

Esercitazione N.6: Amplificatore operazionale: circuiti lineari

Gruppo BF

Andrea Luzio, Gianfranco Cordella, Valerio Lomanto

17 Novembre 2016

1 Scopo e strumentazione

Scopo dell'esperienza è quello di misurare le caratteristiche di circuiti costituiti da un amplificatore operazionale. Si analizzano dapprima l'amplificatore invertente e non; se ne misurano guadagno in funzione della frequenza e dell'ampiezza dell'ingresso. Si passa poi allo studio del circuito integratore e derivatore tramite l'analisi dei plot di bode e dello sfasamento tra ingresso e uscita. E' stato usato l'oscilloscopio per la misura delle d.d.p oscillanti ed il multimetro per quelli continui. Si è poi usato un generatore d'onda per la produzione di segnali oscillanti ed un generatore di tensioni continue per alimentare l'OpAmp.

2 Amplificatore invertente

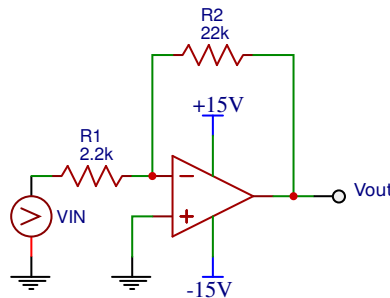


Figura 1: Amplificatore invertente.

Si è montato il circuito in figura (1) e si è scelto $R_1 = 2.27 \pm 0.03 \text{ k}\Omega$ e $R_2 = 22.1 \pm 0.3 \text{ k}\Omega$ e la frequenza del generatore in ingresso è $f = 1.0343 \pm 0.0005 \text{ kHz}$. Si è eseguito un fit lineare dei dati $V_{out} = aV_{in} + b$. Si sono considerati solo i dati con $V_{in} < 1.1 \text{ V}$. I risultati del fit in 2 sono :

$$a = 9.8 \pm 0.1$$

$$b = -0.02 \pm 0.04$$

$$\chi^2 = 4.70 \text{ (4 dof, } p = 0.32)$$

Provando a considerare anche i dati con V_{in} superiore al cut-off si ottengono valori del χ^2 con un p-value < 0.15 . Quindi supponiamo che tale cut-off sia la tensione limite oltre la quale si perde la linearità. Una verifica immediata si è fatta con l'oscilloscopio con $V_{in} = 2.76 \pm 0.02 \text{ V}$. Dalla 3 si osserva un clipping del segnale in uscita chiaro segno della non linearità del circuito. Il valore atteso del guadagno è $A = \frac{R_2}{R_1} = 9.7 \pm 0.2$ che è compatibile con quello ottenuto dal fit.

Si è poi misurata la resistenza di ingresso dell'amplificatore inserendo in serie a V_{in} una resistenza $R_s = 2.27 \pm 0.03 \text{ k}\Omega$ dello stesso ordine di grandezza di quella attesa. Poi è stato misurato V_{out} con e senza R_s inserita ottenendo rispettivamente $V_1 = 5.24 \pm 0.04 \text{ V}$ e $V_2 = 10.32 \pm 0.08 \text{ V}$. Da qui si ricava $R_{ing} = \frac{R_s V_1}{V_2 - V_1} = 2.34 \pm 0.07 \text{ k}\Omega$.

Tale valore è compatibile con quello atteso che è R_1 .

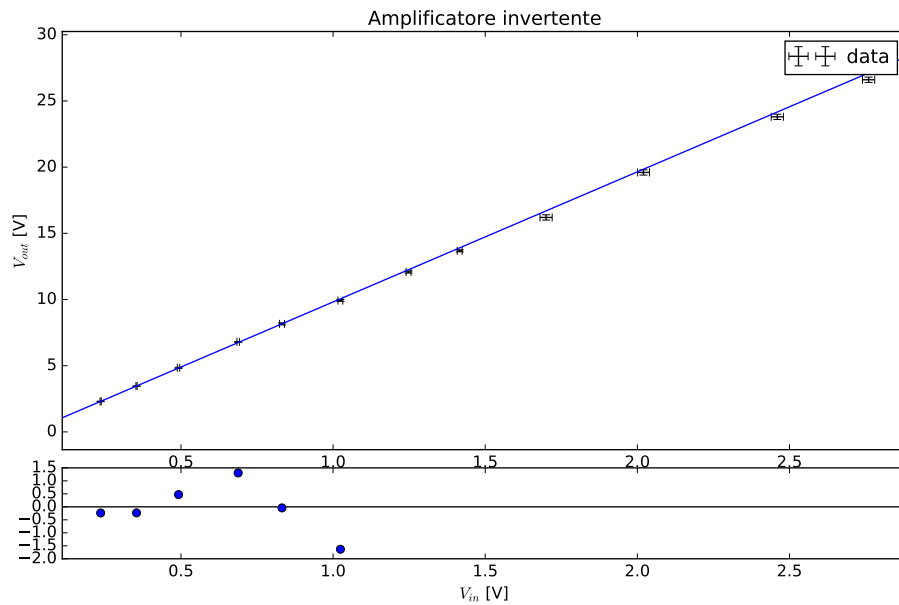


Figura 2: V_{out} in funzione di V_{in} per l'opamp invertente.

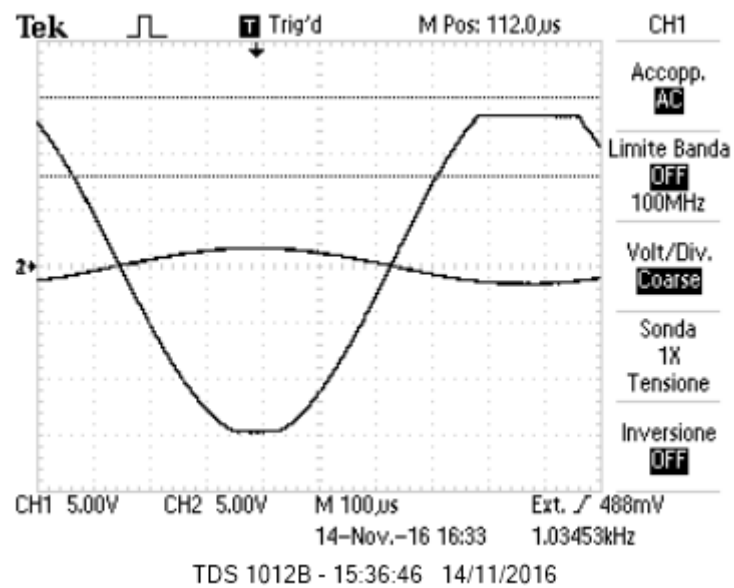


Figura 3: Clipping di V_{out} per l'opamp invertente.

3 Ancora amplificatore invertente

In questa sezione si vuole misurare la frequenza di taglio e lo slow rate del amplificatore così costruito.

3.1 Risposta in frequenza

Qui si vuole vedere il comportamento del OpAmp come circuito a un polo, dunque se ne vuole misurare la risposta in frequenza trovando una frequenza di taglio e un'attenuazione -20 dB/decade tipica dei passa-basso. L'ampiezza dell'ingresso, per risparmiare tempo, si è tenuta costante a 1.04 V . Quest'ultima scelta ha impedito di aumentare la frequenza oltre 1 MHz per mantenere le pendenze massime delle sinusoidi al di sotto della pendenza di slewrate (da datasheet 13 MV s^{-1}). I dati sono stati fittati con due rette (una retta affine, 2 parametri, una retta costante, 1 parametro), senza considerare gli errori di calibrazione degli strumenti, né l'errore sulla tensione di ingresso. I cut-off sulle frequenze scelti per separare la regione in cui l'amplificazione è costante e la regione in cui l'amplificazione scende a circa -20 dB/decade sono poste a 40 kHz e 400 kHz . I dati e i fit sono riassunti in figura 4

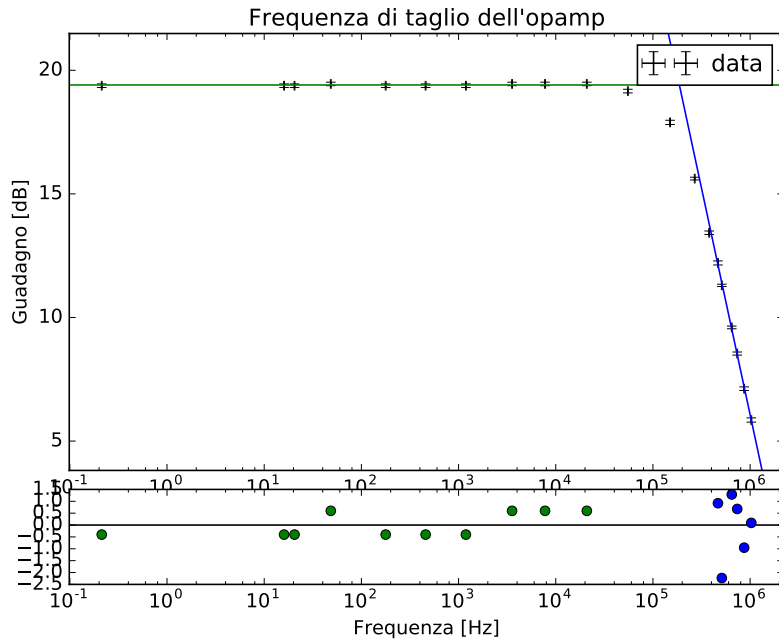


Figura 4: Plot di bode di dati e fit

Per la retta si sono ottenuti i seguenti parametri:

$$q = \chi^2 19.41 \pm 0.02\text{ dB}$$

$$\chi^2 = 2.40 \text{ (9 DoF, } p = 0.98)$$

Questo farebbe pensare a una sovrastima degli errori di lettura. In effetti per molti dati il segnale letto è uguale all'interno dell'errore di lettura. A questi dati grezzi va aggiunto l'errore di calibrazione e l'errore sulla tensione in ingresso. Dati σ_l l'errore su q dato dagli errori di lettura, σ_c l'errore su V_{out} dovuto alla calibrazione dell'oscilloscopio e σ_{in} l'errore totale sulla tensione in ingresso, si ottiene (propagando in quadratura e considerando indipendenti le fonti di errore, utilizzando come errore di calibrazione sulle misure dell'oscilloscopio il 3% del valore misurato): $\sigma_q^2 = \sigma_l^2 + 400(\frac{\sigma_{in}^2}{V_{in}^2} + \frac{\sigma_c^2}{V_{out}^2})$

Inserendo i dati si ottiene:

$$\sigma_q = 0.84$$

Dunque $q = 19.41 \pm 0.84$, compatibile con quanto atteso per il guadagno in continua.

Per la retta obliqua si ottiene invece:

$$m = -18.32 \pm 0.37\text{ dB/decade}$$

$$q = 116.0 \pm 2.2\text{ dB}$$

$$cov = -0.998 \quad \chi^2 = 2.19 \quad (4 \text{ DoF}, p = 0.70)$$

Anche qui vanno aggiunti gli errori di calibrazione sulle tensioni di ingresso e uscita. Per quanto riguarda q la correzione da apportare è la stessa, dunque si ottiene un valore di:

$$q = 116.0 \pm 2.3 \text{ dB}$$

Per quanto riguarda m si è stimato di calibrazione sul rapporto incrementale di due punti presi a caso con gli errori di calibrazione. Si è ottenuto: $m = -18.3 \pm 1.8 \text{ dB/decade}$

Con questi dati si può stimare la frequenza di taglio come la frequenza di intersezione delle due rette:

$$f_t = 187.070 \pm 0.080 \text{ kHz}$$

3.2 Slew-rate

In questa sezione lo scopo è misurare lo slew-rate del componente. Per fare questo ci si è inviata in ingresso un onda quadra di ampiezza 1.04 V e frequenza 1 kHz . Si è ottenuto il comportamento mostrato in figura 5. Esso a prima vista sembra compatibile con il normale comportamento di un circuito ad un polo sotto un segnale a scalino

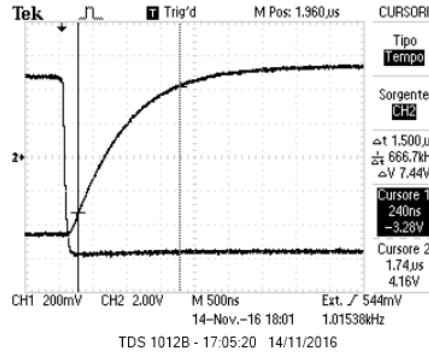


Figura 5: Output dell'onda quadra

ma, nonostante tutto, nella prima parte della salita 7 si può notare uno scostamento dalla natura esponenziale attesa.¹ Per discernere il tratto in cui lo slow-rate si fa sentire dal normale comportamento da passa-basso si sono fittati i dati con una curva esponenziale del tipo $V_{out} = V_a - V_b e^{-t/\tau}$ 6 (acquisiti al computer tramite l'oscilloscopio) con un cut-off inferiore sui tempi mobile 7 (il componente inizia la salita $1.5 \times 10^{-7} \text{ s}$ dopo il triggering, si è spostato il punto di cut-off in una finestra tra $1.5 \times 10^{-7} \text{ s}$ a $3.0 \times 10^{-7} \text{ s}$) Si è dunque plottata il p-value in funzione del punto di cut-off 8.

Le cose notevoli sono:

-La probabilità va a 1, dunque gli errori sono evidentemente sovrastimati

-Nonostante ciò, la probabilità scende a zero se si considerano dati troppo vicini a $1.5 \times 10^{-7} \text{ s}$.

Per fittare la retta che dovrebbe dare il nostro slow-rate si è deciso di prendere il valore del cut-off per il quale la probabilità di ottenere un χ^2 così elevato fittando giustamente con un esponenziale sia del 0.5%, ovvero un tempo finale di $1.97 \times 10^{-7} \text{ s}$ dopo il triggering.

In questa finestra di tempi si è dunque fatto un fit alla retta affine $V_{out} = At + B$ dove il parametro A dovrebbe essere proprio lo slew-rate. Con il fit in figura 9 (retta affine) si sono ottenuti i seguenti dati:

$$SR = 8.56 \pm 0.67 \text{ MV/s}$$

$$B = -5.60 \pm 0.11 \text{ V intercetta, parametro inutile}$$

$$corr = -0.99$$

$$\chi^2 = 8.8 \quad (22 \text{ Dof } p = 0.994)$$

Si noti che anche qui si ha un valore di χ^2 troppo elevato, forse causato dalla sovrastima dell'errore di digitalizzazione. Il parametro risulta comunque non in disaccordo con il valore di riferimento 13 MV/s , da datasheet come valore tipico.

¹In effetti con una misura più accurata in laboratorio si sarebbe potuto evitare un'analisi dati così complessa

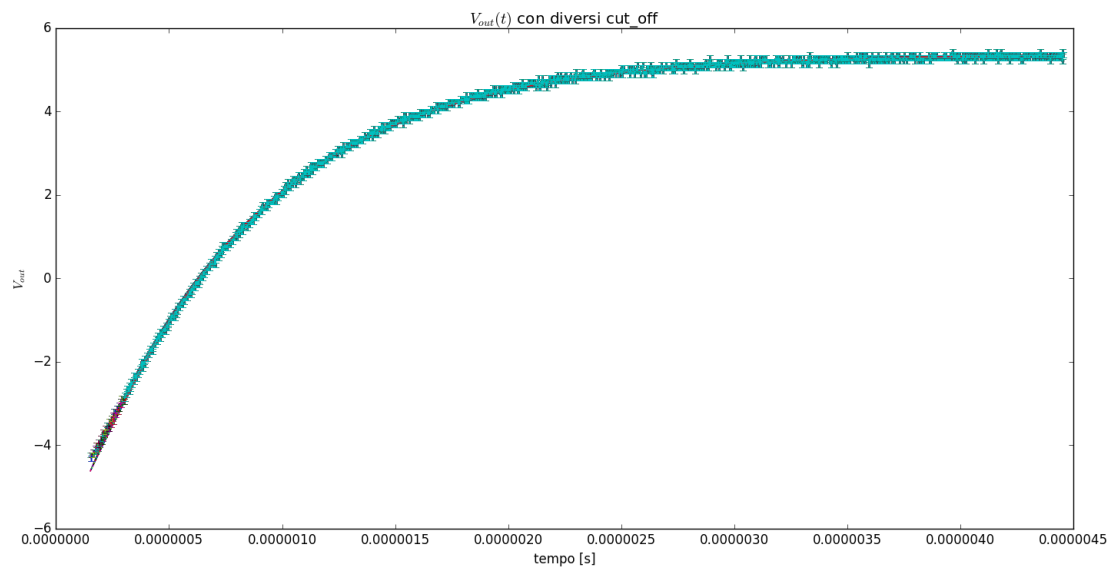


Figura 6: Output dell'onda quadra, fittato con cut-off variabili

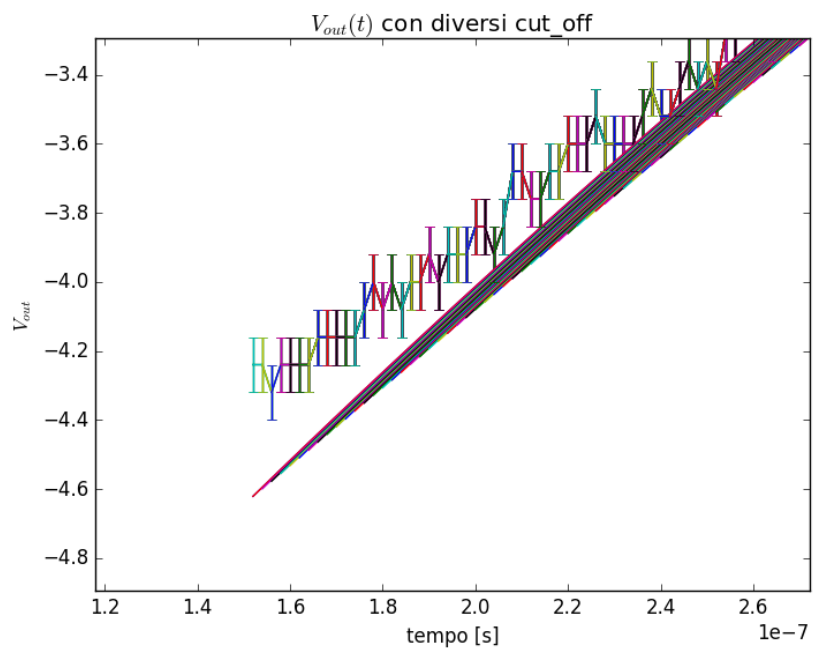


Figura 7: Dettaglio dei fit, nella zona di interesse

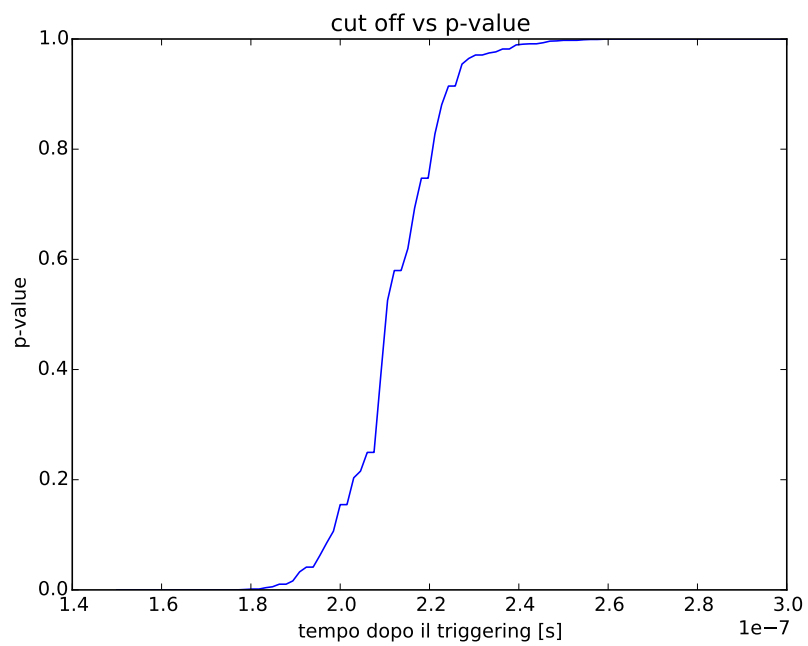


Figura 8: P-value in funzione del cut-off

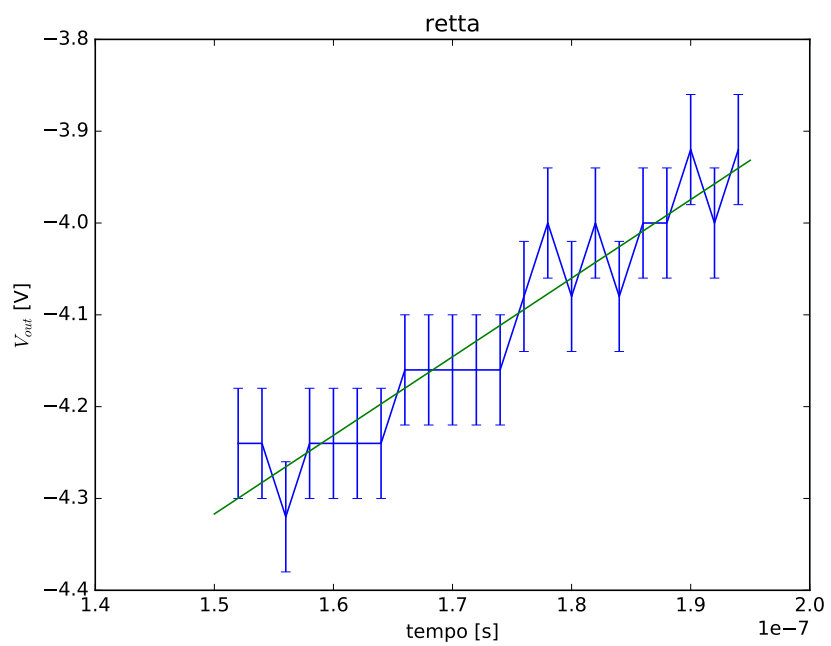


Figura 9: Fit dello slow-rate

4 Amplificatore non invertente

In questa sezione si studia il comportamento dell'amplificatore non invertente, in particolare si verifica che variando il valore dell'amplificazione (modificando la resistenza del trimmer) la banda passante verifica la ben nota formula $Af_t = \text{cost.}$

Il circuito è stato montato con una resistenza $R_1 = 214 \pm 3 \Omega$. La tensione di ingresso si è mantenuta sempre $V_{in} = 1.04 \pm 0.03 \text{ V}$ picco-picco. Per stimare la frequenza di taglio si è usato il metodo dei -3dB . Per dare una stima dell'errore sulla frequenza si è variata la stessa fin quando l'output era compatibile con l'attenuazione richiesta. Si sono inoltre misurate le resistenze del trimmer per ogni misura.

I dati ottenuti, riassunti in figura 10, con il risultato: $Af_H = 2.11 \pm 0.05 \text{ MHz}$

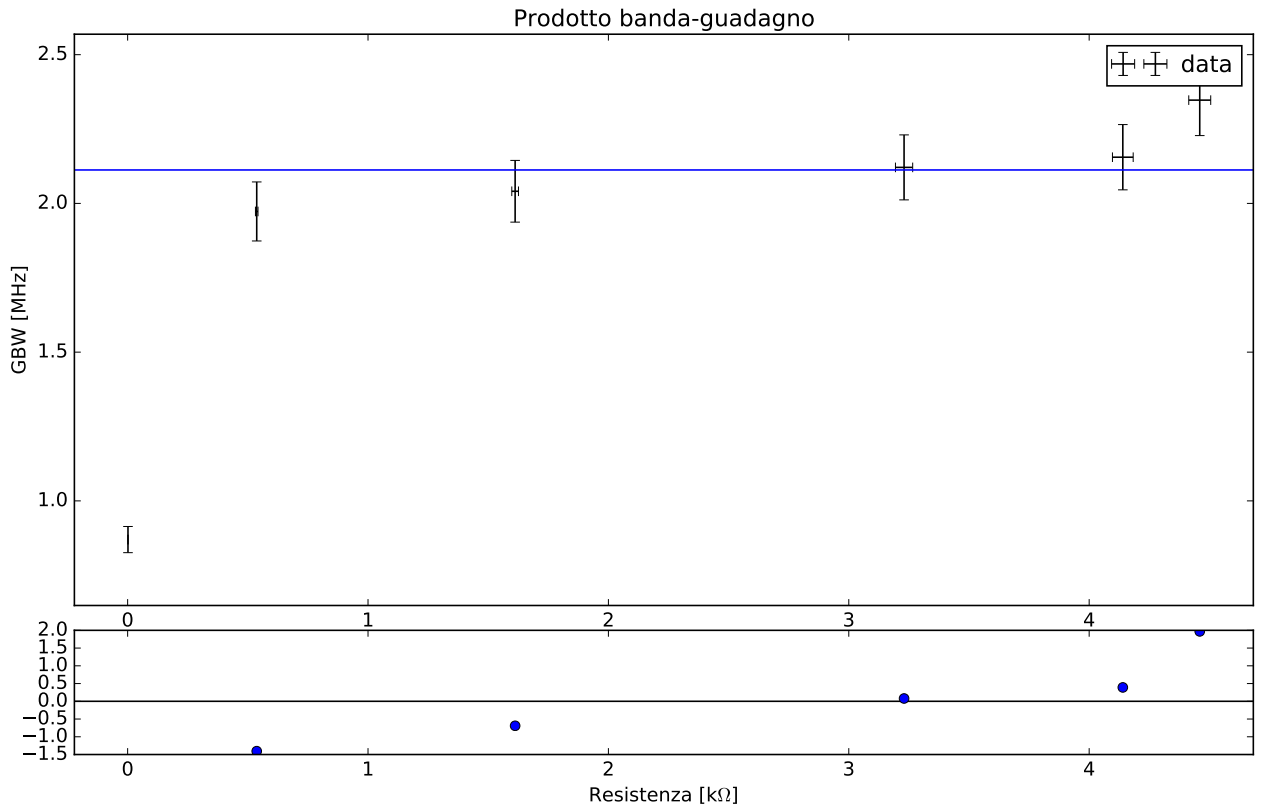


Figura 10: Prodotto banda-guadagno per diversi valori della resistenza del trimmer

5 Circuito integratore

Si è montato il circuito in 11 con $R_1 = 0.981 \pm 0.009 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 9.87 \pm 0.09 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 48 \pm 2 \text{ nF}$. L'ampiezza picco-picco di $V_{in} = 2.08 \pm 0.02 \text{ V}$. Al variare della frequenza si è misurato V_{out} con l'oscilloscopio. La frequenza è stata misurata con il frequenzimetro dell'oscilloscopio e lo sfasamento tra V_{in} e V_{out} si è ricavato dalla misura dell'intervallo di tempo ΔT tra le due intersezioni delle onde in ingresso e uscita con l'asse delle ascisse². Da questa misura si ricava lo sfasamento: $\Delta\phi = 2\Delta T f$.

Per quanto riguarda il guadagno in frequenza sono stati eseguiti due fit (in 12), uno nella parte piatta dei dati cioè a basse frequenze ed un altro ad alte frequenze per studiare i due limiti del circuito integratore, rispettivamente $f \ll f_t$ e $f \gg f_t$. Per f_t si intende la frequenza di taglio del circuito integratore pari a $f_t = \frac{1}{2\pi R_2 C_1} = 335 \pm 16 \text{ Hz}$.

²Tale asse orizzontale corrisponde per ogni onda ad una tensione costante pari al proprio valor medio

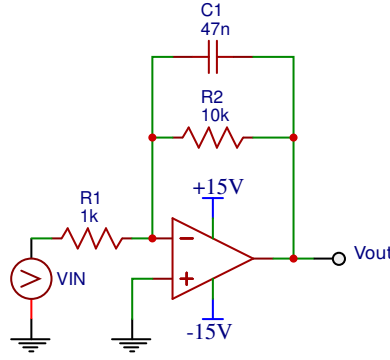


Figura 11: circuito integratore con OpAmp.

Il fit a basse frequenze ($f < 50$ Hz) è stato eseguito con una costante e i risultati sono :

$$A_v = 20.05 \pm 0.02$$

$$\chi^2 = 4.79 \text{ (4 dof, } p = 0.31)$$

Il fit ad alte frequenze ($f > 2$ kHz) è stato eseguito con una funzione lineare $A_v(dB) = a \log_{10} f + b$ e i risultati sono:

$$a = -19.8 \pm 0.2 \frac{\text{dB}}{\text{decade}}$$

$$b = 69.9 \pm 0.4 \text{ dB}$$

$$\chi^2 = 3.89 \text{ (5 dof, } p = 0.56)$$

Il valore atteso del guadagno a basse frequenze è $A_v = 20 \log_{10} \frac{R_2}{R_1} = 20.1(2) \text{ dB}$ compatibile con il valore ottenuto dal fit. Ad alte frequenze la pendenza della retta è compatibile con $-20 \frac{\text{dB}}{\text{decade}}$.

E' stato eseguito anche un fit allo sfasamento() con un modello non lineare $\Delta\phi = \arctan \frac{-f}{f_t}$ e si è ottenuto:

$$f_t = 321 \pm 2 \text{ Hz}$$

$$\chi^2 = 62.21 \text{ (16 dof, } p = 0)$$

Il valore della frequenza di taglio risulta compatibile con quello atteso prima calcolato.

Si è poi verificata la risposta del circuito ad un'onda quadra di frequenza $f = 10.6 \pm 0.1$ kHz. Con un'ampiezza di $V_{in} = 3.63 \pm 0.02$ V si è ottenuta un'ampiezza di $V_{out} = 1.90 \pm 0.02$ V quindi $A_v = -5.6 \pm 0.2$ dB.

Dai grafici in 14, in 15 e in 16 si nota che all'aumentare della frequenza l'onda quadra viene sempre meglio integrata, soprattutto quando $f > f_t$. Tuttavia a frequenze molto elevate si nota che il tempo in cui l'onda quadra è alta o bassa è molto minore di quello necessario al condensatore per caricarsi, quindi la tensione ai capi di quest'ultimo rimane costante.

Il ruolo di R_2 è quello di stabilizzare il circuito integratore in modo che l'OpAmp non vada subito in saturazione se in ingresso c'è una componente continua. Inserendo tale resistenza il polo della funzione di trasferimento presente nello zero viene spostato in $-\frac{1}{R_2 C_1}$. Così facendo si rimuove la divergenza del guadagno per frequenze nulle.

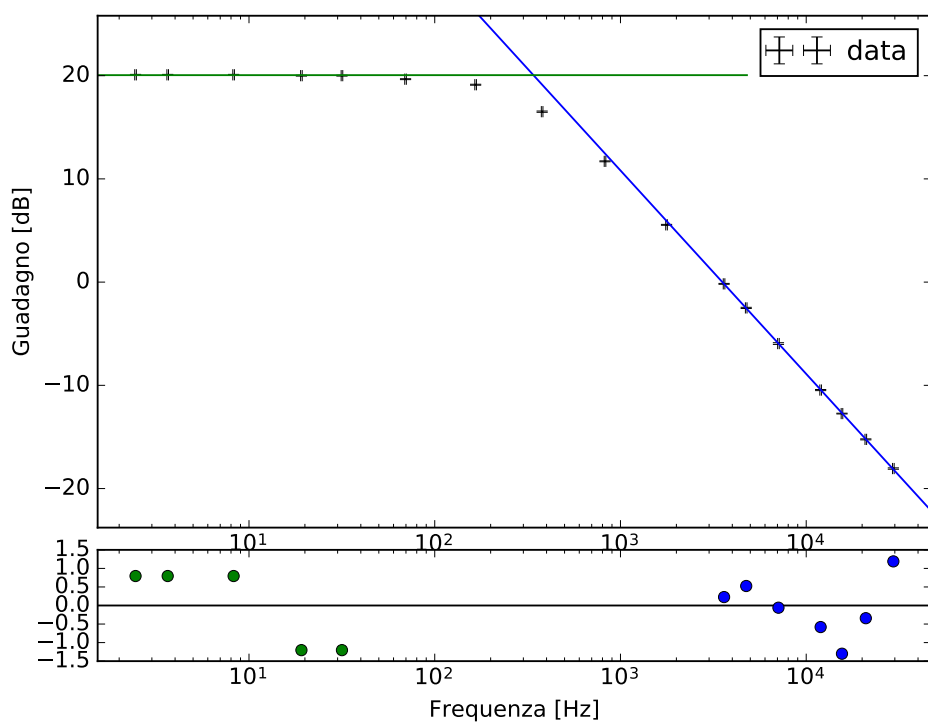


Figura 12: plot di bode del guadagno del circuito integratore.

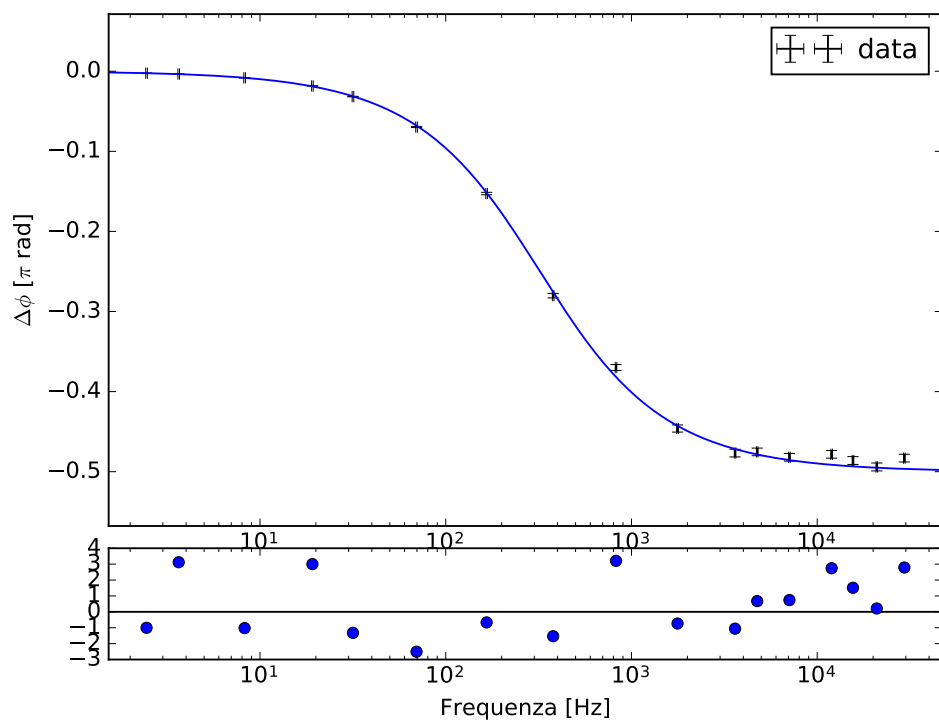


Figura 13: fase in unità π del circuito integratore in funzione della frequenza.

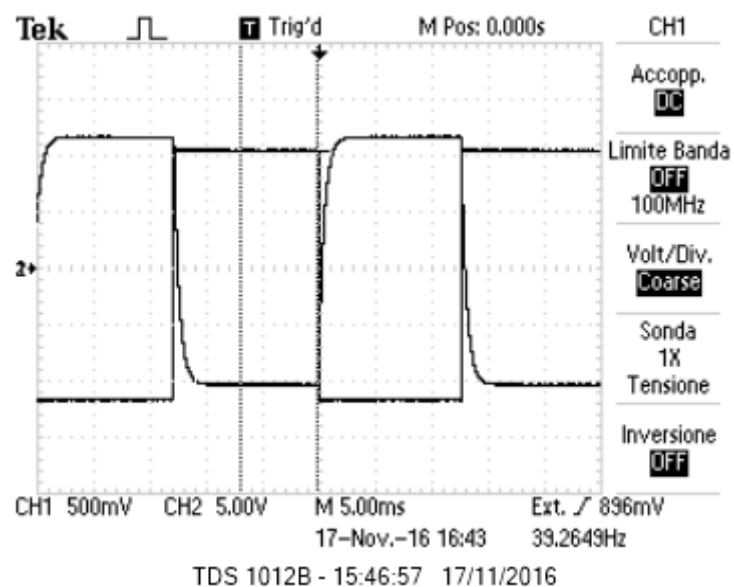


Figura 14: Risposta integratore ad un onda quadra di frequenza 39 Hz.

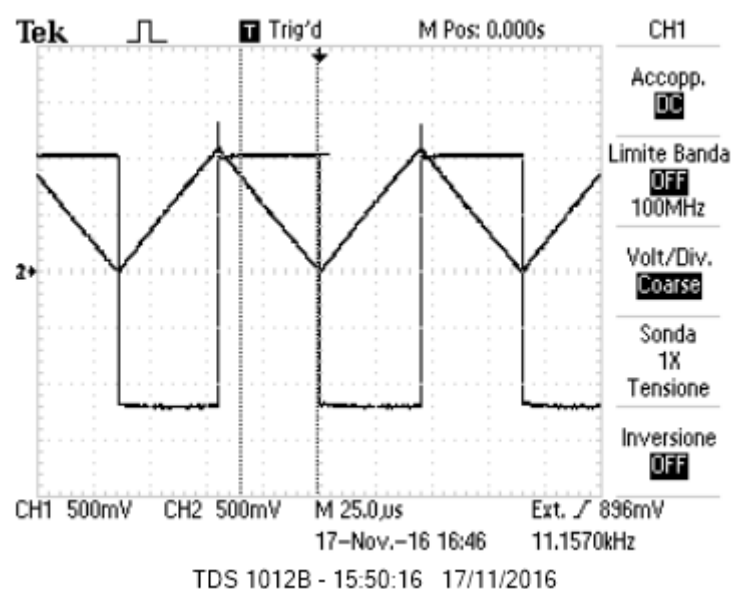


Figura 15: Risposta integratore ad un onda quadra di frequenza 11 kHz.

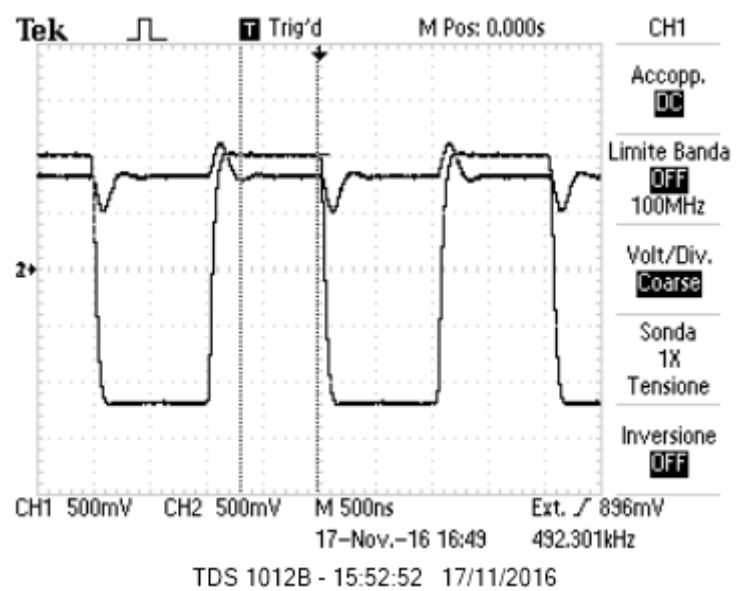


Figura 16: Risposta integratore ad un onda quadra di frequenza 492 kHz.

6 Circuito derivatore

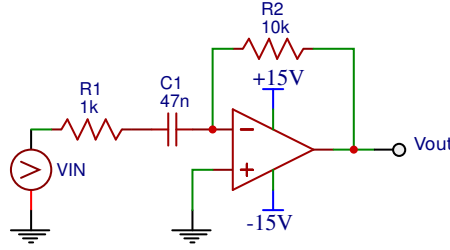


Figura 17: Circuito derivatore realizzato con l'opamp.

Si è montato il circuito in 17 con $R_1 = 0.981 \pm 0.009 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 9.87 \pm 0.09 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 48 \pm 2 \text{ nF}$. Al variare della frequenza si è misurato V_{out} con l'oscilloscopio, mantenendo l'ampiezza picco-picco di $V_{in} = 2.08 \pm 0.02 \text{ V}$. La frequenza è stata misurata con il frequenzimetro dell'oscilloscopio e lo sfasamento tra V_{in} e V_{out} si è ricavato dalla misura dell'intervallo di tempo ΔT tra le due intersezioni delle onde in ingresso e uscita con l'asse delle ascisse³. Da questa misura si ricava lo sfasamento: $\Delta\phi = 2f\Delta T$.

Per quanto riguarda il guadagno in frequenza sono stati eseguiti due fit (in 18 e 19), uno nella parte piatta dei dati cioè a basse frequenze ed un altro ad alte frequenze per studiare i due limiti del circuito derivatore, rispettivamente $f \ll f_t$ e $f \gg f_t$, dove $f_t = \frac{1}{2\pi R_1 C_1} = 3.38 \pm 0.12 \text{ Hz}$ è la frequenza di taglio. Si sono escluse le frequenze molto alte ($> 50 \text{ kHz}$) poiché, avvicinandoci alla frequenza di taglio dell'opamp, i dati visibilmente non seguivano l'andamento previsto per il circuito derivatore.

Ad alte frequenze ($f > 13 \text{ kHz}$) è stato eseguito il fit di un valore costante, ottenendo il risultato :

$$A_V = 20.3 \pm 0.7 \text{ dB}$$

$$\chi^2 = 11.2 (4 \text{ dof}, p = 0.024)$$

A basse frequenze ($f < 800 \text{ Hz}$) è stato eseguito il fit di $A_V = m \log_{10} f / \text{Hz} + q$ e i risultati sono:

$$m = -19.9 \pm 0.6 \text{ dB/decade}$$

$$q = -50.0 \pm 1.1 \text{ dB}$$

$$\chi^2 = 10.1 (8 \text{ dof}, p = 0.26)$$

Il valore atteso del guadagno ad alte frequenze è $A_V = 20 \log_{10} \frac{R_2}{R_1} = 20.1(2) \text{ dB}$ compatibile con il valore ottenuto dal fit. A basse frequenze la pendenza della retta è compatibile con -20 dB/decade . L'alto χ^2 per il fit dell'amplificazione costante è probabilmente dovuto al fatto che l'intervallo di frequenze su cui potevamo lavorare (quelle comprese tra le frequenze di taglio dell'opamp e del circuito derivatore) era troppo stretto perché si potesse effettivamente assumere che entrambi i due fattori vi restassero approssimativamente costanti; la distribuzione dei residui è un'ulteriore indicazione che questa potrebbe effettivamente essere la causa (sarebbe certamente spiegata da una curva di guadagno ancora concava anziché essenzialmente piatta).

L'intersezione della retta costante e della retta a -20 dB/decade dà per f_t un valore di $3.34 \pm 0.04 \text{ kHz}$, compatibile con quanto previsto.

E' stato eseguito anche un fit dello sfasamento del segnale con la funzione $\Delta\phi = \arctan \frac{-f}{f_t}$ e si è ottenuto:

$$f_t = 3.37 \pm 0.06 \text{ kHz}$$

$$\chi^2 = 24.67 (12 \text{ dof}, p = 0.0164)$$

Anche questo valore della frequenza di taglio risulta compatibile con quello atteso prima calcolato. L'alto χ^2 è qua dovuto probabilmente agli errori sistematici (di cui non viene tenuto conto nel fit, poiché correlati tra i dati) sulle misure di ΔT a bassa frequenza, che teoricamente dovrebbero (qualunque siano

³Tale asse orizzontale corrisponde per ogni onda ad una tensione costante pari al proprio valor medio

le caratteristiche del circuito derivatore) dare un $\Delta\phi$ di $\pi/2$ rad mentre sembrano invece nei nostri dati assestarsi su valori poco minori.

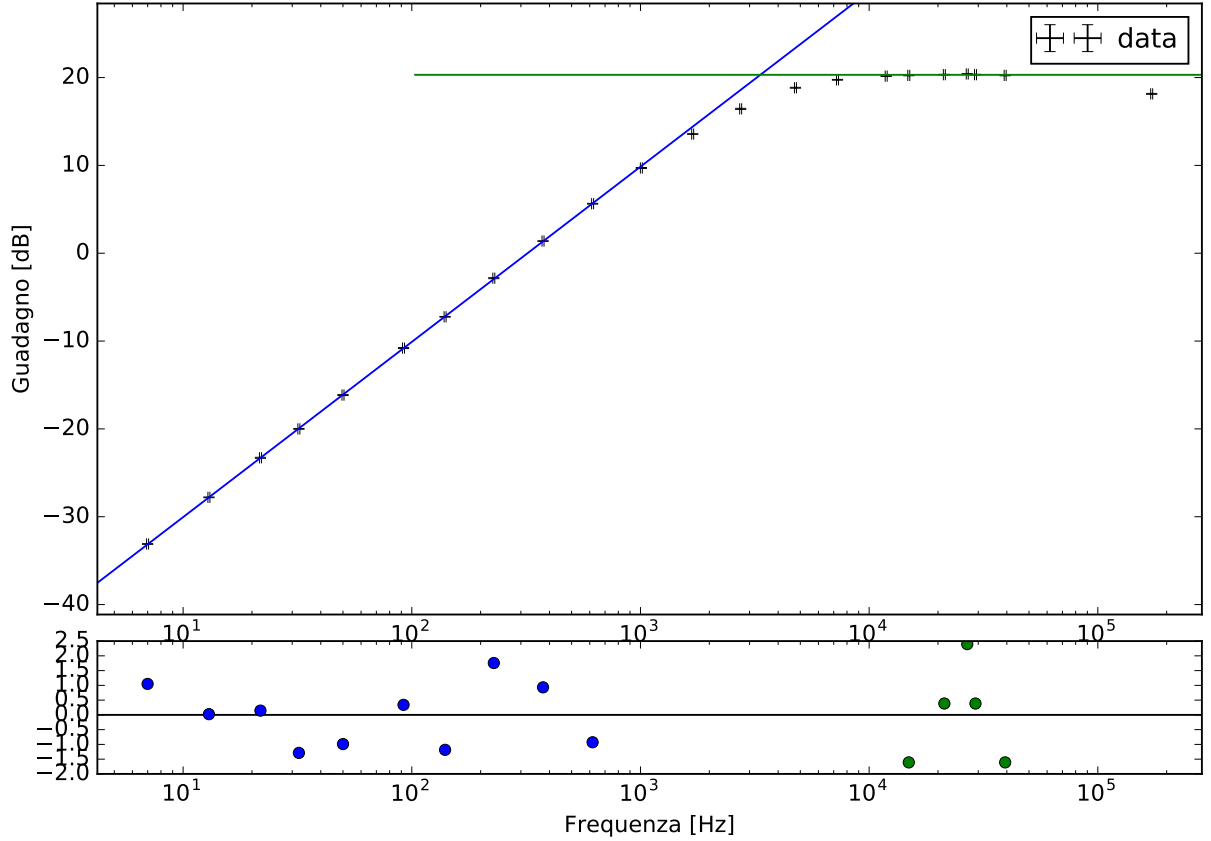


Figura 18: Bode plot del guadagno del circuito derivatore.

Si è poi verificata la risposta del circuito ad un'onda triangolare di frequenza $f = 97.87 \pm 0.15$ Hz. Con un'ampiezza di $V_{in} = 2.26 \pm 0.05$ V si è ottenuta un'ampiezza di $V_{out} = 2.04 \pm 0.08$ V.

Dai grafici in 20, in 21 e in 22 si nota che all'aumentare della frequenza (avvicinandocisi alla frequenza di taglio) l'output assomiglia sempre meno ad un'onda quadra, mentre a frequenze più basse la derivazione della triangolare in input sembrerebbe più regolare, ma visto il ridursi dell'ampiezza, il maggior impatto del rumore non permette di apprezzare gli eventuali miglioramenti sulla forma d'onda in uscita. Il ruolo di R_1 è quello di stabilizzare il circuito derivatore riducendo il guadagno alle alte frequenze; ciò permette sia di controllare meglio il comportamento del circuito (eliminando l'influenza del comportamento caratteristico dell'opamp in saturazione) sia di evitare un'eccessiva amplificazione del rumore ad alta frequenza, che essendo sempre presente rischierebbe altrimenti di sovrastare il segnale (o quantomeno di essere sempre molto significativo). Analizzando il circuito in trasformata di Laplace, aggiungendo R_1 il polo della funzione di trasferimento passa da $s = \text{inf}$ a $s = -\frac{1}{R_2 C_1}$: si rimuove la divergenza del guadagno per alte frequenze.

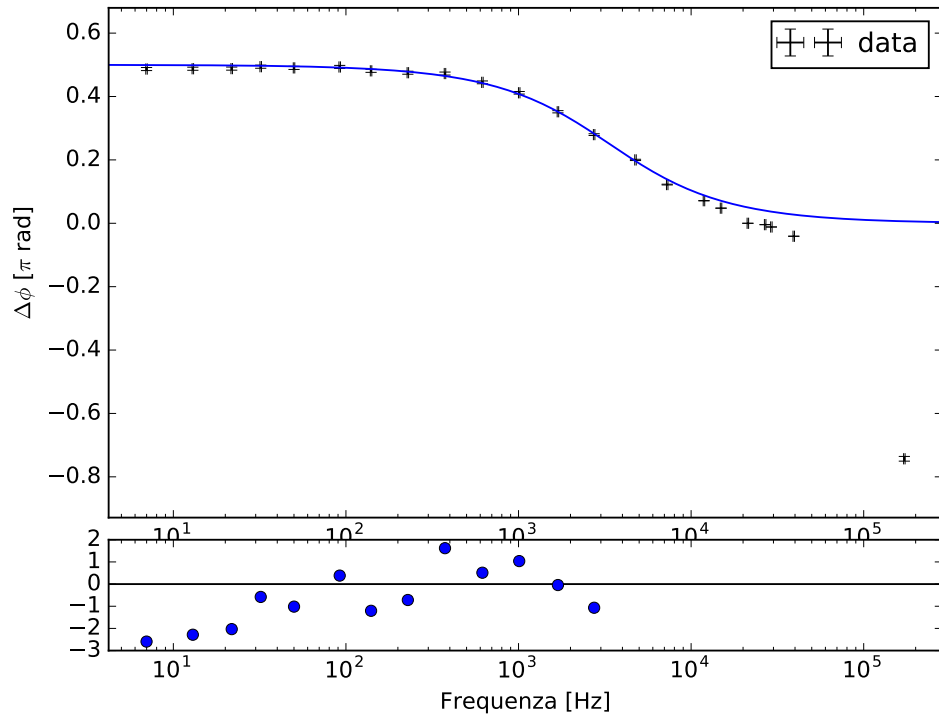


Figura 19: Sfasamento (in unità di π rad) del circuito derivatore in funzione della frequenza.

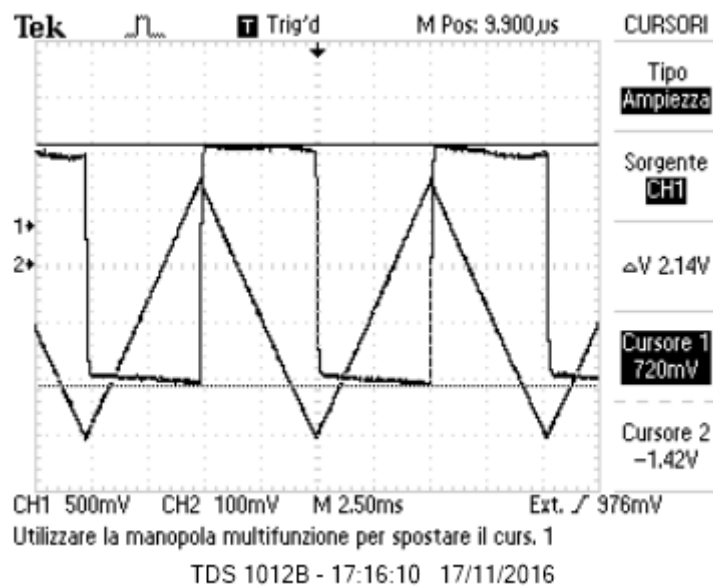


Figura 20: Risposta derivatore ad un onda triangolare di frequenza 39 Hz.

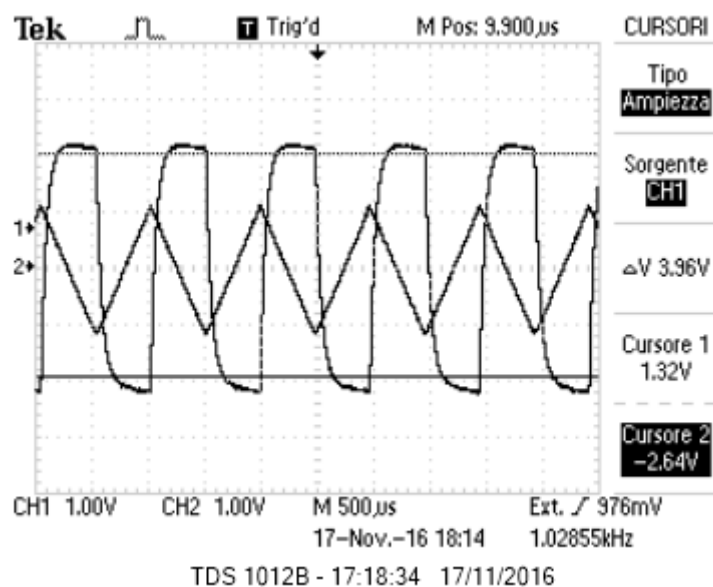


Figura 21: Risposta derivatore ad un onda triangolare di frequenza 11 kHz.

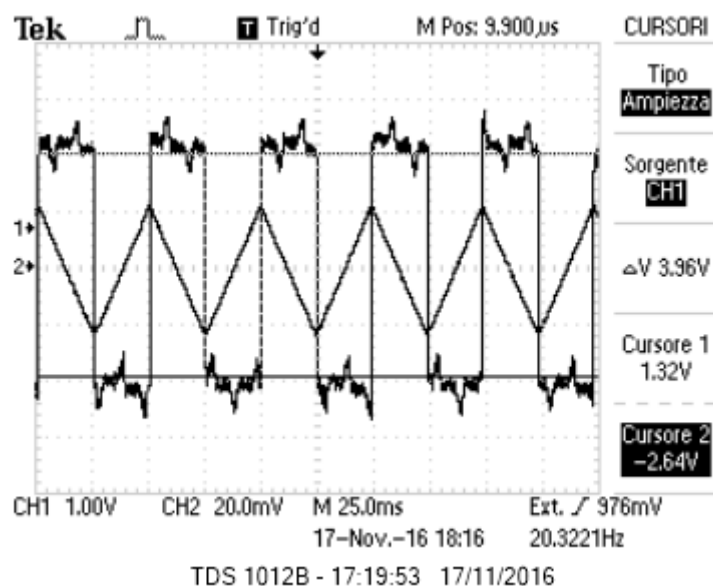


Figura 22: Risposta derivatore ad un onda triangolare di frequenza 492 kHz.