

Ejercicios Estadística II

Universidad Externado de Colombia

1. Muestreo y Estimación Puntual

1. Usando un ordenador, genere 50 muestras de las distribuciones:

- Uniforme entre 10 y 20
- Exponencial con $\lambda = 2$
- Poisson con $\lambda = 1$

Calcule la media muestral y haga un histograma.

2. Se ha tomado una muestra de los precios de un mismo producto alimenticio en 16 comercios, elegidos al azar en un barrio de una ciudad, y se han encontrado los siguientes precios: 95, 108, 97, 112, 99, 106, 105, 100, 99, 98, 104, 110, 107, 111, 103, 110.

Suponiendo que los precios de este producto se distribuyen según una distribución normal de varianza 25 y media desconocida:

- a ¿Cuál es la distribución de la media muestral?
- b Determine el intervalo de confianza, al 95 %, para la media poblacional.

3. Se desea realizar una encuesta para conocer la opinión de los estudiantes de una facultad o escuela respecto a la enseñanza que reciben. Indicar cómo seleccionar una muestra representativa para dicho estudio.

4. Las ventas mensuales de una tienda de electrodomésticos se distribuyen según una ley normal, con desviación típica 900 . En un estudio estadístico de las ventas realizadas en los últimos nueve meses, se ha encontrado un intervalo de confianza para la media mensual de las ventas, cuyos extremos son 4 663 y 5 839 . ¿Cuál es el nivel de confianza para este intervalo?

5. Se entrevistó a 500 estudiantes universitarios tomados al azar y se encontró que 290 estaban a favor de la reinserción social del delincuente. ¿Entre qué valores oscilará la proporción a nivel general de la Universidad, al 95 % de confianza?

6. Se ha hecho un estudio sobre la proporción de enfermos de cáncer de pulmón detectados en hospital que fuman, obteniéndose que de 123 enfermos 41 de ellos eran fumadores. Obtener un intervalo de confianza para dicha proporción. Estudiar si dicha proporción puede considerarse igual a la proporción de fumadores en la población si ésta es de un 29 %. Confianza 95 %.

7. Indique si las poblaciones siguientes se consideran finitas o infinitas.

- Todos los votantes registrados en el estado de California.
- Todos los equipos de televisión que pueden ser producidos en una determinada fábrica.

- Todas las órdenes que pueden ser procesadas por Allentown, Pensilvania, planta de TV-M Company.
 - Todas las llamadas de emergencia que pueden ser recibidas en una estación de policía.
 - Todas las piezas producidas por Fibercon, Inc., en el segundo turno el 17 de mayo.
8. La proporción poblacional es 0.30. ¿Cuál es la probabilidad de que las proporciones muestral y poblacional esté entre $\pm 0,04$ con los tamaños de muestra siguientes?
- $n = 100$
 - $n = 200$
 - $n = 500$
 - $n = 1000$
 - ¿Qué ventaja tiene un tamaño grande de muestra?
9. El director de una empresa piensa que 30 % de los pedidos provienen de nuevos compradores. Para ver la proporción de nuevos compradores se usará una muestra aleatoria simple de 100 pedidos.
- Suponga que el director está en lo cierto y que $p = 0,30$. ¿Cuál es la distribución muestral de \bar{p} en este estudio? b. ¿Cuál es la probabilidad de que la proporción muestral de \bar{p} esté entre 0.20 y 0.40? c. ¿Cuál es la probabilidad que la proporción muestral de \bar{p} esté entre 0.25 y 0.35?
10. En una encuesta de Gallup se encuestaron 1025 adultos, que se seleccionaron aleatoriamente; el 29 % de ellos dijeron que usaban Internet para comprar al menos cinco veces al año.
- a Calcule el estimado puntual del porcentaje de adultos que usan Internet para hacer compras.
 - b Encuentre un estimado del intervalo de confianza del 99 % del porcentaje de adultos que usan Internet para hacer compras.
11. Una antropóloga desea calcular el promedio de estatura de los hombres de cierta raza. Si se supone que la desviación estándar poblacional es de 2.5 pulgadas y si ella muestrea 100 hombres aleatoriamente, encuentre la probabilidad de que la diferencia entre la media muestral y la verdadera media poblacional no exceda de .5 pulgada.
12. Calcular la probabilidad de que $p(S^2 > 7,2)$ o $p(S^2 < 6,2)$ mediante las desviaciones que se producen en un proceso de fabricación cuya distribuciones $N(\mu, \sigma^2)$.

3.2 4.4 7.6 6.5 6.4 2.7 3.7 8.5 9.3 10

13. Sospechamos que nuestro cromatógrafo está estropeado, y queremos determinar si los resultados que nos proporciona son lo suficientemente precisos. Para ello, realizamos una serie de 8 mediciones del contenido de una solución de referencia que, sabemos, contiene 90 % de un determinado compuesto este distribuye de forma normal y la varianza es 0.056 %. Obtenga la probabilidad de que la varianza muestral esté por encima y por debajo de la varianza poblacional Los resultados que obtenemos son:
- Obtenga la probabilidad de que $p(S^2 < 0,9)$ y $p(S^2 > 0,9)$

2. Estimación por intervalos de Confianza y tamaño de la muestra

1. Cuando un proceso de producción funciona correctamente, el número de unidades producidas por hora sigue una distribución normal que tiene una media de 92.0 y una desviación típica de 3.6. Se ha tomado una muestra aleatoria de cuatro horas distintas.

- Halle la media de la distribución de las medias muestrales en el muestreo.
- Halle la varianza de la media muestral.
- Halle el error típico de la media muestral.
- ¿Cuál es la probabilidad de que la media muestral sea de más de 93,0 unidades?

2. Amplitud de muestras de cráneos de hombres egipcios del 4000 a. C. y 150 d. C. (datos que se tomaron de Ancient Races of the Thebaid, de Thomson y Randall-Maciver):

4000 a.C	131	119	138	125	129	126	131	132	126	128	128	131
150 d.C	136	130	126	126	139	141	137	138	133	131	134	129

3. Las relaciones precio-beneficio de todas las empresas cuyas acciones cotizan en bolsa siguen una distribución normal que tiene una desviación típica de 3,8. Se selecciona una muestra aleatoria de estas empresas para estimar la relación precio-beneficio media poblacional.

- ¿Cuál debe ser el tamaño de la muestra para garantizar que la probabilidad de que la media muestral difiera más de 1,0 de la media poblacional es de menos de 0,10?
- Indique sin realizar los cálculos si sería necesaria una muestra mayor o menor que la del apartado (a) para garantizar que la probabilidad de que la media muestral difiera en más de 1,0 de la media poblacional es de menos de 0,05.
- Indique sin realizar los cálculos si sería necesaria una muestra mayor o menor que la del apartado (a) para garantizar que la probabilidad de que la media muestral difiera en más de 1,5 de la media poblacional es de menos de 0,05.

4. Con la prueba destructiva, los elementos de la muestra se destruyen en el proceso de probarlos. La prueba de automóviles por choque es un ejemplo de prueba destructiva muy costosa. Los 12 automóviles deportivos Viper de Dodge (precio de lista: \$59,300) se prueban por choque en una variedad de condiciones que simulan colisiones típicas. El análisis de los 12 automóviles que se dañaron resulta en costos de reparación con una distribución que parece tener forma de campana, con una media de \bar{x} \$26,227 y una desviación estándar de $s = \$15,873$ (según datos del Highway Loss Data Institute). Calcule un estimado de intervalo del 95 % de σ , la desviación estándar de los costos de reparación para todos los Viper de Dodge que se ocuparon en colisiones e interprete el resultado.
5. Una muestra de 12 estaciones de servicio de una cadena de gasolineras proporciona un ingreso medio por persona al mes de 2340 euros con una desviación típica de 815 euros. Calcular un intervalo de confianza para el ingreso medio por trabajadores en esta empresa.

6. Calcular el número de estaciones que debemos estudiar en el problema anterior para que el intervalo tenga una amplitud máxima de 500 euros.
7. a Los valores que se listan son tiempos de espera (en minutos) de clientes del banco Jefferson Valley, donde los clientes se forman en una sola fila de espera para tres ventanillas de cajero. Construya un intervalo de confianza del 95 % para la desviación estándar poblacional σ .

6,5 6,6 6,7 6,8 7,1 7,3 7,4 7,7 7,7 7,7

b Los valores que se listan son tiempos de espera (en minutos) de clientes del Bank of Providence, donde los clientes pueden formarse en cualquiera de tres filas diferentes que se alinean a tres ventanillas de cajero. Construya un intervalo de confianza del 95 % para la desviación estándar poblacional σ .

4,2 5,4 5,8 6,2 6,7 7,7 7,7 8,5 9,3 10

- c Interprete los resultados que se encontraron en los incisos a y b. ¿Sugieren los intervalos de confianza una diferencia en la variación entre los tiempos de espera? ¿Cuál acomodo parece mejor: el sistema de una sola fila o el sistema de filas múltiples
8. En una muestra de siete automóviles, cada uno se verificó para emisiones de óxido nitroso (en gramos por milla); de esto, se obtuvieron los resultados siguientes: 0.06, 0.11, 0.16, 0.15, 0.14, 0.08, 0.15 (según datos de la Environmental Protection Agency). Suponiendo que esta muestra sea representativa de los automóviles en circulación, construya un estimado del intervalo de confianza del 98 % de la cantidad media de emisiones de óxido nitroso para todos los automóviles. Si la agencia de protección ambiental requiere que las emisiones de óxido nitroso sean menores que 0.165 gramos/milla, ¿sería posible concluir con seguridad que se está cumpliendo tal requisito?
9. Para controlar la salud ecológica de los Everglades de Florida, se registran varias mediciones en tiempos diferentes. Las temperaturas inferiores se registran en la estación Garfield Bight y se obtiene la media de 30.4 grados centígrados para 61 temperaturas que se registraron en 61 días diferentes. Suponiendo que s 5 1.7 grados centígrados, encuentre un estimado del intervalo de confianza del 95 %, de la media poblacional de todas estas temperaturas. ¿Qué aspecto de este problema no es realista?
10. Nielsen Media Research quiere estimar la media de la cantidad de tiempo (en minutos) que los estudiantes universitarios que estudian tiempo completo emplean viendo la televisión cada día de la semana. Calcule el tamaño de muestra necesario para estimar esta media con un margen de error de 15 minutos. Suponga que se desea un nivel de confianza del 96 %. Suponga también que un estudio piloto mostró que la desviación estándar se estima en 112.2 minutos.
11. El fármaco Ziac se utiliza para tratar la hipertensión. En un ensayo clínico, el 3.2 % de 221 usuarios de Ziac experimentaron mareo (según datos de Lederle Laboratories).
 - Construya un estimado de intervalo de confianza del 99 % del porcentaje de todos los usuarios de Ziac que experimentaron mareo.
 - En el mismo ensayo clínico, las personas en el grupo placebo no tomaron Ziac, pero el 1.8 % de ellos reportaron mareo. Con base en el resultado del inciso a, ¿qué podemos concluir acerca del mareo como una reacción adversa al Ziac?

3. Prueba de Hipótesis

1. Usando $z = \frac{p-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$ pruebe la siguiente hipótesis. La aseveración es que la proporción de adultos que compra a través de Internet es menor que 0.5 (o 50 %), y los estadísticos de muestra incluyen $n = 1025$ sujetos, de los cuales el 29 % dice que utiliza Internet para realizar compras.
2. Identifique si es error tipo uno o tipo dos
 - La proporción de mujeres casadas es mayor que 0.5.
 - La proporción de graduados universitarios que fuma es menor que 0.27.
 - La proporción de accidentes fatales de aviación comercial difiere de 0.038.
 - La proporción de M&M azules es igual a 0.10
3. Suponga que acaba de crear un nuevo proceso de fabricación que usted considera que reduce la tasa de defectos en la producción de microchips. Planea justificar su aseveración de una tasa más baja de defectos por medio de una prueba de hipótesis. ¿Qué valor P preferiría, 0.10, 0.05, 0.01? ¿Por qué?
4. En una encuesta de Gallup se preguntó a 1087 adultos seleccionados al azar: “¿Consume en ocasiones bebidas alcohólicas como licor, vino o cerveza, o es completamente abstemio?”. El 62 % de los sujetos afirmaron consumir bebidas alcohólicas. Considere una prueba de hipótesis que utiliza un nivel de significancia de 0.05 para probar la aseveración de que la mayoría (más del 50 %) de los adultos consumen bebidas alcohólicas.
 - ¿Cuál es el estadístico de prueba?
 - ¿Cuál es el valor crítico?
5. Identifique la hipótesis nula y la hipótesis alternativa en lo siguientes ejercicios. el estadístico de prueba, el valor P o valor(es) crítico(s), la conclusión sobre la hipótesis nula y la conclusión final que retoma la aseveración original. Utilice el método del valor P
 - La revista Glamour financió una encuesta de 2500 novias por casarse y encontró que el 60 % de ellas gastaron menos de \$750 en su traje de novia. Use un nivel de significancia de 0.01 para probar la aseveración de que menos del 62 % de las novias gastan menos de \$750 en su traje de novia. ¿De qué manera se verían afectados los resultados si supiéramos que los datos se obtuvieron de lectores de la revista que decidieron responder la encuesta a través de una página de Internet?
 - En un año reciente, de los 109,857 arrestos por delitos federales en Estados Unidos, el 29.1 % fueron delitos por drogas (según datos de su Departamento de Justicia). Utilice un nivel de significancia de 0.01 para probar la aseveración de que el porcentaje de delitos por drogas es igual al 30 %. ¿Cómo podría explicarse el resultado, dado que el 29.1 % parece acercarse mucho al 30 %?
 - En una encuesta de Gallup de 1012 adultos, seleccionados al azar, el 9 % opinó que debería permitirse la clonación humana. Utilice un nivel de significancia de 0.05 para probar la aseveración de que menos del 10 % de todos los adultos opinan que debe permitirse la clonación humana. Entonces, ¿un periódico publicaría un encabezado que afirme que “menos del 10 % de todos los adultos se oponen a la clonación humana”?

- Una encuesta reveló que de 785 sujetos seleccionados aleatoriamente y que completaron cuatro años de estudios universitarios, 144 fuman y 641 no fuman (según datos de la American Medical Association). Utilice un nivel de significancia de 0.01 para probar la aseveración de que el porcentaje de fumadores que tienen cuatro años de estudios universitarios es menor que el porcentaje del 27% de la población general. ¿Por qué los graduados universitarios que fuman tienen una tasa menor del resto?
6. La salud de una población de osos en el Yellowstone National Park se verifica por medio de mediciones periódicas, tomadas de osos anestesiados. Una muestra de 54 osos tiene un peso medio de 182.9 libras. Suponiendo que sabemos que σ es igual a 121.8 libras, utilice un nivel de significancia de 0.10 para probar la aseveración de que la media poblacional de todos los pesos de osos es menor que 200 libras.
 7. Cuando las personas fuman, la nicotina que absorben se convierte en cotinina, que es susceptible de medición. Una muestra de 40 fumadores tiene un nivel medio de cotinina de 172.5. Suponiendo que sabemos que s es igual a 119.5, utilice un nivel de significancia de 0.01 para probar la aseveración de que el nivel medio de nicotina de todos los fumadores es igual a 200.0.
 8. Un artículo de una revista reportó que una hipótesis nula de $\mu = 100$ fue rechazada debido a que el valor P fue menor que 0.01. El tamaño de muestra era de 62 y la media muestral de 103.6. Calcule la desviación estándar más grande posible.
 9. En pruebas previas, se dejaron caer pelotas de béisbol 24 pies sobre una superficie de concreto, y rebotaron un promedio de 92.84 pulgadas. En una prueba realizada a una muestra de 40 pelotas nuevas, rebotaron un promedio de 92.67 pulgadas, con una desviación estándar de 1.79 pulgadas (según datos de Bookhaven National Laboratory y USA Today). Utilice un nivel de significancia de 0.05 para determinar si existe evidencia suficiente para sustentar la aseveración de que las nuevas pelotas tienen rebotes con una media distinta a 92.84 pulgadas. ¿Parecería que las pelotas son diferentes?
 10. A continuación se presentan los tiempos ganadores (en segundos) de hombres en la carrera de 100 metros, durante juegos olímpicos de verano consecutivos, listados en orden por renglón. Suponiendo que estos resultados son datos muestrales seleccionados aleatoriamente de la población de todos los juegos olímpicos pasados y futuros, pruebe la aseveración de que el tiempo medio es menor que 10.5 segundos. ¿Qué observa sobre la precisión de los números? ¿Qué característica sumamente importante del conjunto de datos no se toma en cuenta en esta prueba de hipótesis? ¿Sugieren los resultados de la prueba de hipótesis que los tiempos ganadores futuros estarán alrededor de 10.5 segundos? ¿Es válida una conclusión como ésta?

12	11	11	11,2	10,8	10,8	10,6	10,8	10,3	10,3	10,3
10,4	10,5	10,2	10	9,95	10,14	10,06	10,25	9,99	9,92	9,96

11. El banco Jefferson Valley, que utiliza filas individuales en las distintas ventanillas, encontró que la desviación estándar de los tiempos de espera los viernes en la tarde, distribuidos normalmente, era de 6.2 min. El banco experimentó con una fila única y observó que para una muestra aleatoria simple de 25 clientes, los tiempos de espera tenían una desviación estándar de 3.8 min. Utilice un nivel de significancia de 0.05 para probar la aseveración de que la fila única causa una menor variación en los tiempos de espera. ¿Por qué los clientes preferirían tiempos de espera con menor variación? ¿Resulta en una espera menor el uso de una fila única?

12. Utilice un nivel de significancia de 0.05 para probar la aseveración de que las estaturas de mujeres supermodelos varían menos que las estaturas de las mujeres en general. La desviación estándar de las estaturas de la población de mujeres es de 2.5 pulgadas. A continuación se listan las estaturas (en pulgadas) de supermodelos seleccionadas al azar (Taylor, Harlow, Mulder, Goff, Evangelista, Auermann, Schiffer, MacPherson, Turlington, Hall, Crawford, Campbell, Herzigova, Seymour, Banks, Moss, Mazza, Hume).

71	71	70	69	69,5	70,5	71	72	70	70	69
69,5	69	70	70	66,5	70	71				

13. Si nos remitimos a los pesos (en gramos) de monedas de 25 centavos de dólar, listados en el conjunto de datos 29 del Apéndice B, encontramos 50 pesos con una media de 5.622 g y una desviación estándar de 0.068 g. El Departamento del Tesoro de Estados Unidos asevera que el procedimiento utilizado para acuñar estas monedas produce un peso medio de 5.670 g. Con un nivel de significancia de 0.01, pruebe la aseveración de que el peso medio de las monedas de 25 centavos de dólar en circulación es de 5.670 g. Si se rechaza la aseveración, ¿cuál sería una explicación posible para la discrepancia?
14. En una elección presidencial reciente, se entrevistó a 611 votantes, y 308 de ellos dijeron haber votado por el candidato ganador (de acuerdo con datos del ICR Survey Research Group). Utilice un nivel de significancia de 0.04 para probar la aseveración de que, entre todos los votantes, el 43 % dijo haber votado por el candidato ganador. (Los registros de votos revelaron que el porcentaje real que votó por el candidato ganador fue del 43 %). ¿Qué sugiere el resultado acerca de las percepciones de los votantes?