

Ejercicio 3. Ecuación logística

$$\frac{dy(t)}{dt} = \lambda y(1-y)$$

para $0 < t \leq T_{\max}$

$$y(0) = y_0$$

Condición inicial

y_0 : Población inicial

$$\lambda > 0 \text{ y } T_{\max} = h\epsilon \cdot N_t$$

Selección Exacta: $y(t) = \frac{y_0}{y_0 + (1-y_0)e^{-\lambda t}}$

Aproximar el crecimiento de la población usando el método forward Euler.

(a) Escribir la fórmula del método para este caso e implementarlo en Python.

forward Euler

fórmula

$$y_{n+1} = y_n + h\epsilon f(t_n, y_n) \quad \text{para } n=0, 1, 2, \dots, N_t-1$$

Sustituyendo

$$y_{n+1} = y_n + h\epsilon \lambda y_n(1-y_n)$$

$$y_{n+1} = y_n + h\epsilon \lambda y_n - h\epsilon \lambda y_n^2$$

$$y_{n+1} = y_n + h\epsilon \lambda y_n - h\epsilon \lambda y_n^2$$

$$y_{n+1} = (1+h\epsilon \lambda) y_n - h\epsilon \lambda y_n^2$$

$$y_1 = A y_0 - h\epsilon \lambda y_0^2$$

$$A = (1+h\epsilon \lambda)$$

B) Reproducir la gráfica que se muestra en la siguiente lámina para $\lambda = 10$, $y_0 = 0.001$, $T_{max} = 1$ y $N_t = 4, 16, 64$

- Programación en Python

```
File Edit Search Source Run Debug Consoles Projects Tools View Help
C:\Users\andy_\GeoMac_Tareas\Examen 2\untitled0.py
Ejercicio2_Ex2.py x untitled0.py* x Funciones_D1.py x
1  # -*- coding: utf-8 -*-
2  """
3  Created on Mon Dec 14 13:51:22 2020
4
5  @author: andy_
6  """
7
8  import numpy as np
9  import matplotlib.pyplot as plt
10
11  def mesh (a, b, Nt ):
12      """
13      Esta función genera la malla del problema
14
15      Parameters
16      -----
17      a : float
18          Valor al inicio del dominio.
19      b : float
20          valor al final del dominio.
21      Nt : float
22          Número de pasos en el tiempo.
23
24      Returns
25      -----
26      ht : float
27          Tamaño del paso en el tiempo.
28
29      """
30      ht = (b-a)/Nt
31      return ht
32
33  def exactSolution (t, y0 , lam ):
34      """
35      Esta función calcula la solución exacta del problema
36
37      Parameters
```

```
Spyder (Python 3.8)
File Edit Search Source Run Debug Consoles Projects Tools View Help
C:\Users\andy_\GeoMac_Tareas\Examen 2\untitled0.py
Ejercicio2_Ex2.py x untitled0.py* x Funciones_D1.py x
104  norma_error_f_16 = np.linalg.norm(yf_16 - y_exac_16 ,2)
105
106
107  Nt_64 = 64
108  ht_64 = mesh (0, Tmax , Nt_64)
109  t_64 = np. linspace (0, Tmax , Nt_64 +1)
110  yf_64 = np. zeros (Nt_64 +1)
111  yf_64 [0] = y0
112  An_64 = forwardEuler (yf_64 , ht_64 , lam )
113  t_64 = np. linspace (0, Tmax , Nt_64 +1)
114  y_exac_64 = exactSolution (t_64, y0 , lam)
115  norma_error_f_64 = np.linalg.norm(yf_64 - y_exac_64 ,2)
116
117
118  Ecuacion = ' $y(t) = y_0 / y_0 + (1-y_0) (e^{-(\lambda t)})$, '
119  #Error = ' , Error : FE = { :10.9f}, BE = { :10.9f}'. format ( norma_error_f , norma_error_b )
120
121
122  plt.style.use(['Solarize_Light2'])
123  #fig,(ax1 , ax2 ) = plt.subplots(2 ,1)
124  plt.subplot ( ' Equación Logística ', fontsize =14)
125  plt.plot (t1 , y_exacta , 'm-', lw =3, label = 'Sol. Exacta ')
126  plt.plot (t , yf , 'C7o--', label = 'FE. Nt = 4, Error = { :10.5f}'.format(norma_error_f ))
127  plt.plot (t_16, yf_16 , 'C6', label = 'FE. Nt = 16, Error = { :10.5f}'.format(norma_error_f_16))
128  plt.plot (t_64, yf_64 , 'C6', label = 'FE. Nt = 64, Error = { :10.5f}'.format(norma_error_f_64))
129  plt.title ( Ecuacion, font
130  plt.xlim ( 0, 1)
131  plt.ylim ( 0 ,1)
132  plt.xlabel (' $t$ ')
133  plt.ylabel (' $y(t)$ ')
134  plt.legend (loc='upper left', ncol =1, framealpha =0.75 , fancybox =True , fontsize =10)
135  plt.grid ( color = 'w')
136
137  plt.subplots_adjust ( hspace =0.35)
138  plt.savefig('decaimiento_NT_{ }.pdf'.format(Nt_4))
139  plt.show ()
```

- Gráficas de la Solución Exacta y para $Nt = 4, Nt = 16$ y $Nt = 64$

