Riesgos y Coberturas

Andrés Martínez
Finanzas y Comercio Internacional

Contenido

Riesgo de Mercado

El riesgo de mercado se ocupa de valorar los instrumentos financieros que dependen del tiempo buscando la máxima perdida esperada en una inversión, se mide a través de los cambios en las posiciones del mercado, para medirlo existen dos formas, la primera es en terminos absolutos que es la cantidad en términos monetarios, por ejemplo cuantos dólares se perderán si existe una bancarrota, y la segunda en términos relativos que hace referencia a el rendimiento negativo que representa la perdida

Los instrumentos financieros principales en los cuales se hace la medición del riesgo de mercado son:(Para entender mejor cada uno de los productos se recomienda leer [Jorion, 2000])

- Acciones
- Bonos
- Divisas
- Derivados
  - Futuros/ Forwards
  - Opciones
  - Swaps

Las acciones se pueden analizar a través de sus rendimientos, de esta forma, el precio de una acción S_t se evalua con respecto al precio pasado de la misma S_{t-1} con ayuda del logaritmo para obtener el rendimiento R.

$$R = ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \tag{1}$$

El rendimiento de un activo se puede aproximar a una distribución normal facilitando la parametrización del modelo.

Método de retorno del flujo de caja logarítmico: Volatilidad que se basa en la variabilidad de las mismas estimaciones de flujo de efectivo que se utilizan para calcular el valor del activo subyacente.[Kodukula and Papudesu, 2006]

- Pronostique los flujos de efectivo del proyecto durante la fase de producción del proyecto a intervalos de tiempo regulares (por ejemplo, años).
- Calcule los rendimientos relativos para cada intervalo de tiempo, comenzando con el segundo intervalo de tiempo, dividiendo el valor actual del flujo de efectivo por el anterior.
- Tome el logaritmo natural de cada retorno relativo.
- Calcular la desviación estándar de los logaritmos naturales de la relativa vuelve del paso anterior.

El método de medición implementado desde el acuerdo de Basilea I para estimar el riesgo de mercado es el Valor en Riesgo VaR, la respuesta que busca dar este índice se relaciona con la máxima perdida que se puede obtener si el mercado no tiene un buen desempeño y por lo tanto se intenta cuantificar la perdida posible. Por lo tanto, se busca responder la siguiente pregunta **¿Qué es lo máximo que puedo perder con esta inversión?** casi todos los inversores que han invertido o están considerando invertir en un activo riesgoso se hacen esta pregunta en algún momento.

- **Monotonía**: Una medida de riesgo ρ es monótona cuando:

$$\rho(V_1) \leq \rho(V_2) \qquad \text{para} \qquad V_1 \leq V_2$$

- **Homogeneidad**: Una medida de riesgo ρ es homogenea cuando:

$$\rho(\lambda V) = \lambda \rho(V) \qquad \text{para} \qquad \lambda > 0$$

- **Translación simétrica**: Para cada riesgo es válido que:

$$\rho(V + c) = \rho(V) + c \qquad \text{para} \qquad c \in \mathbb{R}$$

- **Subaditividad**: Cuando dos riesgos V_1 y V_2 son trabajados estos son subaditivos cuando:

$$\rho(V_1 + V_2) \leq \rho(V_1) + \rho(V_2)$$

- **Coomonotonía aditiva**: Un riesgo ρ cumple esta condición cuando la suma de dos riesgos son iguales:

$$\rho(V_1 + V_2) = \rho(V_1) + \rho(V_2)$$

- **Positividad**: Una medida de riesgo es positiva:

$$\rho(V) \geq 0 \qquad \text{para} \qquad V \geq 0$$

Para obtener una probabilidad de máxima de pérdida VaR, se debe usar la función de densidad que define el valor real de x:

$$PP_x(V) = P(V > x) = 1 - \alpha = \varepsilon$$

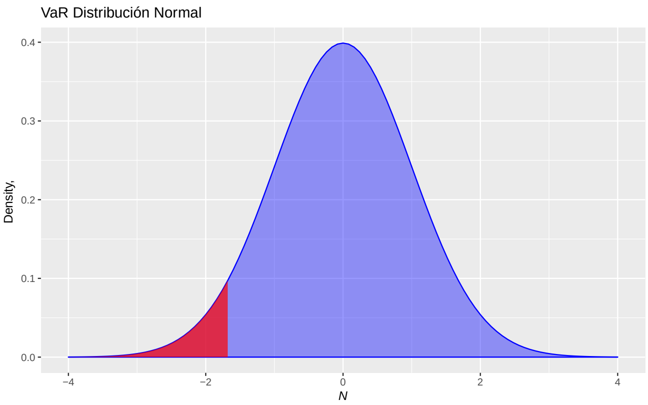
Por lo tanto la probabilidad ε, es la probabilidad de que V supere x.

Dado que las series de tiempo financieras tienen un comportamiento continuo, el VaR se calcula con ayuda de la función de densidad $f(x)$ en un intervalo de confianza que calcularse máximo hasta el 10 % puesesto significa que se evaluan las perdidas cuando un evento extremo (poco probable) aparece y genera perdidas.

$$P(x < VaR) = \int_{-\infty}^{VaR} f(x)dx \tag{2}$$

La ecuación 2 define el intervalo entre infinito y el valor crítico deseado para calcular del VaR. Esta definición concuerda con la que se dío en la sección que trata sobre la probabilida como la medición de variables continuas y se denota que para poder obtener la probabilidad de esta, se debe integrar el intervalo en el cuál se desea calcular la variable.

Figura: VaR



Es el percentil para determinar el nivel de confianza del índice.

$$\mathbf{VaR}(V;\alpha) = F_V^{-1}(\alpha),$$

donde

$$F_V^{-1}(\alpha) = min\{x|F_V(x) \geq \alpha\}$$

Incluyendo el intervalo de tiempo en el VaR, la función inversa se describe como $\mathbf{VaR}(\alpha; V; T)$. Hay que tener en cuenta cuando el VaR sea designado con α o ε teniendo en cuenta que $\varepsilon = 1 - \alpha$ y por definición de probabilidad el VaR es igual a:

$$P(V \leq x_\alpha) \geq \alpha \quad P(V > x_\alpha) = 1 - F(x_\alpha) \leq 1 - \alpha = \varepsilon,$$

Con intervalos de confianza al 90 %, 95 % y 99 %.

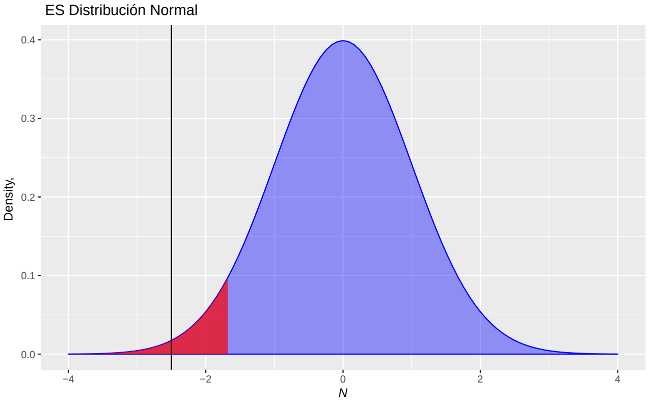
Definición The Expected Shortfall no condicionado: Es definido como el valor esperado de la perdida de un portafolio, dado un VaR.

$$ES = \frac{1}{1-\alpha}\int_{\alpha}^{\infty} VaR(\alpha)\,ds \tag{3}$$

$$ES = -\frac{\phi(N^{-1}(p))}{p} \tag{4}$$

ES se mide con más incertidumbre que VaR. El primer paso en la estimación de ES es determinar el VaR y el segundo paso es obtener la expectativa de observaciones de cola. Esto significa que hay al menos dos fuentes de error en ES.

Figura: Expected Shortfall



Un VaR paramétrico es el que usa los parámetros de una distribución para determinar la máxima perdidad en un horizonte de tiempo, en este caso usando una **Distribución Normal para el VaR** se obtiene con ayuda de la desviacón estandar y el intervalo de confianza 2 la máxima perdida en un periodo de tiempo definido como $\sqrt{t}$. Definiendo $u_\alpha := u_\alpha(0,1)$ como la función del VaR, así como $u_\alpha(\mu, \sigma^2)$ como su aplicación a la distribución normal se tiene:

$$u_\alpha(\mu, \sigma^2) = \mu + \sigma u_\alpha = \mu - \sigma u_{1-\alpha}$$

Por lo tanto si la distribución normal no es estándar, el VaR estará definido como $V \sim N(\mu; \sigma^2)$.

$$\mathbf{VaR}_\alpha(V) = \mu + \sigma u_\alpha$$

La Superintendencia Financiera aprueba este método de acuerdo a las polítcias de Basilea en donde el VaR paramétrico para un activo se define en términos absolutos para un horizonte de tiempo de la siguiente forma:

$$\mathbf{VaR}_\alpha = I * INVN_\alpha(Z) * \sigma * \sqrt{t} \tag{5}$$

En donde I corresponde al monto de la inversión, $INVN_\alpha(Z)$ es la función inversa que encuentra el Z de acuerdo al α con el que se desea trabajar, σ es la desviación estandar y la $\sqrt{t}$ es el tiempo ajustado de acuerdo a la distribución normal.

Para poder calcular el VaR de portafolio, es necesario pensar en los vectores que componen la función para encontrar los parámetros. Identificando la variable aleatoria se puede generar un vector $\{x_1, x_2, ..., x_n\}$ que se pondera por el peso de esta en el portafolio, $Z = w_1X_1 + w_2X_2 + ... + w_dX_d$ Por lo que $X_1....X_d$ son las pérdidas de d acciones una a una.

El vector $\mathbf{X} = \{X_1....X_d\}$ es multivariado con una distribución normal con vector de valor esperado μ y una matriz de covarianza Σ. Por lo tanto se distribuye de manera normal $\mathbf{X} \sim (\mu, \Sigma)$ con $w_1....w_d$ como los pesos de cada acción o los conjuntos desde donde se miden. Por lo tanto:

$$\mathbf{Z} = \mathbf{w}^T\mathbf{X} \quad donde \quad \mathbf{w}^T = (w_1....w_d)$$

De esta manera la distribución del portafolio lineal es igual a $\mathbf{Z} \sim (\mathbf{w}^T\mu, \mathbf{w}^T\Sigma)$ y es una distribución normal de una dimensión. Para encontrar la cola con esta información el *VaR* es:

$$\mathbf{VaR}_\alpha = \mathbf{w}^T\mu + \sqrt{\mathbf{w}^T\Sigma\mathbf{w}u_\alpha} \tag{6}$$

Usando lo anterior, la definición del VaR de portafolio usa la matriz de varianza-covarianza con ayuda de los pesos del portafolio para obtener la volatilidad del portafolio, después se puede aplicar la formula 5 en donde la volatilidad σ_p es la del portafolio.

$$\mathbf{VaR}_\alpha = I * INVN_\alpha(Z) * \sigma_p * \sqrt{t} \tag{7}$$

De esta manera la distribución del portafolio lineal es igual a $\mathbf{Z} \sim (\mathbf{w}^T\mu, \mathbf{w}^T\Sigma)$ y es una distribución normal de una dimensión. Para encontrar la cola con esta información el *VaR* es:

$$\mathbf{VaR}_\alpha = \mathbf{w}^T\mu + \sqrt{\mathbf{w}^T\Sigma\mathbf{w}u_\alpha} \tag{8}$$

Usando lo anterior, la definición del VaR de portafolio usa la matriz de varianza-covarianza con ayuda de los pesos del portafolio para obtener la volatilidad del portafolio, después se puede aplicar la formula 5 en donde la volatilidad σ_p es la del portafolio.

$$\mathbf{VaR}_\alpha = I * INVN_\alpha(Z) * \sigma_p * \sqrt{t} \tag{9}$$

Modelo de Markowitz

Usando un proceso matricial para el proceso de cálculo cuando se tienen más de dos activos, se pueden hacer los siguientes cálculos para obtener el valor esperado y la volatilidad.

El valor esperado del portafolio se obtiene de la siguiente forma:

$$r_p = \begin{bmatrix} \mu_1 & \cdots & \cdots & \mu_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \cdots \\ \cdots \\ w_n \end{bmatrix} \tag{10}$$

Modelo de Markowitz

Multiplicando la matriz de Varianza-covarianza con los pesos se obtiene la varianza del portafolio.

$$\sigma^2 = \begin{bmatrix} w_1 & \cdots & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{11}^2 & \cdots & \cdots & cov_{1n} \\ \vdots & \ddots & \cdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & \ddots & \vdots \\ cov_{n1} & \cdots & \cdots & \sigma_{nn}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \tag{11}$$

El intervalo de tiempo que maneja puede ser de 250 días hasta 500 para tener dos años laborales.

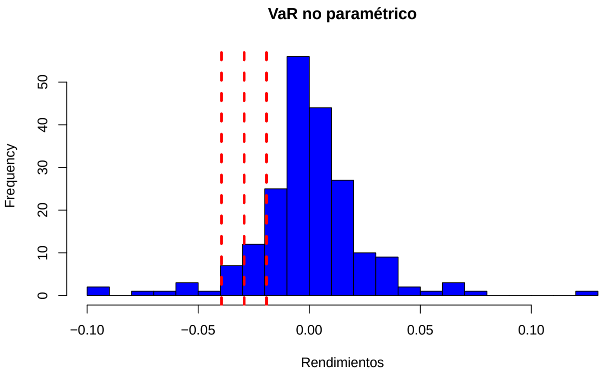
Cálculo: Usando los rendimientos de los logaritmos, se obtienen las variaciones de los precios de un instrumento financiero.

$$R = ln \frac{S_t}{S_{t-1}} \tag{12}$$

Luego usando el precio inicial S_0 se obtiene el valor futuro de forma diaria para 250 o 500 días

$$S_t = S_0(1 + R) \tag{13}$$

Una vez que se generan los datos suficientes, (250 o 500), se resta con respecto al precio observado en cada uno de los días. Luego se genera un histograma y se obtiene el percentil del VaR deseado.

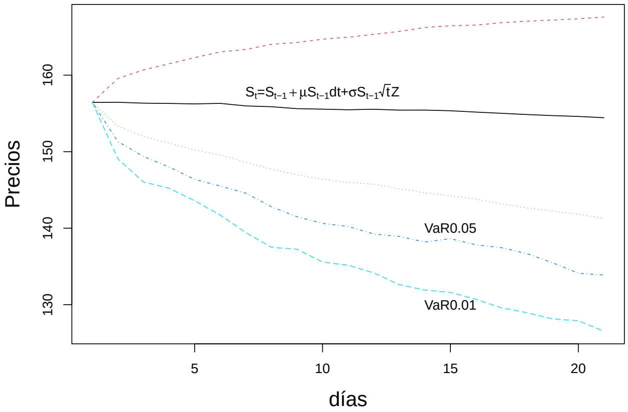

VaR no paramétrico
Frequency
0
10
20
30
40
50
−0.10
−0.05
0.00
0.05
0.10
Rendimientos

El VaR por simulación de montecarlos se obtiene con ayuda del movimiento geométrico browniano, la solución del modelo parte de la ecuación diferencial en donde la serie de Taylor. El precio se estima con ayuda de ambas constantes. Se encuentra diferenciando con respecto al tiempo y la variable aleatoria que corresponde al activo que se está usando como subyacente para generar el derivado con $S_0 = 0$.

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW(t) \tag{14}$$

El VaR a través de esta metodología se obtiene calculando los percentiles de la simulación.

Escenarios



UNIVERSIDAD DE LA SALLE

El libro de [Jorion, 2000] y el de [De Lara Haro, 2005] se resumen las dificultades de la medición asociadas al VaR que son:

- Si existen problemas de estacionariedad, su resultado puede tener errores.
- Los datos deben ser confiables.
- En caso de haber colas gordas, las perdidas son más difíciles de calcular.

El test de Kupiec ayuda a determinar la eficiencia del modelo con ayuda de la distribución Chi Cuadrado como contraste de hipotesis y con ayuda de la distribución binomial para cálcular los parámetros para dichas hipotesis.

$$(1-p)^{T-N}p^{N}$$

Donde la hipotessis nula dice que p es igual a la probabilidad utilizada en el cálculo del VaR mientras que la hipotesis alternativa dice que p no es igual a la probabilidad utilizada en el VaR de esta fomra se busca no rechazar la hipotesis nula, no obstante, el rechazo de la hipotesis nula daría como resultado que la estimación del VaR no es la mas eficiente.

Dada la siguiente expresión que usa el método de máxima verosimilitud como proceso de estimación, se obtiene que:

$$L = -2Ln((1-p)^{T-N}p^{N}) + 2Ln((1-(N/T))^{T-N}(N/T)^{N}) \tag{15}$$

Donde con un nivel de confianza, se tiene una probabilidad de error p en un lapso de tiempo T con un número de observaciones que excedio el VaR durante ese intervalo de tiempo. Si el resultado es mayor a 5 % no se rechaza la hipotesis nula.

Cuadro: Test de Kupiec

Nivel de probabilidad P	**T=255 días**	**T=510 días**	**T=1000 días**
0.01	$N < 7$	$1 < N < 11$	$4 < N < 17$
0.025	$2 < N < 12$	$6 < N < 21$	$15 < N < 36$
0.05	$6 < N < 21$	$16 < N < 36$	$37 < N < 65$
0.075	$11 < N < 28$	$27 < N < 51$	$59 < N < 92$
0.1	$16 < N < 36$	$38 < N < 65$	$81 < N < 120$

La tabla 1 muestra el número de veces que el VaR de sobrepasar sus valores de acuerdo al tiempo estimado y al nivel de probabilidad. En Colombia se establece que el horizonte de tiempo es de 255 días.

De Lara Haro, A. (2005).
Medición y control de riesgos financieros.
Editorial Limusa.

Jorion, P. (2000).
Value at risk.

Kodukula, P. and Papudesu, C. (2006).
Project valuation using real options: a practitioner's guide.
J. Ross Publishing.

Shreve, S. E. (2004).
Stochastic calculus for finance II: Continuous-time models.
Springer Science.