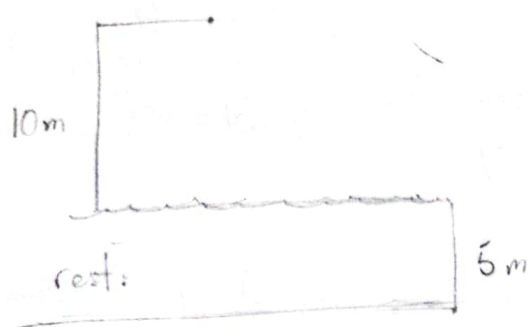


Mecánica Clásica. Andrés Hernández y Donovan Seijas

① Las fosas para competencias de clavados, desde 10 m, tiene una profundidad de 5 m

②. Justifique porque es la profundidad segura.



Suponemos que no hay resistencia del aire.

- Desde la plataforma a la superficie del agua.

$$v_0 = 0 \text{ m/s}$$
$$r_0 = 10 \text{ m}$$

$$r(t) = 10 - \frac{1}{2} g t^2$$
$$v(t) = -gt$$

$$F = -mg$$

$$\text{masa: } m. [\text{kg}]$$

$$a(t) = -g$$

Fuerza en el agua:  
con resistencia  $K$ .

$$F = -mg + Kv^2 = m \frac{dv}{dt}$$

$$mg + Kv^2 = m \frac{dv}{dt}$$

$$g + \frac{K}{m} v^2 = \frac{dv}{dt} = a.$$

Velocidad con que llega  
a la piscina:  $(T)$

$$0 = 10 - \frac{1}{2} g T^2 \Rightarrow 10 = \frac{1}{2} g T^2 \Rightarrow \frac{20}{g} = T^2$$

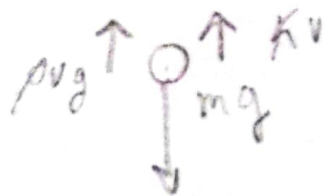
$$\Rightarrow 1,43 \text{ s} = T.$$

$$v(T) = -gT \Rightarrow v(T) = -g(1,43 \text{ s}) = -14 \text{ m/s}.$$

$$U_0 = 14 \text{ m/s}$$

$$C_d = \frac{2 F_d}{\rho V^2 A}$$

$$m = 70 \text{ kg.}$$



$$F_d = \frac{1}{2} C_d \rho V^2 A$$

$$F_d = 184,57 \text{ N}$$

Esfera de 0,25 m de r

235

$$A = \frac{1}{4} \pi$$

$$m \frac{dv}{dt} = mg - \rho v g - F_d$$

Usar la fuerza de arrastre característica de una esfera, con coeficiente de 0,47.

Además de la fuerza de empuje.

Ambas fuerzas se oponen al movimiento hasta frenarlo.

Se tomó como diámetro el largo del fémur y se simplificó el atleta a una esfera.

dt

$$\rightarrow V' - 9,799 + 2,64V^2 = 0$$

$$\frac{dW}{dt} = g - \frac{\rho vol}{m} g - \frac{1}{2} C_d \rho V^2 A$$

$$\frac{dV}{dt} = g \left( 1 - \frac{\rho vol}{m} \right) - \frac{1}{2} C_d \rho V^2 A$$

$$\frac{dV}{dt} = 0,63 - \frac{235}{14} \pi V^2$$

$$A = \frac{1}{16} \pi$$

$$\rho = 1000$$

$$vol = \frac{1}{48} \pi$$

$$C_d = 0,47$$

$$\frac{47}{56} \pi = 2,64 \cdot \frac{1}{16} \pi$$

Ⓓ Suponga un corcho esférico de 5 cm d diámetro.  
en el fondo de la presa. Calcule la velocidad que llega a la  
superficie

$$F = -mg + \rho Vol g - F_d$$

$$\frac{dv}{dt} m = -mg + \rho Vol g - F_d$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left( \frac{\rho Vol}{m} - 1 \right) - \frac{F_d}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left( \frac{\rho_r \cdot Vol}{\rho_c \cdot vol_{pc}} - 1 \right) - \frac{F_d}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = g \left( \frac{\rho_r}{\rho_c} - 1 \right) - \frac{F_d}{m}$$

$$\frac{dv}{dt} = g (2,89) - F_d / \rho_c Vol$$

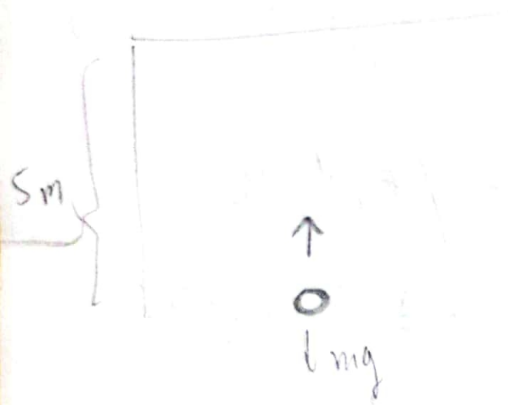
$$\frac{dv}{dt} = 28,37 - 0,00011 v^2$$

$$v(t) = 160,1 \tanh(0,177t)$$

$$x(t) = 904,52 \ln(\cosh(0,177t))$$

$$x(0,6) = 5m$$

$$v(0,6) = 16,939 \text{ m/s}$$



$$A = \frac{1}{400} \pi$$

$$Vol = \frac{125 \pi}{6}$$

$$\rho = \frac{m}{Vol} = 256,77$$

vol p

$$C_d = \frac{F_d 2}{A \rho v^2}$$

$$F_d = \frac{C_d}{2} A \rho v^2$$

d) Velocidad de la Burbuja

Llega a la superficie donde tiene  $v=0$ , y las  $F_{\text{neto}}$  es cero

$$0 = -F_w + F_{\text{buoyante}} + F_{\text{empuje}}$$

$$F_w = F_{\text{buoyante}} + F_{\text{empuje}}$$

$$\rho_g V_0 g = \rho_f V_0 g + \frac{1}{2} C_d \rho_f A v^2$$

$$\frac{2}{C_d} \frac{(\rho_f V_0 g - \rho_g V_0 g)}{\rho_f A} = v^2$$

$$\frac{2}{C_d \rho_f A} (V_0 g) (\rho_f - \rho_g) = v^2$$

$$0,135 (0,411) (998,775) = v^2 \Rightarrow v = 2,35$$

$$F_{\text{empuje}} = \rho_f V_0 g$$

$$F_{\text{buoyante}} = \frac{1}{2} C_d \rho_f A v^2$$

$$F_w = \rho_g V_0 g$$

$$r = 0,1 \text{ m}$$

$$V_0 = 11750 \pi$$

$$A = 1100 \pi$$

$$\rho_{\text{gas}} = 1,225 \text{ kg/m}^3$$



## Solución 2

a)

$$(a) \mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}_c$$

$$\text{si } \mathbf{E} = 0 \Rightarrow m\mathbf{a}_c = e\mathbf{E} + \frac{e}{c} \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$a_c = \frac{v^2}{r}$$

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e}{c} |\mathbf{v}| |\mathbf{B}| \sin 90^\circ$$

$$\frac{cm|\mathbf{v}|}{e|\mathbf{B}|} = r$$

b)

$$\mathbf{B} = B_z \hat{\mathbf{e}}_z$$

$$\mathbf{E} = E_1 \mathbf{e}_1 + E_2 \mathbf{e}_2$$

Como se tiene  $|\mathbf{v}| \Rightarrow$

$$\mathbf{v} = \dot{x}_1 \mathbf{e}_1 + \dot{y} \mathbf{e}_2 + \dot{z} \mathbf{e}_3 \Rightarrow \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{v} \times \mathbf{B} = \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \dot{x} & \dot{y} & \dot{z} \\ 0 & 0 & B_z \end{vmatrix} = \dot{y} B_z \hat{\mathbf{i}} - \dot{x} B_z \hat{\mathbf{j}}$$

$$\Rightarrow \mathbf{F} = e(E_1 \mathbf{e}_1 + E_2 \mathbf{e}_2) + \frac{e}{c} (\dot{y} B_z \mathbf{e}_1 - \dot{x} B_z \mathbf{e}_2)$$

$$m(\ddot{x}_1 \mathbf{e}_1 + \ddot{y} \mathbf{e}_2 + \ddot{z} \mathbf{e}_3) = "$$

$$\Rightarrow m \ddot{x}_1 \mathbf{e}_1 = \frac{e}{c} \dot{y} B_z \mathbf{e}_1$$

$$m \ddot{y} \mathbf{e}_2 = e E_2 \mathbf{e}_2 + \frac{e}{c} \dot{x} B_z \mathbf{e}_2$$

Para  $z$  se tiene.

$$m \ddot{z} = e E_z \Rightarrow \int \ddot{z} = \int \frac{e E_z}{m}$$

$$\dot{z} = \frac{e E_z}{m} t + C \quad C = \dot{z}_0$$

$$\int \dot{z} = \int \frac{e E_z}{m} t + \dot{z}_0$$

$$z(t) = \frac{e E_z}{m} \frac{t^2}{2} + \dot{z}_0 t + z_0$$

$C = z_0$

Para  $(x)$

$$m \ddot{x} = \frac{e}{c} \dot{y} B_z$$

Para  $(y)$

$$m \ddot{y} = -\frac{e}{c} \dot{x} B_z + e E_y \quad (2)$$

Para  $z$  se tiene.

$$m \ddot{z} = e E_z \Rightarrow \int \ddot{z} = \int \frac{e E_z}{m}$$

$$\dot{z} = \frac{e E_z}{m} t + C \quad C = \dot{z}_0$$

$$\int \dot{z} = \int \frac{e E_z}{m} t + \dot{z}_0$$

$$z(t) = \frac{e E_z}{m} \frac{t^2}{2} + \dot{z}_0 t + z_0 \quad \rightarrow C = z_0$$

Para  $(x)$

$$m \ddot{x} = \frac{e}{c} \dot{y} B_z$$

Para  $(y)$

$$m \ddot{y} = -\frac{e}{c} \dot{x} B_z + e E_y \quad (2)$$



Solución c,

$$c) \quad m \ddot{x} = e \frac{B_z}{c} \dot{y} \quad m \ddot{y} = -\frac{e B_z}{c} \dot{x} + e E_y$$

$$\omega_c = \frac{e B}{c m}$$

$$\ddot{x} = \omega_c \dot{y}$$

$$\ddot{y} = -\omega_c \dot{x} + \frac{e}{m} E_y$$

$$\ddot{x} = \omega_c \dot{y}$$

$$\Rightarrow \frac{\ddot{x}}{\omega_c} + \omega_c^2 x = \frac{e}{m} E_y \omega_c$$

Solución general

$$\ddot{x}(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t)$$

ya que

$$\dot{x} = e^{\lambda t} \rightarrow$$

$$\lambda^2 e^{\lambda t} + \omega_0^2 e^{\lambda t} = 0$$

$$e^{\lambda t} (\lambda^2 + \omega_0^2) = 0 \quad (\lambda = \omega_0 i) (\lambda = -\omega_0 i)$$

si  $r = a + bi \Rightarrow y = e^{ax} (C_1 \cos bx + C_2 \sin bx)$

Solución particular

$$\ddot{x}_p = K \Rightarrow \ddot{x} = 0 \quad \ddot{x} = 0$$

$$\Rightarrow K \omega_0^2 + 0 = \frac{e}{m} E_y \omega_0$$

$$K = \frac{e}{m} \frac{E_y}{\omega_0} = \frac{CE_y}{B}$$

$$\dot{x}(t) = A \cos(\omega_0 t) + B \sin(\omega_0 t) + \frac{CE_y}{B}$$

$$\dot{y} = \dot{x} \quad \ddot{x} = -A \omega_0 \sin(\omega_0 t) + B \omega_0 \cos(\omega_0 t)$$
$$= C \sin(\omega_0 t) + D \cos(\omega_0 t)$$

$$\dot{y} = \frac{C \sin(\omega_0 t) + D \cos(\omega_0 t)}{\omega_0}$$

d)  $y = \frac{A}{\omega_0} (\cos(\omega_0 t) - 1)$

$$x(t) = \frac{A}{\omega_0} \sin(\omega_c t) + \frac{c E_1}{B} t$$

$$\dot{x} = \frac{A}{\omega_0} \cos(\omega_c t) + \frac{c E_1}{B}$$

$$\Rightarrow x = \int A \cos(\omega_c t) + B \sin(\omega_c t) + \frac{c}{B} E_1$$

$$= A \sin(\omega_c t) + B \cos(\omega_c t) + \frac{c}{B} E_1 t + C_1$$

$$x(0) = B + \frac{c}{B} E_1 t + C_1 = 0 + \frac{c E_1}{B} t$$

$$B + C_1 = 0 \Rightarrow B = -C_1 \quad B=0$$

$$\dot{x}(0) = A + \frac{c E_1}{B} = \frac{A}{\omega_0} \cos(\omega_c 0) + \frac{c E_1}{B}$$

$$A = \frac{A}{\omega_0}$$

$$\omega_c = 1$$

$$\dot{y}(0) = \frac{D \cos(\omega_c t)}{\omega_c} = -\frac{A}{\omega_c} \sin(\omega_c t)$$

$$\boxed{D = 0}$$

$$y(0) = \frac{1}{\omega_c} (-C + 0 + C_2) = \frac{A}{\omega_c} (1-1) = 0$$

$$\boxed{C_2 = -\frac{C}{\omega_c}}$$

$$A \rightarrow C \epsilon_1$$

$$\omega_c \epsilon_3$$

formando las ecuaciones con las condiciones iniciales anteriores para  $A$ ,  $C_2$ ,  $D$ ,  $B$  y  $C_1$  se tendria

$$x(t) = \frac{A}{\omega_c} \sin(\omega_c t) + \frac{c E_y}{B} t$$

y

$$y(t) = \frac{c}{\omega_c} \cos(\omega_c t) = \frac{c}{\omega_c}$$

$$= \frac{c}{\omega_c} (\cos(\omega_c t) = 1)$$

Para las graficas tener en cuenta el código:

<https://colab.research.google.com/drive/1CJsHTRd3g5g-3x0yN8OcxN4EPwK4Caee?usp=sharing>



### Solución 3.



$$\frac{dm}{dt} = b \cdot 3/5$$

$$m = m_0 + bt$$

### Solución a.

por segunda ley de newton se tiene

$$\frac{d(\vec{p})}{dt} = \sum \vec{F}$$

$$\frac{d}{dt} ((m_0 + bt) v) = F_g - F_{ra}$$

$$\left( \frac{d}{dt} (m_0 + bt) \right) v + (m_0 + bt) \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

$$bv + (m_0 + bt) \frac{dv}{dt} = mg - kv$$

la EDO sería:

$$(m_0 + bt) \frac{dv}{dt} = mg - (k + b)v$$

$$(m_0 + bt) \frac{dv}{dt} = (m_0 + bt)g - (k + b)v \quad (1)$$

Solución b.

La gota duplica su masa al salir de la nube

$$\Rightarrow m_0 + b t_{\text{final}} = 2m_0 \Rightarrow t_{\text{final}} = \frac{1m_0}{b}$$

Volviendo a (1)

$$\frac{dv}{dt} = g - \frac{k + b}{m_0 + bt} v$$

Supongamos que

$$k = 0.2 \quad b = 0.002 \quad m_0 = 0.001$$

Aplicando el método runge kutza se tendría que la velocidad es de

$$v_f = 0.96 \text{ m/s en } 0.5 \text{ segundos}$$

La solución a la EDO se realizó en el código:

<https://colab.research.google.com/drive/1CJsHTRd3g5g-3x0yN8OcxN4EPwK4Caee?usp=sharing>

$$v_f = 0.96 \text{ m/s} \quad \text{en } 0.5 \text{ segundos}$$

Solución C.

ya que la masa deja de aumentar se tiene que;

$$m_f \frac{dv}{dt} = m_f g - k v$$

Como  $m_f = 2m_0$

$$2m_0 \frac{dv}{dt} = 2m_0 g - k v$$

ya que queremos la velocidad limite  $\Rightarrow \frac{dv}{dt} = 0$

$$\Rightarrow 2m_0 \overset{20}{(0)} = 2m_0 g - kV$$

$$2m_0 g = kV_{lim}$$

$$V_{lim} = \frac{2m_0 g}{k}$$

$$= \frac{2 \cdot (0.001) \cdot 9.8}{0.2} = 0.098 \text{ m/s}$$