum av tillegg, gauss-triks algebraisk, gauss-triks ved figur. Merk at å bryte ned figuren på flere måter teller som forskjellige måter

Oppgave 7

Middels

For å få godkjent må studenten vise:

i. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum "abstraksjon og generalisering")

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken knyttet til figurtall krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.

Avansert

For å få godkjent må disse punktene være oppfylt:

i. Figurtallet og oppgaven knyttet til den må gi mening. Det bør også være forklart hva som er nødvendige forkunnskaper for elevene, eller om oppgaven er en intro til figurtall. (Eks.: Å gi en kompleks figurtallsoppgave som inneholder trekant- og eller kvadrattall til 8.-klassinger som aldri har sett figurtall, er ikke rimelig).

ii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven/aktiviteten er relevant mht kompetansemålet/-ene

iii. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven henger sammen med kjerneelementet/-ene (minimum "abstraksjon og generalisering")

iv. Besvarelsen må tydelig vise hvordan matematikken i oppgaven krever algebraisk tenkning. Her må man enten referere til Alfa eller annen relevant kilde, eller forklare/begrunne så godt at man blir overbevist om at studenten har kontroll på hva algebraisk tenkning innebærer.